

# せん断変形が卓越する鋼製ラーメン橋脚の Pushover 解析への Timoshenko はり要素の適用性

奥村 徹\*, 後藤 芳顯\*\*

\*工修 岐阜工業高等専門学校助手 環境都市工学科 (〒501-0495 岐阜県本巣郡真正町上真桑 2236-2)

\*\*工博 名古屋工業大学教授 社会開発工学科 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町)

鋼製橋脚の実務における耐震解析ではせん断変形を無視した Bernoulli-Euler はり要素を用いた複合非線形解析が実施される場合が多い。しかしながら、細長比の小さな単柱式橋脚では曲げせん断変形の影響が無視できないことを著者らは明らかにしている。さらに、ラーメン橋脚の面内挙動においては柱のみならず、はりのせん断変形の影響が大きく、これを無視できない場合がより多く存在すると考えられる。本研究では、はり理論に基づく実用的で精度の良い鋼製ラーメン橋脚の耐震解析法を提示することを目的として、弾塑性領域において曲げせん断変形を考慮しうる Timoshenko はり要素の適用性について検討するとともに、従来の Bernoulli-Euler はり要素の問題点を明らかにした。

*Key Words : frame type steel bridge pier, shear deformation, Timoshenko beam element*

## 1. はじめに

鋼製橋脚の Pushover 解析などの実務における耐震解析ではせん断変形を無視した Bernoulli-Euler はり要素を用いた複合非線形解析が実施される場合が多い。しかしながら、細長比の小さな単柱式橋脚では曲げせん断変形の影響が大きくなり、無視できないことを著者らは明らかにしている<sup>1)</sup>。さらに、ラーメン橋脚の面内挙動においては柱のみならず、はりのせん断変形の影響が大きく、これを無視できない場合がより多く存在すると考えられる。

本研究では、はり理論に基づく実用的で精度の良い鋼製ラーメン橋脚の耐震解析法を提示することを目的として、著者らが開発した曲げせん断変形を考慮しうる Timoshenko はり要素<sup>1)~3)</sup>の適用性について検討する。このはり要素は材料の塑性領域での構成則に直応力とせん断応力の連成ならびに、幾何学的非線形性を考慮した非線形要素であり、ABAQUS<sup>4)</sup>の User element として利用可能な状態になっている。user element の利用が可能な他の汎用プログラムやソースコードが既知のプログラムには多少の修正で容易に適用可能になると考えられる。

Timoshenko はり要素の適用性の具体的な検討方法としては、まず、解析モデルとしてラーメン橋脚の代表的な損傷ケースとして、柱基部と頂部が損傷する場合と柱基部とはり部が損傷する場合を想定して設定された首都高速道路公団の2種類の供試体モデル<sup>5)</sup>を選ぶ。つぎに、このモデルに対して、Timoshenko はり要素ならびに従来の Bernoulli-Euler はり要素による Pushover 解析を実施し、

実験結果ならびにシェル要素を用いた FEM 解析<sup>6)</sup>結果と比較することで各はり理論の精度ならびに適用限界について考察する。

## 2. ラーメン橋脚のモデル正負交番繰り返し載荷実験

ここで用いるラーメン橋脚モデルとしては、実験結果が得られている首都高速道路公団で実施された正負交番繰り返し載荷実験の供試体モデル<sup>5)</sup>を用いる。図-1、表-1にその実験概要と供試体の諸元を示す。これら2種類の供試体はラーメン橋脚の代表的な損傷ケースとして柱基部と頂部の損傷が生ずる場合 (Case1) と柱基部の損傷とはり部のせん断座屈による損傷が生ずる場合 (Case2) を想定して設計されたものである。実験では図-1に示すように上部工重量に相当する鉛直荷重  $P$  を一定に保ちながら、水平方向に取り付けられたアクチュエータにより繰り返し水平荷重  $H$  が変位制御により載荷されている。水平荷重  $H$  はアクチュエータの軸方向に取り付けられたロードセルで計測されている。

## 3. シェル要素を用いたラーメン橋脚の FEM 解析

鋼製ラーメン橋脚の終局挙動を正確に解析し、Timoshenko はり要素の精度を検証するための手法として用いるシェル要素を用いた FEM 解析の精度を前節述べた正負交番繰り返し載荷実験により検証する。シェル要素を用いた FEM 解析には汎用非線形ソフト ABAQUS 用いる。材料構成則には鋼材の繰り返し塑性を精度良く再現しうる三曲面モデル<sup>6)</sup>を User Subroutine に

