

橋梁構造全体システムからみた 耐震性能のあり方

藤野陽三¹・阿部雅人²

¹フェロー Ph.D. 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)

²正会員 Ph.D. 東京大学講師 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)

高架橋は一般に桁-支承-脚-基礎-地盤から構成されており、その耐震性能はシステム全体としての挙動により決定される。ここでは免震高架橋を例にとり、(1)脚-免震支承を線形2自由度系にモデルし、免震支承が具備すべき要件を論じ、(2)基礎-脚-免震支承系における地震時最適損傷配分の決め方についての考え方を示すとともに一試算例を提示する。

Key Words: *cost, damage allocation, elevated highway bridges, energy dissipation devices, optimization, seismic response control*

1. はじめに

高架橋は一般に桁-支承-脚-基礎-地盤からなるシステムをとみなすことができる。したがって、高架橋に地震動が作用したとき、個々の要素の受ける地震力は他の要素の動きの影響を当然、強く受ける。とくに、ある要素が降伏し、あるレベル以上の高架橋の耐震性能を論じるとき、橋脚がシステムの中で非常に重要な要素であることは間違いないが、地震力を伝えられなくなれば、他の要素が受ける地震力分布は、弾性応答時の分布とは大きく異なったものとなる。直列的なシステムの一要素に過ぎないこともまた事実である。性能設計的な立場からいえば、「全体としての耐震性能」が問われているのであって、個々の要素の耐震性能はいくら優れたものであっても全体の性能が芳しくないものは評価されない。また一ヶ所性能が芳しくないところがあると全体の性能がそれに足を引っ張られることにもなる。

1996年の道路橋示方書の改訂により、耐震設計は動的解析をより活用するものになった。実態が追いつかないところがあるのが現状であるが、動的解析を行うときには、単純化されたモデルとはいえ、全体系を相手にせざるを得ない。このように橋をシステムそして捉える必要性、必然性が高くなっている。

本論では橋全体の耐震性に関連して著者らが最近行っている研究を2つ紹介する。

2. 弾性振動論からみた橋梁システムのあり方

「高架橋の耐震性能を高める」ことが阪神大震災以後とくに重要性の高い命題となっている。それに対して、具体的にはどのような橋梁の姿を追いかけていけばよいのであろうか？先に述べたように脚をよりよい設計にすることも非常に大切ではあるが、高架橋全体の挙動の視点から、脚をはじめ各要素の要求性能が決まることになる。

この問題を考えるにあたり、ここでは極めて単純化した線形モデルを用いる。すなわち、脚と弾性支承を各々1自由度系でモデル化する。実際の要素は強震動において非弾性化する。しかし非弾性的の応答特性は等価線形化手法によりある程度捉えることが可能であり、線形弾性解を等価線形化理論により逆に読みかえることはできる。線形式を用いる最大のメリットは解析的な手法によりかなり見通しのある解が得られることである。「高架橋の耐震性を高めるといいうことは具体的にはどのような姿であり、我々はそのために何を求めていけばよいのか」を考えるには十分とはいわないまでも役に立つ定式化と考えている(詳しくは文献1参照)。

2.1 地震応答予測法

地震動は、大きさ、振動数特性ともにばらつきが大きく、特定の地震動に対して最適設計を行っても、他の地震動に対して適用性が低い。そこで、ここで

は、地震動に関する知識が全くない場合を想定し、地震動を定常ガウス白色雑音過程と仮定する。

地震動を受ける n -自由度線形系の運動方程式は、

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -Mr\ddot{x}_g, \quad (1)$$

と表せる。ここに、 x ：応答変位ベクトル (n)、 M ：質量行列 ($n \times n$)、 C ：減衰行列 ($n \times n$)、 K ：剛性行列 ($n \times n$)、 r ：影響係数ベクトル (n)、 \ddot{x}_g ：地震加速度である。

式(1)は、状態変数表示によって、式(2)のように、連立1階常微分方程式の形で表される。

$$\dot{z} = Fz + G\ddot{x}_g \quad (2)$$

$$z = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} -r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2a,b,c)$$

