

局部座屈を考慮した箱形断面鋼製橋脚 の水平耐力とせん断応力の再配分

横田 敏広*, 田中 宏明*, 小玉 乃理子**, 依田 照彦***

*学生会員 早稲田大学大学院理工学研究科 (〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1)

**工修 早稲田大学助手 理工学部土木工学科 (〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1)

***工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科 (〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1)

本研究では梁要素解析とFEM解析によって箱形断面鋼製橋脚のPushoverを行い梁要素モデルの妥当性を検討した。梁要素解析では塑性劣化ヒンジの概念を導入し $\sigma - \epsilon$ 関係を局部座屈前には硬化型、局部座屈後では軟化型とすることで局部座屈による耐力低下を表現した。梁要素解析による水平耐力 H -水平変位 δ 関係および軸応力 σ -ひずみ ϵ 関係をFEM解析結果と比較検討した結果、梁要素モデルはFEM解析結果を比較的良好に近似するものの、特にウェブにおいて応力経路の差が生じた。また、FEM解析によるせん断応力-軸方向応力関係からウェブの座屈後有効断面減少によるせん断応力の再配分が生じることを確認した。

Key Words: Plastic deteriorating hinge, Local buckling, Pushover analysis, Shear stress

1. はじめに

鋼製橋脚の水平耐力や終局変位などの変形性能の評価をするにあたって、煩雑なFEM解析に替わる解法が検討されている。その中でファイバーモデルに代表される $\sigma - \epsilon$ モデルが最も汎用性が高く^{1,2)}、鋼製橋脚の局部座屈が発生するまでのPushover解析に多く利用されている。しかしながら、硬化型の応力-ひずみ関係を持つ梁要素を用いて弾塑性有限変位解析を行う通常の $\sigma - \epsilon$ モデルでは、局部座屈の発生を伴う最大荷重としての水平耐力を事前に予測することは不可能である。そこで、本研究では、箱形断面鋼製橋脚のPushover解析における水平耐力およびその時の水平変位を予測できるように $\sigma - \epsilon$ モデルを改良し、そのモデルにおける妥当性について検討した。

本研究では、局部座屈による影響を受ける範囲として塑性劣化ヒンジの概念を導入し、 $\sigma - \epsilon$ 関係を局部座屈前では硬化型、局部座屈後では軟化型とすることにより、塑性劣化ヒンジにおける補剛版の局部座屈に起因する耐力の低下を表現することにした。フランジの局部座屈時の応力は、多リブモデル^{3,4)}によるフランジ補剛板の座屈応力で評価し、ウェブの局部座屈時の応力は、ウェブの圧縮側パネルを四辺単純支持板とみなし、この板が圧縮およびせん断の組み合わせ応力を受ける場合の座屈応力で評価した。さらに、座屈後の軟化域における $\sigma - \epsilon$ 関係は、多リブモデルまたは四辺単純支持板の座屈パラメータの関数とした。また、梁要素にはせん断変形の影響が考慮できるTimoshenko梁を使用した。

梁要素による解析による水平耐力 H -水平変位 δ 関係お

よび軸応力 σ -ひずみ ϵ 関係をFEM解析結果と比較し塑性劣化ヒンジ部におけるせん断応力について検討した。

2. 塑性劣化ヒンジのモデル化

2.1 塑性劣化ヒンジの定義⁵⁾

十分な縦補剛材と、適切なダイヤフラムおよび横補剛材をもつ箱形断面鋼柱部材に発生する局部座屈は、フランジでは、圧縮を受けるダイヤフラム位置もしくは横補剛材位置で単純支持された補剛板の弾塑性座屈として、またウェブでは、圧縮およびせん断の組み合わせ応力下における四辺を単純支持されたパネルの弾塑性座屈としてとらえることができる。ここでは、図-1のようにダイヤフラム間もしくは横補剛材間（今後単にダイヤフラム間とする）で局部座屈が発生した状態を、塑性劣化ヒンジと呼ぶ。

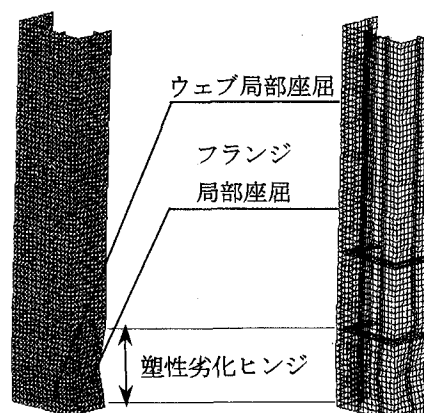


図-1 塑性劣化ヒンジの定義

2.2 フランジの座屈応力評価

本研究では、圧縮補剛板の多リブモデル⁶⁾と同様に、無限の幅をもつ補剛板の座屈を、リブとその周辺のパネルからなるT字断面の柱の座屈として近似することにより極限強度評価を行った。T字柱の境界条件は、固定端とダイヤフラム間では完全固定ーピン、その他のダイヤフラム間では両端ピンとして近似した。また、元の柱部材が地震時応答時等に曲げを受ける際には、T字柱に分布軸力が発生すると考えるのが妥当であるが、分布軸力による座屈応力と一様な軸力による座屈応力にはほとんど差が無いことからT字柱の極限応力は一様圧縮時の座屈応力 σ_{cr} として算出した。

$$\sigma_{cr} = \begin{cases} \frac{2.04\pi^2 E_t I_T}{A_T a^2} & (\text{固定端とダイヤフラム間}) \\ \frac{\pi^2 E_t I_T}{A_T a^2} & (\text{上記以外のダイヤフラム間}) \end{cases} \quad (2.1)$$