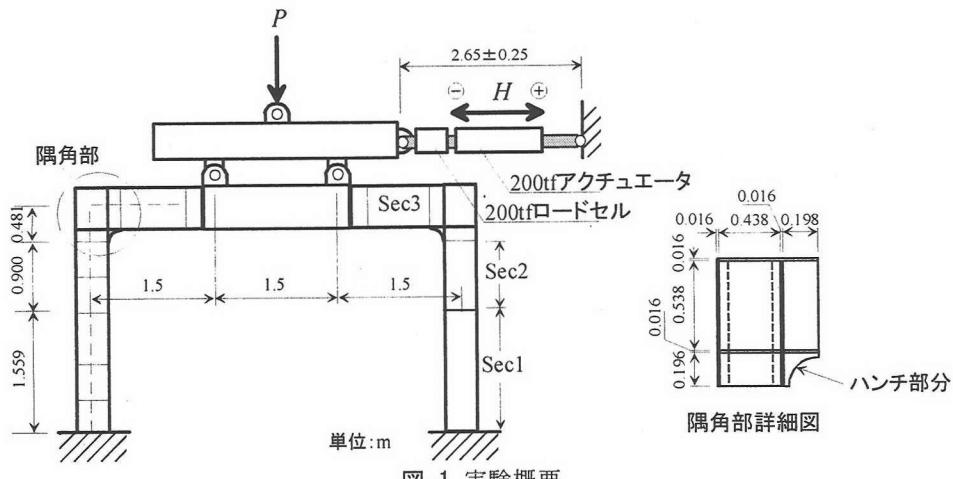


図-1 実験概要

表-1 供試体諸元

|                |                    | Case1                  | Case2                   |
|----------------|--------------------|------------------------|-------------------------|
| Sec1<br>(柱基部)  | 断面寸法(m)            | 0.45×0.45              | 0.45×0.45               |
|                | 板厚(m)              | 0.006                  | 0.006                   |
|                | 補剛材(m)             | 0.05×0.006             | 0.05×0.006              |
|                | 補剛材で区切られるパネル数      | 4                      | 4                       |
| Sec2<br>(柱上端部) | 断面寸法(m)            | 0.45×0.45              | 0.45×0.45               |
|                | 板厚(m)              | 0.006                  | 0.006                   |
|                | 補剛材(m)             | 0.04×0.006             | 0.05×0.006              |
|                | 補剛材で区切られるパネル数      | 3                      | 4                       |
| Sec3<br>(はり部)  | 断面寸法<br>(高さ×幅) (m) | 0.55×0.45              | 0.55×0.45               |
|                | 板厚(m)              | Flg:0.016<br>Web:0.016 | Flg:0.006<br>Web:0.0045 |
|                | 補剛材(m)             | なし                     | 0.07×0.009              |
|                | 補剛材で区切られるパネル数      | —                      | 3                       |

