

ファイバー要素を用いた RC 橋脚の地震応答解析法における 不釣り合い力の取り扱い

中澤宣貴¹, 川島一彦², 堺淳一³

¹東京工業大学大学院 理工学研究科土木工学専攻修士課程(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

²工博, 東京工業大学教授, 大学院理工学研究科土木工学専攻(同上)

³博(工), 東京工業大学大学院, 日本学術振興会特別研究員(同上)

1. まえがき

ファイバー要素に対する非線形解析では不釣り合い力を解消するためにイテレーションを使用する 경우가多いが, 応答履歴に依存するコンクリートの応力~ひずみ構成則を用いる場合には, 構成則の不可逆性が影響するため, イテレーションの適用性に関して検討しておく必要がある。

以上の点から, 本研究では, 単柱式 RC 橋脚で支持された桁橋を対象として, ファイバー要素を用いて地震応答解析を行う場合の, 不釣り合い力の取り扱い方法ならびにイテレーションの適用性に関して検討を行ったので, その結果を報告する。

2. ファイバー要素の剛性行列と数値積分法

2.1 ファイバー要素の剛性行列

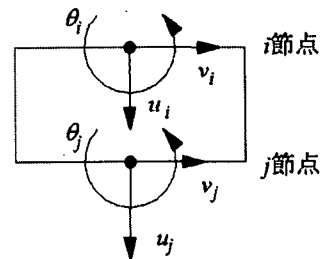
ファイバー要素解析に関しては, すでにいろいろ報告されている^{1), 2), 3)}ため, ここでは以下の解析に必要な最小限の事項に関して示すこととする。構造物をファイバー要素でモデル化し, この中から図-1(a)に示すように長さ L の2次元ファイバー要素を考える。断面を図-1(b)に示すように n 個のファイバーに分割する。 i 端に増分変位 Δu_i と増分回転角 $\Delta \theta_i$, j 端に増分変位 Δu_j と増分回転角 $\Delta \theta_j$ が生じた際の図心位置(断面の中心位置)における増分ひずみと増分曲率 $\Delta \phi$ は次式のように与えられる。

$$\Delta \epsilon_c = \frac{\Delta u_j - \Delta u_i}{L}; \Delta \phi_c = \frac{\Delta \theta_j - \Delta \theta_i}{L} \quad (1)$$

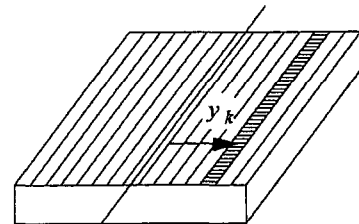
平面保持の法則を仮定し, 軸方向応力 σ_k と軸方向ひずみ ϵ_k の関係を増分形で表すと, 図心からの距離が y_k である k 番目のファイバーの軸方向増分応力 $\Delta \sigma_k$, 軸方向増分ひずみ $\Delta \epsilon_k$ は,

$$\Delta \epsilon_k = \Delta \epsilon_c - y_k \cdot \Delta \phi; \Delta \sigma_k = E_{kt} \cdot \Delta \epsilon_k \quad (2)$$

ここで, $\Delta \epsilon_c$ は図心における増分ひずみ, E_{kt} は k 番目のファイバーの時刻 t における接線弾性係数である。 k



(a) m 番目のファイバー要素における座標軸の定義



(b) k 番目のファイバー

図-1 ファイバー要素と各要素内のファイバー

番目のファイバーの断面積を A_k とすると, 断面の増分軸力 ΔN , 増分曲げモーメント ΔM は,

$$\Delta N = \int_A \Delta \sigma dA = EA_t^* \Delta \epsilon - EG_t^* \Delta \phi \quad (3)$$

$$\Delta M = -\int_A \Delta \sigma y dA = -EG_t^* \Delta \epsilon_c + EI_t^* \Delta \phi \quad (4)$$

ここで,

$$EA_t^* = \sum_{n=1}^k E_{kn} A_k; EG_t^* = \sum_{n=1}^k E_{kn} A_k y_k \quad (5)$$

$$EI_t^* = \sum_{n=1}^k E_{kn} A_k y_k^2$$

また, 増分せん断力 ΔQ は, 次式で与えられる。

$$\Delta Q = -\frac{d\Delta M}{dx} \quad (6)$$

式(1)~(6)より増分変位 $\{\Delta u\}$ と増分要素節点力 $\{\Delta f\}$ の関係は次式で与えられる。

$$\{\Delta f\} = [k_t] \{\Delta u\} \quad (7)$$

ここで,

$$\{\Delta f\} = \{\Delta N_i, \Delta Q_i, \Delta M_i, \Delta N_j, \Delta Q_j, \Delta M_j\}^T \quad (8)$$

$$\{\Delta u\} = \{\Delta u_i, \Delta v_i, \Delta \theta_i, \Delta u_j, \Delta v_j, \Delta \theta_j\}^T \quad (9)$$

$[k_t]$ は時刻 t におけるファイバー要素の接線剛性行列であり、次式で与えられる。

$$[k_t] = \begin{bmatrix} \frac{EA_t^*}{L} & 0 & -\frac{EG_t^*}{L} & -\frac{EA_t^*}{L} & 0 & \frac{EG_t^*}{L} \\ 0 & \frac{12EI_t^*}{L^3} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_t^*}{L^3} & \frac{6EI_t^*}{L^2} \\ \frac{EG_t^*}{L} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{4EI_t^*}{L} & \frac{EG_t^*}{L} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{2EI_t^*}{L} \\ -\frac{EA_t^*}{L} & 0 & \frac{EG_t^*}{L} & \frac{EA_t^*}{L} & 0 & -\frac{EG_t^*}{L} \\ 0 & -\frac{12EI_t^*}{L^3} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} & 0 & \frac{12EI_t^*}{L^3} & -\frac{6EI_t^*}{L^2} \\ \frac{EG_t^*}{L} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{2EI_t^*}{L} & -\frac{EG_t^*}{L} & \frac{6EI_t^*}{L^2} & \frac{4EI_t^*}{L} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(10)は一般の非線形はり要素の接線剛性行列とよく似ているが、一般の非線形はり要素では曲げ剛性 EI_t だけが時間とともに変化すると仮定される場合が多いのに対して、ファイバー要素では、式(2)による各ファイバーの接線弾性係数 E_{kt} が時間とともに変化するため、式(5)より EA_t^* 、 EG_t^* 、 EI_t^* がともに時間によって変化する。また、式(10)では一般の非線形はり要素の剛性行列には存在しない EG_t^*/L の項が軸力と曲げモーメントの連成項として加わっている。このため、変動軸力を受けると曲げ復元力特性も変化するだけでなく、曲げ変形を受けると軸力が変化することになる。

