

# 適応フィルタを付加した2自由度制御系による 動電式多軸振動台の制御

内山 泰宏<sup>1</sup> ・ 藤田 政之<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IMV 株式会社 開発部 (〒664-0841 兵庫県伊丹市天津藤の木 51 番地)

<sup>2</sup>工博 金沢大学教授 工学部 電気電子システム工学科 (〒920-8667 石川県金沢市小立野 2-40-20)

Multi-Axis Electro-Dynamic(ED) shaking system has been controlled by using a feed-forward method which requires a pre-excitation of the system. However, the need to a new method which can avoid the pre-excitation is increasing recently. This means the system should be controlled by a modern feed-back method.

In this paper, Two-Degree-of-Freedom Control with Adaptive Filter is applied to a Multi-Axis ED shaker with a resonant specimen. A successful result of adaptability of the controller to the change of the characteristics of the plant is shown.

*Key Words : H-infinity control, Adaptive filter, Two-Degree-of-Freedom Control, Multi-Axis shaker*

## 1. はじめに

大規模破壊実験など構造物の耐震試験に用いる多軸加振台の制御系には、供試体の特性に関わらず、安定に制御を行うのはもちろんとして目標波形と振動台上の応答波形が一致することも望まれる。しかしながら、供試体が振動台を揺すり返すことで振動台の動きが変化する相互作用が生じるため、有限なサイズと質量を持つテーブル上で、想定通りの応答波形を得ることは困難を伴う。特に供試体の共振周波数において振動台の伝達特性は反共振点となり、その制御はより難しくなる。そのため、現在、多軸振動台に用いられている多くの制御系は、試加振や繰り返し加振を行って被制御系の特性を把握しなければならぬ。

しかし、近年、試加振や繰り返し加振を実施することができない試験要求が顕著になり、これらの試験では本加振一回で精度のよい制御を行う必要がある。また、地盤の応答を目標信号に反映させる試験ニーズ<sup>1)</sup>があり、制御系のリアルタイム性が要求されるが、前記した制御系は主にFFT法を用いているためにリアルタイム性を有しているとは言い難い。

本研究では試加振、繰り返し加振が行えずに、リ

アルタイム性を要求される試験環境を対象として、動電式多軸振動台について適応フィルタを付加した2自由度制御の適用を行った。具体的には、 $H_{\infty}$ 制御で設計されたフィードバック制御器で不確かさが存在するシステムのロバスト安定性を保証し、応答性改善のために目標モデルを設定して2自由度制御系を構成し、性能面で補償しきれない不確かさの影響に対して適応フィルタを導入している。

2章では使用する動電式多軸振動台の数式モデル化と制御仕様の設定を行う。3章では適用する制御系の説明をする。4章では具体的に設計例を示し実験によって検証し、適用した制御系がこの試験環境において有効な手段となり得ることを示す。

## 2. 多軸振動台のモデリングと制御仕様

### (1) 多軸振動台の概要

図-1に示されるような多軸加振台を対象とする。この多軸振動台はX軸にX1,2加振機の2台、Y軸にY1,2加振機の2台、Z軸にZ1-4加振機の4台設置し合計8台の動電式振動発生機で構成している。それぞれの加振機とテーブルは球面軸受けで連結されており、X軸方向、Y軸方向、Z軸方向の並進3

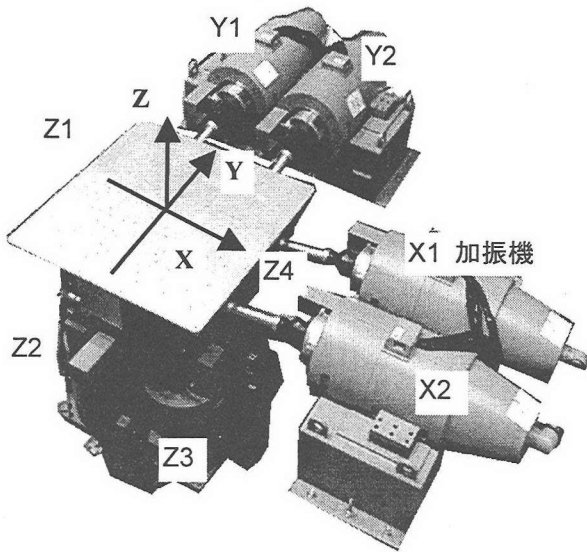


図-1 多軸振動台の概観

自由度と回転方向3自由度の合計6自由度の動作がスムーズに行うことができる。テーブルは1.5[m]×1.5[m]の大きさで、質量が約450[kg]となっている。このシステムを中心座標はテーブル表面上中心とし、図のような座標系をとっている。