ここで、 I_T はT字柱の断面2次モーメント、 A_T はT字柱の断面積、 a はダイヤフラム間隔、 E_t は座屈時の接線剛性である。式(2.1)は、弾塑性座屈時の座屈応力をも算出できるようにEuler座屈の式を修正したものである⁷⁾。一般には、接線剛性は応力の関数であるため、座屈応力は反復計算または図表により求められる。今回の解析では、鋼材のMises相当応力 σ_e —相当塑性ひずみ ϵ_p 関係を次式により近似した。

$$\sigma_e = C_1 \epsilon_p^{1/4} + C_2 \epsilon_p + \sigma_y \quad (2.2)$$

このとき、塑性係数 H_p および接線剛性 E_t ⁸⁾は以下のように表される。

$$H_p = \frac{d\sigma_e}{d\epsilon_p} = \frac{C_1}{4} \epsilon_p^{-3/4} + C_2 \quad (2.3)$$

$$E_t = \frac{EH_p}{E + H_p} \quad (2.4)$$

ここで、 σ_y は一軸降伏応力、 C_1 および C_2 はそれぞれ材料に依存する定数、 E は初期弾性率である。今回使用した材料定数を図-2および表-1に示す。

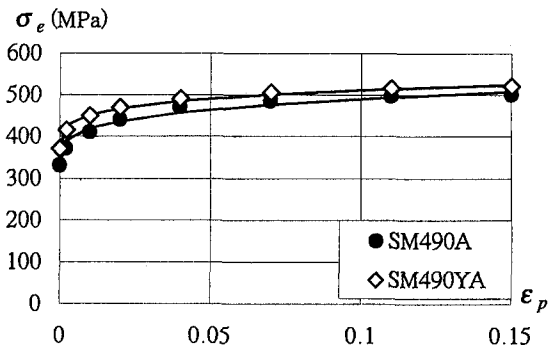


図-2 各種鋼材のMises相当応力 σ_e —相当塑性ひずみ ϵ_p 関係

表-1 材料定数

鋼種	C_1 (MPa)	C_2 (MPa)	σ_y (MPa)
SM490A	283.0	13.0	330
SM490YA	262.5	-60.2	360

2.3 ウェブの座屈応力評価

次に、ウェブの座屈応力について検討する。圧縮および曲げを受ける部材のウェブは、分布圧縮応力およびせん断応力を受ける。そこで、ウェブの座屈をウェブのパネルを四辺単純支持板とみなしたときの、圧縮およびせん断の組み合わせ応力下での弾塑性座屈として近似する。ここでは、ウェブがパネルごとに一様圧縮および一様せん断を受けるものとし、式(2.5)の座屈条件により各パネルの座屈判定を行った⁹⁾。また、式(2.5)の関係式を図-3に図示する。

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^*} + \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^*} \right)^2 = 1 \quad (2.5)$$

ここで、 σ_{cr} および τ_{cr} はそれぞれ組み合わせ応力下の座屈時圧縮およびせん断応力である。また σ_{cr}^* は単純支持板に一方方向圧縮応力のみが作用するときの弾塑性座屈応力、 τ_{cr}^* は単純支持板にせん断応力のみが作用する場合の弾塑性座屈応力であり、次式により求められる⁹⁾。

$$\tau_{cr}^* = k_s \cdot \sigma_e \quad (2.6)$$

$$\sigma_{cr}^* = k_c \cdot \sigma_e \quad (2.7)$$

ここで、

$$\sigma_e : \sigma_e = \frac{\pi^2 E_t}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t_w}{b} \right)^2$$

$$k_c : k_c = \left(\frac{\beta}{m} + \frac{m}{\beta} \right)^2$$

$$k_s : k_s = 5.34 + \frac{4.00}{\beta^2}$$

E_t : 接線剛性

μ : Poisson比

t_w : ウェブパネルの板厚

b : ウェブパネルの幅

m : 圧縮方向の波数、 $m=1$

β : $\beta = a/b$ ($\beta > 1$)

a : ダイヤフラム間隔

である。

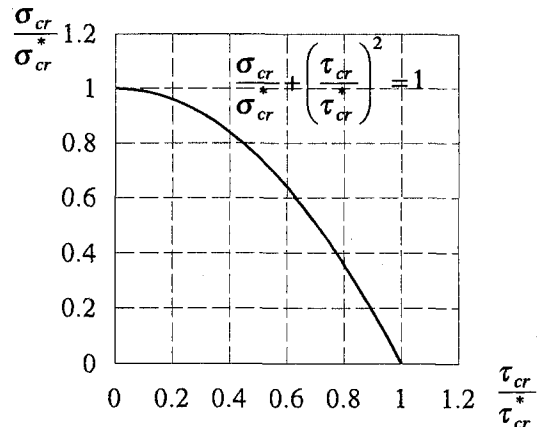


図-3 圧縮とせん断の組み合わせ応力下における単純支持板の座屈条件式

2.4 局部座屈後の応力-ひずみ関係

FEM解析では、通常の硬化型応力-ひずみ関係を使用することにより塑性劣化ヒンジ部の断面力低下を再現できるが、梁要素解析では局部座屈前は硬化型、局部座屈後は軟化型の応力-ひずみ関係を定義する必要がある。

フランジおよびウェブの局部座屈後の挙動は、フランジを構成するT字柱(2.2節参照)や、ウェブのパネル板の座屈特性に左右されるものと考えられる。ここでは、フランジではT字柱の座屈パラメータを、ウェブではパネル板の幅厚比パラメータを含む指数型関数によって軟化型Mises 相当応力-相当塑性ひずみ関係を表現することにし