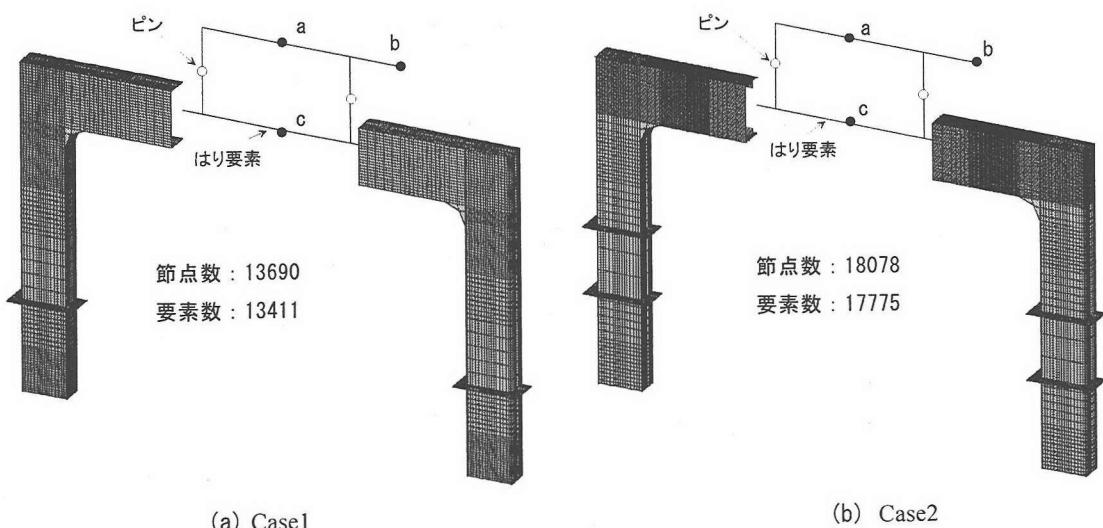


図-2 FEM 解析モデル

組み込み、要素としては 4 節点シェル要素 (S4R) を使用する。

2 種類のラーメン橋脚の FEM 解析モデルを図-2 に示す。中央部の載荷はり部分は十分剛に補剛されているの

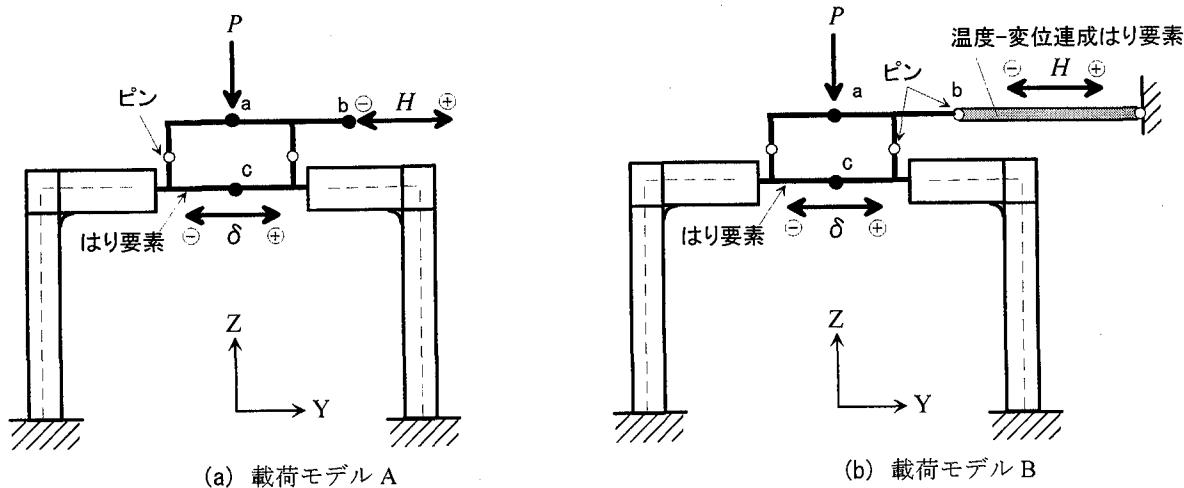


図-3 載荷モデル

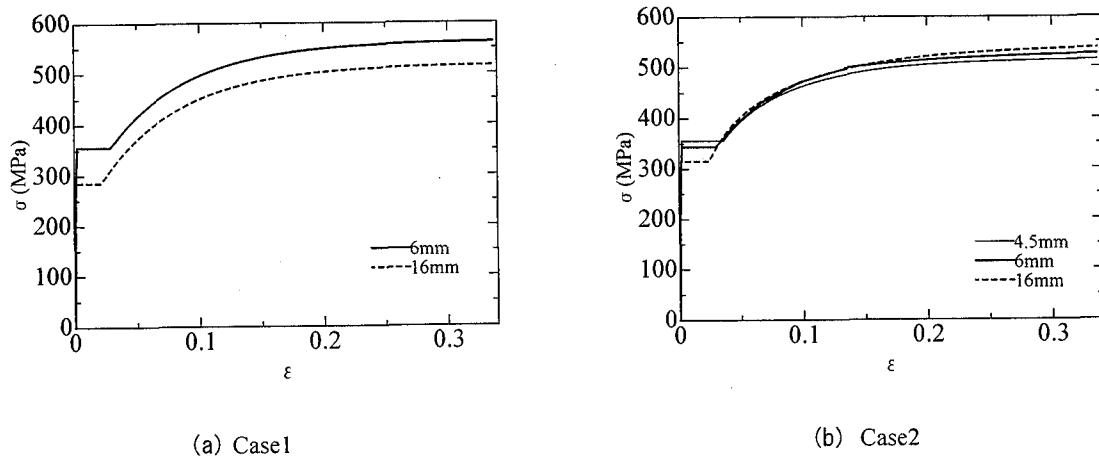


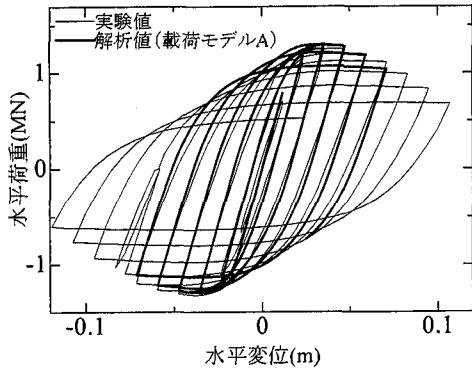
図-4 供試体鋼材の真応力-対数ひずみ関係

表-2 三曲面モデルのパラメータ

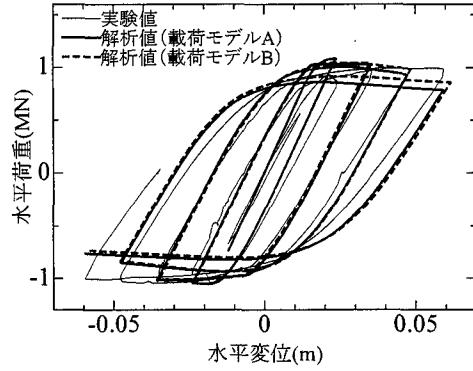
| 供試体                | Case1                  |              | Case2                  |             |              |
|--------------------|------------------------|--------------|------------------------|-------------|--------------|
|                    | 6mm (SS400)            | 16mm (SS400) | 4.5mm (SS400)          | 6mm (SS400) | 16mm (SS400) |
| E (MPa)            | 205800                 | 205800       | 205800                 | 205800      | 205800       |
| $\sigma_y$ (MPa)   | 356.0                  | 285.0        | 356.0                  | 344.0       | 315.0        |
| $\sigma_u$ (MPa)   | 563.0                  | 517.0        | 516.0                  | 530.0       | 542.0        |
| $\nu$              | 0.3                    | 0.3          | 0.3                    | 0.3         | 0.3          |
| $\varepsilon_{yp}$ | 0.0279                 | 0.0205       | 0.0353                 | 0.0299      | 0.0252       |
| $f_b/\sigma_y$     | 0.58                   | 0.58         | 0.58                   | 0.58        | 0.58         |
| $\beta$            | 100                    | 100          | 100                    | 100         | 100          |
| $H_{def}/E$        | 0.05                   | 0.05         | 0.05                   | 0.05        | 0.05         |
| $\xi$              | 0.8                    | 0.8          | 0.6                    | 0.3         | 0.1          |
| $H^p_{mon}$        | 図-4 (a) に示す一軸の応力-ひずみ関係 |              | 図-4 (b) に示す一軸の応力-ひずみ関係 |             |              |

で剛域とみなし、剛なはり要素によりモデル化している。Case1 では柱基部および頂部に局部座屈が生じること、また Case2 でははり部のせん断座屈が生じることを考慮してこれらの部分のシェル要素分割を細かくしている。4 節点シェル要素 (S4R) では板厚方向に 5 つの積分点を与える。実験では図-1 に示したように水平荷重を反力壁

に固定したアクチュエータにより載荷するが、Case2 でははり部のせん断座屈によって水平荷重載荷位置で大きな鉛直変位が生じ、実験中にアクチュエータの載荷方向が水平方向からずれることが考えられる。そこで Case2 については図-3 (a) に示すような Case1 に用いた水平荷重の載荷方向変化を無視した解析 (載荷モデル A) に加



(a) Case1



(b) Case2

図-5 水平荷重-水平変位の履歴曲線（繰り返し載荷）

えて、図-3 (b)に示すようにアクチュエータの部分を温度-変位連成トラス要素 (T3D2T) を用いてモデル化し、水平アクチュエータの載荷方向の変化を考慮した解析（載荷モデル B）も行う。この解析では、供試体の c 点における水平変位が目標値になるように、アクチュエータ部分を表すトラス要素のひずみ  $\varepsilon$  を求め、式(1)から制御パラメータである温度  $t$  の値を決定する。

