

ファイバーモデルと陽的時間積分法を用いたRCラーメン構造の地震応答解析

Seismic Response Analysis of RC Rahmen Structures using Fiber Model and Explicit Time Integration Scheme

松浦幹佳*, 小林治俊**, 園田恵一郎***

Mikiyoshi MATSUURA, Harutoshi KOBAYASHI and Keiichiro SONODA

*正会員 工修 大阪市立大学大学院後期博士課程 [(株) 松浦建設] (〒558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

**正会員 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科 (〒558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

***フェロー 工博 大阪市立大学大学教授 工学部土木工学科 (〒558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

This paper is devoted to develop a numerical method using fiber model and explicit time integration scheme for the seismic response analysis of RC rahmen structures. The fiber model is applied to acquire the sectional force-deformation relations. RC cross sections are divided into multi-layers of concrete and steel bar. Nonlinear properties of steel bar and concrete are introduced between adjacent rigid elements. Numerical calculations for a RC Rahmen structure are carried out under the observed ground accelerations at Hyogoken Nanbu Earthquake (Kobe, 1995), and nonlinear dynamic properties of deformation and resultant force are discussed in detail.

Key Words : seismic response analysis, fiber model, explicit time integration scheme

1. まえがき

1995年1月17日に発生した兵庫県南部地震は、高架橋の橋脚をはじめとするRC構造物に構造体としての致命的損傷を与え、その中のいくつかは崩壊に至った。地震後、各分野での精力的な調査・研究が行われ、震災の経験が土木構造物の設計書、示方書に反映するよう努力されている。平成8年12月に改訂された道路橋示方書の耐震設計編¹⁾では、内陸直下型の地震に対し設計地震動(レベル2)は従来より大幅に増加した。一方では、単柱橋脚やラーメン橋脚など比較的簡単な形状のものに対しては水平保有耐力の照査、ならびに複雑な地震応答が予測される構造の場合には動的非線形応答解析を義務づけている。すなわち、現実の橋脚は不等脚のラーメン形式や多径間ラーメン形式なども多く、平成8年12月の示方書の改訂によって動的非線形地震応答解析の必要性が益々増してきたものと考えられる。

RC構造物の動的非線形解析のソフトはすでにいくつか開発されており、実施設計に利用されている。それらは、(1)連続体力学に基づく有限要素解析法、(2)骨組理論に基づく変位解析法に大別される。前者は理論的には優れているが、弾塑性非線形解析では、計算量が膨大になり、小規模の橋脚に対しては経済性の面で問題もある。一方後者は、前者に比べて計算量は飛躍的に軽減されるが、既存のソフトでは、部材の曲率と曲げモーメント関係を入力値とした解析法が主流である。この曲率と曲げモーメントの関係を求める手法として、従来からBernoulliの仮定、いわゆる平面保持の仮定に基づいた断面分割法²⁾やファイバーモデル³⁾を用いた方法が行わ

れている。しかしながら、RCラーメン構造物では部材断面において曲げモーメントと軸力が連成するので曲げモーメントや軸力のみの独立した関係を構成則として用いることは不十分であると思われる。

平成8年12月の道路橋示方書の改訂では、コンクリートの応力-ひずみ関係は拘束鉄筋の影響により変化させており、RC部材の横拘束鉄筋内部のコンクリートは拘束度に応じてより大きな限界ひずみを許容する曲線を規定している。したがって、骨組解析法においても、多様な応力-ひずみ曲線を採用し、同時に軸力およびせん断力の影響も考慮できる解析手法が求められるようになってきた。

本研究はファイバーモデルと陽的時間積分法を用いて上記の要求を満足させる動的非線形解析法の開発をめざしたものである。通常のラーメン構造では、柱またははり部材の端部に塑性ヒンジが発生し、大地震時のラーメン全体の変形は塑性ヒンジの回転量に大きく支配されるので、塑性ヒンジでの曲げと軸力の影響をできるだけ正確に取り入れることに力点を置き、部材中間部の弾性変形が支配する部分は比較的簡単に扱う方法を採用した。すなわち、断面の構成則については平面保持の仮定とファイバーモデルによる積分によって求め、運動方程式の時間積分は陽解法を用いた。このような方法は剛体バネモデル⁴⁾と類似しているが、陽解法を用いるために、バネという概念は導入せず、断面の曲率と伸びという変形量から曲げモーメントと軸力という力への変換のみ考慮することにより、非線形問題も線形問題と同程度簡単に扱う点に大きな特徴がある。もちろん、解の精度は要素分割に大きく影響されるが、部材端

部では道路橋示方書で定義された塑性ヒンジ長に即した要素分割を用い、部材中間部では比較的荒い分割を用いることが合理的と思われる。

本論文ではRC ラーメン橋脚を一つの解析対象とした方法⁵⁾をRC断面構成および応力-ひずみ関係についてさらに発展させ、実物により忠実なモデルの表現を試みた。最初に、提案する解法の定式化について述べ、ついで兵庫県南部地震での観測地震波を用いた動的非線形解析を行い、変形特性、断面力および応力履歴など調べた。

2. 解析手法

2.1 要素モデル

本解析においては、ラーメン部材を骨格線に沿って要素長 ds で等分割する。分割された剛体要素のうちの隣接する2要素を図-1のように要素 i および j とする。いま各要素の x, y 軸方向の変位をそれぞれ u, v とし、さらに z 軸まわりの回転を θ として定義する。要素端部の骨格線方向ひずみ δ_{ij} 、曲率 κ_{ij} 、骨格線直角方向ひずみ γ_{ij} は要素 i および j における重心の変位 (u, v, θ) から求められ、重心 G_i および G_j におけるひずみの平均値として式 (1) のようになる。

