

地震アレー観測記録に基づく動的地盤定数の 拡張ベイズ法による逆解析

鬼丸貞友¹・吉澤 睦博¹・本城 勇介²・杉本 三千雄¹

¹正会員 竹中工務店技術研究所 (〒270-13 千葉県印西市大塚1-5-1)

²正会員 岐阜大学 工学部 土木工学科 (〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

東京都江東区に設置された鉛直アレー観測より得られた、10年以上にわたる地震観測データに基づき、地盤の動的定数を逆解析により推定した。地盤の応答解析に用いたプログラムはSHAKEである。観測データの統計的な非適切性により、簡単な最小二乗法による逆解析では、解が不安定となり、適切な動的定数の推定を行うことが出来なかった。この問題点を解決するため、赤池ベイズ情報量基準(ABIC)を拡張ベイズ法と組み合わせた逆解析法が適用され、安定な解を得ることができた。推定された結果は、地震計設置時に実施された動的三軸試験結果と比較した。せん断剛性は、逆解析結果と良い一致をみたが、減衰比は三軸試験結果よりやや大きめの値が推定された。

Key Words: Seismic Response, SHAKE, Inverse Analysis, Extended Bayesian Method,
Dynamic Soil Parameters

1. はじめに

重複反射理論に基づき地盤の1次元的地震応答を予測することは広く行われている。このとき、用いられている各土層のせん断剛性と減衰比は、動的三軸試験などの方法で求められるが、その値の妥当な決定法について完全に確立しているわけではない。今回、東京都江東区において10年以上にわたって行われた、実地震アレー観測記録に基づき逆解析によりこれらの動的地盤定数を推定し、これを動的三軸試験結果と比較した。

ところで、地盤工学における諸問題への逆解析の適用では、データの共線性(不適切性)が大きな問題である¹⁾。本研究では、この問題の対処法として事前情報を導入した拡張ベイズ法と呼ばれる、赤池の情報量統計学を基礎とした逆解析手法を用いた。

2. 解析手法

(1) 重複反射理論による地盤の応答解析

地盤応答解析には、SHAKEを用いている(Shunabel, P. B., Lysmer, J. and Seed, H. B., 1972)²⁾。各土層のせん断剛性 G_i , 減衰率 h_i , 厚厚 H_i , 密度 ρ_i , を設定し、基盤からの入力地震動を

フーリエスペクトルの形で与えることにより、地盤の応答を求めることができる。 G_i を、当該地震波の最大ひずみの65%に該当する値に設定することにより、等価的に線形解析で応答が計算できることが知られている。

SHAKEを用いることにより地中の任意の2点間の伝達関数を計算でき、本研究では観測点間で得られた伝達関数と、計算で得られる伝達関数を比較することにより土の動的定数を推定した。

(2) 逆解析手順

(a) 最小二乗法(LSM)

最も一般的な方法である、最小二乗法は次のように与えられる:

$$J_1(G, h) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K (T_{ij}(f_k; G, h) - T_{ij}^*(f_k))^2 \quad (1)$$

ここに、 T_{ij} : 観測点 i と j の間の計算伝達関数、 T_{ij}^* : 観測点 i と j の間の観測伝達関数、 f_k : 第 k 番目の周波数 G : せん断剛性 h : 減衰比。

一連の G と h の組み合わせの中で J_1 を最小にするものを選ぶ。LSMはもっとも単純明快な方法であるが、この問題を含め多くの問題で、観測データの不

適切性のため有意な解を得ることが難しいことが知られている。

(b) 拡張ベイズ法(EBM)

この研究で導入された拡張ベイズ法は、次のように定式化される。

観測モデル：

$$\begin{aligned} \hat{f}_{ij}(f_k|u) &= \frac{\sum_j S^*_{ij}(f_j) W(f_k - f_j|u)}{\sum_i S^*_{ij}(f_j) W(f_k - f_j|u)} \\ &= T_{ij}(f_k|G, h) + e_k \end{aligned} \quad (2)$$

$$(i=1, \dots, N-1; j=2, \dots, N)$$

ここに T^*_{ij} は、パーゼンウィンドウにより平滑化された観測伝達関数である。 e_k は、平均0、分散 σ_e^2 の雑音である。

事前分布モデル：

$$\begin{aligned} G &= G^* + \delta_G \\ h &= h^* + \delta_h \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{where } \delta_G \sim N(0, \frac{\sigma_e^2}{d_1^2} I) \quad \delta_h \sim N(0, \frac{\sigma_e^2}{d_2^2} I)$$