ここで、耐震設計上低減したい応答は、必ずしも全状態量 z ではないから、 $n' \times 2n$ ($n' \leq 2n$) の観測行列 H を用いて、一般に

$$y = Hz \quad (3)$$

と、表すことにする。全ての状態量が興味の対象である場合には、 H を単位行列とすればよい。すると、応答の共分散行列は、

$$E[yy^T] = E[Hz(Hz)^T] = E[Hzz^T H^T] = HE[zz^T]H^T \quad (4)$$

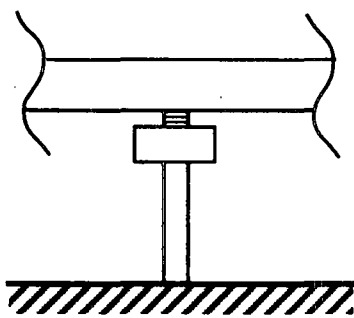
となる。すなわち、 y の共分散は z の共分散の線形結合として求められる。

z の共分散は、外力が定常白色雑音過程であるときには、時間領域、あるいは振動数領域の方法で求めることが知られている^{1,2)}。

ここでダンパーなどの制震装置をとりつけるとする。このとき制震装置設置位置を示す行列を B とすると、制震装置設置後の運動方程式は、

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx + B^T C' B \dot{x} + B^T K' B x = -Mr\ddot{x}_g \quad (5)$$

となる。ここで B は、(制震装置設置数 $\times n$) 行列で



(a) 免震

ある。また、1次形では、

$$\dot{z} = (F + F')z + G\ddot{x}_g \quad (6)$$

$$F' = \begin{bmatrix} -M^{-1}B^T C' B & -M^{-1}B^T K' B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

と表せる。ここで、 C' ならびに K' が制震装置の設計変数となる。

橋梁システム全体の応答低減の評価基準として、最大応答の和を用いる。すなわち、最適問題として、

$$J_1 = \sum_{j=1}^{n'} R_j = \sum_{j=1}^{n'} p_j \sqrt{E[y_j^2]} \quad (8)$$

を最小化するような制震装置の設計値を求めることになる。なお、 p はピーファクターである。 R_j が正であることに注意すると、式(19)を最小化する設計値は

$$J = \text{tr}(E[yy^T]) \quad (9)$$

を最小化する設計値と等しいことが了解される。

式(9)の評価関数は特別な形をしているので、Bellman 展開ならびに Kleinman の補題を適用することで、勾配 (gradient) が

$$\frac{dJ}{dF} = 2ZLH^T H \quad (10)$$

で与えられる^{3,4)}。ここで、

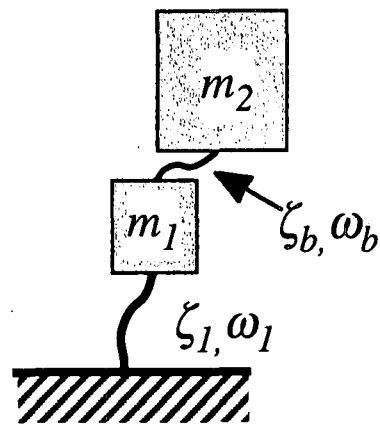
$$L = \int_0^\infty e^{F(\tau)} e^{F^T(\tau)} d\tau \quad (11)$$

であり、 L は Lyapunov 方程式

$$FL + LF^T + I = 0 \quad (12)$$

の解として与えられる。

このように、各点での勾配が厳密な形で与えられるので、例えば、Davidon-Fletcher-Powell 法⁵⁾など標準的な同時最適化手法と組み合わせることで、効率よく高い精度で同時最適化を行うことができる。



(b) モデル

2.2 免震支承

ここでは、免震橋梁の基礎的な特性をつかむために、桁1自由度、橋脚1自由度の簡単な線形モデルを用いた(図-1)。運動方程式は、

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (13a)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2m_1\zeta_1\omega_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13b)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} m_1\omega_1^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13c)$$

$$C = 2m_2\zeta_b\omega_1 \quad (13d)$$

$$K' = m_2\omega_b^2 \quad (13e)$$

$$\mathbf{B} = [1, -1] \quad (13f)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (13g)$$