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= (u_j - u_i) / ds \\ \gamma_{ij} &= -(v_j - v_i) / ds + (\theta_j + \theta_i) / 2 \\ \kappa_{ij} &= (\theta_j - \theta_i) / ds \end{aligned} \quad (1)$$

各要素の重心から $ds/2$ における要素端部に作用する断面力は軸力 N_{ij} 、曲げモーメント M_{ij} 、せん断力 S_{ij} とし、座標軸の正負と一致するように与える。本解析では断面力の正負を次のように定義する。すなわち軸力は引張状態を、曲げモーメントはラーメン骨格線内側に凸の曲率を有する状態を、せん断力は部材軸と断面の外向き法線ベクトルが一致する断面で座標系のベクトル成分となるものをそれぞれ正方向とする。これらの断面力はひずみの関数として式 (2) のように表現でき、関数 f_N, f_S, f_M はコンクリートのひび割れ後は非線形となる。

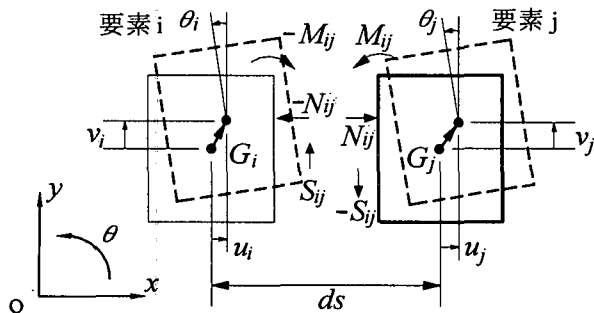


図-1 要素間の力の伝達

$$\begin{aligned} N_{ij} &= f_N(\delta_{ij}, \kappa_{ij}, \gamma_{ij}) \\ S_{ij} &= f_S(\delta_{ij}, \kappa_{ij}, \gamma_{ij}) \\ M_{ij} &= f_M(\delta_{ij}, \kappa_{ij}, \gamma_{ij}) \end{aligned} \quad (2)$$

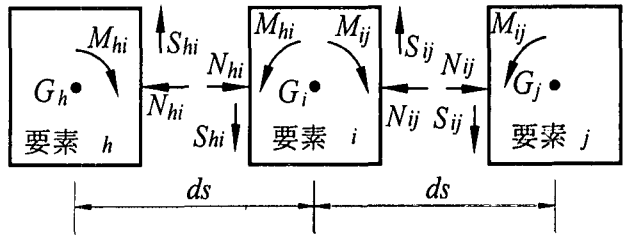


図-2 各要素に作用力する断面力

図-2の要素 i に作用する力は座標軸方向について表すと式 (3) となる。

$$\begin{aligned} X_i &= N_{hi} - N_{ij} \\ Y_i &= -S_{hi} + S_{ij} \\ M_i &= M_{hi} - M_{ij} + (S_{hi} + S_{ij})ds / 2 \end{aligned} \quad (3)$$

また本解析法においてはフーチングおよび地盤パネも考慮できるが本研究ではこれらを考慮していない。

2.2 ファイバーモデル

RC 部材においては軸力と曲げモーメントは互いに連成する。そこでRC部材の非線形特性を表現するために本解析では軸力と曲げモーメントがそれぞれ連成するモデルを考える。RC断面は図-3のようにコンクリート要素と鉄筋要素から構成され、鉄筋の付着は完全に維持するとして上で Bernoulli の仮定 (平面保持の仮定) を適用する。 A_s および A'_s はそれぞれ主鉄筋の断面積、 A'_s は左右側面鉄筋の断面積の合計である。断面内の外縁から ζ_i の位置に於けるコンクリートひずみ ϵ_{ci} 、側面鉄筋ひずみ ϵ_{si} および主鉄筋ひずみ ϵ'_s 、 ϵ_s は式 (4) となる。

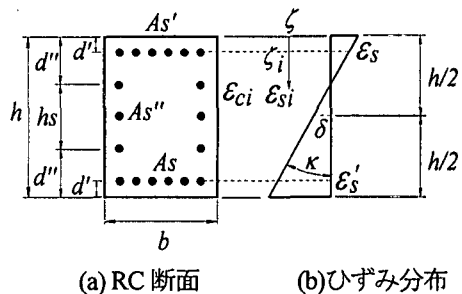


図-3 平面保持の仮定に基づくRC断面内のひずみ

$$\begin{aligned} \epsilon_{ci} &= \delta + (\zeta_i - h/2)\kappa, & \epsilon_{si} &= \delta + (\zeta_i - h/2)\kappa \\ \epsilon_s &= \delta + (h/2 - d')\kappa, & \epsilon'_s &= \delta - (h/2 - d')\kappa \end{aligned} \quad (4)$$

