

# 加速度の二階微分を計測するセンサによる 構造物損傷における不連続波形の検出

曾根彰<sup>1</sup>・増田新<sup>2</sup>・松浦孝<sup>3</sup>・五嶋愛<sup>4</sup>

<sup>1</sup>工博 京都工芸繊維大学教授 工芸学部機械システム工学科 (〒606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)

<sup>2</sup>工博 京都工芸繊維大学助手 工芸学部機械システム工学科 ( 同上 )

<sup>3</sup>京都工芸繊維大学大学院生 機械システム工学専攻 ( 同上 )

<sup>4</sup>京都工芸繊維大学学部生 工芸学部機械システム工学科 ( 同上 )

Detection of discontinuities in response of structure by using the jerk-dot-sensor combined with the accelerometer and a cantilever is reported in this paper. In this study, firstly, the fundamental characteristics of jerk-dot-sensor are measured. Through the experimental tests using steel plate, the effectiveness of jerk-dot-sensor for the development of crack is proven compared with the conventional accelerometer. It is clear that this sensor can detect the discontinuities in signal on-line.

**Key Words :** Health monitoring, Jerk-dot-sensor, cantilever, accelerometer, discontinuity, damping, relative acceleration

## 1. 緒言

現存する構造物のほとんどは部材の集まりである。このような構造物は一つの部材が破損したことで構造物全体が破壊したという事故が非常に多い。このような事故を未然に防ぐためにも、構造物のメンテナンスや稼動中止が適切な時期に行われることが重要である。疲労損傷に伴い、構造物部材に亀裂が発生する。その後の荷重条件により亀裂が拡大することが考えられるが、その時に生じる不連続波を測定するシステムについて研究する。

発生信号は一般に微細でノイズに覆われている。従って、この不連続信号を精度よく検出することが重要である。これを検出する手法をして梁の先端に加速度をつけることによって加速度の二階微分した値（加々加速度）を計測するセンサを考える。（以下ジャードットセンサと呼ぶ。）

本研究では試作したセンサの基本的性能を明らかにし、実際によく使用される部材を用いて亀裂試験を行い、その検出性能を検証する。

介して計測対象物に取り付ける。片持ち梁の基部に加速度gが作用した時、片持ち梁は加速度の大きさに応じて変形する。梁の先端の相対加速度からベースの相対加速度を測定することによって加速度の二階微分、即ち加々加速度（ジャードット）に比例する電圧を出力することが出来る。

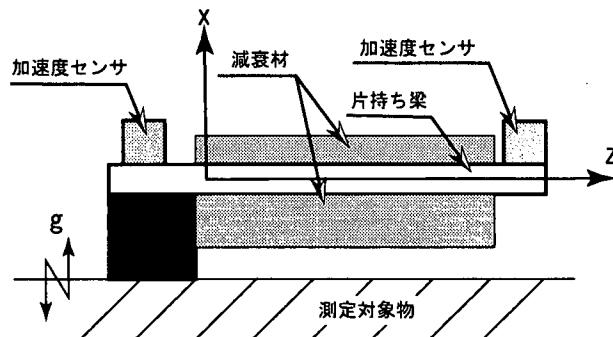


図-1 ジャードットセンサの概要

## 2. 原理

### (1) メカニズム

ジャードットセンサは図-1に示すように、片持ち梁（長さ: l, 幅: w, 厚さ: d）の先端とベース部に加速度センサを取り付けたものであり、ベースを

### (2) 理論

梁の先端の相対加速度  $\alpha$  は、位置  $z$  における梁の撓みの二階微分なので、調和外力の場合、次のように書ける。

$$\alpha(t) = \frac{\partial u(L,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 u(L,t) \quad (1)$$

ここで、片持ち梁の動特性としては次のオイラー・ベルヌーイの方程式に支配されるものとする。

$$\rho A \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u(z,t)}{\partial z^4} = F(z,t) \quad (2)$$