とおくことで得られる。ここに、設計変数は支承の剛性を表す ω_b と支承の減衰を表す ζ_b である。この場合も、橋脚の減衰 ζ_1 を無視することによって、二乗平均応答は、以下のような簡単な形で得られる。

$$E[x_1^2] = \frac{Q}{\omega_1^3} \left\{ \frac{1 - (1+\mu)^2(2-\mu)f^2 + (1+\mu)^4 f^4}{4\mu\zeta_b} + \frac{\zeta_b(1+\mu)^3}{\mu} \right\} \quad (14a)$$

$$E[(x_2 - x_1)^2] = \frac{Q}{4\mu\zeta_b\omega_1^3} \left\{ (1+\mu)^2 + \frac{\mu}{f^2} \right\} \quad (14b)$$

ここに

$$f = \frac{\omega_b}{\omega_1}, \quad \mu = \frac{m_2}{m_1} \quad (14c,d)$$

である。以下、 f を振動数比、 μ を質量比と呼ぶことにする。

桁の相対変位 $x_2 - x_1$ は、式(14b)からわかるように、 ω_b および ζ_b について単調減少であり、より固い支承を用いればより応答が低減されるという結果になっている。しかし、橋脚の応答 x_1 については、以下のような最適値を持つ。すなわち、

$\mu \leq 2$ のとき

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{1-\mu/2}}{1+\mu} \omega_1 \quad (15a)$$

$$\zeta_b = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu(1-\mu/4)}{(1+\mu)^3}} \quad (15b)$$

$\mu \geq 2$ のとき

$$\omega_2 = 0 \quad (16a)$$

$$\zeta_b = \frac{1}{2\sqrt{(1+\mu)^3}} \quad (16b)$$

ここに、式(15)の値は、既に動吸振器 (Tuned Mass Damper, TMD) の最適設計値として知られているも

のである^{6),7)}。また、式(16a)において、最適値が0となっているが、これは、振動数が正になるという制約条件を課したためである。

図-2に橋脚の応答を、橋脚が固定である場合の応答で正規化したものを示した。ここで一般的な高架橋で代表的な値と考えられる、 $\mu=5$ 、 $\zeta_1=0.05$ とし、 ω_1 は前の例と同様に 4π 、 2π 、 $4\pi/3$ の3通りに変化させた。図-2(a)の振動数比を変化させた場合においては、式(16b)の支承減衰値を用いた振動数を用い、減衰を変化させた図-2(b)においては、 $f=0.2$ とした。振動数比 f を最適の0としなかったのは、現実の使用条件においては0は非現実的であると考えたためである。 $f=0.2$ は通常の免震設計で行われる長周期化のレベルである。振動数比の増加に伴い応答が増大するのみならず、減衰の増加によっても橋脚の応答が増大することがわかる。

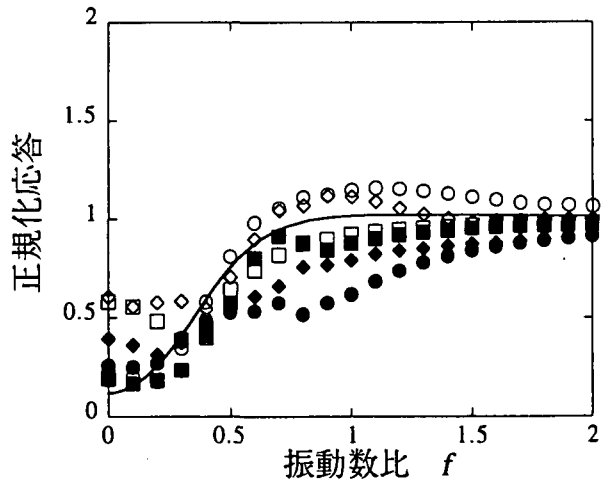
図-3には、図-2と同じ場合の桁の応答を示した。振動数比、減衰ともについて単調減少であることが見て取れる。

図-4は、同様の計算であるが、 $f=0$ として行い、また、橋脚の応答を、完全な可動支承時すなわち桁の慣性力が全く橋脚に伝わらない場合の応答で正規化したものである。最適な支承の減衰値を用いれば、正規化応答が1を下回る場合があることがわかる。すなわち、桁と切り離されている場合よりも、最適な支承で桁と結ばれていた方が応答が低減されていることになる。これは、桁が、橋脚に対してTMDのように振る舞ってエネルギーを吸収しているためであると解釈できる。なお、この場合、数値的に得られた最適値は $\zeta_b=0.0245$ であり、脚の減衰を無視した式(13b)から得られる値は、0.0340である。