ここで δ および κ は式 (1) において求められた要素端部でのひずみであり、コンクリートおよび鉄筋のひずみはすべて引張状態を正としている。

2.3 応力—ひずみ関係

式 (4) によって求められるコンクリートおよび鉄筋のひずみに対して図-4 および 5 の応力—ひずみ関係を適用する。ここで、図-4 におけるコンクリート圧縮時の応力—ひずみ関係式は次のタイプ II の地震動による動的解析で用いられるもので式 (5) として道路橋示方書に規定されている。

$$\sigma_c = \begin{cases} E_c \varepsilon_c \left[1 - (1/n) (\varepsilon_c / \varepsilon_{cc})^{n-1} \right] & (-\varepsilon_{cc} \leq -\varepsilon_c \leq 0) \\ \sigma_{cc} - E_{des} (\varepsilon_c - \varepsilon_{cc}) & (-\varepsilon_{cu} \leq -\varepsilon_c \leq -\varepsilon_{cc}) \end{cases} \quad (5)$$

$$n = E_c \varepsilon_{cc} / (E_c \varepsilon_{cc} - \sigma_{cc})$$

しかし除荷曲線および引張特性については特に規定されていない。そこで本研究において圧縮時の除荷勾配には初期勾配 E_c を用いた。また式 (5) は横拘束筋による拘束効果を評価したものであるので、主筋および側面鉄筋内部のコンクリートについては終局ひずみとして $-\varepsilon_{cu}$ を適用し、解析終了とした。ただし主鉄筋および側面鉄筋外部のかぶりコンクリートについては $-\varepsilon_{cc}$ において圧壊し、応力を解放するがその後も解析を続行した。 E_c および E_{des} はそれぞれコンクリートの初期弾性係数および軟化時の弾性係数である。

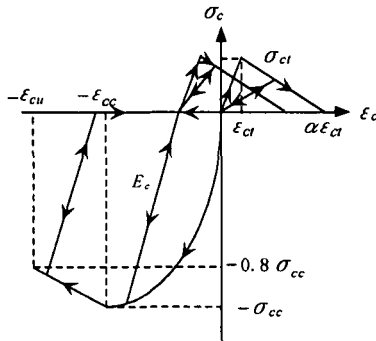


図-4 コンクリートの応力—ひずみ関係

一方、引張領域においても引張ひずみ $\alpha \varepsilon_{ct}$ まで軟化特性を考慮した。式 (6) は解析モデルの破壊エネルギー \overline{G}_f および引張応力による仕事量の関係を示したものであり、軟化係数 α は式 (7) によって与えた。既往の研究⁶⁾によるとRC断面の破壊エネルギー G_f は式 (8) で与えられ、本研究では $G_f = 300 \alpha^2 / E_c$ とした。引張軟化領域における除荷は原点を指向するものとし残留ひずみ発生時は残留ひずみ量を指向するものとした。

$$\overline{G}_f = (ds/S) G_f = (1/2) \sigma_{ct} \alpha \varepsilon_{ct} S \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{2G_f ds}{\sigma_{ct} \varepsilon_{ct} S^2} \quad (7)$$

$$G_f = 200 \sim 400 f_{ct}^2 / E_c \quad (\text{N/mm}) \quad (8)$$

なお、式 (6)、(7) において S はせん断補強筋間隔、 ds はモデル重心間距離である。

主鉄筋および側面鉄筋の応力—ひずみ構成関係は図-5 のようにバイリニア型とし除荷過程勾配は初期勾配 E_s と同じとした。

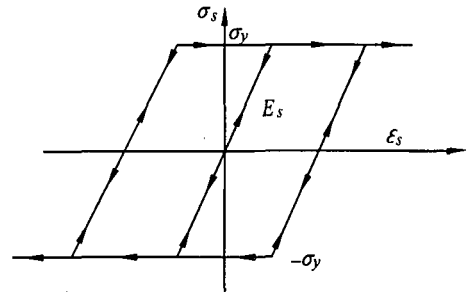


図-5 鉄筋の応力—ひずみ関係

2.4 断面力

前項の構成関係から求めたコンクリートおよび鉄筋の応力を積分し軸力および曲げモーメントを算出する。式 (2) の断面力は平面保持の仮定を適用し、コンクリートおよび鉄筋の構成関係から次の式 (9) によって与えられる。

$$N = b \int_0^h \sigma_{ci} d\zeta + b_s \int_{d''}^{h-d''} \sigma_{si} d\zeta + \sigma_s A_s + \sigma'_s A'_s$$

$$M = b \int_0^h \sigma_{ci} (\zeta - h/2) d\zeta + b_s \int_{d''}^{h-d''} \sigma_{si} (\zeta - hs/2) d\zeta - \sigma_s A_s (h/2 - d') + \sigma'_s A'_s (h/2 - d')$$

$$S = G_c h b \gamma \quad (9)$$

上式で σ_{ci} 、 σ_{si} 、 σ_s および σ'_s は図-3 におけるひずみ ε_{ci} 、 ε_{si} 、 ε_s および ε'_s にそれぞれ対応する応力である。また、側面鉄筋は取り扱いを簡略化するために断面積 A'_s が断面深さ ζ 方向に長さ h_s 、幅 b_s で分布しているとした。式 (9) における積分はシンプソンの積分公式によって数値積分を行い、せん断力はせん断弾性係数 G_c を用いて完全弾性として取り扱った。

2.5 陽解法による時間積分

全要素の時刻 t における変位、速度および加速度をそれぞれ $'U$ 、 $'\dot{U}$ および $'\ddot{U}$ とするとき、時刻 t における運動方程式を式 (10) に示す。

$$\mathbf{M}'\ddot{U} + \mathbf{C}'\dot{U} + \mathbf{F}' = \mathbf{F}_e - \mathbf{M}'(\ddot{z}) \quad (10)$$

式 (10) を変形し、

$$\mathbf{M}'\ddot{\mathbf{U}} = \mathbf{R}' \quad (10')$$

$$\mathbf{R}' = \mathbf{F}_e - \mathbf{F}_i - \mathbf{M}'(\ddot{\mathbf{z}}\mathbf{I}) - \mathbf{C}'\dot{\mathbf{U}}$$

ここに \mathbf{M}' : 各要素の質量および慣性モーメントからなるマトリックス, \mathbf{C}' : 減衰定数, \mathbf{F}_i : 式 (9) の断面力を式 (3) に代入して得られる力 (静的不釣合い力) のベクトル, \mathbf{F}_e : 自重等の初期荷重ベクトル, $\ddot{\mathbf{z}}$: 地震入力加速度, \mathbf{I} : 地震力の方向ベクトル. 各要素の加速度 $\ddot{\mathbf{U}}$ は陽的積分法の1つである中心差分法を用いると時刻 $t+\Delta t$ における剛体要素の変位 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}$ は式 (11) に示すように時刻 $t, t-\Delta t$ の状態量で与えられる.