動電式振動発生機は磁界中に存在するドライブコイルに電流を流すと電流に比例した力が発生することを利用している。それぞれの加振機に接続されている振幅増幅器に電圧を入力するとそれに比例した電流が発生し可動部が駆動される。また、移動するテーブルの変位を直接測定するのは困難となるために、加振機の可動部の変位をレーザ式変位計で測定している。そのため、任意のテーブルの目標から可動部の目標へ変換してから制御を行っている。

## (2) モデリング

図-2 で示されるような多軸振動台のモデルを考える。ここで用いているパラメータを表-1 に示す。簡易化するために以下のような仮定を考えている。

- ・ 連結部は等価バネ定数，等価減衰係数の1自由度系で近似できる。
  - ・ 加振機可動部，テーブルは剛体とみなせる。
  - ・ ドライブコイルの等価回路は線形とみなせる。
- 動電式振動発生機の運動方程式は次式のようなになる。各可動部の符号はテーブル側に延びる方向を正としている。

$$\ddot{D}_i = \frac{1}{mc_i} (B_i l_i I_i - (K_{li} + K_{ri}) D_i - (C_{li} + C_{ri}) \dot{D}_i - K_{ri} T_{di} - C_{ri} \dot{T}_{di})$$

$$\dot{I}_i = \frac{1}{L_i} (G_{ai} E_i - B_i l_i \dot{D}_i - R_i I_i)$$

テーブルの運動方程式は次式のようなになる。テーブルを剛体と見なし重心まわりの運動方程式を検討している。

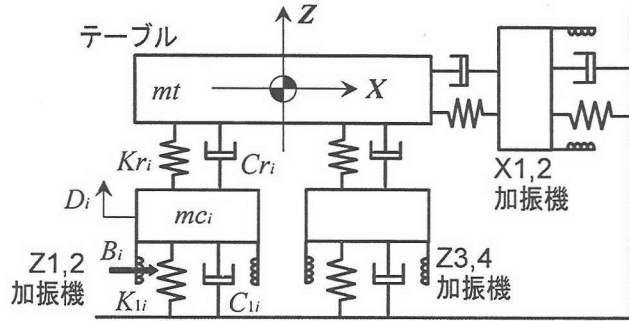


図-2 多軸振動台のモデル

表-1 使用するモデルのパラメータ

$mc_i$	可動部の質量
$D_i$	可動部の変位
$B_i$	磁束密度
$l_i$	ドライブコイルの長さ
$R_i$	ドライブコイルの抵抗
$L_i$	ドライブコイルのインダクタンス
$K_{li}$	可動部支持機構のバネ定数
$C_{li}$	可動部支持機構の減衰係数
$G_{ai}$	振幅増幅器のゲイン
$E_i$	振幅増幅器への入力電圧
$I_i$	ドライブコイルの電流
$X_T, Y_T, Z_T$	テーブルの変位
$\theta_{XT}, \theta_{YT}, \theta_{ZT}$	テーブルの回転角
$I_{XT}, I_{YT}, I_{ZT}$	テーブルの回転モーメント
$mt$	テーブルの質量
$K_{ri}$	連結部のバネ定数
$C_{ri}$	連結部の減衰係数
$T_{di}$	加振機とテーブルの接続部の変位