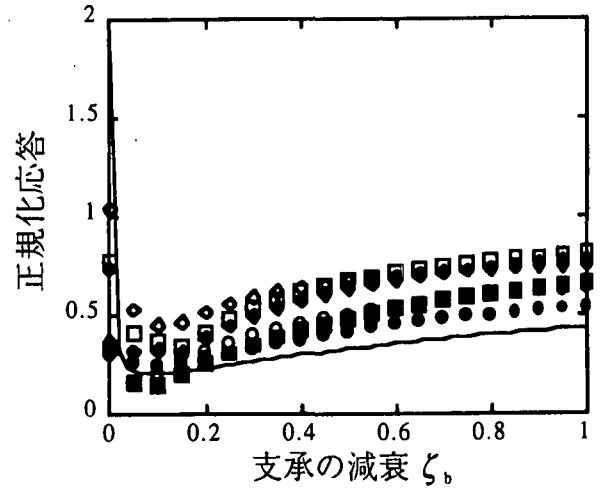
上述のように、免震橋梁においては、桁と橋脚の応答低減にトレードオフの関係があることがわかる。脚の地震力負担を減らすためだけであれば支承の剛性すなわち f を小さくし(図2(a))、減衰 ζ_b はそれに応じて適当な(小さな)値とするのが合理的となる。しかし、桁の相対変位は f 、 ζ_b が小さいと大きくなる(図3)。これに対処するためには、桁どうしの衝突を避けることとなる。その結果、桁の遊間が大きくなり、大型の伸縮装置が必要となる。大きな伸縮装置は高価であり、交通荷重で痛みやすいのが伸縮装置である。

橋脚の二乗応答と桁の二乗応答との和を縦軸(目的関数)にプロットしたのが、図5である。振動数比 f はあまり小さくせず、減衰 ζ_b についてはある程度以上大きければどんな値でもかまわないことを示している。両者の重みのかけ方で最適解は当然変わってくるが、減衰値には敏感でないというのは工

学的にはありがたいことである。



(a)橋脚の応答の振動数比による変化



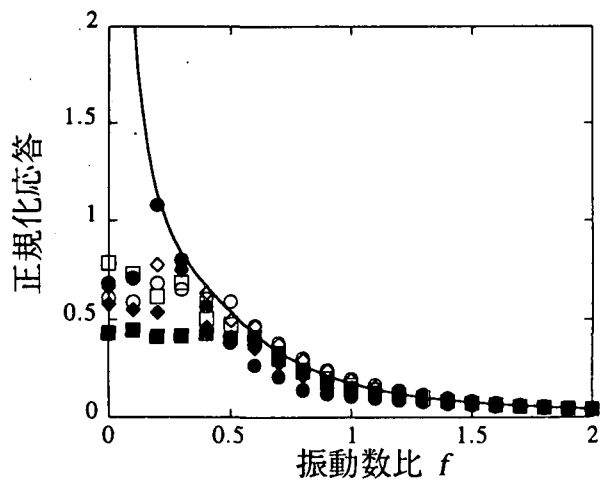
(b)橋脚の応答の減衰による変化

図-2 橋脚の応答 (固定支承の場合で正規化)

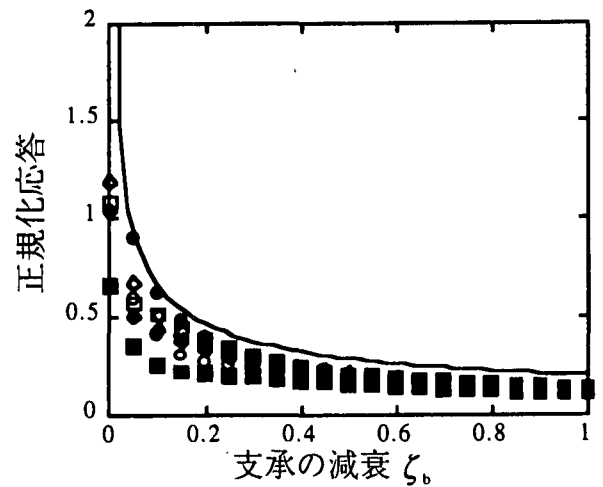
——：予測値

●：エルセントロ ($\omega_1=4\pi$)，■：エルセントロ ($\omega_1=2\pi$)，◆：エルセントロ ($\omega_1=4\pi/3$)，