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{U} = \Delta t^2 \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{R}' + 2 {}^t\mathbf{U} - {}^{t-\Delta t}\mathbf{U} \quad (11)$$

ここに Δt は時間刻みであり、差分式が発散せずに安定解を得るための条件が t_{min} を解析モデルの最小固有周期とすると $\Delta t < t_{min}/\pi$ であることから、本解析においては t_{min} の1/10を時間刻み Δt とした. なお後の解析例では $\Delta t = 113 \mu s$ とした. 解析のフローチャートを図-6 に示す.

3. 数値解析

3.1 解析モデル

本解析で使用したRC橋脚モデルを図-7 に示す. これはII種地盤におけるタイプIIの地震動を想定し、地震時保有水平耐力法によって設計されたものである. ただしハンチおよび張出部は省略している. 橋脚は隅角部を剛域として隅角部を除く柱およびはり部材をそれぞれ骨格線にそって11分割している. この分割数は式 (12) に示す道路橋示方書の塑性ヒンジ長 L_p に分割長が相当するよう配慮したものである.

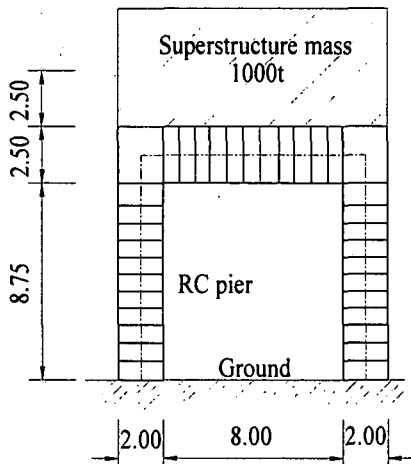


図-7 解析モデル (単位 : m)

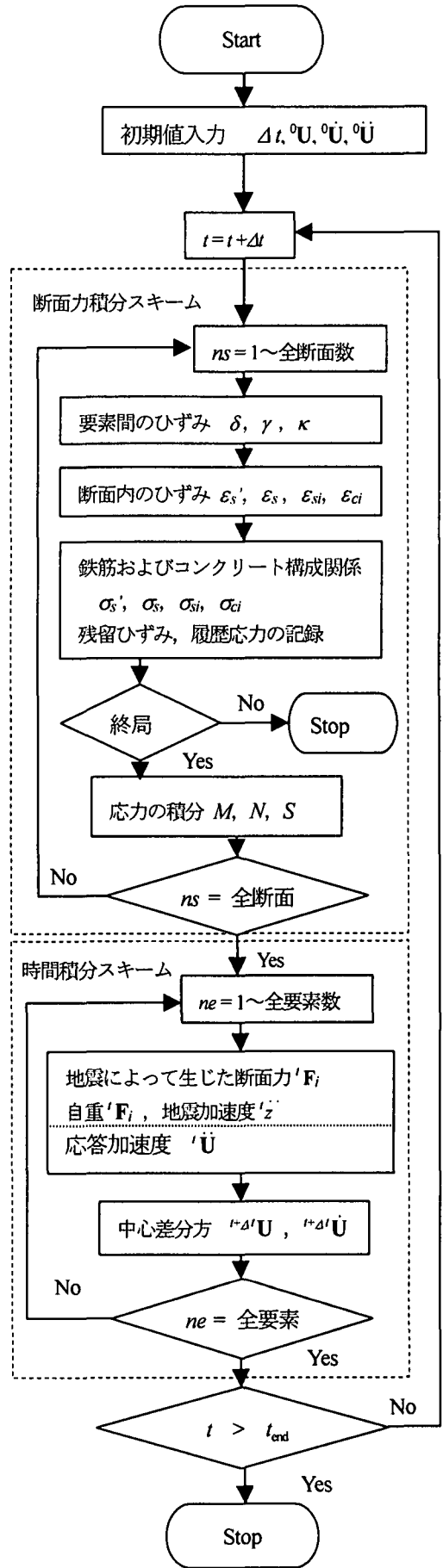


図-6 解析フローチャート

$$L_p = 0.2H - 0.1h \quad (0.1h \leq L_p \leq 0.5h) \quad (12)$$

ただし、 H (m) は橋脚基部からはり軸線までの高さの1/2、 h (m) は断面高さである。

隅角部は終局状態においても剛域としており、本解析では塑性ヒンジが、はり両端および柱上下端において発生する可能性がある。このRC橋脚は質量1000tの上部工を有しており、重心は橋脚天端から2.5 m上方に位置している。本解析においては、この上部工質量をはり部材に付加質量として与えた。また橋脚および上部工の自重も考慮している。地震加速度は各剛体要素に直接与えるため、変位は地盤に対する相対変位として出力する。解析に用いた材料等の諸元を表-1に示す。