この式の解は、以下のように規準モード  $u_k(z)$  と規準関数  $q_k(z)$  の積の和で表される。

$$u(z,t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_k(z) q_k(t) \quad (3)$$

また、規準関数  $q_k(z)$  について考える。片持ち梁の系に励振力  $Q_k(t)$  が作用すると考え、次のような運動方程式が立てられる。

$$M_k \ddot{q}_k(t) + C_k \dot{q}_k(t) + K_k q_k(t) = Q_k(t) \quad (4)$$

$q_k(t) = u_k e^{j\omega t}$  ( $k = 1, 2, \dots, \infty$ ) として式(4)を解くと、次式が得られる。

$$q_k(t) = \frac{Q_k(t)}{-M_k \omega^2 + jC_k \omega + K_k} \quad (5)$$

は片持ち梁に作用する外力の周波数  $\omega$  の成分に対して、以下の様に表せられる。

$$q_k(t) = \frac{1}{j\omega} \frac{Q_k(z,t)}{C_k + j(M\omega - \frac{k}{\omega})} \quad (6)$$

さらに、 $Q_k(z,t)$  は片持ち梁に作用する一般化外力の周波数  $\omega$  の成分で次式の様に与えられる。

$$Q_k(z,t) = \int_0^t F(t) U_k(z) dz \quad (7)$$

式(1)について式(3), (6), (7)を考慮すると、

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= -\omega^2 \sum_{k=1}^{\infty} U_k(z) q_k(t) \\ &= j\omega \sum_{k=0}^{\infty} U_k(z) \frac{\int_0^t F(t) U_k(z) dz}{C_k + j(M\omega - \frac{K_k}{\omega})} \end{aligned} \quad (8)$$

一方、外力  $F(t)$  は加速度  $g$  による物体力なので、

$$F(t) = \rho A g(t) \quad (9)$$

片持ち梁の1次モードのみを考慮して簡略化すると、

$$\alpha(t) = \frac{j\omega \rho A U_1(z) \int_0^t U_1(z) dz}{C_1 + j(M\omega - \frac{K_1}{\omega})} g(t) \quad (10)$$

ここに、 $M$  は角速度センサを含む片持ち梁系の全質量、 $K_1$ 、 $C_1$  は式(3)によるモード展開における1次の規準座標系の等価バネ及び等価減衰係数である。さらに、単位加速度入力あたりの出力電圧を  $\sigma$  とすると、センサの出力電圧は、

$$V(t) = \sigma \frac{j\omega \rho A U_1(z) \int_0^t U_1(z) dz}{C_1 + j(M\omega - \frac{K_1}{\omega})} g(t) \quad (11)$$

加速度  $g$  の二階時間微分は次のように表現できるので、

$$\frac{d^2 g(t)}{dt^2} = (j\omega)^2 g(t) \quad (12)$$

従って、入力ジャーカドットに対するジャーカドットセンサの出力として、以下の式が成り立つ。

$$V(t) = \frac{\sigma}{j\omega} \frac{\rho A U_1(z) \int_0^t U_1(z) dz}{C_1 + j(M\omega - \frac{K_1}{\omega})} \frac{d^2 g(t)}{dt^2} \quad (13)$$

### (3) 試作したジャーカドットの仕様

表-1に今回試作したジャーカドットセンサの仕様を示す。ジャーカドットセンサに用いた梁はアルミニウム材を用い、減衰があるものと無いものの2つを用いた。

表-1の\*印部は後に説明する実験において観測した値を示す。

表-1 ジャーカドットセンサの仕様

		Aセンサ	Bセンサ
片持ち梁部	材質 サイズ	アルミニウム 30mmL × 30mmW × 1.2mmT	
加速度センサ部 (基部)	形式 サイズ 使用周波数 検出加速度 感度	13.5mm × φ 9mm 3Hz ~ 30000Hz ± 550G 2.95(mV/G)	
(先端部)	感度	2.96(mV/G)	
スponジ部	材質 サイズ	メモリーフォーム 20mmL × 30mmW 梁の上部 × 5mmT 梁の下部 × 14mmT	なし
全体	共振周波数 (1次) 感度	480Hz $0.40 \times 10^{-4}$ mV/(G/s) <sup>2</sup> *	357Hz $0.19 \times 10^{-4}$ *