○：神戸海洋気象台 ($\omega_1=4\pi$)，□：神戸海洋気象台 ($\omega_1=2\pi$)，◇：神戸海洋気象台 ($\omega_1=4\pi/3$)。



(a)桁の応答の振動数比による変化



(b)桁の応答の減衰による変化

図-3 桁の応答 (固定支承の場合で正規化)

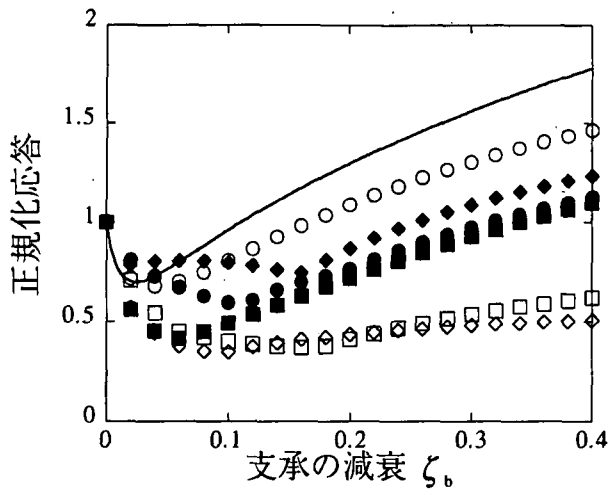
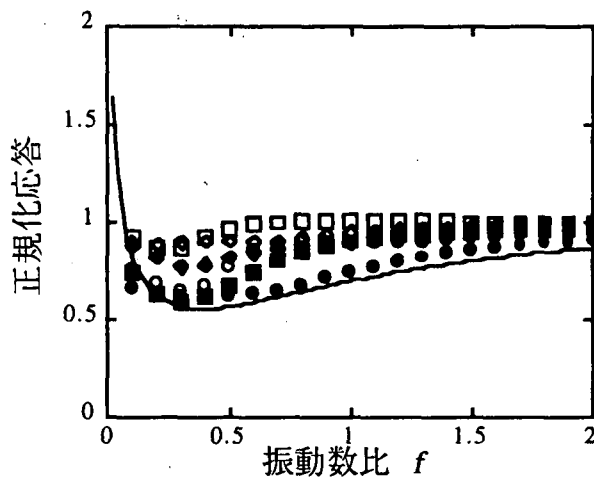
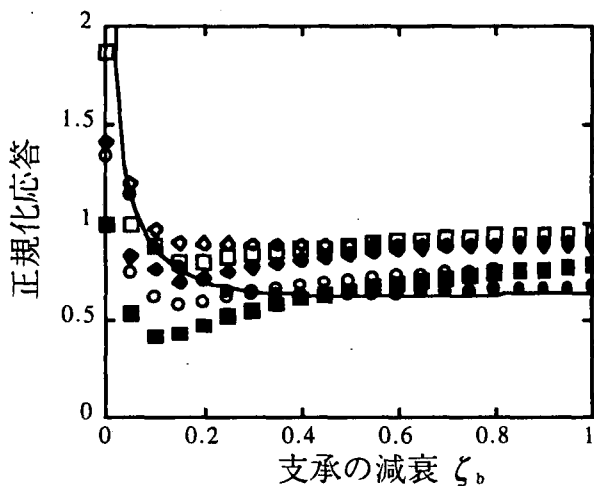


図-4 橋脚の応答 (完全可動支承 ($f=0$) の場合で正規化)



a) 振動数比 f による変化



(b) 減衰 ζ_0 による変化

図5 脚の2乗応答と桁の2乗応答との和

3. 最適損傷配分について

神戸海洋気象台の強震記録による加速度応答ス

ベクトル(5%減衰)は、構造物への影響が大きい 0.5 秒から 1.0 秒の周期帯域で 2g, もしくはそれを越える値を示している。ここでは、重要度の高い高架橋においてはこのような強い地震動レベルに対して、補修可能な程度の損傷は許すという立場に立ち、桁、支承、橋脚、基礎で構成される高架橋システムにおいて各要素へ損傷を合理的に配分し、高架橋全体で耐震性能を確保するという考え方を展開する(詳しくは文献8参照)。そのために、各要素の損傷度を定量化する尺度を構築し、高架橋システムの好ましい損傷配分を検討する。好ましい損傷配分は、設計レベルを反映する初期投資額と地震による補修費用との和が最小となる条件から求める。