ここで、添え字の  $i$  は加振機の識別番号で、X1 が 1、X2 が 2、Y1 が 3、... Z4 が 8 とする。

$$\ddot{X}_T = -\frac{1}{mt} \sum_{i=1}^2 (K_{ri} (D_i + T_{di}) + C_{ri} (\dot{D}_i + \dot{T}_{di}))$$

$$\ddot{Y}_T = -\frac{1}{mt} \sum_{i=3}^4 (K_{ri} (D_i + T_{di}) + C_{ri} (\dot{D}_i + \dot{T}_{di}))$$

$$\ddot{Z}_T = \frac{1}{mt} \sum_{i=5}^8 (K_{ri} (D_i - T_{di}) + C_{ri} (\dot{D}_i - \dot{T}_{di}))$$

$$\ddot{\theta}_{XT} = \frac{1}{I_{XT}} \left( -\sum_{i=3}^4 (h_{zi} K_{ri} (D_i + T_{di}) + h_{zi} C_{ri} (\dot{D}_i + \dot{T}_{di})) + \sum_{i=5}^8 \text{sgn}(i) (h_{yi} K_{ri} (D_i - T_{di}) + h_{yi} C_{ri} (\dot{D}_i - \dot{T}_{di})) \right)$$

$$\text{sgn}(i) = \begin{cases} 1 & (i = 5, 8) \\ -1 & (i = 6, 7) \end{cases}$$

$$\ddot{\theta}_{YT} = \frac{1}{I_{YT}} \left( \sum_{i=1}^2 (h_{zi} K_{ri} (D_i + T_{di}) + h_{zi} C_{ri} (\dot{D}_i + \dot{T}_{di})) + \sum_{i=5}^8 \text{sgn}(i) (h_{xi} K_{ri} (D_i - T_{di}) + h_{xi} C_{ri} (\dot{D}_i - \dot{T}_{di})) \right)$$

$$\text{sgn}(i) = \begin{cases} 1 & (i = 5, 6) \\ -1 & (i = 7, 8) \end{cases}$$

$$\ddot{\theta}_{ZT} = \frac{1}{I_{ZT}} \left( \sum_{i=1}^2 \text{sgn}(i) (h_{zi} K_{ri} (D_i + T_{di}) + h_{zi} C_{ri} (\dot{D}_i + \dot{T}_{di})) \right) + \sum_{i=3}^4 \text{sgn}(i) (h_{zi} K_{ri} (D_i + T_{di}) + h_{zi} C_{ri} (\dot{D}_i + \dot{T}_{di}))$$

$$\text{sgn}(i) = \begin{cases} 1 & (i = 1, 3) \\ -1 & (i = 2, 4) \end{cases}$$

テーブルと加振機の各接続位置をテーブルの移動量で表すと幾何学的な関係から次のように求まる。

$$\begin{aligned} T_{d1} &= X_T - h_{z1}\theta_{YT} - h_{y1}\theta_{ZT} \\ T_{d2} &= X_T - h_{z2}\theta_{YT} + h_{y2}\theta_{ZT} \\ T_{d3} &= Y_T - h_{z3}\theta_{XT} - h_{x3}\theta_{ZT} \\ T_{d4} &= Y_T + h_{z4}\theta_{XT} + h_{x4}\theta_{ZT} \\ T_{d5} &= Z_T + h_{y5}\theta_{XT} + h_{x5}\theta_{YT} \\ T_{d6} &= Z_T - h_{y6}\theta_{XT} + h_{x6}\theta_{YT} \\ T_{d7} &= Z_T - h_{y7}\theta_{XT} - h_{x7}\theta_{YT} \\ T_{d8} &= Z_T + h_{y8}\theta_{XT} - h_{x8}\theta_{YT} \end{aligned}$$

以上のように求めた運動方程式より、動電式多軸振動台の数学モデルを表すと次式のような状態方程式、出力方程式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_m &= A_m x_m + B_m u_m \\ y_m &= C_m x_m \\ x_m &= [X_T, \dot{X}_T, Y_T, \dot{Y}_T, Z_T, \dot{Z}_T, \theta_{XT}, \dot{\theta}_{XT}, \theta_{YT}, \dot{\theta}_{YT}, \\ &\quad \theta_{ZT}, \dot{\theta}_{ZT}, D_1, \dot{D}_1, I_1, D_2, \dot{D}_2, I_2, \dots, D_8, \dot{D}_8, I_8]^T \\ u_m &= [E_1, E_2, E_3, \dots, E_8]^T \\ y_m &= [D_1, D_2, D_3, \dots, D_8]^T \end{aligned}$$

この数学モデルは振幅増幅器への入力電圧  $E_i$  をモデルへの入力とし可動部の変位  $D_i$  をモデルの出力としている。作成した数学モデルのパラメータは、測定した伝達特性とシミュレーション結果を比較して設計時の各パラメータを調整することによって推定を行う。この求めたモデルをノミナルモデルとする。