## 3. 基本的性能試験

ジャーカドットセンサの検出器としての性能を明らかにするために、以下に示す、リニアリティ特性と周波数特性（ゲイン特性及び位相特性）に関する試験を行う。

### (1) リニアリティ性能試験

#### a) 試験方法

本試験は、入力ジャーカドットに対するジャーカドットセンサの出力が線形であるかを試験するものである。図-2に周波数応答実験のための実験装置を示す。発振器により、正弦波電圧を惹起させ、これをパワーアンプにて增幅させ、過信器を駆動し、

それで加速度センサを振動させ、その出力はアンプ、ADボードを介して信号処理用のパソコンに取り込み、観測値取る、という方法を行った。具体的には共振周波数までの任意の周波数を数点設置し、その各々での入力加速度を変えながら入力ジャーカドットとジャーカドットセンサの出力を検出する。

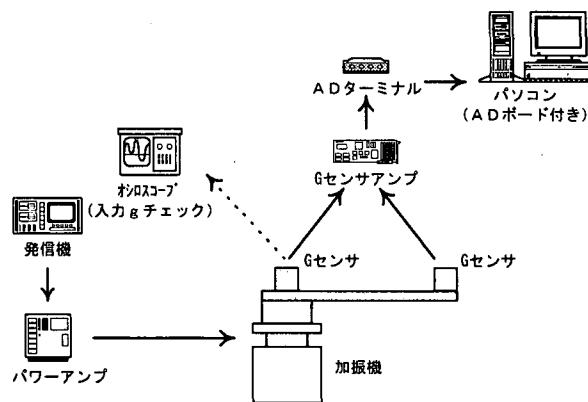


図-2 実験装置

### b) 結果

結果の1例として図-3に100HzにおけるジャーカドットセンサAの結果を示す。パソコンの性能上加速度は5V以上は波形が飽和してしまうため検出することが出来なかつたが両センサ共にリニアリティ（線形性）を示すことが分った。

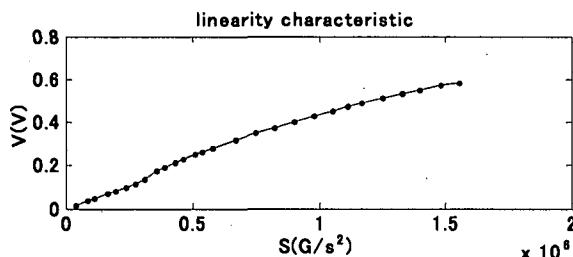


図-3 リニアリティ性能試験

## (2) 周波数応答実験

### a) 試験方法

本試験は、各センサに対して入力に対して出力が比例して取り出せる周波数帯域、共振周波数を明らかにし、且つ、位相特性を把握することを目的とする。また、後に説明する異常信号検出性能特性で不連続波を明確に表すために、減衰を測定し、理想となる減衰比0.7を作成することを目的とする。実験装置は正弦波電圧の代わりに有色雑音電圧を用いるという点以外は、前述(1)節の試験と同じものを用いた。