表-1 解析諸元

項 目	記 号	単 位	数 値
橋脚奥行き	b	m	2.7
減衰定数		%	5
コンクリート			
設計基準強度	σ_{ck}	N/mm ²	23.5
弾性係数	E_c	N/mm ²	2.45×10^4
鉄筋			
降伏強度	σ_y	N/mm ²	343
弾性係数	E_s	N/mm ²	2.05×10^5
柱部材			
柱断面高さ	h	m	2.0
主筋鉄筋量	A_s, A_s'	cm ²	166.7
主筋かぶり	d'	cm	13
側面鉄筋	A_s''	cm ²	412.9
側面鉄筋かぶり	d''	cm	45
せん断筋鉄筋量	A_w	cm ²	19.3
せん断筋間隔	S	cm	15
はり部材			
はり断面高さ	h	m	2.5
主筋上鉄筋量	A_s'	cm ²	162.1
主筋下鉄筋量	A_s	cm ²	212.8
主筋かぶり	d'	cm	13
側面鉄筋	A_s''	cm ²	34.4
側面鉄筋かぶり	d''	cm	45
せん断筋鉄筋量	A_w	cm ²	19.3
せん断筋間隔	S	cm	15

3. 2 入力地震動

入力地震動として兵庫県南部地震で観測された2種類の加速度データを使用した。図-8(a)および(b)はそれぞれ神戸海洋気象台およびJR鷹取駅での観測地震波形で特に振幅の大きかった時刻を中心とする20秒間の観測波形である。神戸海洋気象台波形はI種地盤として、JR

鷹取駅波形はII種地盤の地震波形として使用している。神戸海洋気象台波形の方がJR鷹取駅波形と比較し短周期成分が卓越している。本解析では比較検討のためII種地盤として設計された解析モデルにI種地盤の神戸海洋気象台波形を入力波形として用い水平変位応答、断面力応答および履歴を比較検討した。さらに初期軸力のRCラーメン構造に与える影響を調べるために初期軸力 $N = -7.0$ MNを無視した場合の解析も行った。3タイプの解析ケースを表-2に示す。なお、減衰マトリックスは質量マトリックスに比例する係数として1次モードに対する5%の減衰定数に相当するものを用いた。

表-2 解析ケース

ケース	入力地震波	初期軸力の有無
ケース(a)	神戸海洋気象台	有
ケース(b)	JR鷹取駅	有
ケース(c)	神戸海洋気象台	無

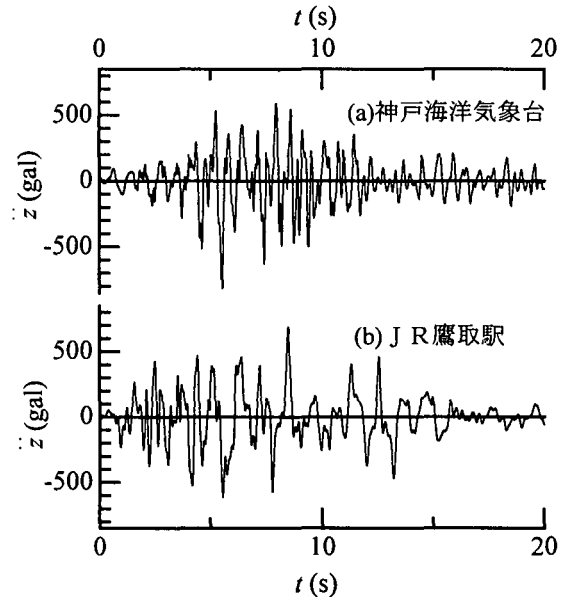


図-8 地震加速度

3. 3 水平変位応答

隅角部の水平変位応答を図-9に示す。ケース(a)では最大変位約75 mmであるのに対しケース(b)は約60 mmとなっている。また残留変位は前者が約30 mmであるのに対し後者は殆ど発生していない。このケース(a)の残留変位は神戸海洋気象台加速度波形の時刻 $t = 5$ s頃の最大加速度約800 galを受けて発生している。すなわち、RCラーメン構造の残留変位は入力加速度のピーク値に敏感に影響を受けていると思われる。またケース(c)は初期軸力を考慮した場合のケース(a)と比較してより大きな残留変位約80 mmが発生している。このことから初期軸力はRCラーメン構造の応答に大きく影響することがわかる。ケース(a)～(c)いずれのケースにおいてもかぶりコンクリートは圧壊したものの横拘束筋内部の