ここに I は単位行列で、 d_1 と d_2 は事前情報と、観測情報の相対的な重要性を調整するパラメータである。特にせん断パラメータを用いた。断剛性と減衰比について与えられる事前情報の精度が異なると考えられるので、本研究では2つの調整パラメータを用いた。

事後分布とベイズ推定：

データ分布は、次のような多変量正規分布で与えられる：

$$p(\hat{f}_{ij}(f_k)|u, \sigma_e^2) \sim N(T_{ij}(f_k|G, h), \sigma_e^2 I) \quad (4)$$

G と h の事前分布も次の多変量正規分布で与えられる：

$$p(G|G^*, d_1, \sigma_e^2) \cdot p(h|h^*, d_2, \sigma_e^2) \sim N(G^*, \frac{\sigma_e^2}{d_1^2} I) \cdot N(h^*, \frac{\sigma_e^2}{d_2^2} I) \quad (5)$$

従って、事後分布は次のように与えられる：

$$p(G, h | \hat{f}_{ij}(f_k), G^*, h^*, u, d_1^2, d_2^2, \sigma_e^2) \quad (6)$$

$$\sim p(\hat{f}_{ij}(f_k) | u, \sigma_e^2) p(G | G^*, d_1, \sigma_e^2) p(h | h^*, d_2, \sigma_e^2)$$

G と h のベイズ推定量は与えられた G^*, h^*, u, d_1, d_2 と σ_e^2 について、(6)式を最大化するものとして与えられる。つまり、次式を最小化する G と h がベイズ推定量である：

$$\begin{aligned} J_2(G, h | G^*, h^*, d_1, d_2, u) &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=2}^N \sum_{k=1}^K [T_{ij}(f_k|G, h) - \hat{f}_{ij}(f_k|u)]^2 \\ &+ d_1^2 (G - G^*)^T (G - G^*) + d_2^2 (h - h^*)^T (h - h^*) \end{aligned} \quad (7)$$

最後に、超パラメータ u, d_1, d_2 と σ_e^2 は、次のABICを最小にするものが選ばれる：

$$ABIC = \frac{N(N-1)K}{2} \ln(J_2(\hat{G}, \hat{h})) - \ln(M^2 d_1^2 d_2^2) \quad (8)$$

$$+ \ln|H_1^T H_1 + H_2| + \text{const.}$$

where

$$H_1 = \begin{matrix} \frac{\partial T_{1,2}(f_1)}{\partial G_1} & \dots & \frac{\partial T_{N-1,N}(f_K)}{\partial G_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial T_{1,2}(f_1)}{\partial G_N} & \dots & \frac{\partial T_{N-1,N}(f_K)}{\partial G_N} \\ \frac{\partial T_{1,2}(f_1)}{\partial h_1} & \dots & \frac{\partial T_{N-1,N}(f_K)}{\partial h_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial T_{1,2}(f_1)}{\partial h_N} & \dots & \frac{\partial T_{N-1,N}(f_K)}{\partial h_N} \end{matrix}$$

$$H_2 = \begin{matrix} d_1^2 I & 0 \\ 0 & d_2^2 I \end{matrix}$$

ここに、 N は観測点数、 M は土層数、 K は周波数の離散数である。ABICの詳しい説明については Akaike (1980)³⁾、や Honjo, Liu and Sakajo (1994)⁴⁾ を参照されたい。

3. 地震観測概要および解析地盤結果

(a) 観測地点

地震観測場所は東京都江東区の(株)竹中工務店東陽町インテス敷地内で、軟弱地盤の動特性等の把握を目的に地震観測が1982年～93年まで実施された。設置

地震計はG1(GL-3.5m)とG2(GL-11.2m), G3(GL-44.4m)の3ヶ所に設置している。

逆解析の対象としては上記期間に観測された9波を用いた。また、解析地盤モデルとしては表-1に示すような地盤定数を設定した。これは、PS検層結果から与えたものである。