3.1 方法

各要素の損傷度と補修費用との関係、ならびに耐震設計レベルと初期投資額との関係を作成する。前者を損傷度曲線、後者を建設コスト曲線と呼ぶことにする。各要素の損傷度は最大応答塑性率(以下、塑性率)で表し、また設計レベルは降伏強度で評価を行う。損傷度評価曲線は今回得られた被害データを活用し、被害の尺度として用いられた被災度判定を介して求める^{9,10,11)}。一方で、初期投資額の感度曲線は専門家へのアンケート調査によって作成する。次に、基礎の sway と rocking を加味した高架橋モデルを用いて非線形動的解析を行い、各要素の損傷分布を調べる¹²⁾。最終的に、非線形動的解析から導かれる塑性率を損傷度曲線に対応づけて補修費用を算出し、一方で、ある降伏強度における初期投資額をその建設コスト曲線から算出し、高架橋システムの好ましい損傷配分を決定する。

なお、対象とする高架橋は阪神高速道路3号神戸線の中から都市内高架橋の典型例として図6の諸元のものを選択した。また、支承部は3号神戸線の復旧状況を考慮し免震支承、橋脚はコンクリート充填鋼製橋脚、基礎は場所打ち杭をそれぞれ想定した¹³⁾。

3.2 損傷度曲線ならびに耐震設計コスト曲線

以上の過程を経て作成した損傷度曲線を図7に、耐震設計コスト曲線を図8に示す。図7は第一に各要素への損傷配分として考えられる塑性率2から7の範囲では杭基礎の補修費用が格段に大きいこと、図8は第二免震支承の補修費用と初期投資額は他の要素に比べて低いことを示している。つまり、基礎への損傷をできる限り避け、桁遊間量に配慮しつつ免震支承に相応の損傷を負担させることが好ましい設計であることを示唆している。

3.3 損傷分布の傾向

非線形動的解析(図9)により、支承部の降伏

強度を0.1gから0.5gに変化させた時の各要素の塑性率の変化を調べた。ここでは、橋脚の降伏強度は0.2g、基礎の降伏強度は0.5gに設定している。各要素の復元力モデルは全てバイ・リニア型を用い、それらの値は文献9)を参考に定めた。

また、入力地震動は神戸海洋気象台のNS成分を用いている。

解析結果を図10に示す。図10より、支承部の降伏強度を高めるとその塑性率は減少するが、橋脚や基礎の塑性率は高まる、つまり、ある要素の設計レベルが他の要素の損傷量に与える影響は大きく、トレードオフの関係があることがわかる。

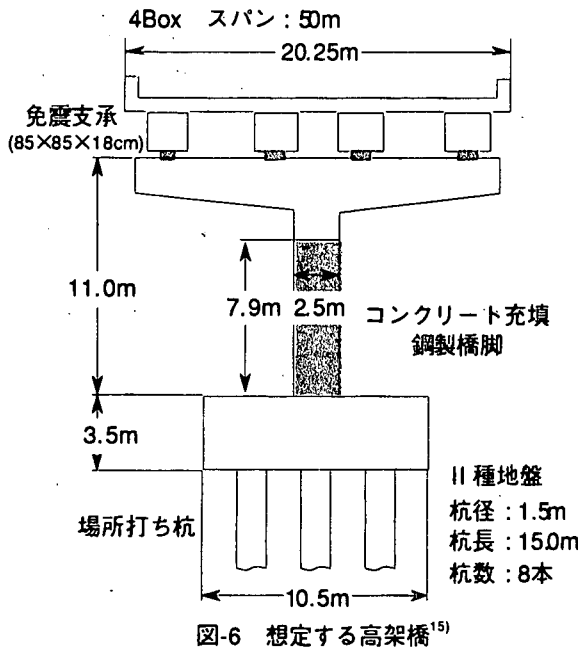


図-6 想定する高架橋¹⁵⁾

3.4 損傷配分評価

図7の損傷度曲線と図8の建設コスト曲線を用い、基礎の降伏強度を0.5gから0.9gに、支承と橋脚の降伏強度を0.1gから0.5gに変化させた場合、その組み合わせの中から初期投資額と補修費用の和が最小となる好ましい損傷配分を求めた。基礎の降伏強度を0.9gに設定した場合の結果を図11に示す。