表-2 計測コンディション（両試験共通）

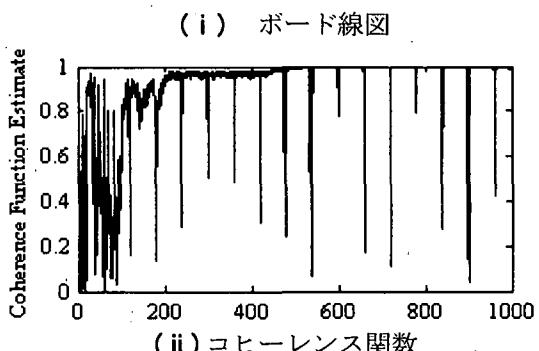
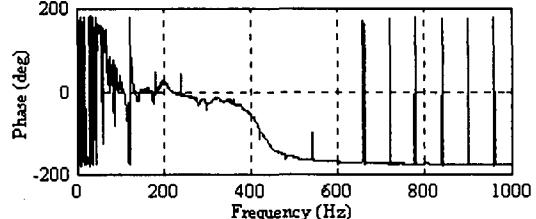
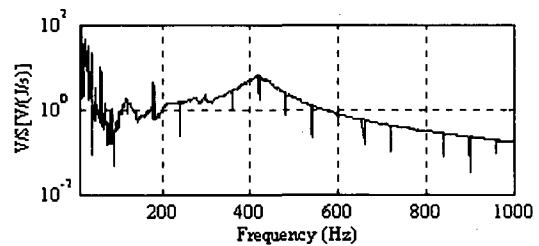
項目	
サンプリング周波数 [Hz]	2000
全データ個数 [個]	$2^{22}$
1サイクルデータ個数 [個]	$2^{14}$
平均回数 [回]	$2^8$

### b) 結果

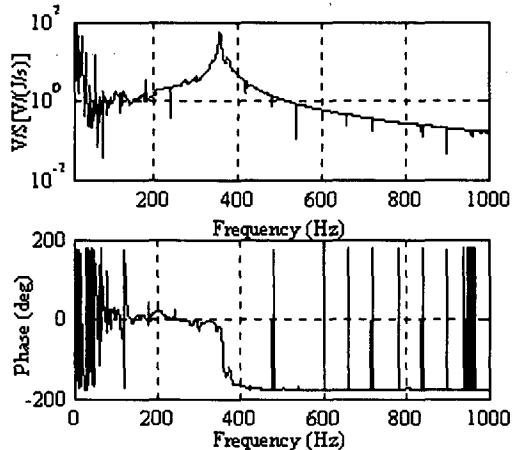
ジャーカドットセンサの振幅倍率と入力に対する位相遅れ特性、入出力間の外乱に対する影響を検出したコヒーレンス関数を図-4に示す。

振幅倍率よりAセンサでの共振点での値がBセンサのそれと比べて低くなっているので、減衰が効いていることが分かる。これより、減衰比が0.3位であることが分る。また、位相遅れ曲線については入力加速度（ベースの加速度）を基準としたジャーカドットセンサの位相遅れ特性を示している。正を進み、負を送りとして表現している。位相が共振前までが遅れがないが、共振を超えると90°遅れるのが分かる。

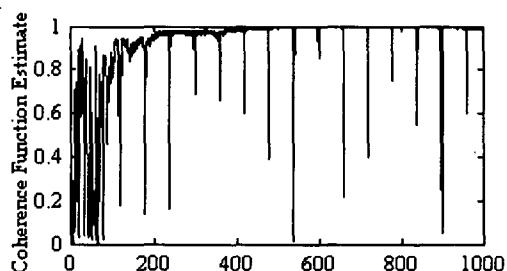
これより100Hzまではかなり波形が乱雑になっていることが分かる。これはコヒーレンス関数より1より十分小さな値となっている。そのため、外乱が入っていることが分かる。これは今回試験に用いた加振器での性能能力限界、全データ不足による平均化の不足とあとの信号処理の過程において生じた電気的なノイズのためと考えられる。