2.2 逐次積分法

ファイバー要素の非線形復元力を考慮して地震応答を求めるには、運動方程式を直接積分する必要がある。 n 自由度の運動方程式は、以下ようになる。

$$[M]\{\Delta \ddot{u}_t\} + [C]\{\Delta \dot{u}_t\} + [K_t]\{\Delta u_t\} = \{\Delta F_t\} \quad (11)$$

ここで、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K_t]$ は、それぞれ質量行列、減衰行列、剛性行列である。また、 $\{\Delta \ddot{u}_t\}$ 、 $\{\Delta \dot{u}_t\}$ 、 $\{\Delta u_t\}$ はそれぞれ増分加速度ベクトル、増分速度ベクトル、増分変位ベクトルであり、

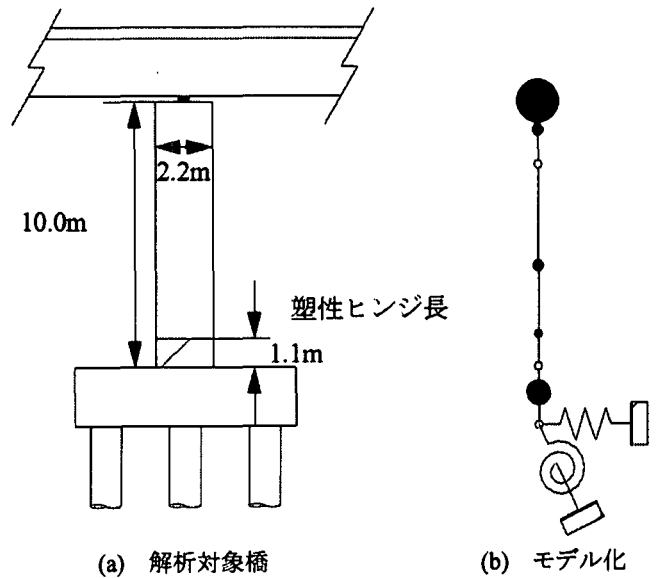
$$\begin{aligned} \{\Delta \ddot{u}_t\} &= \{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} - \{\ddot{u}_t\}, \{\Delta \dot{u}_t\} = \{\dot{u}_{t+\Delta t}\} - \{\dot{u}_t\} \\ \{\Delta u_t\} &= \{u_{t+\Delta t}\} - \{u_t\} \end{aligned} \quad (12)$$

一方、増分外力ベクトル $\{\Delta F_t\}$ は次式で与えられる。

$$\{\Delta F_t\} = \{F_{t+\Delta t}\} - \{F_t\} \quad (13)$$

時刻 t で式(11)が満足されていないければ、この時の不釣り合い力 $\{F_{Ut}\}$ は、

$$\{F_{Ut}\} = \{F_t\} - ([M]\{\ddot{u}_t\} + [C]\{\dot{u}_t\} + \{F_{Rt}\}) \quad (14)$$



(a) 解析対象橋 (b) モデル化
図-2 解析対象橋およびファイバーモデル

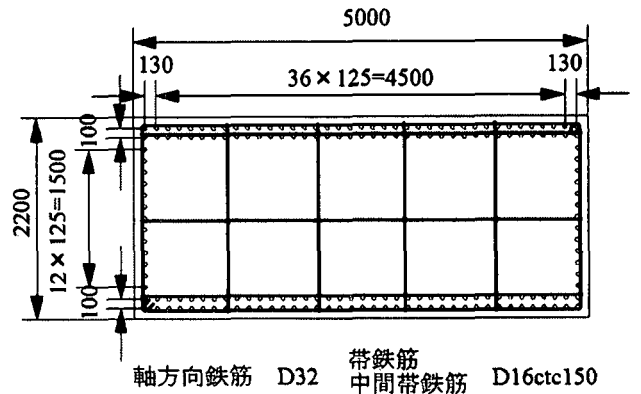


図-3 橋脚断面の配筋

時刻 t での不釣り合い力を増分外力として、式(13)の増分外力に加えると一般に精度のよい解が得られると言われている。

$$\begin{aligned} \{\Delta F_t\} &= \{F_{t+\Delta t}\} - \{F_t\} + \{F_{Ut}\} \\ &= \{F_{t+\Delta t}\} - ([M]\{\ddot{u}_t\} + [C]\{\dot{u}_t\} + \{F_{Rt}\}) \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、非線形性が強い場合には、積分時間間隔を十分小さくするか、イテレーションにより釣り合い状態を満足するようにしなければならない。時刻 $t + \Delta t$ におけるイテレーションでは、運動方程式は次式のようになる。

$$[M]\{\delta \ddot{u}_t^i\} + [C]\{\delta \dot{u}_t^i\} + [K_t]\{\delta u_t^i\} = \{\delta F_t^i\} \quad (16)$$

ここで、 $\{\delta \ddot{u}_t^i\}$ 、 $\{\delta \dot{u}_t^i\}$ 、 $\{\delta u_t^i\}$ は i 番目のイテレーションによる補正加速度、補正速度、補正変位ベクトルである。また、 $\{\delta F_t^i\}$ は i 番目のイテレーションによる不釣り合い力で、

$$\{\delta F_t^i\} = \{F_{t+\Delta t}\} - ([M]\{\ddot{u}_t^i\} + [C]\{\dot{u}_t^i\} + \{F_{Rt}^i\}) \quad (17)$$