$$\varepsilon = \alpha t \quad (1)$$

ここで、 $\alpha$  は熱膨張係数である。

鋼材の構成則は三曲面モデルで表すが、パラメータは供試体に使用されている鋼材の一軸引張り試験の結果（図-4）をもとに表-2 のように決定する。

図-5 に Case1, Case2 の供試体に関する繰り返し載荷実験の結果とシェル要素を用いた FEM 解析による結果を水平荷重-水平変位の履歴曲線について比較して示す。図-5 (b) の Case2 に関する結果については、図-5 (a) の Case1 と同様に水平荷重載荷用のアクチュエータの載荷方向の変化を無視した載荷モデル A を実線で、またアクチュエータの載荷方向の変化を考慮した載荷モデル B を図中に破線で示している。この場合、水平荷重は温度-変位連成トラス要素の軸力とする。図-5 (a) より基部の損傷が先行する Case1 では FEM 解析により各載荷サイクルでの最大荷重の上昇および局部座屈進展による劣化挙動が精度良く表されていることがわかる。一方、はりのせん断座屈が先行する Case2 では、いずれの載荷モデルを用いても、FEM 解析の履歴曲線の包絡線がピークに至るまでは解析と実験による履歴曲線は互いによく一致している。実験では、アクチュエータの「押し」側 ( $H$  の-方向)においては履歴曲線の包絡線はピーク値をとり、その後劣化挙動を示すが、「引き」側 ( $H$  の+方向) では包絡線は単調増加挙動を示している。これは、はりのせん断座屈により載荷はりの鉛直下方向の変位が大きく生じ、アクチュエータの水平からの傾きが無視できなくなることによると考えられる。すなわち、アクチュエータの「押し」側では鉛直下方向の荷重成分が生じ、「引き」側では鉛直上方向の荷重成分が生ずるため、「押し」側で

は劣化挙動を促進し「引き」側ではこれを遅延させる効果が生ずるものと考えられる。解析でも水平アクチュエータの載荷方向の変化を無視した載荷モデル A に較べ、これを考慮した載荷モデル B では上記の実験で得られた載荷方向による劣化挙動の差異を定性的には再現している。しかしながら、解析による劣化挙動は実験に比べやや大きく、定量的には差が生じている。差が生じた原因としては、ここで使用した材料構成則である三曲面モデルが圧縮応力による塑性化および局部座屈挙動が支配的な単柱式鋼製橋脚の結果をもとにキャリブレーションを行っているため、Case2 のようにせん断応力が卓越するような場合においては精度がやや低下した可能性を考えられる。

以上のように、シェル要素による FEM 解析結果はせん断変形が卓越する Case2 では劣化領域で実験値とやや異なるが、はり要素を用いた Pushover 解析の精度を検証する上で必要な包絡線のピーク付近までの挙動については実験値とよく一致しており十分な精度を有しているものといえる。

#### 4. Timoshenko はり要素を用いた Pushover 解析の適用性

##### 4.1 非線形 Timoshenko はり要素

本解析で用いる非線形 Timoshenko はり要素の定式化について以下に説明する。

##### (a) 幾何学的非線形解析

要素接線剛性方程式を求めるために、二つの座標系、すなわち固定要素座標系と要素の剛体変位とともに移動する Co-rotational 座標系 ( $\bar{x}, \bar{y}$ ) を用いる（図-6）。ここで、Co-rotational 座標系の原点は変形後の要素の一端と一致する。 $\bar{x}$  軸は変形後の節点 1 と節点 2 を結んだ方向に選ぶ。Co-rotational 座標系における節点増分変位  $\{\Delta \bar{d}\}$  と固定要素座標系下の増分変位  $\{\Delta d\}$  の関係は次のようになる。

$$\{\Delta \bar{d}\} = [R] \{\Delta d\} \quad (2)$$

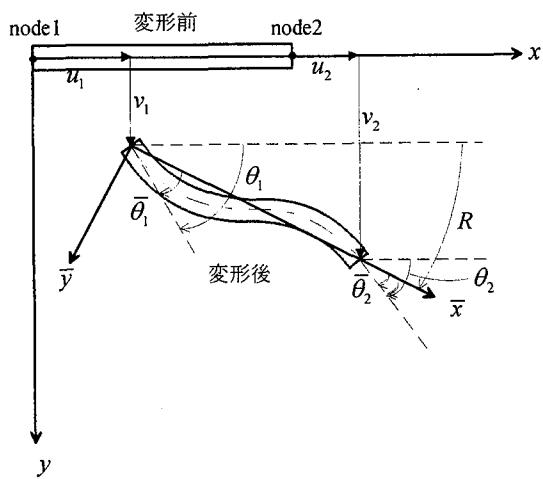


図-6 はり要素と Co-Rotational 座標系

ここで、 $[R]$  は  $3 \times 6$  の変換マトリックスである。

さらに、仮想仕事の原理によって二つの座標系間の節点力の関係が得られる。

$$\{f\}^T \{\Delta d\} = \{\bar{f}\}^T \{\Delta \bar{d}\} \quad (3)$$

式(2)を式(3)に代入して得られる二つの座標系間の節点力関係を増分し、Co-rotational 座標系での接線剛性方程式  $\{\Delta \bar{f}\} = [\bar{k}] \{\Delta \bar{d}\}$  を代入すれば、固定要素座標系での要素接線剛性方程式は次のようにになる。

$$\begin{aligned} \{\Delta f\} &= \left[ [R]^T [\bar{k}] [R] + \frac{\partial [R]}{\partial d} \{\bar{f}\} \right] \{\Delta d\} \\ &= [k] \{\Delta d\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $\{\Delta f\}$ ,  $\{\Delta d\}$  は固定要素座標系での増分節点力ベクトル、増分節点変位ベクトルである。