### (3) 制御仕様

この多軸振動台に対する制御仕様を次のように設定する。

- S1: 被制御系を安定にする。
- S2: 供試体の最低共振周波数は約 2[Hz]とする。
- S3: 横方向のみの振動を再現する。
- S4: 地震波形の再現を目標とする。

共振性の供試体を搭載すると、その影響は被制御系の伝達特性に供試体共振周波数での反共振点として表れる。これはノミナルモデルに対しゲイン通過周波数における位相遅れが強くなることを示している。S1, S2の目標はS2で記載したような供試体を搭載した場合にも多軸振動台が不安定になること

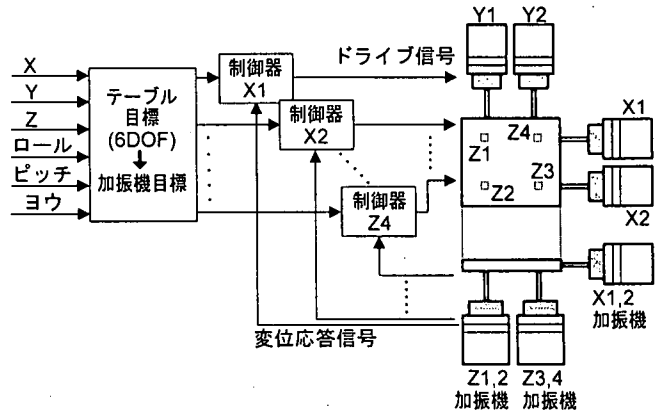
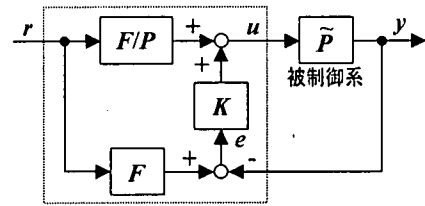


図-3 制御系の構成



2自由度制御器

図-4 2自由度制御系

なく制御できることを表している。

S3のように横方向だけに目標を与えて加振する場合、目標には無い回転運動が発生することがある。これは供試体の共振周波数で加振したときに顕著となる。当然、この回転方向の運動は抑える必要がある。

S4のように地震波を精度良く再現するには、地震波の支配的な周波数成分である 3[Hz]までの応答を改善する必要がある。

これらの制御仕様を実現するために次章に示す制御手法を用いる。

## 3. 制御系の概要

### (1) 制御系の構成

制御系の構成を図-3に示す。設計の簡易化、次数の低減化などの理由で、被制御系の伝達マトリックスの対角成分のみを考慮に入れて加振機1台用の制御器を8台並べて構成している。そのため以降の記述はSISOモデルを対象にしている。

2. (1)でも述べたように加振機の可動部変位を測定しているためにテーブルの目標から加振機毎の目標に変換する部分がある。

それぞれの制御器は図-4のような2自由度制御系を適用している。ここで、 $\tilde{P}$ は被制御系、 $P$ はノミナルモデル、 $F$ は目標モデル、 $K$ はフィードバック制御器、 $r$ は目標信号、 $u$ は制御量、 $y$ は応答、 $e$ は誤差信号をそれぞれ表している。2自由度制御系はシステムの安定性を保証するフィードバック項 $K$ と応答特性を改善するフィードフォワード項 $F$ 、 $P^{-1}F$ が独立に設計することができる特長を有する。

それに加えて供試体などの影響によるモデル化し

にくい干渉をオンラインで補償するために適応フィルタを付加する。以下の節ではそれぞれの概要を説明する。

### (2) フィードバック制御器<sup>2)</sup>

フィードバック項  $K$  は主にシステムが安定となるように考えて設計を行う。一般的にノミナルモデルには無視した特性等の不確かさが存在する。特に、供試体を搭載しない時をノミナルモデルと設定しているために供試体の影響は全て不確かさとして考慮する必要がある。そこで、このような不確かさを陽に制御条件に表せる  $H_\infty$  制御の混合感度問題を用いて設計する。適当で安定な周波数重み関数  $W_s(s)$ ,  $W_t(s)$  を用いて以下のような不等式条件を満たし、

$$\left\| \frac{W_t(s)P(s)K(s)(1+P(s)K(s))^{-1}}{W_s(s)(1+P(s)K(s))^{-1}} \right\|_\infty < 1 \quad (1)$$