ここで、 $\{F_{Rt}^i\}$ は $\{u_t^i\}$ に対する復元力である。

3. 解析対象橋脚

以上のファイバー要素を用いて RC 橋脚の履歴復元

力特性を考慮した橋の地震応答解析を行う。解析対象としたのは、図-2に示す高さ 12.2m、幅 2.2m(橋軸方向)×5m(橋軸直角方向)の矩形断面を有する RC 単柱式橋脚で支持された桁橋であり、橋軸方向の応答について検討する。これは、橋長 5@40m の 5 径間連続鋼 I 桁橋の一部を取り出したもので、この橋脚は桁の全死荷重 30.8MN のうち 9.1MN を支持している。桁は鋼製支承によりピン支持されている。コンクリートの設計基準強度は 20.6MPa である。

橋脚断面の配筋を図-3に示す。軸方向鉄筋としては D32(SD345)が配置されており、軸方向鉄筋比は 1.31% である。また、帯鉄筋、中間帯鉄筋には D16(SD345)が 150mm 間隔で配置されている。橋軸方向に関する有効長 $d=1000\text{mm}$ として、横拘束筋比 ρ_s を求めると 0.53% となる。

この橋脚を 9 節点、9 要素の骨組みモデルとしモデル化する(図-2(b)参照)。道路橋示方書⁴⁾に従い、基部から 1.1m の範囲を塑性ヒンジとして、この区間をファイバー要素によりモデル化する。塑性ヒンジ以外の橋脚躯体は線形はり要素により、地盤と杭の相互作用は線形ばね要素により、それぞれモデル化する。なお、後述する解析では、正の曲率が生じた場合に引張側になる面を 1 面、圧縮側になる面を 2 面とそれぞれ呼ぶこととする。

ファイバー要素では、復元力特性を精度よく表すために、コンクリートおよび軸方向鉄筋の構成則を適切に与えることが重要である。そこで、本研究では、コンクリートの横拘束効果として堺・川島による除荷、再載荷がくり返す影響を評価できるモデル⁵⁾を用いた。ただし、骨格曲線としては Hoshikuma らの関係式を用いている⁶⁾。堺・川島のモデルでは、単調載荷させた場合に加えて、履歴上のひずみが ϵ_{ul} (以下、除荷ひずみと呼ぶ)の状態から完全除荷、完全再載荷する場合、 ϵ_{ul} から部分除荷、完全再載荷する場合、除荷点ひずみ ϵ_{ul} から完全除荷、部分再載荷する場合の 4 つに分け、それぞれ複数回の除荷、再載荷を行った場合のコンクリートの応力 σ_c ~ ひずみ ϵ_c 関係式を開発している。例えば、ある除荷点ひずみ ϵ_{ul} から塑性点ひずみ $\epsilon_{pl,n}$ まで完全除荷する場合の除荷履歴およびこの点から完全再載荷した場合の履歴はそれぞれ式(18)、(19)で与えられる。

$$\sigma_c = \sigma_{ul,n} \left(\frac{\epsilon_c - \epsilon_{pl,n}}{\epsilon_{ul} - \epsilon_{pl,n}} \right)^2 \quad (18)$$

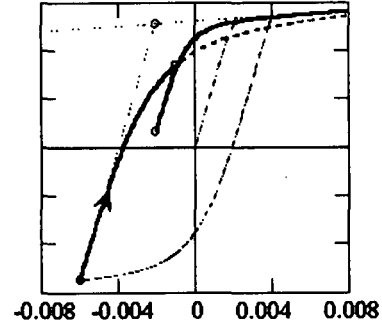
$$\sigma_c = \begin{cases} 2.5\sigma_{ul,n} \left(\frac{\epsilon_c - \epsilon_{pl,n}}{\epsilon_{ul} - \epsilon_{pl,n}} \right)^2 & (0 \leq \tilde{\epsilon} \leq 0.2) \\ E_{rl}(\epsilon_c - \epsilon_{ul}) + \sigma_{ul,n+1} & (0.2 \leq \tilde{\epsilon} \leq 1) \end{cases} \quad (19)$$

ここで、

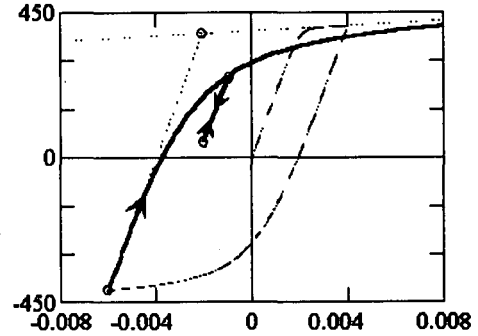
$$E_{rl} = \frac{\sigma_{ul,n+1} - 0.1\sigma_{ul,n}}{0.8 \cdot (\epsilon_{ul} - \epsilon_{pl,n})} \quad (20)$$

$$\tilde{\epsilon} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_{pl,n}}{\epsilon_{ul} - \epsilon_{pl,n}}$$

小さな振幅の除荷 — ある場合
— — — ない場合



(a) 小さな振幅の除荷を受ける場合の MP モデルの履歴特性



(b) 修正 MP モデル

図-4 小さな振幅の除荷を受ける場合の MP モデルの修正

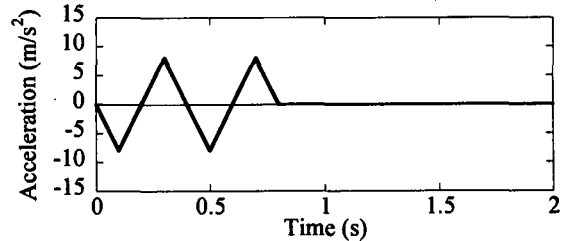


図-5 三角波 2 サイクル

載荷の繰返し回数 n ($n=1, 2, \dots$) に伴う塑性点ひずみ $\epsilon_{pl,n}$ の増大や除荷点応力 $\sigma_{ul,n}$ の低下度合いを別途与えることにより、任意の繰返しに対する除荷履歴や再載荷履歴を与えている。