#### (b) 材料構成則

曲げせん断変形を考慮した Timoshenko はり要素を用いるので、はりの作用応力としては直応力とせん断応力を考える必要がある。ここでは、塑性域での直応力とせん断応力の連成を  $J_2$  流れ則と混合硬化則に基づく構成則モデルで考慮する。この構成則モデルによると、増分応力-増分ひずみ関係は次のようにになる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{Bmatrix} = [D_{ep}] \begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ d\gamma \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} [D_{ep}] &= \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} - \frac{1}{E^p g^2 + (\sigma - \alpha_1)^2 E + 9(\tau - \alpha_2)^2 G} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} (\sigma - \alpha_1)^2 E^2 & 3EG(\sigma - \alpha_1)(\tau - \alpha_2) \\ Sym & 9G^2(\tau - \alpha_2)^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 $\sigma$  は直応力、 $\tau$  は曲げせん断応力、 $\varepsilon$  は直ひずみ、 $\gamma$  はせん断ひずみ、 $E$ ,  $G$  は Young 係数とせん断弾性係数、 $E^p$  は塑性係数（硬化係数）である。 $\alpha_i$  は後背応力で移動した降伏曲面の中心を表す。Ziegler の移動硬化則より後背応力の増分  $d\alpha_i$  は次の式で表される。

$$\begin{Bmatrix} d\alpha_1 \\ d\alpha_2 \end{Bmatrix} = \frac{h_k \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial g}{\partial \tau} d\tau \right)}{(h_i + h_k)g} \begin{Bmatrix} \sigma - \alpha_1 \\ \tau - \alpha_2 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$g$  は降伏関数で、 $h_i$  と  $h_k$  は等方硬化および移動硬化係数であり  $E^p = h_i + h_k$  なる関係が成立する。

#### (c) はり要素の剛性方程式の誘導

まず、Timoshenko はり要素を Co-rotational 座標系下で求める。Co-rotational 座標系での変位関数として、軸方向変位成分を 1 次関数、その他の変位成分を 2 次関数、回転成分を 1 次関数で次式のように近似する。

$$\begin{aligned} \bar{u} &= a_0 + a_1 x \\ \bar{v} &= b_0 + b_1 x + b_2 x^2 \\ \bar{\theta} &= c_0 + c_1 x \end{aligned} \quad (8a, b, c)$$

さらに、要素の長さに沿って曲げせん断ひずみが一定と仮定すると、式(7)の変位関数は次のようにになる。

$$\begin{aligned} \bar{u} &= N_1 \bar{u}_1 + N_2 \bar{u}_2 \\ \bar{v} &= N_1 \bar{v}_1 + N_3 \bar{\theta}_1 + N_2 \bar{v}_2 - N_3 \bar{\theta}_2 \\ \bar{\theta} &= N_1 \bar{\theta}_1 + N_2 \bar{\theta}_2 \end{aligned} \quad (9a, b, c)$$

ここに、 $\{\bar{u}_i, \bar{v}_i, \bar{\theta}_i\}$  は要素節点  $i$  の変位・回転成分であり、補間関数  $N_1, N_2, N_3$  は次のように表される。

$$N_1 = 1 - \frac{x}{l} \quad ; \quad N_2 = \frac{x}{l} \quad ; \quad N_3 = \frac{x}{2} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \quad (10)$$

式(9)に示す変位関数に対応する直ひずみは、ひずみが小さいことを前提として

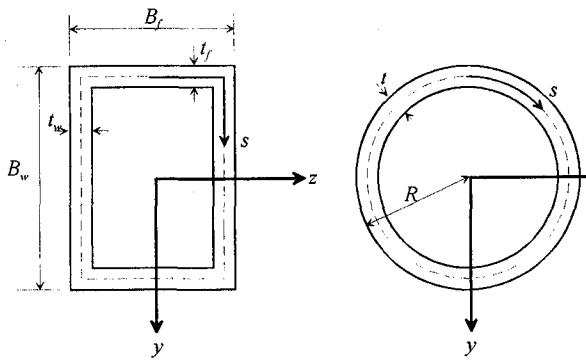


図-7 橋脚の断面とS座標

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \bar{u}' - y\bar{\theta}' \\ &= [-1/l, 0, y/l, 1/l, 0, -y/l] \{\bar{d}\} \\ &= [N_\varepsilon] \{\bar{d}\}\end{aligned}\quad (11)$$

ここに( $\cdot$ )'は $x$ に関する微係数を表す。また

$$\{\bar{d}\} = \{\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{\theta}_1, \bar{u}_2, \bar{v}_2, \bar{\theta}_2\}^T \quad (12)$$

せん断変形の影響は薄肉断面の場合、板厚中心線に沿った成分が支配的であるので、これと直交する方向については無視する。よって、要素薄肉断面の板厚中心線に沿った長さで定義される $S$ 座標を図-7のように導入すると、ひずみが小さい場合、式(9)に示す変位関数に対応する薄肉断面板厚中心線 $S$ 方向のせん断ひずみはつぎのようになる。

$$\begin{aligned}\gamma_{xs} &= \gamma_{xy} \frac{dy}{ds} \\ &= (\bar{v}' - \bar{\theta}') \frac{dy}{ds} \\ &= \left[ 0, -\frac{1}{l} \frac{dy}{ds}, -\frac{1}{2} \frac{dy}{ds}, 0, \frac{1}{l} \frac{dy}{ds}, -\frac{1}{2} \frac{dy}{ds} \right] \{\bar{d}\} \\ &= [N_\gamma] \{\bar{d}\}\end{aligned}\quad (13)$$

ここに、 $\gamma_{xy}$ は $y$ 方向のせん断ひずみである。

Co-rotational 座標系での増分型の要素剛性方程式は式(5)の構成則と式(11), (13)で求めたひずみを増分し、次の仮想仕事式に代入することにより誘導する。

$$\int_v (\Delta \sigma_{xx} \delta \Delta \varepsilon_{xx} + \Delta \tau_{xs} \delta \Delta \gamma_{xs}) dv - \delta \{\Delta \bar{d}\}^T \{\Delta \bar{f}\} = 0 \quad (14)$$

断面内での塑性域の進展状況は断面をメッシュ分割し、メッシュ中心点を積分点とする Plastic-zone Method<sup>9), 10)</sup>を用いて考慮する。一方、要素の軸方向については、今