閉ループ系を安定化する伝達関数としてコントローラ  $K(s)$  は実現される。

$W_t(s)$  は乗法的な不確かさの大きさを表す周波数重み関数である。この周波数重み関数は

$$\left| \frac{\tilde{P}(s) - P(s)}{P(s)} \right| \leq |W_t(s)| \quad (2)$$

を満たすように選択する。これより、この不確かさに対するロバスト安定性が満たされる。

$W_s(s)$  は制御性能の伝達関数を整形するための周波数重み関数である。この伝達特性を整形することによって目標値追従特性をよくすることができる。但し、ロバスト安定性と目標値追従特性はトレードオフの関係にあるため、ロバスト安定性が満たされる範囲内でしか目標値追従特性を高めることはできない。そこで、次節に示すフィードフォワード制御器により制御性能を良くする。

### (3) フィードフォワード制御器<sup>3)</sup>

目標値に対する応答特性を改善するためにフィードフォワード項  $F$ ,  $P^{-1}F$  を加えて 2 自由度制御系を構成する。図-4 のブロック線図よりフィードバック制御器が設計通りに働いている場合、目標信号  $r$  から誤差信号  $e$  までの伝達特性は、目標モデル  $F$  に等しくなる。よって適当な特性を目標モデル  $F$  に設定することによって希望する応答が得られる。

但し、フィードバック制御器で不確かさとして見なした範囲で、被制御系  $\tilde{P}$  の特性とノミナルモデル  $P$  の特性が異なる場合、その影響が応答に表れてしまう。そこで、次節に示す適応フィルタを用いて、オンラインで特性を逐次変化させることによって応答に追従する手法を取り入れる。

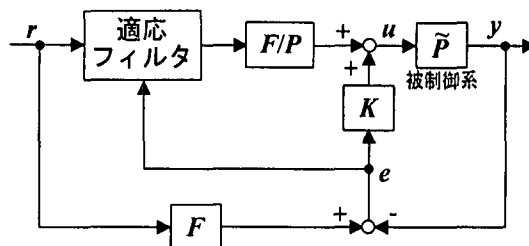


図-5 適応フィルタを付加した 2 自由度制御系

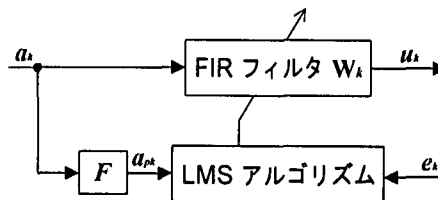


図-6 適応フィルタの詳細

### (4) 適応フィルタ<sup>4)</sup>

前節で求めたフィードフォワード項はプラントのノミナルモデルで設計をしている。しかし、供試体による干渉等の影響でプラントの特性はノミナルモデルの特性とは異なる。

そこで、適応フィルタを付加することによって被制御系の特性が異なっても、オンラインで特性の更新を行い目標に追従できるようにする。適応フィルタを付加したときの制御系のブロック図を図-5 に示す。既存の 2 自由度制御項  $P^{-1}F$  と直列に挿入しており、ノミナルモデルと被制御系の差を補償する構成となっている。アダプティブフィルタ部の詳細を図-6 に示す。ここで、 $F$  は 2 自由度制御系の目標モデル、 $u_k$  はフィルタ出力信号、 $e_k$  は誤差信号、 $a_{pk}$  はフィルタ入力信号、添え字の  $k$  は標本の時刻をそれぞれ表す。フィルタには FIR フィルタを用いている。適応フィルタのアルゴリズムには一般的によく用いられている Filtered-X LMS 法を適用する。フィルタには FIR フィルタを用いており、フィルタ係数更新式を次式に示す。

$$W_{k+1} = W_k + 2\mu e_k R_k \quad (3)$$

ここで、 $W_k$  はフィルタ係数、 $R_k$  は被制御系の特性を通した信号、 $\mu$  はステップパラメータをそれぞれ表す。

これにより設計時のノミナルモデルと被制御系の相違を補償するだけでなく、加振中の被制御系特性の変化にも対応できることが期待できる。

## 4. 制御系設計と実験結果

### (1) 実験設定

今回は図-7 のように 95[kg] の錘を長さ 1.3[m] の棒 4 本で支える構造の供試体を載せる。1 次の共振周波数は約 2[Hz] となっており、これは S2 で示した最低共振周波数に合っている。また、その影響は共振周波数で加振機の伝達特性にノッチ特性として現れ、