軸方向鉄筋の応力度 ~ ひずみ関係には Bauschinger 効果を考慮するために Menegotto and Pinto によるモデル⁷⁾(MP モデル)と同時に、図-4(b)に示す堺・川島による修正 MP モデル⁸⁾を用いた。MP モデルには、小さな振幅で除荷した後に再載荷すると、図-4(a)に示すように不自然に応力が大きくなるという特性がある。これは Bauschinger 効果を表すために MP モデルに用いられる各種のパラメータのうち、1 回前の載荷反転点から現在の載荷反転点までに生じる塑性ひずみを与える指標に問題があるためである。このためこの指標の与え方を修正し、さらにひずみの符号に応じて載荷反転点の応力の与え方を修正したモデルが修正 MP モデルである。

MP モデル、修正 MP モデルのいずれにおいても、鉄筋のひずみ硬化の影響を取り入れるために、鉄筋の降伏後の弾性係数は初期弾性係数の 2% と仮定した。

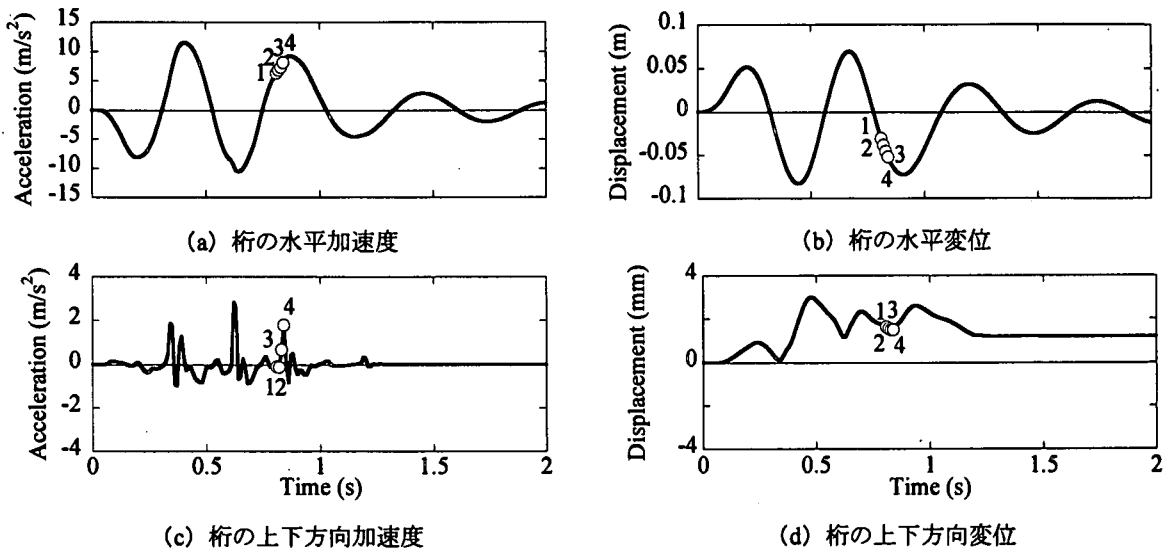


図-6 三角波に対する応答 (MP モデルを使用した場合)

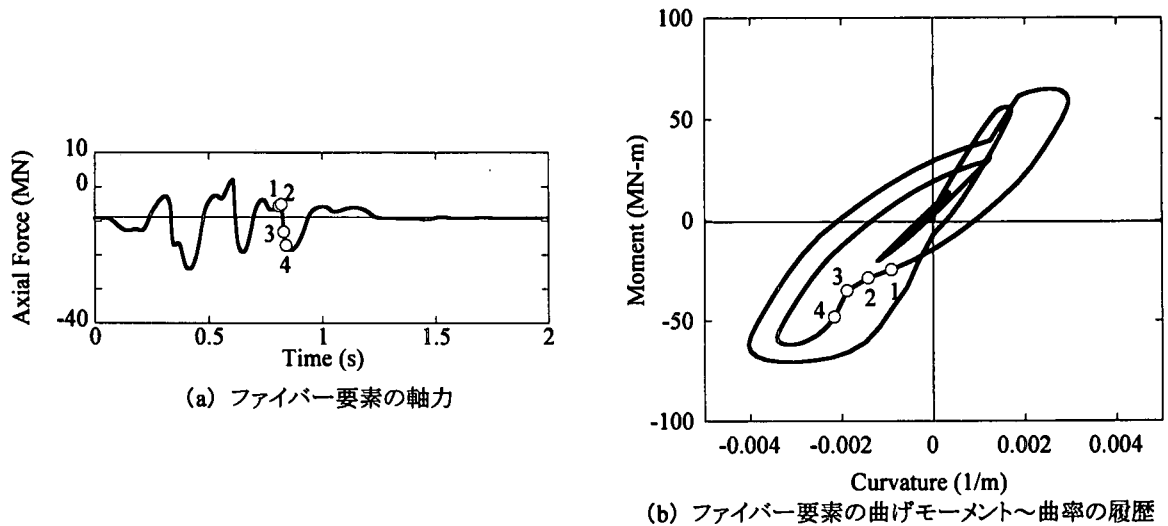


図-7 三角波に対する応答復元力履歴

橋脚部に対しては5%の減衰定数を、地盤ばね部に対しては10%の減衰定数をそれぞれ仮定し、ひずみエネルギー比例減衰法によって1次および2次のモード減衰定数それぞれ8.768%、8.174%と求めた後、次式のようにRayleigh型減衰によって減衰力を与えた。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K_0] \quad (21)$$

ここで、 $[K_0]$ は式(11)における $[K_r]$ の時刻0における初期剛性行列であり、 α 、 β は未定定数である。ここでは、1次および2次のモード減衰定数から α 、 β を定めた。