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{フランジ: } \sigma_f = \sigma_{crf} \left[e^{-\lambda_T \frac{\epsilon_p - \epsilon_{pcr}}{\epsilon_y}} \right]^{1/12} \\ \text{ウェブ: } \sigma_w = \sigma_{crw} \left[e^{-R_R \frac{\epsilon_p - \epsilon_{pcr}}{\epsilon_y}} \right]^{1/12} \end{array} \right. \quad (2.8)$$

た。

このときの塑性係数 H'_p は次式で表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{フランジ: } H'_{pf} = \frac{d\sigma_f}{d\epsilon_p} = -\frac{1}{12} \frac{\lambda_T}{\epsilon_y} \sigma_f \\ \text{ウェブ: } H'_{pw} = \frac{d\sigma_w}{d\epsilon_p} = -\frac{1}{12} \frac{R_R}{\epsilon_y} \sigma_w \end{array} \right. \quad (2.10)$$

ここで、

- σ_f : フランジの Mises 相当応力
- σ_{crf} : フランジの多リブモデル座屈応力
- λ_T : 多リブモデルのT字柱の細長比パラメータ
- ϵ_p : 相当塑性ひずみ
- ϵ_{pcr} : 座屈時相当塑性ひずみ
- ϵ_y : 一軸降伏ひずみ
- σ_w : ウェブの Mises 相当応力
- σ_{crw} : ウェブ板パネルの座屈時相当応力
- $\sigma_{cr}^2 = \sigma_{cr}^2 + 3\tau_{cr}^2$
- σ_{cr} : ウェブ板パネルの圧縮座屈応力
- τ_{cr} : ウェブ板パネルのせん断座屈応力

R_R : ウェブパネルの幅厚比パラメータ[4]

$$R_R = \frac{b_w}{t_w} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\mu^2)}{\pi^2 k_R}}$$

b_w : ウェブの全幅

t_w : パネルの板厚

μ : Poisson 比

k_R : $k_R = 4n$

n : ウェブのパネル数

である。

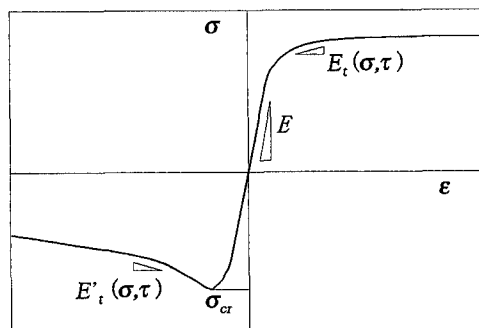
局部座屈後の接線剛性 E'_t は、式(2.10)および式(2.11)の塑性係数より次式で求められる。

$$E'_t = \frac{EH'_p}{E + H'_p} \quad (2.12)$$

ここで、 E は初期弾性率、 H'_p は局部座屈後の塑性係数であり、フランジでは $H'_p = H'_{pf}$ 、ウェブでは $H'_p = H'_{pw}$ である。

2.5 塑性劣化ヒンジの梁要素への導入

これまで検討してきた塑性劣化ヒンジの応力-ひずみ関係をまとめると図-4のようになる。今後特にことわらない限り、梁要素とはこのような塑性劣化ヒンジの特性をもつ梁要素をさすことにする。



E : 初期弾性率 $E_t(\sigma, \tau)$: 塑性域接線係数
 σ_{cr} : 座屈応力 $E'_t(\sigma, \tau)$: 劣化域接線係数

図-4 梁要素の応力-ひずみ関係

梁要素の断面内の応力評価は分割領域ごとに行い、フランジに該当する分割領域とウェブに該当する分割領域とは、異なる応力-ひずみ関係を使用する。降伏条件には、軸方向応力に加えてせん断応力を含む von Mises 型の降伏条件式⁹⁾を使用した。

$$\sigma_Y^2 = \sigma^2 + 3\tau^2 \quad (2.13)$$

ここで、 σ_Y は一軸応力状態における降伏応力である。

一般には、2.2節から2.4節の要領で、すべてのダイヤフラム間に対してそれぞれのフランジおよびウェブの局部座屈応力や、局部座屈後の応力-ひずみ関係に用いるパラメータを求めておく必要があるが、単柱橋脚のように塑性劣化ヒンジの現れる箇所があらかじめ特定できる場合には、その他のダイヤフラム間では通常の材料の弾塑性挙動を示す応力-ひずみ関係を用いることができる。

次に、梁要素の定式化および要素分割について考える。上述の応力-ひずみ関係とは、塑性劣化ヒンジの力学的挙動を平均化したものであり、局部座屈による幾何学的な剛性低下を含んでいると考えられる。高次の梁要素を用いた場合、一般的には一つの要素内にある複数の Gauss 積分点における応力状態は互いに異なるため、そのような要素に対して、要素の平均的な力学的挙動を表す応力-ひずみ関係を適用するのは不適切である。また、塑性劣化ヒンジ中に複数の要素を使用した場合には、要素毎に異なる応力状態となるため、平均的な応力-ひずみ関係を用いることと矛盾する。したがって、梁要素は要素軸方向にただ一つの Gauss 積分点をもつ1次要素とし、要素数はダイヤフラム間隔に対して一つとした。

また、薄肉構造物のウェブではせん断応力が卓越するため、せん断変形を許す Timoshenko の梁要素¹⁰⁾を使用するのが妥当である。フランジの面外せん断応力は軸方向応力に比べて十分小さいものとし、ウェブにのみ一様なせん断応

力が発生するものと仮定すれば、せん断応力 τ は次式により算出される。

$$\tau = \frac{A}{A_w} G \gamma \quad (2.14)$$

ここで、 A は梁の全断面積、 A_w はウェブの断面積、 G はせん断剛性、 γ は1次 Timoshenko 梁要素の内挿関数から計算される、要素内一定のせん断ひずみであり、次式で表される。

$$\gamma = \frac{v_j - v_i}{\ell} - \frac{\theta_i + \theta_j}{2} \quad (2.15)$$

ここで、 v_i, v_j はそれぞれ1次 Timoshenko 梁要素の節点 i および節点 j における局所 y 方向の変位、 θ_i, θ_j は同じく節点 i および節点 j における回転角、 ℓ は梁要素の要素長である。