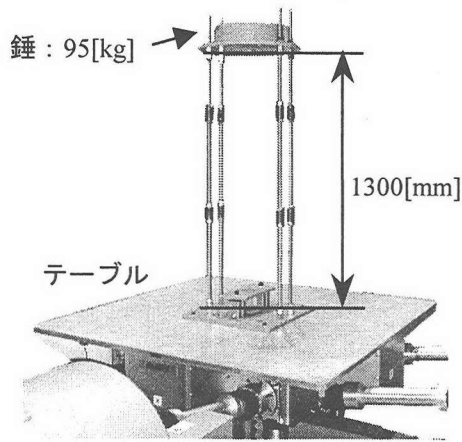


図-7 実験で用いる供試体

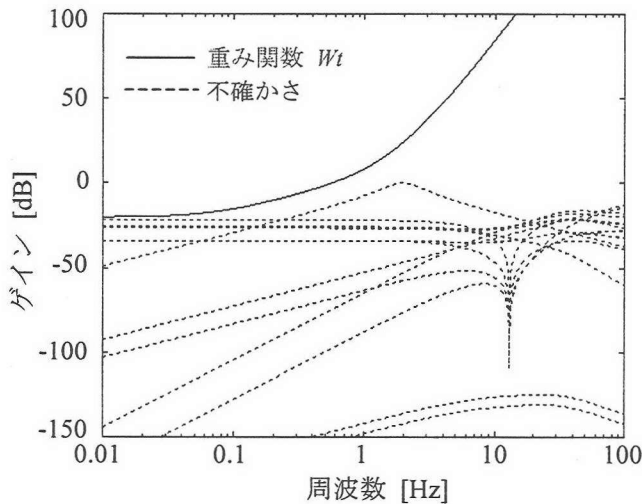


図-8 周波数重み関数と不確かさ

この影響をノミナルモデルには現れない不確かさと見なして制御系を設計することになる。

求めた制御器は dSPACE 社製のプロセッサボード DS1103 に実装して実験を行う。その際、双一次変換によりサンプリング周波数 1K[Hz]で離散化を行う。

## (2) 2 自由度制御器の設計と実験

フィードバック制御器の設計を行う。周波数重み関数  $W_t$  を設定するために不確かさを検討する。S2 のような供試体による影響や加振機のモデルパラメータの誤差を不確かさとして考慮に入れる。これら不確かさを式(2)で求め、その周波数応答を図-8 の点線で示す。重み関数  $W_t$  はこれら不確かさが同時に起こらないとして、図-8 の実線のように全ての不確かさを覆うよう次式のように設定する。この時、 $H_\infty$  制御の標準問題を適応するために次数は 5 次としている。

$$W_t(s) = 0.1 \cdot \left( (2\pi)^{-1}s + 1 \right) \cdot \left( (20 \cdot 2\pi)^{-1}s + 1 \right) \cdot \left( (20 \cdot 2\pi)^{-1}s + 1 \right) \cdot \left( (30 \cdot 2\pi)^{-1}s + 1 \right) \cdot \left( (30 \cdot 2\pi)^{-1}s + 1 \right)$$