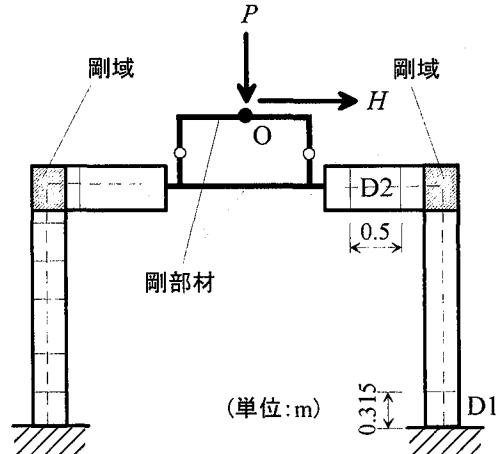


図-8 Pushover 解析における橋脚モデルと損傷度の照査箇所  
D1:有効破壊長(0.315m)領域の圧縮側フランジ  
D2:ダイヤフラム(0.5m)で囲まれた領域のウェブ

図-8 Pushover 解析における橋脚モデルと損傷度の照査箇所

表-3 損傷度の照査箇所と限界ひずみの値

|       | 着目箇所 | 限界ひずみ        |
|-------|------|--------------|
| Case1 | D1   | 0.0157 (圧縮)  |
| Case2 | D1   | 0.0157 (圧縮)  |
|       | D2   | 0.0107 (せん断) |

回の変位関数では、式(11), (13)からわかるように、直ひずみとせん断ひずみが定数になるため、数値積分が避けられる。得られた Co-rotational 座標系での増分型の要素剛性方程式は以下のようになる。

$$\{\Delta \bar{f}\} = [\Delta \bar{k}] \{\Delta \bar{d}\} \quad (15)$$

ここに、 $[\Delta \bar{k}]$ は弾塑性接線剛性行列である。 $[\Delta \bar{k}]$ を式(4)に代入すると、有限要素解析で用いる固定要素座標系での弾塑性接線剛性方程式が求められる。

このはり要素はABAQUS<sup>4)</sup>のUser elementとして利用可能な状態になっているので、User elementの利用が可能な他の汎用プログラムやソースコードが既知のプログラムには多少の修正で容易に適用可能になると考えられる。

#### 4.2 Timoshenko はり要素と Bernoulli-Euler はり要素による解析の精度

##### (a) 精度の検討方法

2. で述べた2種類のラーメン橋脚モデル(Case1とCase2)を対象にPushover解析をせん断変形を考慮したTimoshenko はり要素とこれを無視した従来のBernoulli-Euler はり要素を用いて行い、シェル要素による解析結果と比較することで各はり要素の精度と適用限

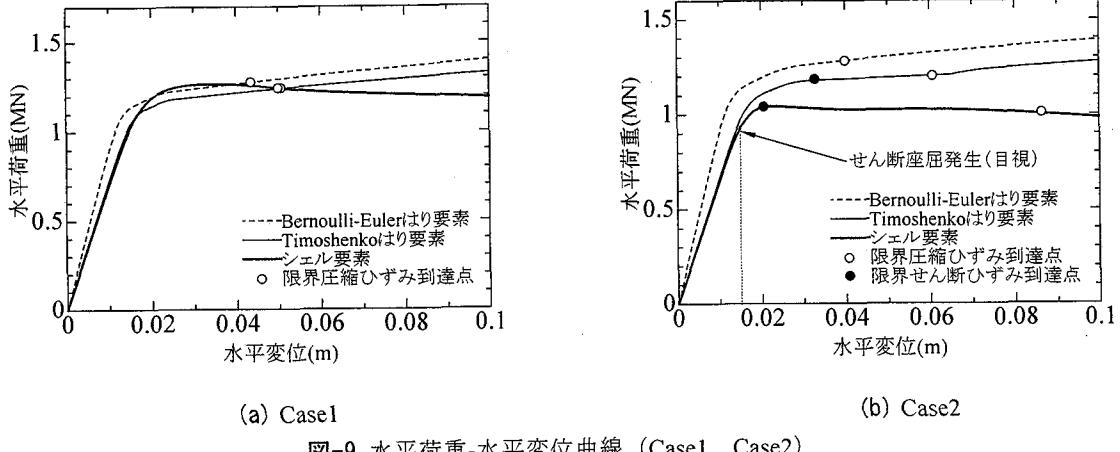


図-9 水平荷重-水平変位曲線 (Case1, Case2)

界を検討する。

ここで用いる解析モデルは図-8 に示すように鉛直荷重と水平荷重の載荷点を載荷はり中央の O 点とし、隅角部の内側に取り付けられたハンチを除去するとともに隅角部を剛域とする。

はり要素による解析の精度を検討する範囲として、ここでは供試体のひずみが限界ひずみに到達するまでを対象とする。限界ひずみとしては本来、連成を考慮した相当ひずみを用いて統一的に扱うべきものと考えられるが、現状において提示されている限界ひずみは限界圧縮ひずみ、限界せん断ひずみのみであるので<sup>7)~9)</sup>、それぞれ、圧縮ひずみやせん断ひずみが卓越するパネルについて、いずれかのひずみが限界ひずみに到達するまでの領域を検討対象とする。図-8 にはラーメン橋脚モデルにおいて圧縮ひずみが卓越するパネルを D1、せん断ひずみが卓越するパネルを D2 で示している。D1 部分では橋脚基部の有効破壊長領域<sup>7), 8)</sup>における圧縮側フランジの平均直ひずみ  $\varepsilon$  に着目し、D2 でははり部のダイヤフラムに囲まれた区間のウェブパネルにおける平均せん断ひずみに着目する。限界圧縮ひずみは文献 8) では軸力の関数としているが、ここでは限界状態を厳密に特定することが目的ではなく限界状態付近までの領域での精度を検討することが目的であることから、簡単に初期軸力を用いて限界ひずみを求めた。このようにすると限界ひずみが大きく算定される。各モデルについて求めた限界ひずみを表-3 に示す。

一般的にはり要素による Pushover 解析では補剛断面を無補剛等価断面に置換する手法が用いられる<sup>10)</sup>が、ここではより正確に剛性を評価するためシェル要素による解析と同じく、はり要素の断面も補剛断面として計算を行う。荷重ははじめに鉛直荷重 P を載荷した後に水平荷重 H を単調な変位制御により作用させることで Pushover 解析を行う。