3.箱形断面鋼製単柱橋脚の Pushover 解析

3種類の箱形断面鋼製単柱橋脚の Pushover について、2章で定義した塑性劣化ヒンジモデルを導入した梁要素での弾塑性有限変位解析を行った。また、モデルの妥当性を検証するため、それぞれ FEM 解析結果と比較した。なお、荷重は各モデルにそれぞれ軸力比5%、15%、30%の3パターンとした。また、強制変位量は単柱橋脚①は35cm、単柱橋脚②は20cmとした。FEM 解析については汎用有限要素法コード ABAQUS Version5.8によるものであり、要素には4節点1次厚肉シェル要素を、材料構成則については移動硬化則を用いた。

単柱橋脚の諸元を表-2に、橋脚基部のフランジおよびウェブ補剛板の各種パラメータを表-3に示す。表-3中の σ_{cr} は式(2.1)により求められたフランジの座屈応力を、 σ_{cr}^* および τ_{cr}^* は式(2.6)および式(2.7)から求められたウェブの圧縮座屈応力およびせん断座屈応力を表す。

図-5には FEM 解析に用いたハーフモデルを示す。ウェブパネルの番号は、引張フランジに近い方から1, 2の順となっている。また、図6には Pushover 水平荷重 H -水平変位 δ 関係を、図-7.1および図-7.2にはこのときの塑性劣化ヒンジにおける応力-ひずみ関係を示す。応力-ひずみ関係としては、FEM 解析には平均応力 $\bar{\sigma}$ -平均ひずみ $\bar{\epsilon}$

関係を、梁要素解析には該当する分割領域の軸方向応力-ひずみ関係を示したものである。ここで、平均応力 $\bar{\sigma}$ はダイヤフラム間隔中間においてフランジ（ウェブパネル）が受ける軸応力をフランジ（ウェブパネル）断面積で除した値、平均ひずみ $\bar{\epsilon}$ はフランジ（ウェブパネル）幅中央におけるダイヤフラム間隔の変化と定義した。図-8.1および図-8-2には FEM 解析による塑性劣化ヒンジにおけるせん断応力-軸応力関係を示す。軸応力は図7の平均応力 $\bar{\sigma}$ を用い、せん断応力としては平均応力 $\bar{\sigma}$ と同様にダイヤフラム間隔中央におけるフランジ（ウェブパネル）が受けるせん断力をフランジ（ウェブパネル）断面積で除した値と定義した。図-7および図-8中の $W_1, W_2, W_3, W_4, F_t, F_p$ はそれぞれ図-5中に示したウェブパネルおよびフランジを示している。

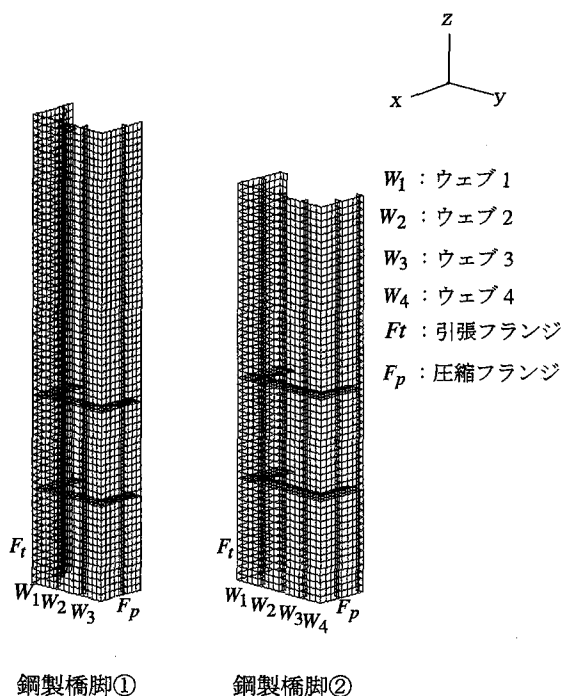


図-5 FEM 解析モデル

表-2 単柱橋脚諸元

単柱橋脚	部材長 (mm)	フランジ			ウェブ			縦リブ		横補剛材			材質
		幅 b_f (mm)	板厚 t_f (mm)	パネル数 n_f	幅 b_w (mm)	板厚 t_w (mm)	パネル数 n_w	幅 b_r (mm)	板厚 t_r (mm)	幅 b_d (mm)	板厚 t_d (mm)	間隔* a (mm)	
①	6600	1600	25	3	1400	38	3	140	11	220	12	1375	SM490A
②	5760	1700	19	4	1700	19	4	140	14	230	15	1500	SM490YA

*基部における値

表-3 単柱橋脚基部補剛板の各種パラメータ

単柱橋脚	フランジ					ウェブ				
	R_R	R_F	$\gamma_l/\gamma_{l,req}$	λ_T	σ_{cr} (MPa)	R_R	R_F	$\gamma_l/\gamma_{l,req}$	σ_{cr}^* (MPa)	τ_{cr}^* (MPa)
①	0.4	0.6	0.6	0.463	359	0.3	0.6	1.0	399	443
②	0.5	0.5	0.8	0.382	393	0.5	0.5	0.9	405	434