(b)解析結果

図1に、LSMとEBMによる解析結果の代表的な例を示した。LSMでは、Gの推定値がPS検層結果をかなり下回る場合もあり、推定が全体に不安定である。これに対してEBMのGの推定値は、安定している。

一方、減衰比hの推定値は、LSMでは初期値からほとんど変化していないのに対し、EBMではかなり変化している。これは、EBMではABICを最小とする超パラメータが、 d_1 では100、 d_2 では1となり、Gを拘束しhを動かすように作用したと思われる。

平滑化幅0.3Hzで平滑化された伝達関数を用いて9個の観測データ個別に逆解析を行い、せん断剛性と減衰比を推定し、有効ひずみ(最大ひずみの65%)を求め、動的地盤定数のひずみ依存性をプロットしたものを図-2(a)~(d)に示す。また、このとき比較のため、室内振動三軸試験結果から求めた動的地盤定数のひずみ依存性をプロットする⁵⁾。

NS, EW成分共に、せん断剛性のひずみ依存性は、7,8層目以外は、逆解析結果と室内試験結果がほぼ一致した。また、減衰比は微小ひずみ領域(10^{-5} 以下)の逆解析結果が、室内試験に比べ10倍大きい減衰比が求められ、また中ひずみ領域($10^{-5} \sim 10^{-3}$)も逆解析結果は室内試験結果で得られた減衰比より大きいと思われる。