入力地震動としては、くり返し载荷に伴う履歴を詳細に検討するために図-5に示す周期0.4秒、振幅 8m/sec^2 の2サイクルの三角波を橋軸方向に作用させた。

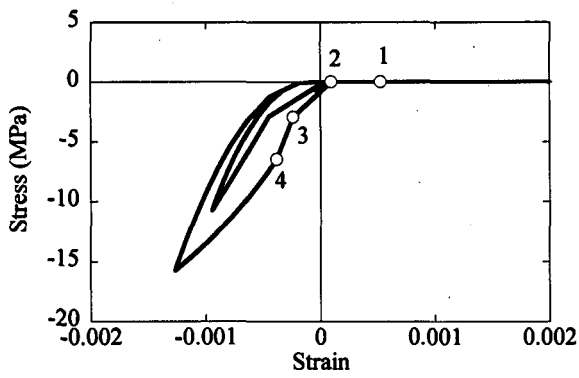
4. 不つり合い力の取り扱い

4.1 イテレーションの適用性に対する検討

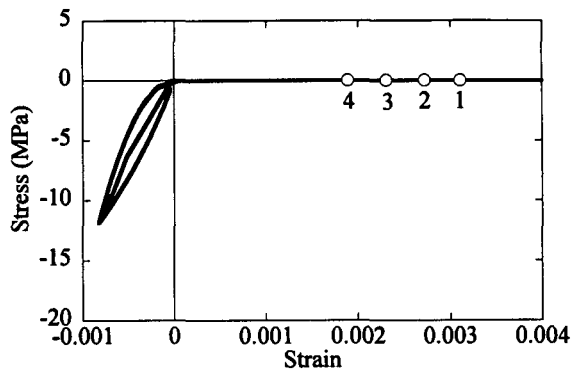
非線形地震応答解析では、イテレーションを行えば一般に精度のよい解が得られると言われている。しかし、ファイバー要素を用いた非線形解析では、コンクリートおよ

び鉄筋の構成則が不可逆的であるため、これがイテレーションにどのような影響を与えるかを検討しておく必要がある。

軸方向鉄筋の応力～ひずみ関係としてMPモデルを用い、積分時間間隔を $\Delta t = 1/100$ 秒として三角波に対する桁の地震応答を求めた結果が図-6である。桁には水平方向に最大0.08mの応答変位が生じ、最大加速度は 11.6m/sec^2 である。これに対し、上下方向には 2.85m/sec^2 もの応答加速度が桁に生じる。また、それ程大きくはないが、上下方向の桁の応答変位には残留値が生じている。図-7はファイバー要素(塑性ヒンジ領域)に生じる軸力、曲げモーメント～曲率の履歴を示した結果である。これによれば、ファイバー要素には本橋脚が支持する桁重量(9.1MN)の約2.6倍に相当する最大24MNの圧縮軸力が生じている。ファイバー要素の曲げモーメント～曲率の履歴を見ると、0.82秒付近(図中の点3)で履歴が折れ曲がっている。これは、この時刻でイテレーションを行ったためである。