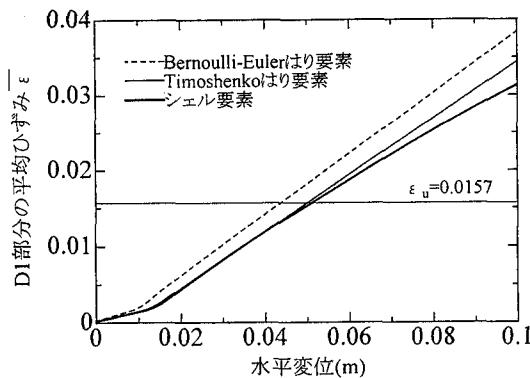
### (b) 水平荷重-水平変位関係

ラーメン橋脚モデル Case1, Case2 の Pushover 解析結果として Bernoulli-Euler はり要素と Timoshenko はり要素により得られる c 点の水平荷重-水平変位関係をシェル要素による結果と図-9 に比較している。図中には図-8 に示す D1 部分の平均圧縮ひずみ  $\varepsilon$  が限界ひずみに到達する点を白丸で、また Case2 については D1 部分の平均圧縮ひずみ  $\varepsilon$  が限界圧縮ひずみに到達する点に加えて、D2 部分の平均せん断ひずみ  $\gamma$  が限界せん断ひずみに到達する点を黒丸で示している。また、この図-9 (b) には D2 部分のせん断座屈変形が顕著になる位置を示している。Case2 でははり部のせん断座屈が先行して生じており、D1 部分の平均圧縮ひずみが限界ひずみに到達する前に D2 部分の平均せん断ひずみが限界せん断ひずみに到達している。図-9 より、ほぼ全領域において Timoshenko はり要素を用いた解析結果は Bernoulli-Euler はり要素に較べシェル要素を用いた解析結果により近い値となっている。とくに、最初の限界ひずみ到達点近傍までは Timoshenko はり要素による解析結果はシェル要素の解析結果と良く一致している。Case2 の場合については、限界せん断ひずみとして純せん断に対して算定されたものを用いているが、D2 部分にはせん断力のほかに曲げモーメントも作用するため、D2 部分の限界状態はより小さなせん断ひずみで生ずると考えられる。したがって、Pushover 解析の範囲では Timoshenko はり要素による解析にはさらに高い精度が期待できよう。

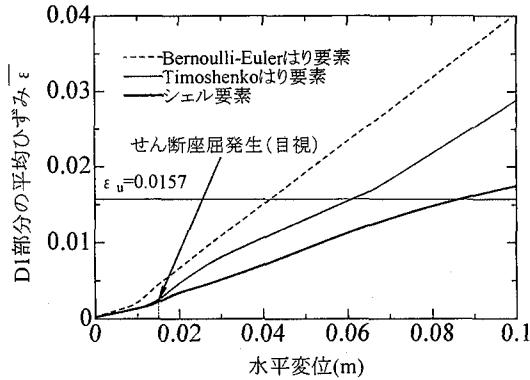
### (c) 平均圧縮ひずみと平均せん断ひずみ

ここでは、限界状態を特定する上で重要な平均圧縮ひずみと平均せん断ひずみのはり要素による算定精度について検討する。

平均圧縮ひずみについては、この値が最大になる Case1, Case2 における D1 部分の Timoshenko はり要素と Bernoulli-Euler はり要素による算定結果を c 点の水平変位の関係として、シェル要素による結果と比較すること



(a) Case1



(b) Case2

図-10 平均圧縮ひずみ-水平変位曲線 (Case1, Case2)

で図-10 (a), (b) に示している。図中には表-2 に示した各照査箇所における限界ひずみの値を水平線で示している。図-10 (a) より柱の基部と頂部が損傷する Case1 では Timoshenko はり要素を用いた場合の精度は Bernoulli-Euler はり要素と較べるとかなり精度が良い。Timoshenko はり要素では局部座屈は考慮できないが、局部座屈の影響が大きくなることが予想される限界ひずみ到達以降も平均圧縮ひずみはシェル要素による解析結果と比較的よく一致している。一方、はりがせん断座屈により損傷する Case2 でも、図-10 (b) のように Timoshenko はり要素を用いた場合の精度は Bernoulli-Euler はり要素を用いた場合より優れているが、D1 部分の平均圧縮ひずみが限界ひずみに到達する以前に Timoshenko はり要素の解析結果はシェル要素による結果とやや差が生じる。図-10 (b)においてこの差が生じる位置（水平変位 ≈ 0.015m）ははりの D2 部分のせん断座屈変形が顕著になる位置（図-9(b)）に対応しており、せん断座屈が考慮できない Timoshenko はり要素の解析精度が低下するものと考えられる。

はりの平均せん断ひずみについては、Bernoulli-Euler はり要素ではせん断ひずみが算定できないので、Timoshenko はり要素による Case2 の D2 部分の算定結果を c 点の水平変位の関係として、シェル要素による結果と図-11 に比較している。これより、図-10 (b) に示す平均圧縮ひずみの場合と同様、D2 部分のせん断座屈変形が顕著になるまでは、Timoshenko はり要素により算定される平均せん断ひずみはシェル要素による結果とよく一致している。しかしながら、せん断座屈後は Timoshenko はり要素の解析精度は低下する。この位置の平均せん断ひずみは文献 9) で与えられている限界せん断ひずみに較べてかなり小さいため、限界ひずみ値に基づき Timoshenko はり要素によりラーメン橋脚の限界状態を特定する場合の精度低下は避けられない。ただ、先に述べたように上記の限界せん断ひずみは純せん断状態で算定されているので、本解析モデルのようにせん断と曲げ