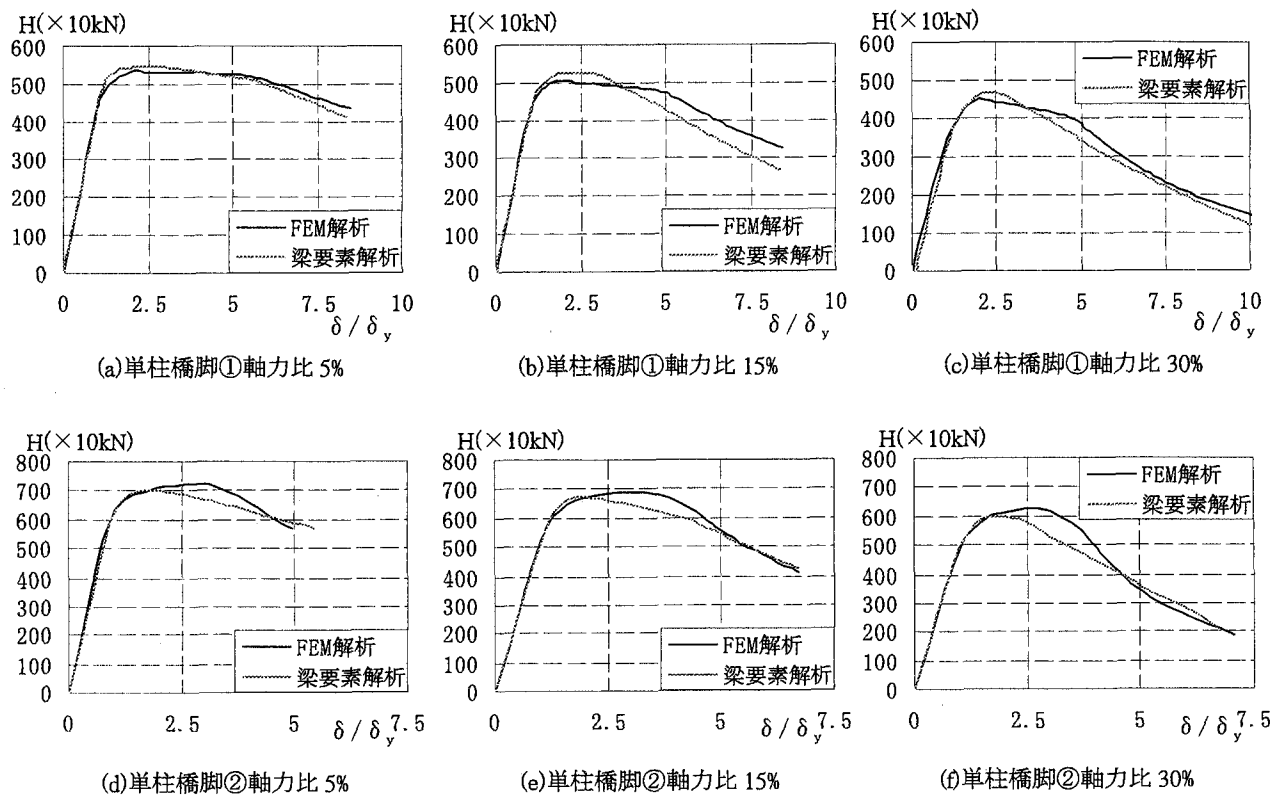


図-6 Pushover 時の水平荷重 H —水平変位 δ 関係

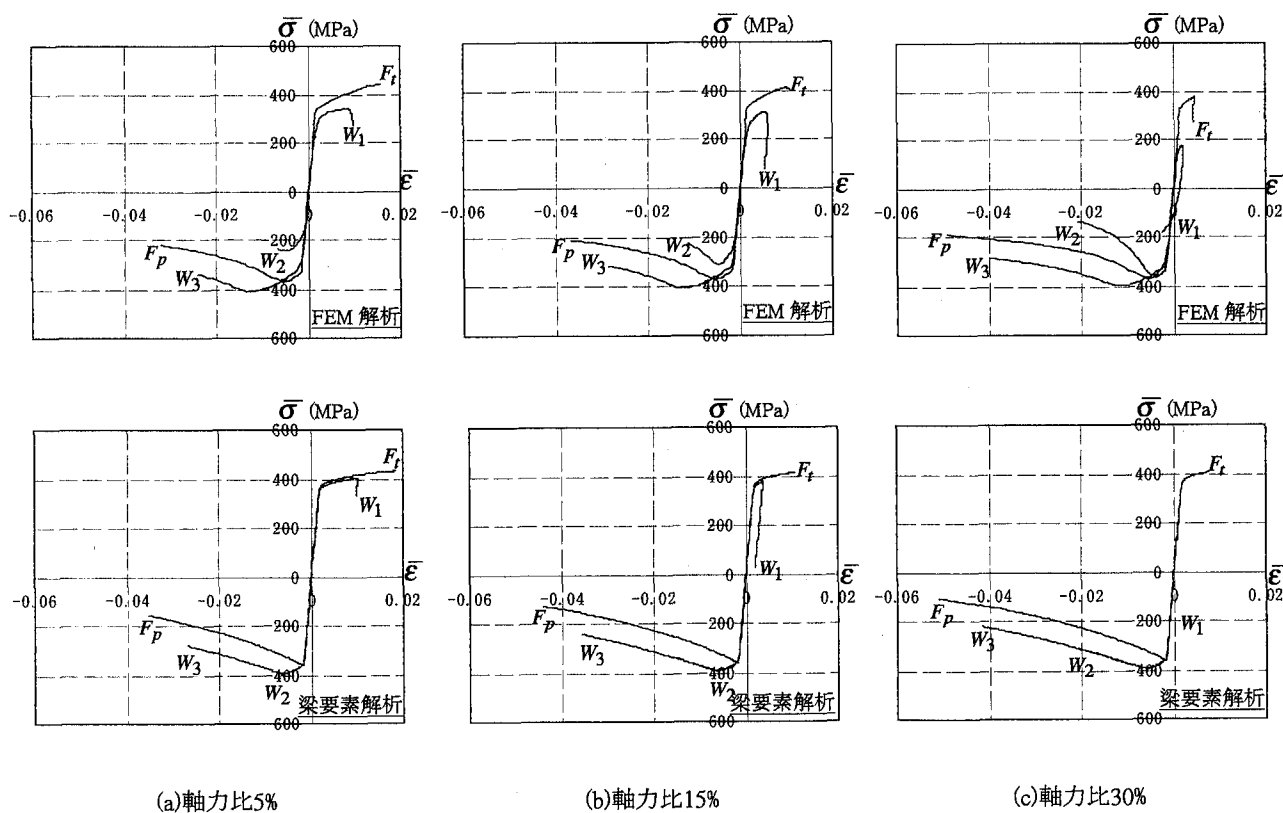


図-7.1 Pushover 時の軸方向応力 $\bar{\sigma}$ -ひずみ $\bar{\epsilon}$ 関係(单柱橋脚①)

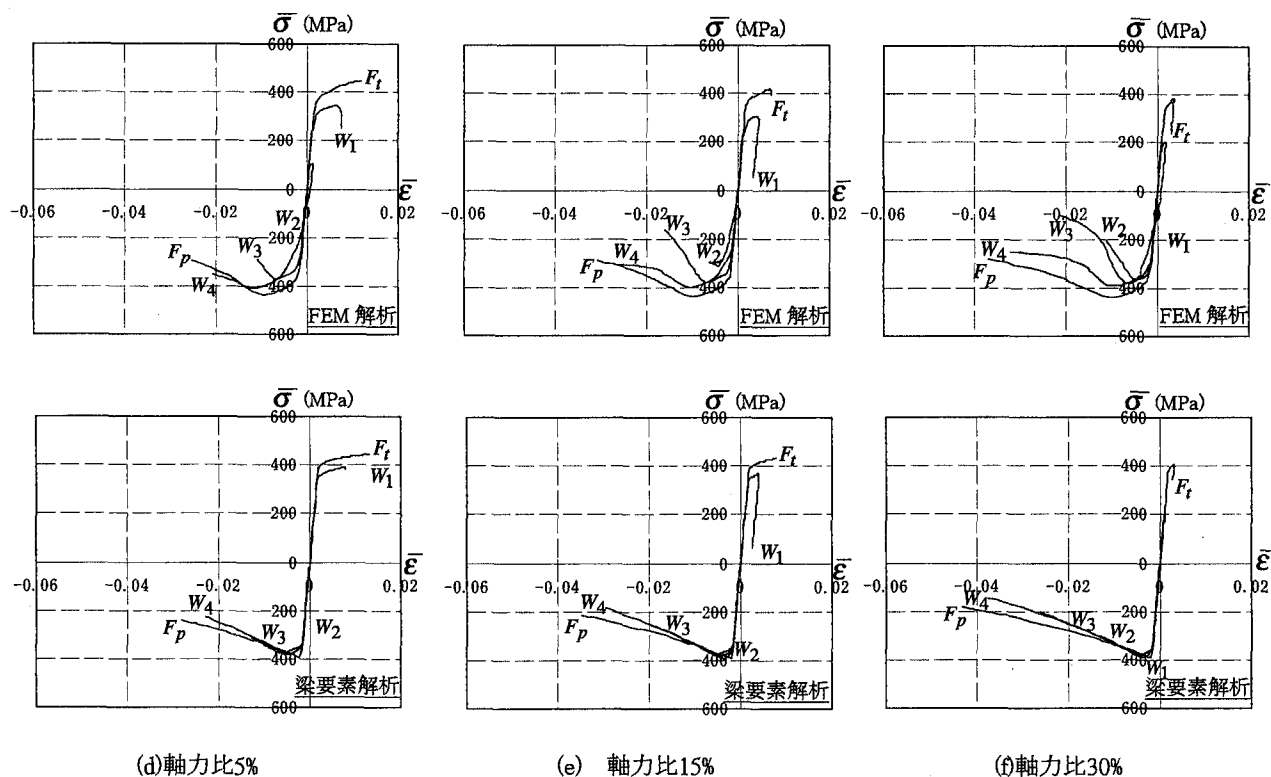


図-7.2 Pushover 時の軸方向応力 $\bar{\sigma}$ -ひずみ $\bar{\varepsilon}$ 関係(単柱橋脚②)