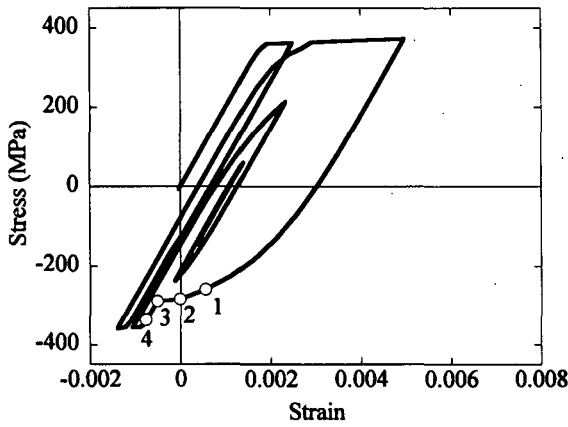


(a) 1面

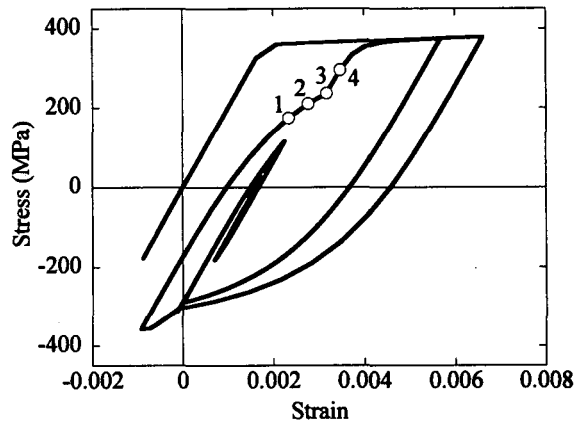


(b) 2面

(1) 最外縁コアコンクリートの応力～ひずみ関係



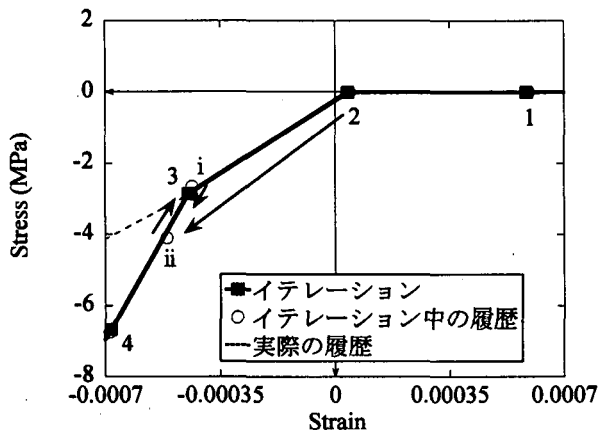
(c) 1面



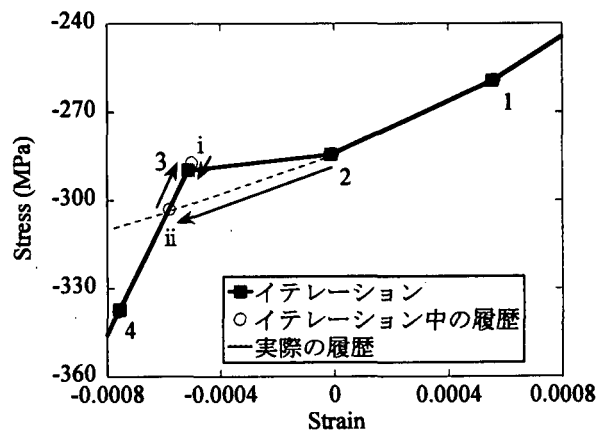
(d) 2面

(2) 最外縁鉄筋の応力～ひずみ関係

図-8 イテレーションを用いた場合の応答



(a) 1面における最外縁コンクリート



(b) 1面における最外縁鉄筋

図-9 0.81秒においてイテレーションした場合のコンクリートおよび鉄筋の応力～ひずみ関係

曲げモーメント～曲率関係が図-7(b)のようになった前後におけるコンクリートおよび鉄筋の応力～ひずみ履歴を示すと、図-8のようになる。ここでは、前述した1面および2面におけるコアコンクリートおよび最外縁鉄筋に対する応答を示している。これによれば、引張側にある2面を除いた1面側のコアコンクリートおよび軸方向鉄筋では、いずれも図-8中の点3(0.82秒)において応力～ひずみ関係が不自然に折れ曲がっている。

図-8中の点1(0.80秒)～点4(0.83秒)間の1面側に

におけるコアコンクリートおよび最外縁軸方向鉄筋の応力～ひずみ関係を拡大して示した結果が図-9である。これによれば、最外縁の軸方向鉄筋では、時刻0.81秒(点2)におけるひずみが 10.7μ 、応力が -284.4MPa であるが、これに基づいて時刻0.82秒の応答を求めるとひずみが 579.4μ 、応力が -303.1MPa (点i)と求められた。しかし、この状態では不つり合い力が大きかったため、合計2回のイテレーションを行った。1回目のイテレーションでは、図-9(b)の点iiの状態となり、2回目のイテ

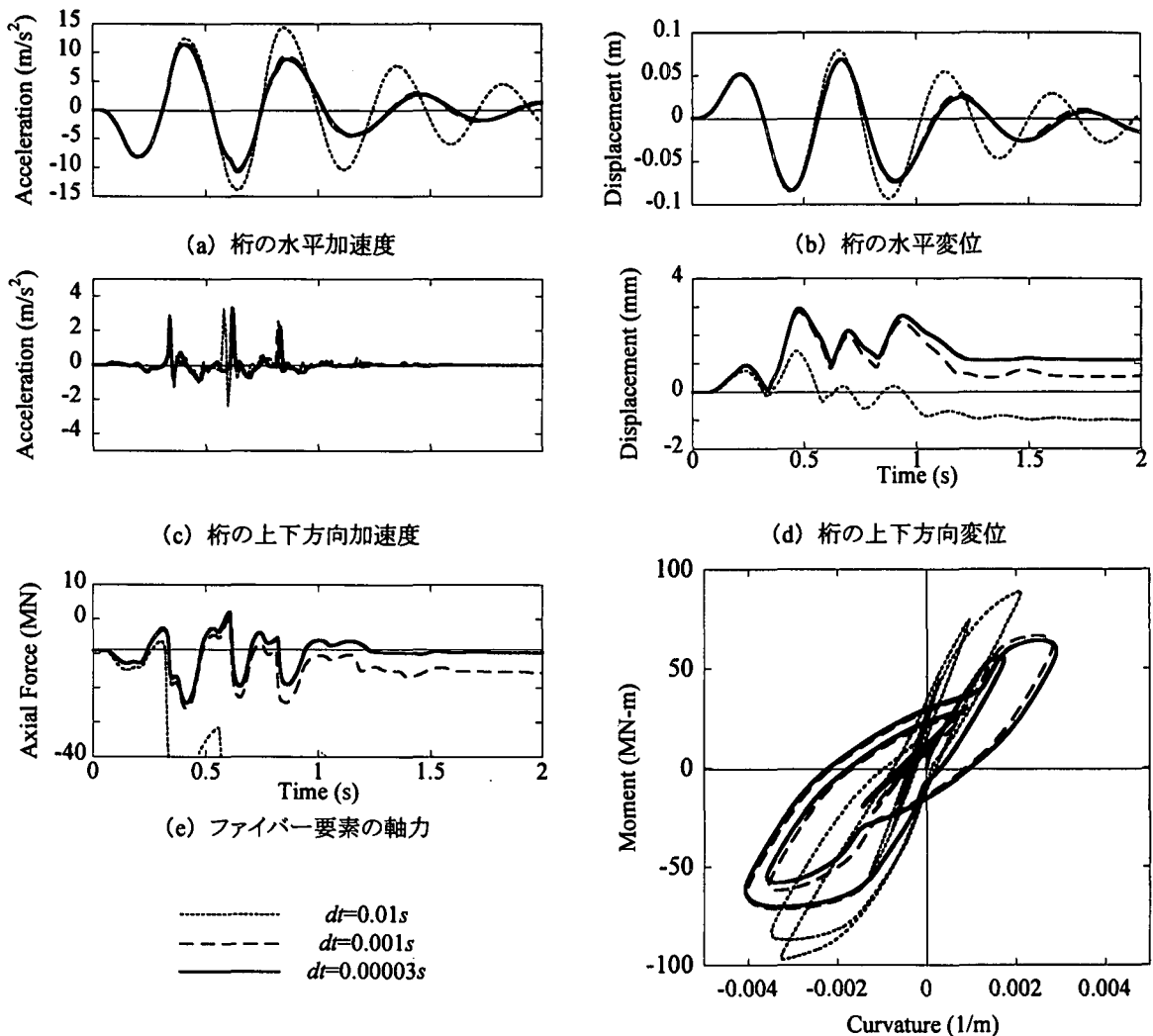


図-10 積分時間間隔が応答に及ぼす影響

ーションでは、点3が求められ、この状態でつり合いを満足すると判定された。イテレーションを行った結果、鉄筋の履歴則の除荷過程に入ったため、点iiおよび点3では、応力がそれぞれ-287.2MPa、-289.7MPaと増加し、この結果、時刻0.81秒(点2)から時刻0.82秒(点3)で不自然に折れ曲がった応答となった。イテレーションの過程では上述したような除荷過程の履歴に入っていないが、これがプログラムで正しく考慮されていないと上述した問題が生じることに注意しなければならない。