コンクリートは圧壊（終局状態）に至らなかった。一方、数値計算過程において発散現象は生じることなくいずれのケースも安定した計算結果が得られた。

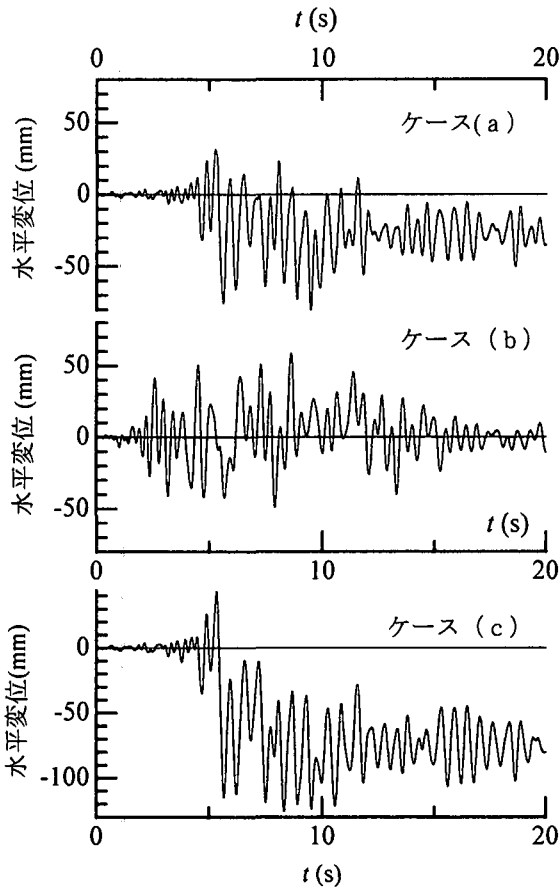


図-9 水平変位応答

3. 4 断面力応答

図-10, 11 および 12 はそれぞれケース(a) ~ (c)での左柱基部における軸力 N 、曲げモーメント M およびせん断力 S の応答である。軸力応答の最大値はケース(b)の方がケース(a)の方より大きくなっている。曲げモーメントは全ケースにおいて、終局モーメントで頭打ちとなった応答になっている。軸力と曲げモーメントの関係から曲げモーメントが負の時は作用軸力が減少し、正の時は増加している。この曲げモーメントの正と負のピーク値が異なるのは、軸力変動に伴って中立軸が移動するためである。

3. 5 コンクリートおよび鉄筋の応力

図-13 および 14 はケース(a)におけるコンクリートおよび鉄筋の応力履歴である。図-13 は左側柱の最外縁 ($\zeta_i = 0$) のコンクリート応力を示したもので、ひずみ $-\epsilon_{cc}$ で圧壊した後、圧縮応力が発生しなくなっている。しかし最外縁以外のコンクリートは圧壊に至ることはなかったが、全断面において引張ひずみ $\alpha\epsilon_m$ を大きく超えていた。図-14 に示す主鉄筋の応力履歴において、鉄筋が引張ひずみを受け残留ひずみを残しながら徐々に