図11は、支承部の降伏強度を0.1g程度に、橋脚の降伏強度を0.2gから0.3gに設計したケースが最も経済的となり、補修の負担が軽いことを示している。なお、この時の塑性率は、免震支承が11から14、橋脚が3から5の範囲にあり、現設計において十分対応できる値であることを確認している。

一方、図には示していないが、基礎の降伏強度を0.5gに設計した場合はコスト的には0.9g設計に比べて大きな差が認められないものの、地震により基礎が損傷し復旧のために増し杭が必要となる設計になってしまう。つまり、コストがほぼ等しいなら、弾性設計に近い0.9g程度に設計する方がより安全であると考えられる。最終的に結論として、想定した高架橋システムの設計方針、すなわち好ましい損傷配分は、免震支承に可能な限りの塑性変形を許し、コンクリート充填鋼製橋脚にある程度の塑性変形を許し、杭基礎で若干のエネルギー吸収を見込むという方向性であることが示された。

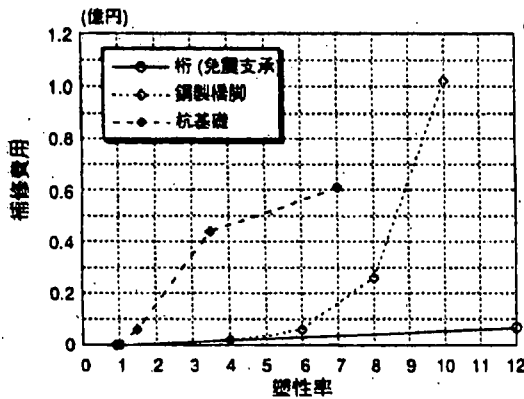


図7 損傷度曲線

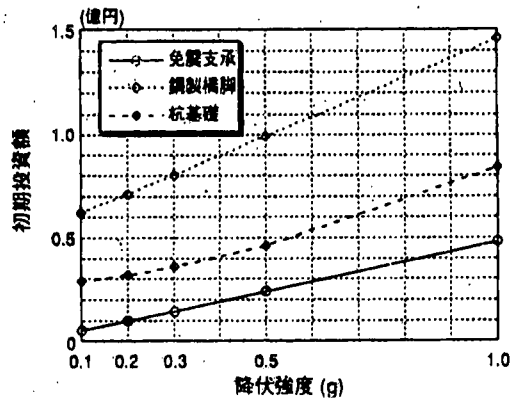


図8 耐震設計コスト曲線

4. 終わりに

橋梁全体系の応答を考えたときの、各構成要素の最適化手法を線形系、非線形系を対象に構築し、基礎的な検討を行った。

「最適化」というのは極めて重要な概念であるが、実際に有意な解を見出していくのは難しいことである。基礎、橋脚のモデル化もより精緻なものにしていく必要性を感じている。それだけではなく、桁の衝突なども考慮していく必要性もある。最適性の尺度として、後半部の解析では補修費用を用いたが、補修期間というのも尺度になり得ようし⁸⁾、社会経済的な損失を尺度とすべきという考え方も当然有りうる。立場により、尺度は変わってくる。また、今回の神戸大震災では橋脚の残留変位の重要性が改めて指摘されており、これについても考慮する必要性がある。考えるべき課題は多い。

謝辞：後半部の解析は庄司 学氏（東工大助手）によるものであり、阪神高速道路公団からは貴重な震災データの提供を受けた。ここに記して感謝したい。

参考文献

- 1) 阿部・藤野：橋梁全体系の耐震性能の向上をめざした制震装置の最適化，土木学会論文集（投稿準備中）
- 2) Bryson, A. E., 他 1975, *Applied Optimal Control*, Hemisphere, New York.
- 3) Levine, W. S. 1970, "On the determination of the optimal constant output feedback gains for linear multivariable systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-15, pp.44-48.
- 4) Xu, 1994, 他 "Optimal placement and gains of sensors and actuators for feedback control," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, AIAA, 17, pp.929-934.
- 5) Press, W. H., (1992). *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press.
- 6) 阿部・藤野：摂動解による同調質量ダンパー（TMD）-構造物系の動特性の理解と制振評価，土木学会論文集 No.446, pp.157-166, 1992.
- 7) Warburton, G. B., 1981, "Optimum absorber parameters for minimizing vibration response," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, pp.251-262.
- 8) 庄司・藤野・阿部：高架道路橋システムにおける地震時損傷配分の最適化の試み，土木学会論文集，1997年4月号（印刷中）
- 9) 土木研究センター：道路橋の免震設計法マニュアル（案），1993.12.
- 10) 宇佐美勉ほか，土木学会論文集 No.525/I-33, pp.55-67, 1995.10.