(A) ジャーカドットセンサA



(i) ボード線図



(ii) コヒーレンス関数

(B) ジャークドットセンサB

図-4 周波数特性実験結果

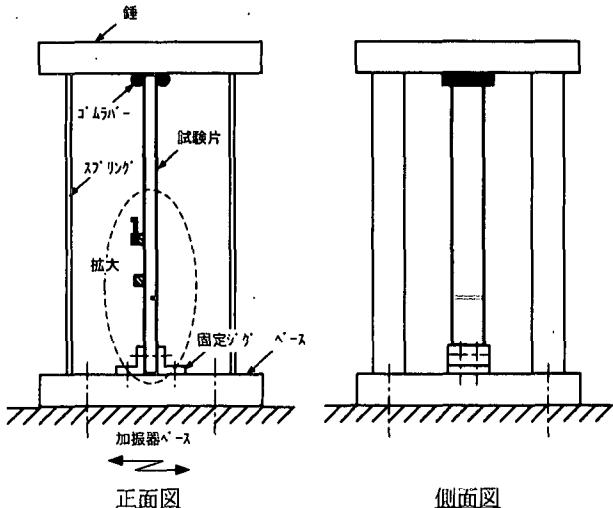


図-5 実験モデル

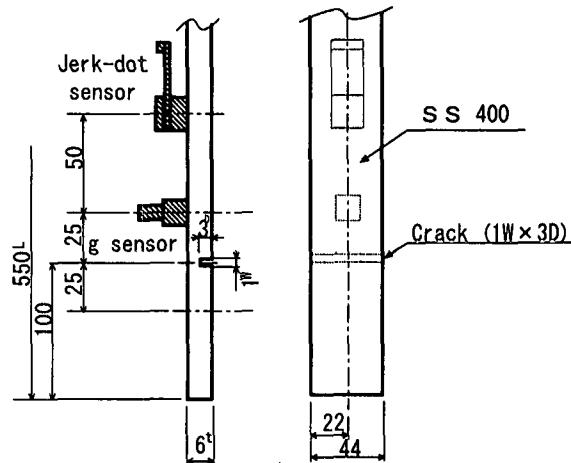


図-6 予備亀裂及びセンサの配置

#### 4. 異常信号検出性能試験

予め予備亀裂を施した鋼材試験片において、塑性変形突入時の不連続信号の検出性能をジャークドットセンサ及び加速度センサで比較する。

##### (1) 試験方法

図-5に実験モデルを示す。まず、ベースと4本のスプリング、hammerからなるフレーム内に、試験片下部は固定、上部はゴムで支持した。フレーム全体を加振台に乗せ、横方向の加速度を加え、図-5のように試験片に予め予備亀裂を入れておき、ここに振動による集中応力が起き、亀裂進展が生じる様にした。また、各センサは図-6のように設置した。次に図-7の様に系全体が1次の共振状態となるように加振し、試験片が破断するまで、計測を続けた。

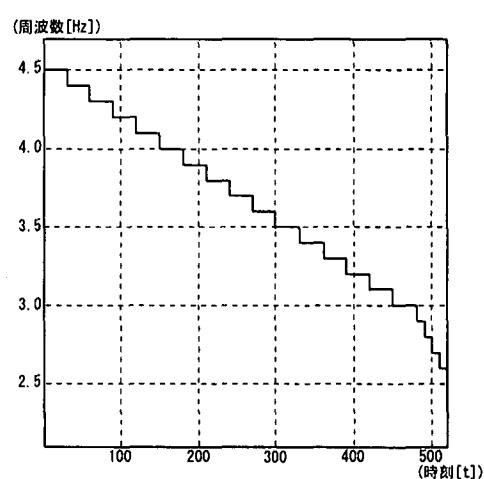


図-7 入力周波数

## (1) 結果

図-8にジャーカドットセンサAについて得られたジャーカドットセンサと加速度センサの出力波形及びFFTスペクトルの時間分布を示す。双方共に460秒付近で破壊に至った。加速度センサのFFTスペクトルの70Hz付近に山があるが、これは試験片の共振周波数である。