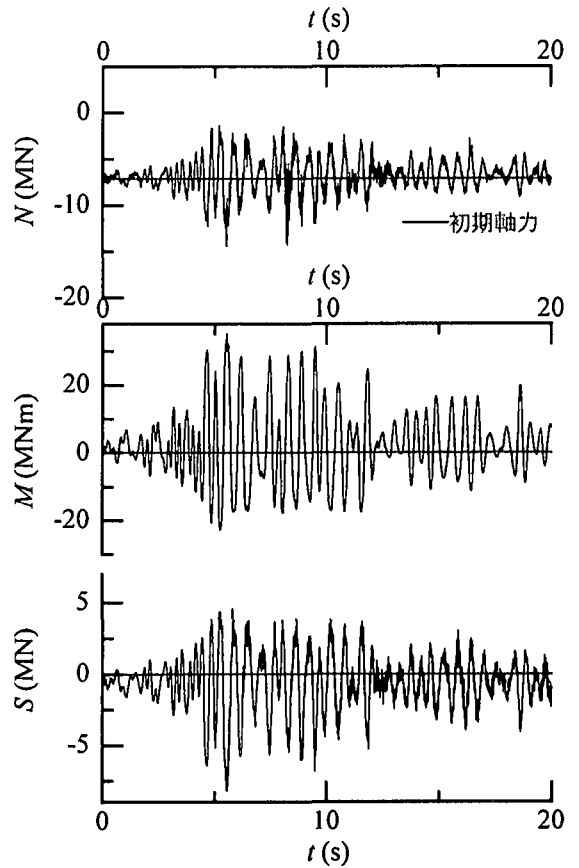


図-10 ケース(a), 左柱基部における断面力応答

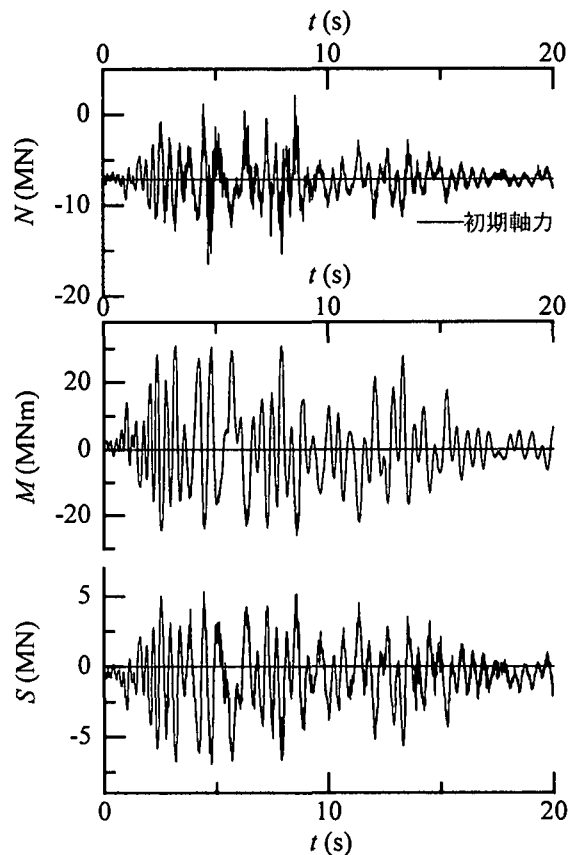


図-11 ケース(b), 左柱基部における断面力応答

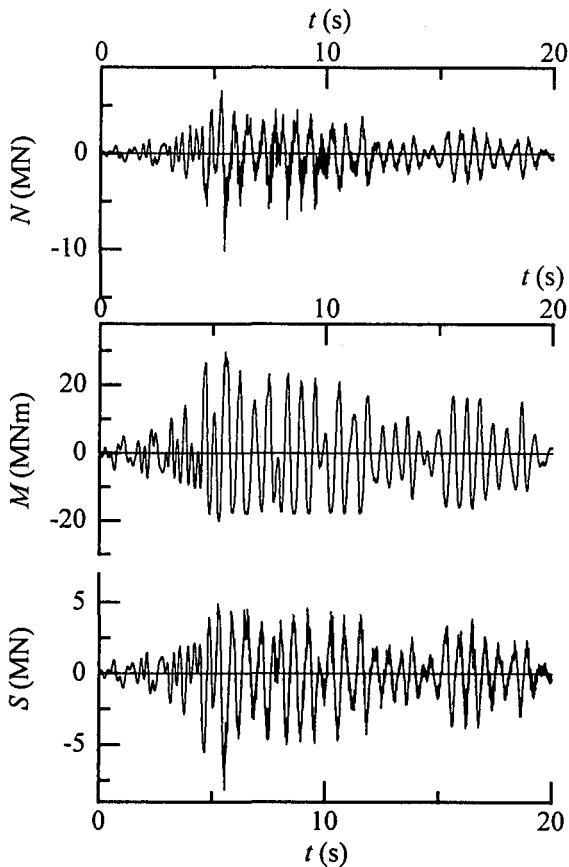


図-12 ケース(c), 左柱基部における断面力応答

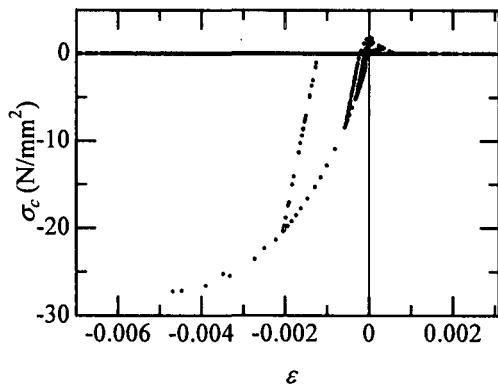


図-13 コンクリート応力履歴 (左柱基部)

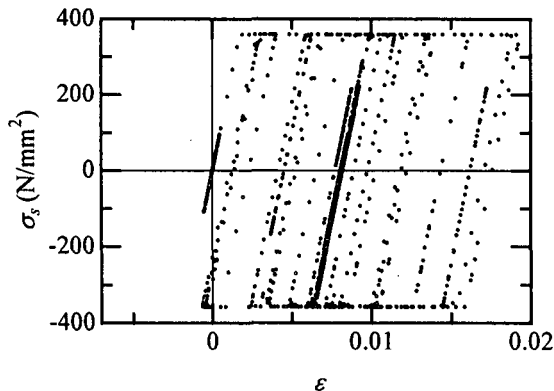


図-14 主鉄筋応力履歴 (左側基部内側)

伸びているのがわかる. なお, 図-13 および 14 のいずれにおいても 100 計算ステップ毎に 1 回出力したデータのみをプロットしているため, 実際の計算はより連続したものであることを付記する.

3. 6 曲げモーメント履歴

図-15 ~ 20 はケース(a) ~ (c)における左右柱基部と, 梁両端部における曲げモーメント履歴である. ケース(a)では左柱基部の最大曲率の方が右柱より大きくなっている. 一方, ケース(b)では右柱基部の方が最大曲率, 残留曲率ともに大きくなっており, 入力地震波による非線形応答の違いが生じている. (a), (b)いずれのケースも柱基部は塑性ヒンジ的な挙動を示し, ケース(a)は梁左端, ケース(b)は梁右端が塑性ヒンジになりつつある状況と思われる. その他に塑性ヒンジとなって崩壊メカニズムを形成する可能性のある箇所として柱上端が考えられるが, ここではほぼ線形的な履歴を示していた. また, ケース(c)においては軸引張の影響が顕著に現れており, 引張ひずみ $\alpha \epsilon_m$ を超えてコンクリートの引張応力が全くなかった後, 主鉄筋と側面鉄筋が降伏, 除荷を繰り返すことによる履歴が見られる.