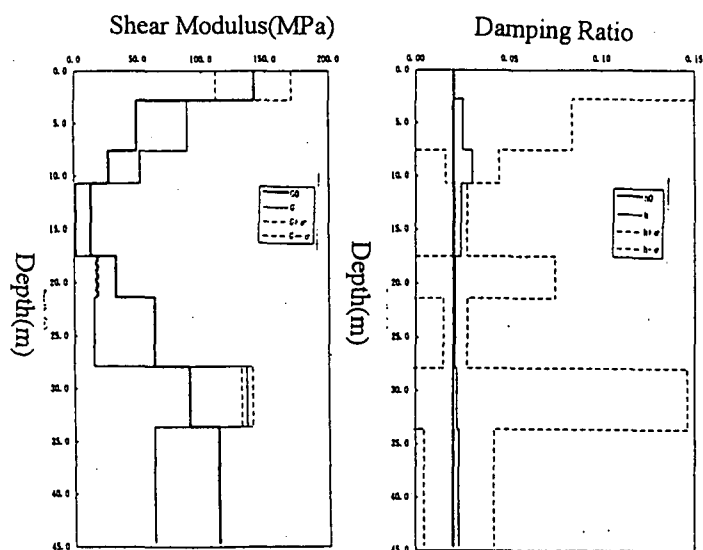


Fig.1(a) Estimated shear modulus and damping ratio by LSM

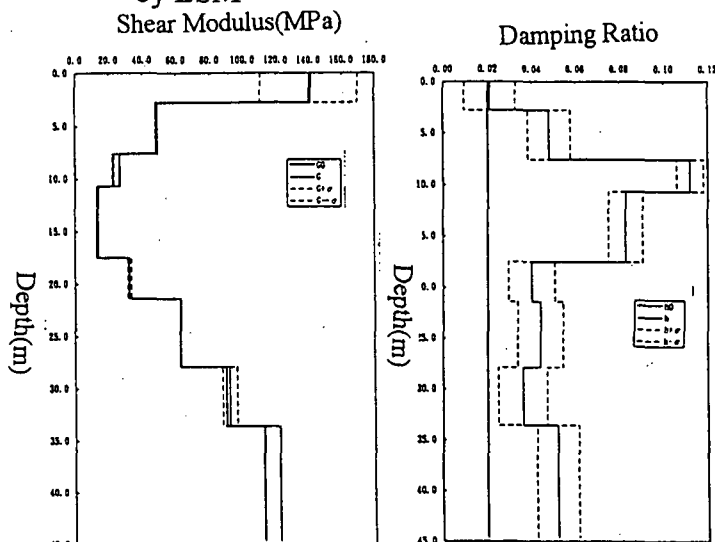


Fig.1(b) Estimated shear modulus and damping ratio by EBM

Table 1 Soil profile and ground model at Tohyo-cho site

DEPTH (GL-m)	SOIL CLASSIFICATION	SPT VALUE	PS LOGGING (m/sec)	ACCELEROMETER	LAYER'S NUMBER	THICKNESS OF LAYER (m)	DENSITY ρ (U/m^3)	SHEAR VELOCITY V_s (m/sec)	SHEAR MODULUS G (MPa)	DAMPING RATIO h
±0.0	FILL	0	0		1	2.8	1.80	280.0	141.1	0.02
-1.0	FILL	0	0		2	4.8	1.91	160.0	48.9	0.02
-2.8	SANDY SILT	6	5	• G1(GL-3.5m)	3	3.1	1.85	120.0	26.6	0.02
-4.9	FINE SAND	6	5		4	6.8	1.55	91.0	12.8	0.02
-7.6	SILTY SAND	10	10	• G2(GL-11.2m)	5	3.9	1.55	144.0	32.1	0.02
-10.7	SILT	15	15		6	6.5	1.75	189.0	62.5	0.02
-17.5	SILT	20	20		7	5.7	1.70	230.0	89.9	0.02
-21.4	SANDY SILT	25	25		8	11.0	1.80	250.0	112.5	0.02
-27.9	CLAY	30	30		9	-	2.00	350.0	245.0	0.02
-33.6	CLAYEY FINE SAND	35	35							
-36.8	SANDY CLAY	40	40							
-44.6	FINE SAND	45	45	• G3(GL-44.4m)						

4. まとめ

以上のように、伝達関数を用いた地震時応答解析における拡張ベイズ法による逆解析の有用性を確認できた。重複反射理論に基づく地震応答解析に、動的三軸試験結果を用いることは、せん断剛性については妥当であるが、減衰比は過小評価しているという結果が今回の解析では得られた。

参考文献

- 1) 本城(1995): 土と基礎, Vol. 43, No. 7, pp. 63-68
- 2) Shnabel, P. B., J. Lysmer and H. B. Seed (1972): Report No. EERC 72-12, University of California, Berkeley
- 3) Akaike, H. (1980): J. M. Bernardo, M. N. DeGroot, D. V. Lindley and A. F. M. Smith (eds.), Bayesian Statistics, Valencia University Press, pp. 143-166, 185-203
- 4) Honjo, Y., Liu W. T. and S. Sakajo (1994) Structure Safety Vol. 14, pp. 5-29
- 5) 杉本, 阿部(1979): 軟弱地盤における地中地震観測(その2): 観測結果と解析結果の比較, 日本建築学会大会, 1979.