周波数重み関数  $W_s$  は地震波など低周波数帯が支配的となる波形に精度良く追従できるように、不確

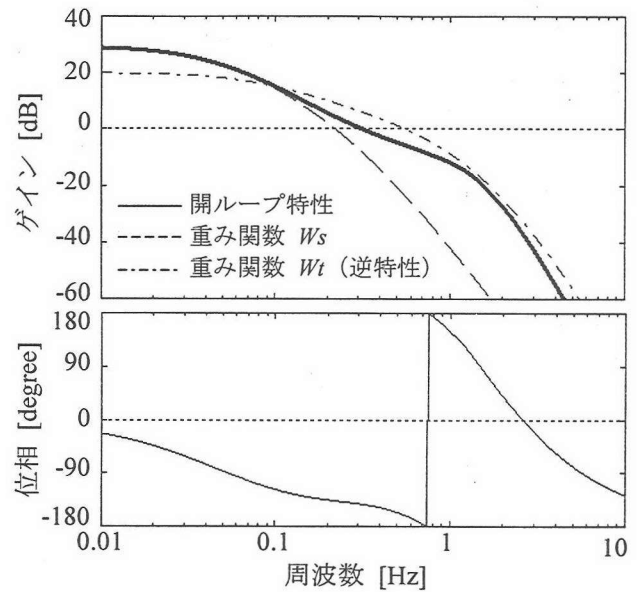


図-9 開ループ特性と重み関数

かさが満たされる範囲で低周波数域のゲインが大きくなるようにする。そこで、 $W_s$  を次式のように設定する。

$$W_s(s) = \gamma \cdot \frac{10 \cdot 0.5 \cdot 2\pi}{s + 0.5 \cdot 2\pi} \cdot \frac{2\pi}{s + 2\pi} \cdot \frac{5 \cdot 2\pi}{s + 5 \cdot 2\pi} \cdot \frac{5 \cdot 2\pi}{s + 5 \cdot 2\pi}$$

ここで、 $\gamma$  は調節パラメータで制御器を求めるときに調節する。

以上のように設定した重み関数を用いて制御系 CAD の MATLAB を用いて式(1)を満たす  $H_\infty$  制御器を求める。その時、不確かさを満たす範囲で、重み関数  $W_s$  の  $\gamma$  が大きくなるように調節し  $\gamma = 3$  となった。また、それぞれの加振機において同じ重み関数を用いて制御器を求めている。求めた制御器とノミナルモデルを用いて開ループ特性を求めたところ図-9 に示すような結果となった。実線が開ループ特性を、破線が  $|W_s|$  を、一点鎖線が  $|W_t|^{-1}$  をそれぞれ示しており図のように開ループ特性が重み関数を満たすように設計されている。

次に、フィードフォワード制御器の設計を行う。S4 の制御仕様より理想的な目標モデルは、約 3[Hz] までゲインが 0[dB] で位相が 0[deg.] となる伝達特性が望ましい。そこで、カットオフ周波数が 20[Hz] のバターワース型ローパスフィルタを目標モデルとして用いる。 $P^{-1}F$  の項がプロパーとなるために次数は 5 次としている。

このようにして求めた 2 自由度制御器を実装し、制御実験を行った。S3 の制御仕様のように X 軸方向のみに加振目標を入力したときの応答結果を評価する。目標波形は供試体の共振周波数である 2[Hz] に支配的な周波数成分がくるように実測波を調節して用いる。これは、供試体による干渉の影響が大きくなるため制御器にとってより厳しい試験条件としている。

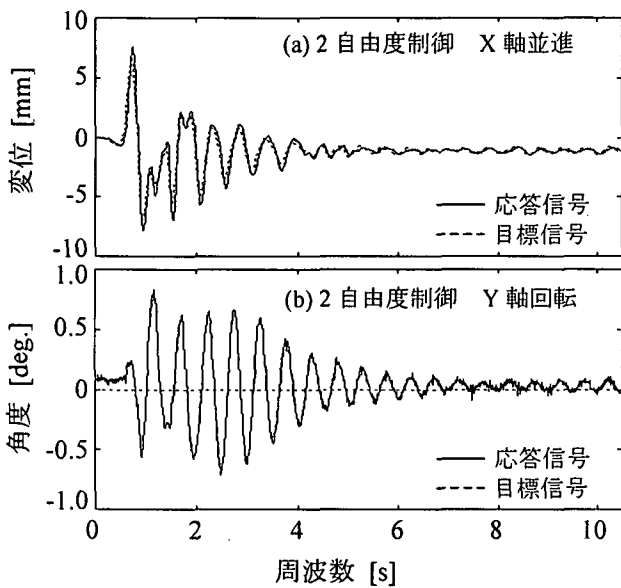


図-10 制御結果 (2自由度制御)

対象とする応答はX軸並進方向の変位と供試体の影響によって生じるY軸回転方向の角度とし、制御器の安定性と性能を評価する。Y軸回転方向の角度を直接測定することは困難なので、Z軸方向の変位は全てこの回転により生じていると仮定してZ軸加振機の可動部変位より演算している。