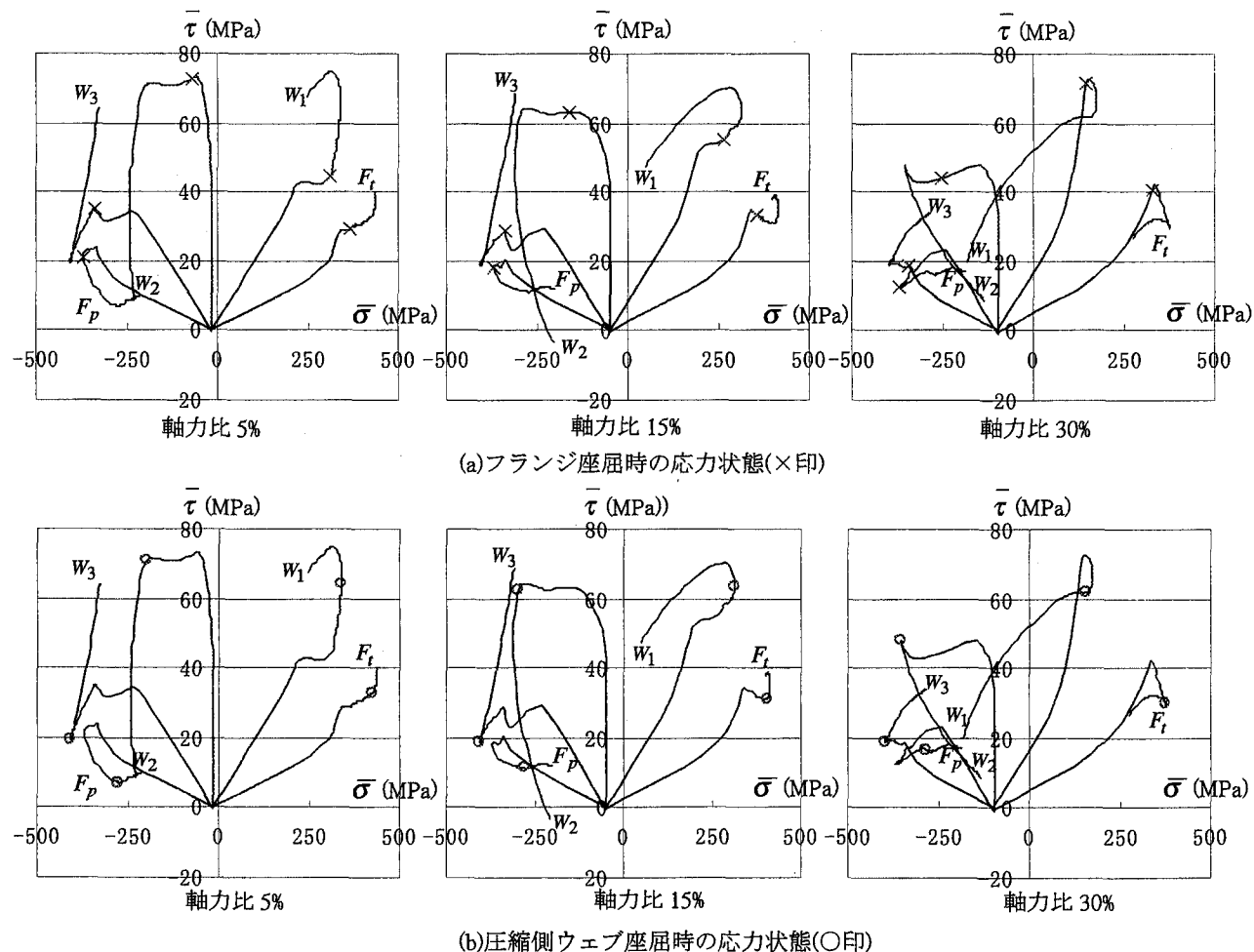


図-8.1 Pushover 時のせん断応力 $\bar{\tau}$ -軸応力 $\bar{\sigma}$ 関係(単柱橋脚①)