4.2 安定した解を得るために必要な積分時間間隔

式(11)を解く際には、積分時間間隔を十分小さくすれば正解に近い解を求めることができるはずである。このため、図-2に示した橋を対象にどの程度積分時間間隔を小さくすれば解が安定するかを検討した。ここでは、軸方向鉄筋の応力～ひずみ関係としては、修正MPモデルを使用した。

図-10は、積分時間間隔 Δt によってどのように桁の応答やファイバー要素に生じる軸力、曲げモーメント～曲率の履歴関係が変化するかを示した結果である。これ

によれば、 $\Delta t=1/1000$ 秒と $\Delta t=3/100,000$ 秒とではほとんど応答に差はないが、 $\Delta t=1/100$ 秒とした場合には、これらに比較してかなり異なった応答を与える。積分時間間隔を $\Delta t=3/100,000\sim 1/100$ 秒の範囲で変化させた場合の解の精度を桁の最大応答加速度および橋脚基部(ファイバー要素)の最大応答曲率を例に示した結果が図-11である。ここには、後述するように式(15)により不釣り合い力を次ステップの増分荷重に加えた場合の結果も比較のために示している。図-11によれば、 $\Delta t=1/1000$ 秒とした場合にはまだ多少誤差があるが、 $\Delta t=1/10000$ 秒程度以下にすれば、精度のよい解が得られることがわかる。

4.3 不釣り合い力を次ステップの増分荷重に加える効果

式(15)のようにある時刻 t における不釣り合い力を次ステップ $t+\Delta t$ の増分外力に加えた場合の効果を上記(2)と同一条件で解析した結果が、図-12である。この場合には、同一積分時間間隔であれば図-10に示した結果よりも明らかに解は安定している。 Δt を $1/100$ 秒とした場