2自由度制御を行ったときの制御結果を図-10に示す。図-10より目標信号が入力される並進方向の応答は目標に追従できているのがわかる。しかし、Y軸回転方向は、値が0の目標を入力しているのにも関わらず、回転方向の応答が生じているのがわかる。これは、供試体の共振周波数における運動に連成してテーブルが回転方向に動かされているために生じている。制御系ではこの周波数帯域を不確かさとしてみているために、このような運動が生じても不安定とならずにロバスト安定性が保たれているのがわかる。しかし、抑制することができないのでこの結果のように外乱として表れる。

### (3) 適応フィルタの設計と実験

先に説明したように適応フィルタを付加した2自由度制御系を構成して前節で問題となった外乱の抑制を検討する。

適応フィルタはX軸並進方向とY軸回転方向のそれぞれに付加する。基本的には図-5のような構成を用いるが、Y軸回転方向の場合は外乱を抑制する目的のために、誤差信号から目標信号を演算するように変更している。式(3)で表されるアルゴリズムを実施するためにはフィルタ長とステップパラメータ $\mu$ の値を決める必要がある。ここでは、実験を繰り返しながら安定性と性能を満たす範囲で、フィルタ長は小さくなるように $\mu$ は大きくなるように選択した。

このような制御系に対して前節と同じ実験を行った。その時の結果を図-11に示す。これらの結果より2自由度制御に適応フィルタを付加した方が良好

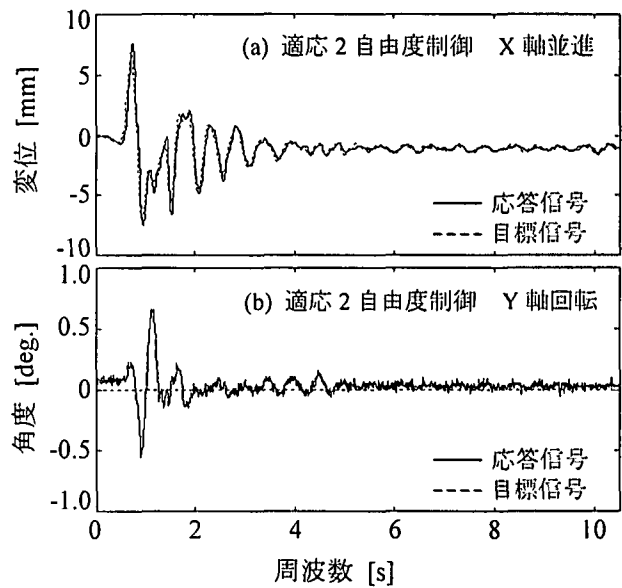


図-11 制御結果 (適応2自由度制御)

な制御結果が得られているのがわかり、特にY軸の回転方向で外乱を1[s]以後の期間において抑制できている。これは適応フィルタを付加しオンラインで特性の更新を行うことによって、ノミナルモデルからは想定できない供試体の影響を少なくしているためだと思われる。

## 5. おわりに

本報告では、多軸振動台に試加振や繰り返し加振が行えない状況を想定した制御器の構築を行った。

まず、システムが安定に制御できるように供試体の影響などの不確かさを設定した。その情報に基づいた周波数重み関数を決定し、 $H_{\infty}$ 制御の混合感度問題を用いて制御器を設計した。そして、実験によりロバスト安定性の確認を行った。

また、搭載した供試体の影響で制御性能に問題が生じた場合に、適応フィルタを付加した2自由度制御の検討を行った。実際に多軸振動台を使用して実験を行ったところ、適応フィルタを付加する事によって良好な制御結果が得られることがわかった。

これらより、想定した状況下においては、 $H_{\infty}$ 制御と適応フィルタを用いた2自由度制御が有効であることを示せたと考える。

## 参考文献

- 1) 小長井, 野上, 勝川, 鈴木, 三神: 構造物とその基礎の相互作用を反映させる振動台の制御, 土木学会論文集, No.598/1-44, 203-210, 1998
- 2) システム制御情報学会: 制御系設計, 朝倉書店, 1994
- 3) 杉江, 藤田: フィードバック制御入門, コロナ社, 1999
- 4) Widrow, B. and Stearns, S.D.: *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, 1985