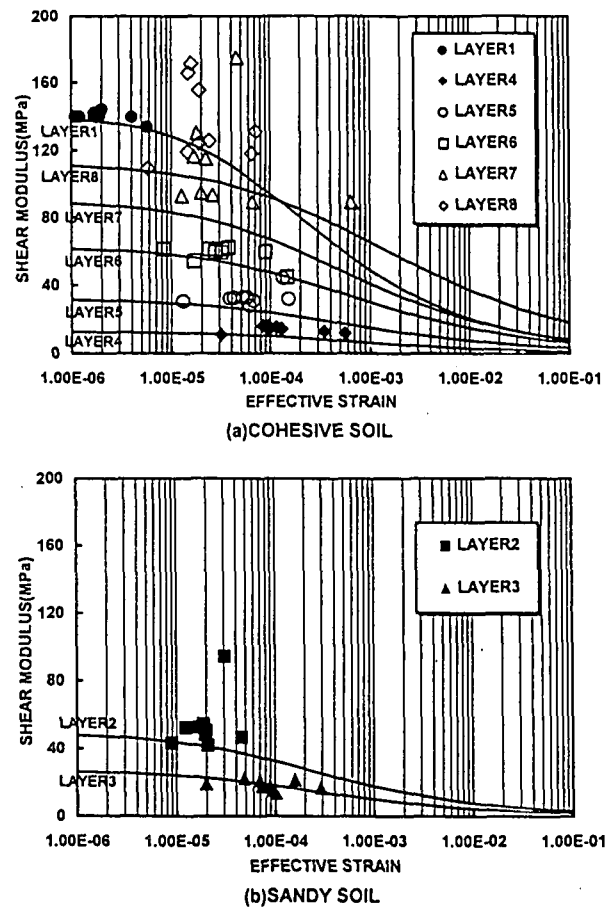


Fig.3 Estimated shear modulus vs. effective strain

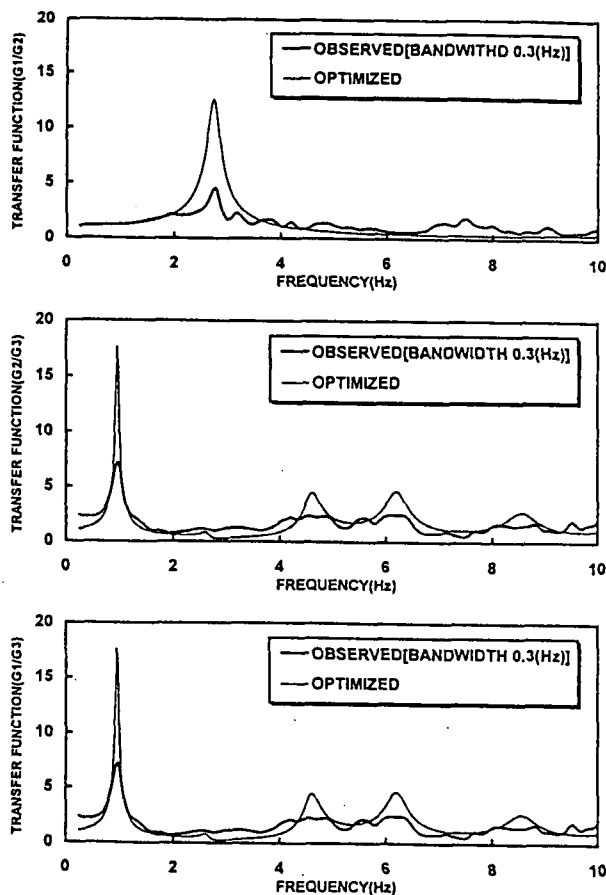


Fig.5 Smoothed observed transfer function vs. calculated transfer function

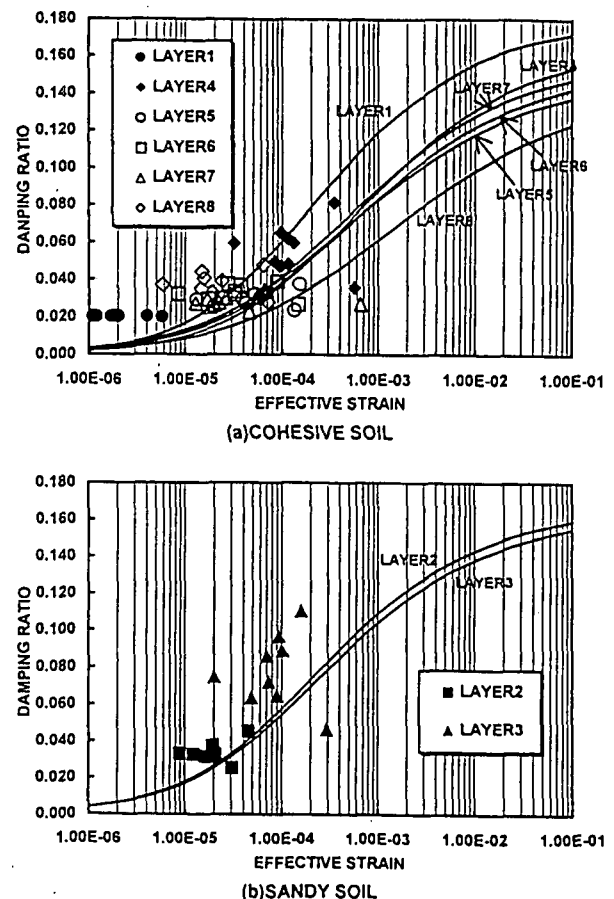


Fig.4 Estimated damping ratio vs. effective strain