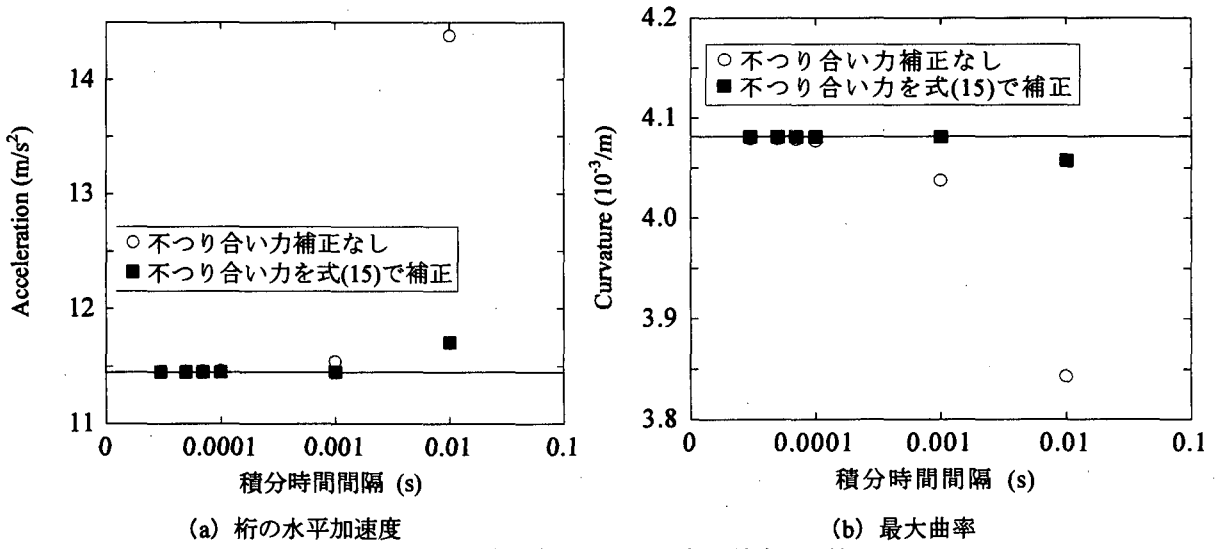


図-11 積分時間間隔による解の精度の比較

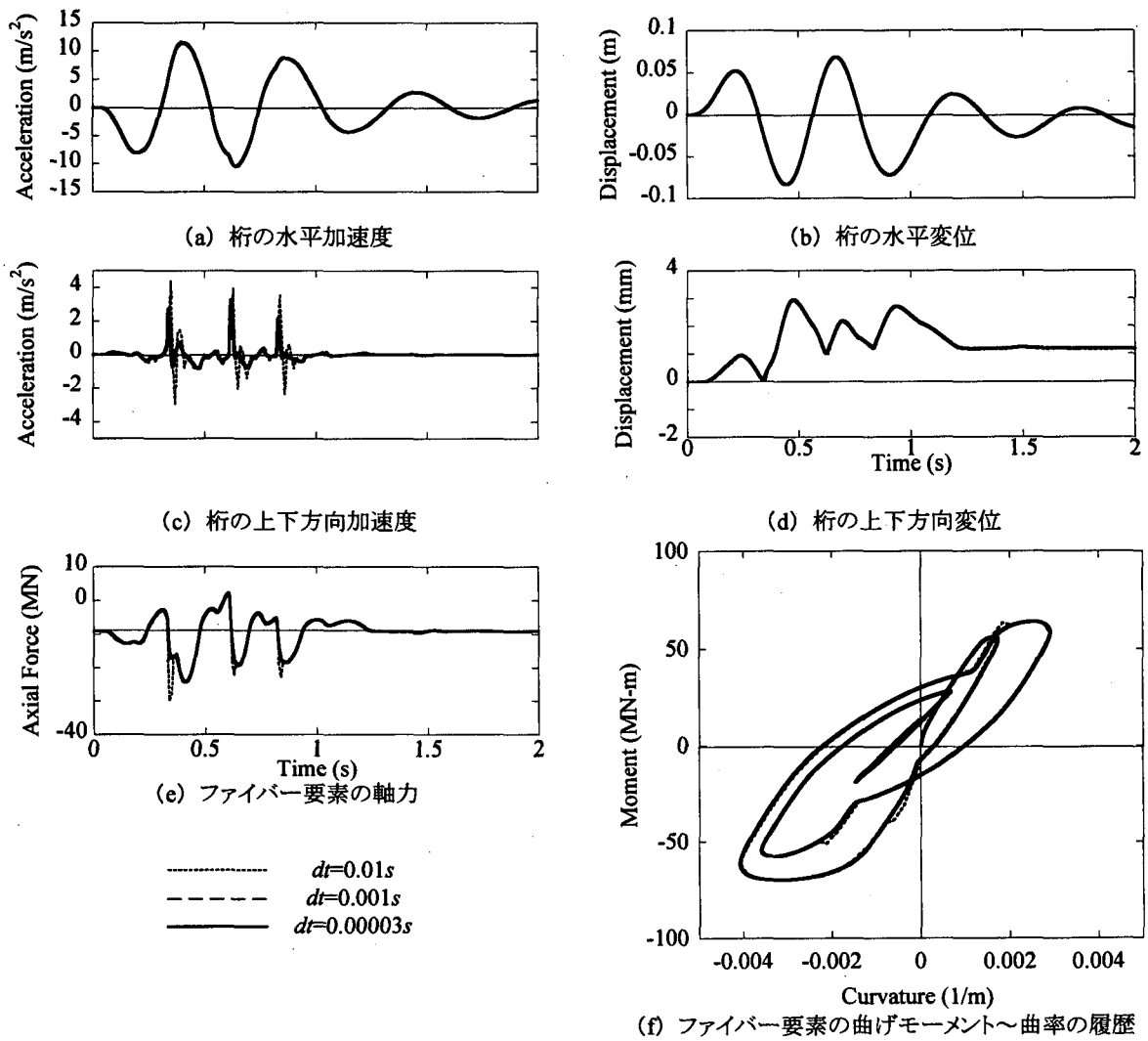


図-12 不つり合い力を次ステップの増分加重に加える効果

合でもファイバー要素に生じる軸力や曲げモーメント～曲率の履歴は Δt を 1/1000 秒よりも短くした場合に比較して部分的に違いが見られる程度であり、 Δt を 1/1000 秒以下にすれば極めて安定した解が得られる。

前出の図-11には式(15)を用いた場合の結果も示し

ている。これによれば、式(15)のように不つり合い力を次ステップの増分外力に加えることは、安定した解を得るために必要な積分時間間隔をおおよそ10倍程度長くできる効果があると言える。

5. 結論

ファイバー要素を用いて地震応答解析を行う場合の不
つり合い力の取り扱い方法やイテレーションの適用性
に関して検討した。本研究から得られた結論をまとめると
以下のようになる。

- (1) ファイバー要素を用いる場合には、イテレーション
によって不つり合い力の収束を行うと、コンクリートおよ
び軸方向鉄筋の応力～ひずみ関係が除荷過程に入る
場合があり、こうなるとイテレーションを行っても正しい解
が求められない。
- (2) 今回解析した基本固有周期が 0.54 秒の橋梁では、
積分時間間隔を 1/1,000 秒以下にすれば、ファイバー要
素を用いて安定した解が得られる。
- (3) 不つり合い力を式(15)によって次の増分外力に加
えることは解の精度を高めるためには有効である。今回
の解析では、この方法を用いることにより、安定した解を
得るために必要な積分時間間隔をこうした方法を用いな
い場合に比較しておおむね 1/10 に短縮することができ
た。

6. 謝辞

本研究の実施に際しては、東京工業大学土木工学
専攻の庄司学助手(現在、筑波大学機能工学系)をは
じめ、渡邊学歩氏等多数の方のご協力を得ました。こ
こに記して厚くお礼申し上げます。次第です。

参考文献

- 1) 滝口克己, 黒正清治, 小林克己: 鉄筋コンクリート断面の
二軸曲げ解析, 日本建築学会論文報告集, No.250,
pp.1-8, 1976.
- 2) 畑明仁, 幸左賢二, 渡辺典男, 立石章: ファイバーモデル
によるRCアーチ橋の耐震設計解析, 第10回日本地震工
学シンポジウム論文集, pp.2397-2402, 1998.
- 3) 堺淳一, 川島一彦: ファイバー要素を用いた鉄筋コンクリ
ート橋脚の地震応答解析, 構造工学論文集 Vol.45A, pp.
935-946, 1999.
- 4) (社)日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編,
1996.
- 5) 堺淳一, 川島一彦, 庄司学: 横拘束されたコンクリートの除
荷および再載荷過程における応力度～ひずみ関係の定
式化, 土木学会論文集, No.654/I-52, pp. 297-316, 2000.
- 6) Hoshikuma, J., Kawashima, K., Nagaya, K. and Taylor, A.
W.: Stress-Strain Model for Confined Reinforced Concrete
in Bridge Piers, *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 123, No. 5,
pp. 624-633, 1997.
- 7) Menegotto, M. and Pinto, P. E.: Method of Analysis for
Cyclically Loaded R.C. Plane Frames Including Changes in
Geometry and Non-Elastic Behavior of Elements under
Combined Normal Force and Bending, *Proc. of LABSE
Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of
Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads*, pp.
15-22, 1973.
- 8) 堺淳一, 川島一彦, 渡邊学歩: 変動軸力の RC アーチ橋
の地震応答解析, 土木学会第 56 回年次学術講演会,
CD-ROM, I-A262, 2001.