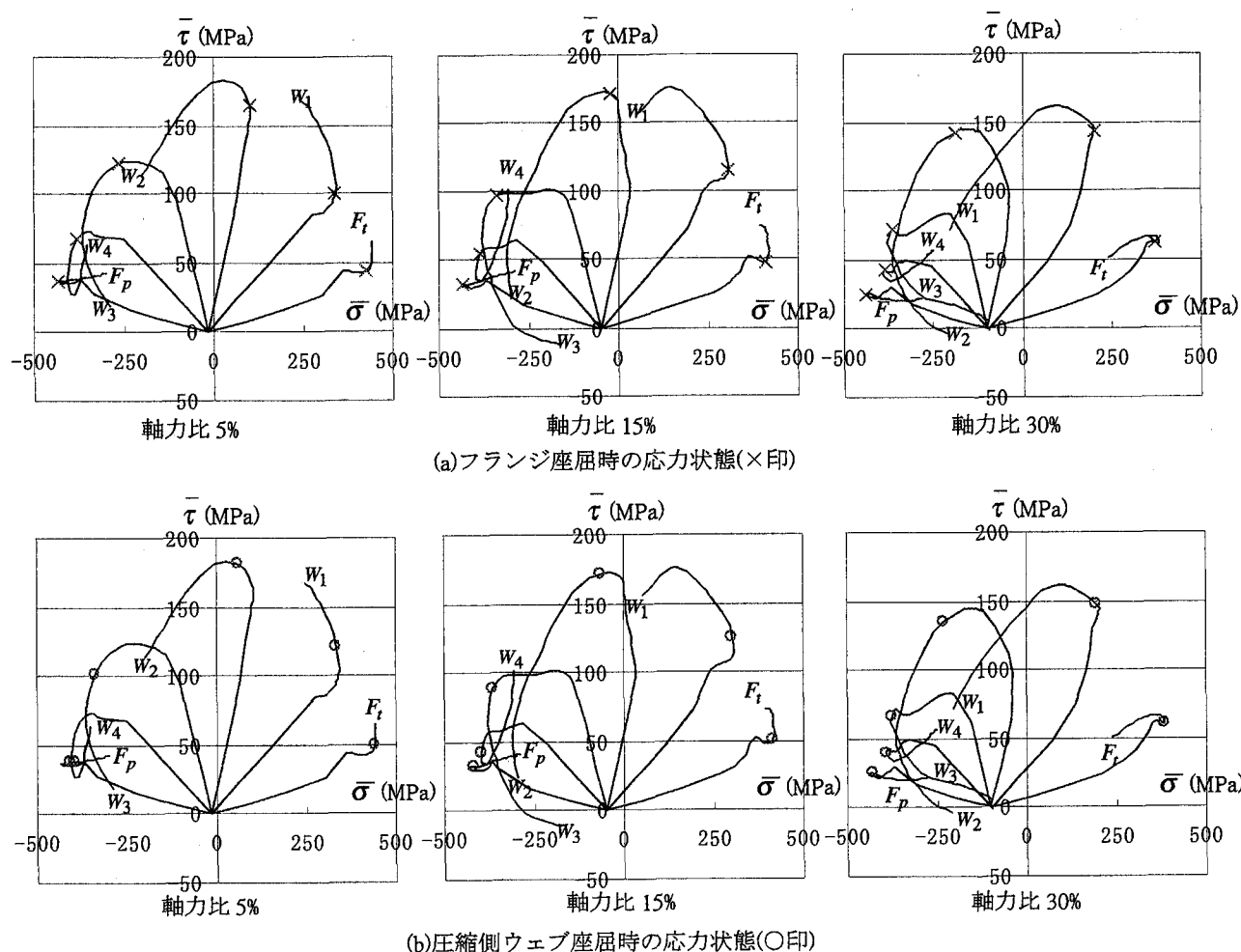


図-8.2 Pushover 時のせん断応力 $\bar{\tau}$ -軸応力 $\bar{\sigma}$ 関係(単柱橋脚②)

図 6 では軸力比の変化によらず梁要素解析によって水平耐力付近まで FEM 解析を良好に再現できている。しかし、水平耐力以降の劣化の傾向は FEM 解析と梁要素解析で多少の差が生じている。

図 7 の梁要素解析では、ウェブはパネルによらず同一の応力-ひずみ曲線を描くが、FEM 解析結果ではウェブの耐力およびその後の劣化はパネルごとに異なる。これは、圧縮側ウェブの座屈発生により中立軸付近および引張側のウェブでは境界条件が三辺単純支持のように変化したことによる影響と考えられる。梁要素解析に用いたウェブの座屈は四辺単純支持とみなして算出している。三辺単純支持とした場合には幅厚比パラメータ R_R の変化により座屈強度および塑性係数が低下する。今回の梁要素モデルではそれを考慮していないため FEM 解析のようにパネルごとで異なる挙動を示すことはない。

また、梁要素解析では軸力比の変化によらず同一の応力-ひずみ曲線が利用できるため任意の荷重条件について解析が可能である。

図 8-1 および図 8-2 より、いずれの場合にも圧縮フランジの座屈の後に圧縮側ウェブの座屈が生じていることが分かる。また、軸力比 5% の時ではフランジ圧縮後しばらく

してからウェブ座屈が生じているのに対し、軸力比 30% の時ではフランジ座屈の直後にウェブ座屈が生じている。

軸力比の大小に関わらずウェブの座屈後、単柱橋脚①ではウェブ 3 のせん断力、単柱橋脚②ではウェブ 4 のせん断応力が上昇する一方、それら以外のウェブパネルのせん断応力は著しく低下することが分かる。以上より、ウェブの座屈後にせん断応力の再配分が生じ、圧縮フランジ付近のウェブパネルではせん断応力の上昇、またその他のウェブパネルではせん断応力の低下が起こることを確認した。

4. 結論

本研究により得られた主な結論は以下の通りである。

- ①論文で用いた梁要素モデルによって FEM 解析を用いた解を比較的良好に近似することができる。
- ②提案した σ - ϵ モデルでは、軸力比を替えても梁要素モデルの応力-ひずみ特性を変える必要がないため、荷重条件ごとに特性を変化させる必要がある M- ϕ モデルに比べ汎用性が高いと考えられる。
- ③FEM 解析によるせん断応力-軸方向応力関係によれば、ウェブの座屈後有効断面減少によるせん断応力の再配分がみられ、せん断応力は座屈した圧縮側ウェブに集中

する。この現象を梁要素モデルに導入することでより厳密な解析が可能になるものと考えられる。

参考文献

- 1) 土木学会鋼構造委員会・鋼構造物の耐震検討小委員会, 日本鋼構造協会・次世代土木鋼構造研究特別委員会・鋼橋の耐震設計小委員会編: 鋼構造物の耐震解析用ベンチマークと耐震設計法の高度化, 日本鋼構造協会, 2000年4月
- 2) 土木学会鋼構造委員会・鋼構造新技術小委員会・耐震設計研究WG, 編: 鋼橋の耐震設計指針案と耐震設計のための新技術, 1996年7月
- 3) 土木学会鋼構造委員会編: 鋼構造物の終局強度と設計, 鋼構造シリーズ6, 土木学会, 1994年7月
- 4) 日本道路協会編: 道路橋示方書・同解説, I 共通編・II 鋼橋編, 丸善, 1994年2月
- 5) 小玉乃理子, 依田照彦: 局部座屈を考慮した箱形断面鋼製橋脚の水平耐力と変位の評価, 鋼構造論文集, 第32号, 社団法人日本鋼構造協会(掲載予定)
- 6) 奈良敬, 小松定夫: 補剛された圧縮板の極限強度曲線に関する統計学的研究, 土木学会論文集, 第392号/I-9, 土木学会, 1988年4月
- 7) チモシェンコ: 座屈理論, コロナ社, 1972年12月
- 8) Chen, W.F., Han, D.J.: Plasticity for Structural Engineers, Springer-Verlag, 1988
- 9) 長柱研究委員会編: 弾性安定要覧, コロナ社, 1969年8月
- 10) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995年12月

(2001年12月7日受付)

HORIZONTAL ULTIMATE STRENGTH AND REDISTRIBUTION OF SHEAR STRESS OF STEEL PIERS WITH BOX SECTION

Toshihiro YOKOTA, Hiroaki TANAKA, Noriko KODAMA and Teruhiko YODA

A method for evaluation of the horizontal ultimate strength and displacements of steel piers with box sections is examined. Analysis using beam elements with a softening stress-strain relation after local buckling gives a rather good approximation of the horizontal force - displacement relation of steel piers in pushover analyses by FEM. The results of FEM analyses show that a redistribution of shear stress in the web plate according to a reduction of the effective sectional area will occur after the local buckling of the web plates.