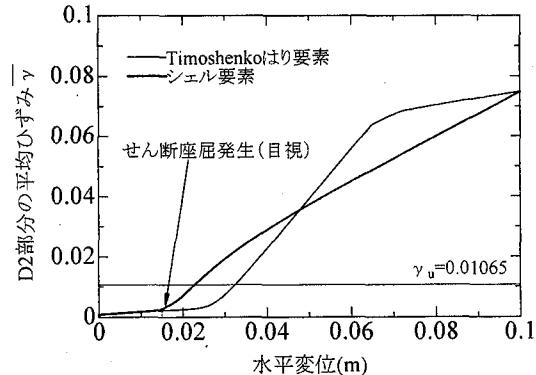


図-11 Case2 における平均せん断ひずみ-水平変位関係

が作用する場合においては過大評価されている可能性がある。曲げとの連成を考慮したより適正な限界せん断ひずみは純せん断状態のものに較べ小さくなるため、Timoshenko はり要素による Pushover 解析の範囲では平均せん断ひずみの算定精度がそれほど低下しないことも考えられる。ただ、いずれにせよ、はりのせん断座屈が顕著になると Timoshenko はり要素を用いてもせん断ひずみの算定精度が低下することは事実であり、このような領域での平均せん断ひずみを算定するには何らかの補正が必要である。

## 5. まとめ

鋼製ラーメン橋脚の Pushover 解析における Timoshenko はり要素の適用性を柱基部の損傷先行型とはり損傷先行型の 2 種類のモデルについてシェル要素による解析結果と比較することにより検討した。得られた結果を以下にまとめる。

- (1) せん断変形を考慮した Timoshenko はり要素を用いると鋼製ラーメン橋脚の Pushover 解析における水平荷重

-水平変位関係はほぼ全般的にせん断変形を無視した Bernoulli-Euler はり要素に較べ精度よく解析できる。

(2) ラーメン橋脚において、柱基部の曲げ圧縮による損傷が先行する場合、この部分の平均圧縮ひずみについては限界ひずみに到達するまで Timoshenko はり要素により精度よく算定できる。限界ひずみ到達以降においても算定精度はそれほど低下しない。

(3) ラーメン橋脚はり部の曲げせん断による損傷が先行する場合、限界状態の照査に重要なこの部分の平均せん断ひずみおよび柱基部の平均圧縮ひずみは Timoshenko はり要素によりせん断座屈が発生するまで精度よく算定できるが、せん断座屈発生以降は精度が低下する。せん断座屈発生以降において、平均せん断ひずみを算定するには何らかの補正が必要である。

(4) はり損傷が先行する場合、はりの平均せん断ひずみが限界せん断ひずみに近づくと Timoshenko はり要素による解析精度も低下する。ただ、現行の限界せん断ひずみは純せん断状態で算定されているので本解析モデルのはりのようにせん断と曲げが作用する場合においては過大評価されている可能性がある。曲げとの連成を考慮したより適正な限界せん断ひずみは純せん断状態のものに較べ小さくなるため、Pushover 解析の範囲で Timoshenko はり要素の精度がそれほど低下しないことも考えられる。この問題については今後の検討課題である。

謝辞：貴重な鋼製ラーメン橋脚の実験データを御提供いただきいた首都高速道路公団に謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 後藤芳顯, 奥村徹, 鈴木昌哉: 非線形はりモデルを用いた鋼製橋脚の耐震解析における幾何学的非線形性とせん断変形の影響, 土木学会論文集, No.696/I-58 (掲載予定)
- 2) Li, X.S. and Goto, Y.: A three-dimensional nonlinear seismic analysis of frames considering panel zone deformation, 土木学会論文集, No.605/I-24, pp.1-13, 1998.
- 3) 後藤芳顯, リショソン, 山口栄輝: 橋軸方向地震力を受ける逆L形鋼製橋脚の終局挙動と設計, 土木学会論文集, No.675/I-55, pp.313-330, 2001.
- 4) ABAQUS/Standard User's Manual: Ver5.7, HKS, 1997.
- 5) 首都高速道路公団, 財団法人首都高速道路技術センター: 首都高速道路の橋梁に関する調査研究（平成11年度）, 2000.
- 6) 後藤芳顯, 王雲慶, 高橋宣男, 小畠誠: 繰り返し荷重下の鋼製橋脚の有限要素法による解析と材料構成則, 土木学会論文集, No.591/I-43, pp.189-206, 1998.
- 7) 宇佐美勉, 鈴木森晶, I.H.P. Mamaghani, 葛漢彬: コンクリートを部分的に充填した鋼製橋脚の地震時水平耐力法の提案, 土木学会論文集, No.525/I-33, pp.69-82, 1995.
- 8) 土木学会・日本鋼構造協会 鋼構造物の耐震検討小委員会: 鋼構造物の耐震解析用ベンチマークと耐震設計法の高度化, 2000.
- 9) 渡辺智彦, 宇佐美勉, 鋼製ウェブ板の繰り返しせん断挙動に関する解析的研究, 土木学会第55回年次学術講演会, I-B206, 2000.

(2001年12月7日受付)

## ACCURACY OF TIMOSHENKO BEAM ELEMENT FOR THE PUSHOVER ANALYSIS OF FRAME TYPE STEEL BRIDGE PIER WITH SHEAR DEFORMATION

Toru OKUMURA, Yoshiaki GOTO

In the seismic design, the ultimate behavior of steel piers is usually predicted by the geometrically and materially nonlinear Bernoulli-Euler beam model where transverse shear deformation is ignored. However, it has been shown by authors that the transverse shear deformation cannot be ignored in the ultimate seismic behavior of stocky single post-type piers. Furthermore, it is expected that the transverse shear deformation of beams and columns in some frame-type steel piers has a larger influence on their in-plane ultimate behavior. Herein, the validity and accuracy of the nonlinear Timoshenko beam model with uniform shear deformation is examined in the seismic analysis of frame-type steel piers by comparing with the conventional nonlinear Bernoulli-Euler beam model and more realistic nonlinear shell model. As a result, it is observed that the Timoshenko beam model can accurately predict the nonlinear behavior frame-type steel piers before the local buckling deformation due to shear force becomes dominant in beams.