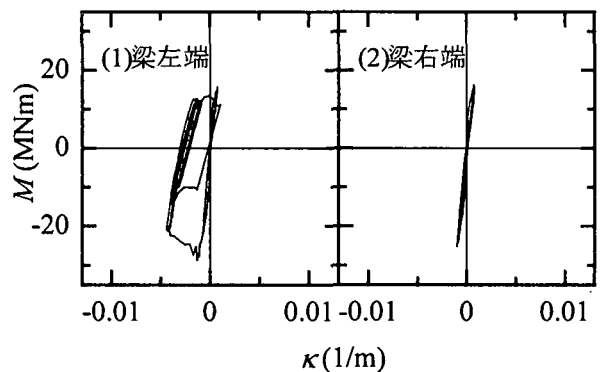


図-15 ケース(a), 梁端部の曲げモーメント履歴

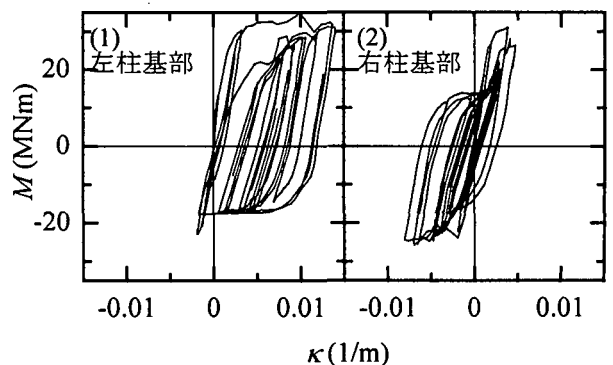


図-16 ケース(a), 柱基部の曲げモーメント履歴

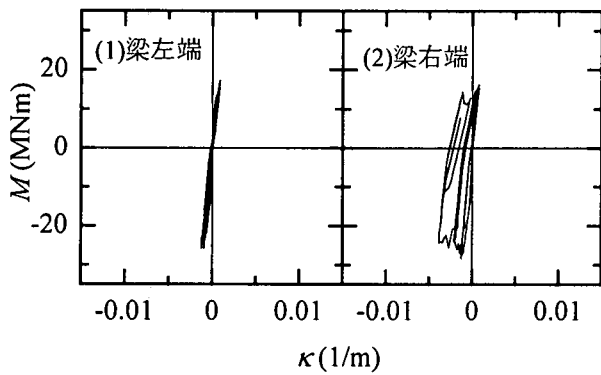


図-17 ケース(b), 梁端部の曲げモーメント履歴

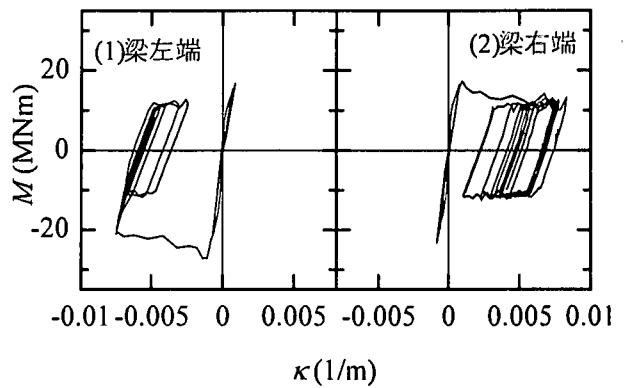


図-19 ケース(c), 梁端部の曲げモーメント履歴

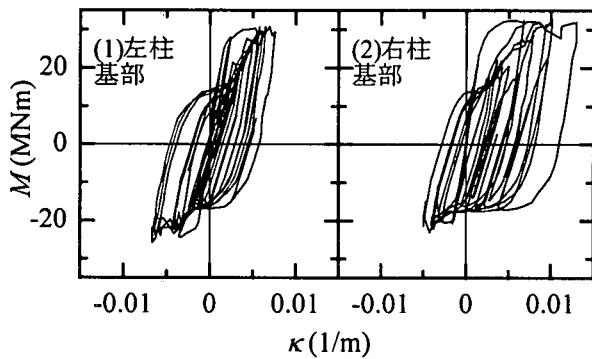


図-18 ケース(b), 柱基部の曲げモーメント履歴

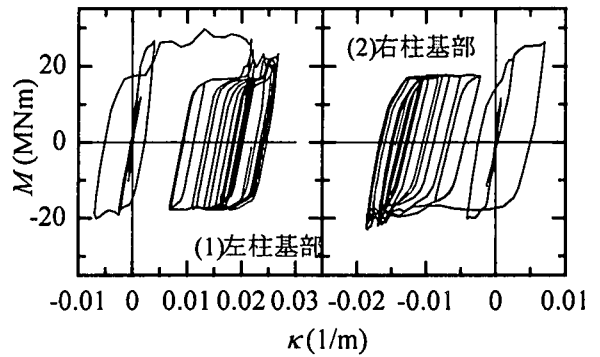


図-20 ケース(c), 柱基部の曲げモーメント履歴

4. まとめ

時間積分に陽解法である中心差分法を用い、断面力を重心の変位にもとづいて算出されたひずみ δ , κ , γ の関数としてファイバーモデルで表現することは、コンクリートおよび鉄筋などの材料構成関係を直接取り入れることが容易であり、時刻歴応答解析など莫大な計算ステップを必要とする数値解析において非常に適用性が高い。既往の動的解析においては、軸力を一定としたうえで曲げモーメント-曲率の関係を事前に規定していることが多く、時々刻々の軸力変動を考慮することが難しいが、本法によれば、平面保持の仮定にしたがって軸力の変動を常時計算に取り入れることができた。さらに、本解析で用いた陽解法は弾性状態で発散することのないような十分小さな時間刻みを用いることによって、コンクリートおよび鉄筋の各ファイバーが降伏、除荷、圧壊での応力状態の大きな変化に対しても安定した応答計算ができた。なお、解析1ケースに要した計算時間はEWSを使用して約10分であった。

参考文献

- (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説・V耐震設計編, 1996.
- 園田佳巨, 小林直行, 石川信隆, 佐藤紘志：ひずみ速度効果を考慮したPCはり部材の動的曲げ耐力と変形性能, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp. 1455-1465, 1992.
- 芳村学, 青山博之, 川村満：2方向外力を受ける鉄筋コンクリート構造物の解析-その1; 2軸曲げを受けるRC柱の解析, 日本建築学会論文報告集, 第298号, pp. 31-41, 1980.
- Kawai, T.: Some consideration on the finite element method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 16, pp. 81-120, 1980.
- 松浦幹佳, 島田功, 小林治俊, 園田恵一郎：RC橋脚の地震応答解析に対する剛体バネモデルの適用, 構造工学論文集, Vol. 44A, pp. 1413-1422, 1998.
- R. J. Cope: Non-linear Analysis of Reinforced Concrete Slabs, in *Computational Modelling of Reinforced Concrete Structures* (Ed. by E. Hilton and R. Owen), Pineridge Press, Swansea, U.K., pp. 3-43, 1986.

(1999年4月23日受付)