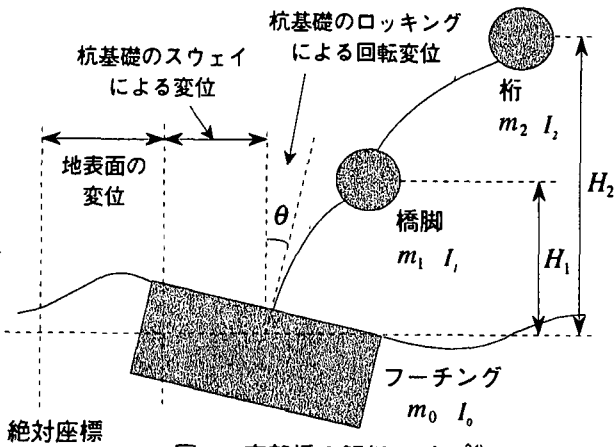


図-9 高架橋の解析モデル²⁴⁾

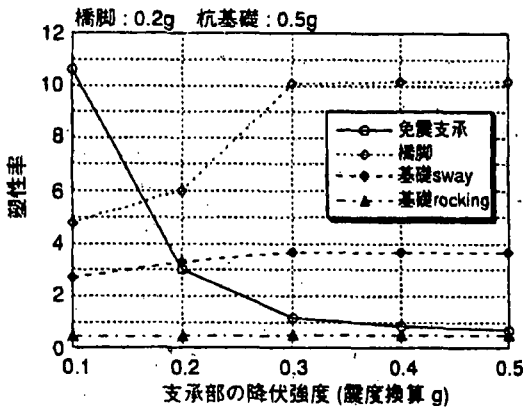


図10 免震支承の降伏強度と各要素の塑性率

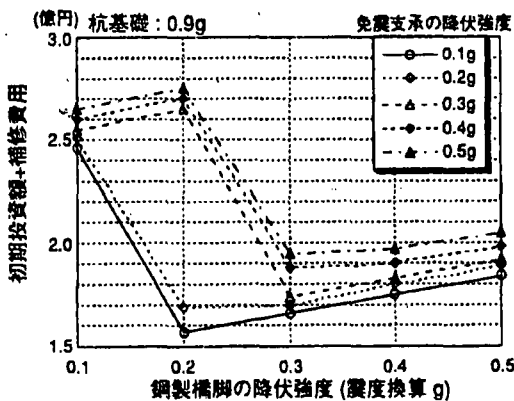


図11 鋼製橋脚の降伏強度とトータルコスト

- 11) 幸左賢二ほか，第 29 回土質工学研究発表会，pp.1595-1598, 1994.6.
- 12) 土岐憲三：構造物-基礎系における耐震安全性の配分，基礎工，pp.2-7, 1993.12.
- 13) 日本道路協会：「兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係わる仕様」の準用に関する参考資料(案),1995.6.

OPTIMIZATION OF OF ELEVATED HIGHWAY BRIDGE SYSTEM SUBJECT TO SEVERE GROUND MOTION

Yozo FUJINO and Masato ABE

At the first half of the paper, general optimization procedure for seismic linear response reduction is constructed. Then, optimal design of bearings in a bridge system is demonstrated using a simple linear two-degree-of-freedom bridge models. Analytical expression for optimal design value are also developed for the isolation device. At the latter half of the paper, accepting minimum repairable damage to elevated highway bridges under very severe ground motion, optimal allocation method of damage to the bridge system is studied. The relationship between damage to each element and its repair cost and the relation between the initial cost and seismic performance are derived. Then, optimal damage allocation to minimize total cost is obtained using nonlinear dynamic analysis of a foundation - pier - isolation-bearing - girder system.