また、図-9にこの出力波形を窓フーリエ変換したものを見せる。窓についてはHanningを用い、色については $20 \log_{10} |x|$ (dB)で表した。さらに図-10では200秒付近での波形を拡大したものを示す。

図-9より大体90秒付近で試験片の共振点である70Hz付近の信号が出ているのが分かる。この時間通りで亀裂が進展し始めたと思われる。また、そこから30秒経った120秒付近で120Hz付近の信号が出ているのが分かる。ここで図-8の加速度センサの出力

波形より一番大きな力がかかっている事が分かるため、この時に、致命的な亀裂が激しく進展したものと考えられる。また、そこから時間が経過するにつれて試験片の共振点以下に信号が顕著に現れている。これは致命的な亀裂が入ってから、更なる亀裂が少しずつ進展していき420秒付近で亀裂の激しい進展より、試験片自体が自重を支えきれなくなり、一気に亀裂が入り、破断したと思われる。

また、図-10より加速度センサであり捕らえられていない不連続波形がジャーカドットセンサでは顕著に現れているのが分かる。さらに、減衰要素を付加したジャーカドットセンサでは、不連続波形がパルスとなっているが、さらにこのパルスを明確にするには適切な減衰を持たせる必要がある。

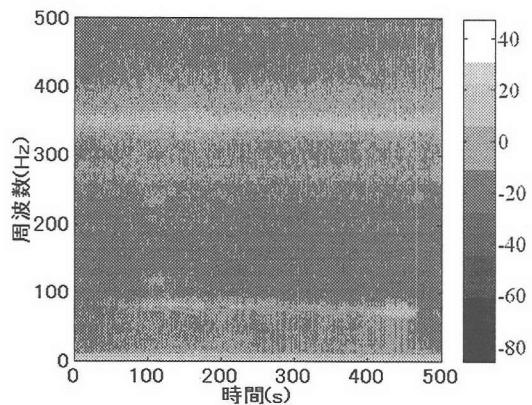
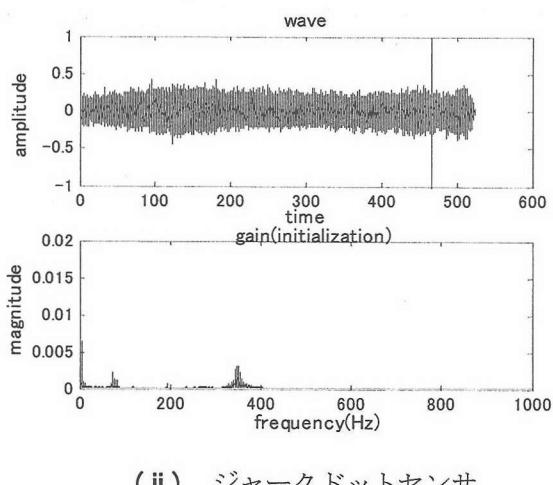
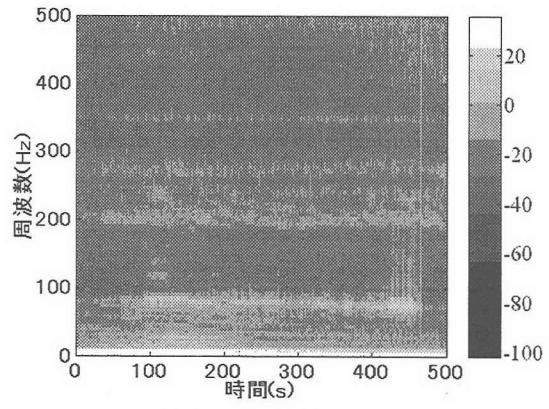
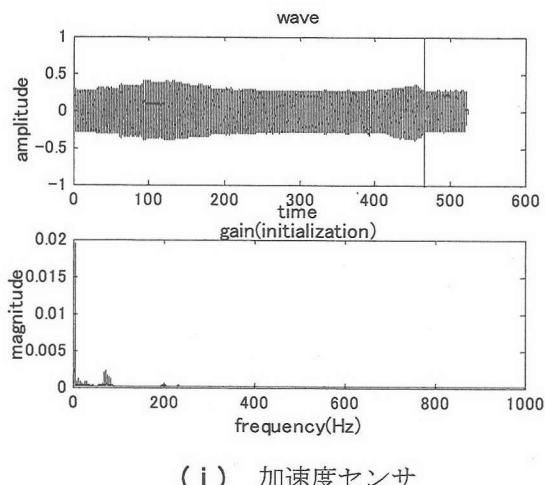


図-8 出力波形とFFTスペクトル  
(ジャーカドットセンサA)

図-9 窓フーリエ変換  
(ジャーカドットセンサA)

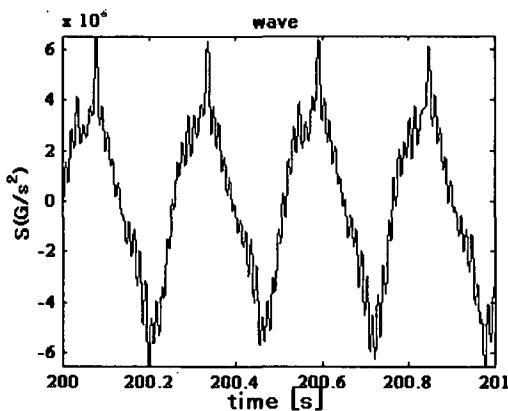
## 5. 結論

- a) ジャークドットセンサは加速度センサ、ジャーカセンサに比べS/N比に優れ、微小な信号に対して高い応答性を示すことが分かった。また、亀裂進展時に生ずる不連続波を強調して出力することが分かる。
- b) ジャークドットセンサ単体としての時間的応答性は、構造物のヘルスモニタリングにおいて使用するに当たり、十分な性能を有している。
- c) ジャークドットセンサの出力波形を窓フーリエ変換することによって、より明確に亀裂の進展状況を知ることができる。
- d) ジャークドットセンサを作成するに当たり梁上に減衰要素を付加することにより、減衰を付加しないジャークドットセンサより、不連続波形が明確に判別でき、適切な減衰になれば、より顕著に不連続波形が生じることが分かる。

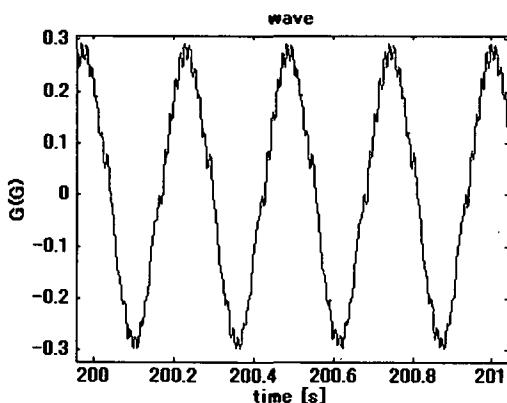
以上の成果より、本センサの実用に向けての課題と対策が明確となった。今後の本センサの改良を行いたい。

### 参考文献

- 1) 田村雅己：振動ジャイロを用いた角速度センサによる構造物のヘルスモニタリングに用いる各種計測法に関する研究、京都工芸繊維大学 学位論文, pp.29-53, 1999.
- 2) 筒井真介：ジャークセンサによる構造損傷における不連続波形の検出、京都工芸繊維大学 平成12年度卒業論文, 2001.
- 3) 日本機械学会：振動・騒音計測技術、朝倉書店, pp. 59-84, 94-98, 1993.
- 4) 中川憲治、室津義定、岩壺卓三：工業振動学、森北出版, pp.52-54, 1992.



(i) ジャークドットセンサ



(ii) 加速度センサ

図-10 不連続波形の捕捉状況  
(ジャークドットセンサA)