

橋梁の耐震性能向上のための支承の最適設計

阿部雅人¹・藤野陽三²・Paolo GARDONI³

¹正会員 Ph.D. 東京大学講師 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)

²フェロー会員 Ph.D. 東京大学教授 同上 (同上)

³学生員 東京大学大学院修士課程 同上 (同上)

橋梁の耐震性能を向上する方法として、支承部分の免震化やダンパー設置等の方法が用いられる事例が増加しているが、橋梁にとってどのような支承が最適であるかは必ずしも明確になっていない。ここでは、支承部分の動特性が橋梁全体の動特性に及ぼす影響を明らかにし、なおかつ、耐震性能の観点からみて理想的な支承のあり方を提案することを目的として、橋梁を橋脚・桁の2自由度系としてモデル化することによって、基礎的な検討を行った。定常ランダム振動理論に基づいた解析的検討により、支承の剛性ならびに減衰の最適値を解析的な形で求めることができた。さらに、支承部分が線形ならびに非線形である場合について、実地震動を用いた数値計算と感度解析によって、提案した最適値の有効性を確認した。

Key Words: base-isolation, bridge bearings, optimal design, random vibration.

1. はじめに

橋梁に免震支承やダンパーを設置することにより、構造システムを長周期化するとともに高い減衰を付与することができ、地震による応答を軽減できることが知られている^{1),2)}。そこで、橋梁の耐震性能を向上させることを目的に、これらの装置を用いる事例が、特に兵庫県南部地震以降増加してきている。また、橋梁を長周期化・高減衰化するのに適した種々の免震・制震装置も数多く考案されている^{3),4),5)}。

一方、橋梁の耐震性能を考えると、免震・制震装置の動特性(剛性・減衰)は、橋脚や基礎などの動特性とのバランスを考えて、橋梁システム全体の耐震性能を向上させるという観点から選択される必要がある。例えば、支承に過大な減衰を与えれば、それは固定支承と似た効果を持つことになり、免震効果が損なわれることが予想されるように、必ずしも支承部分に高い減衰を与えることが有利にならない可能性がある。また、下部構造の塑性化によって、免震の有効性が影響を受けるという報告もある⁶⁾。ところが、前述の通り装置そのものに関する研究開発は盛んになされているものの、橋梁システム全体の耐震性能を高めるための最適な支承のあり方自身は、必ずしも明らかになっていないのが現状である。

そこで、ここでは、支承部分の動特性が橋梁シス

テム全体の動特性に及ぼす影響を明らかにし、耐震性能向上の観点からみて理想的な支承部分の動特性値を提示することを目的として、橋梁を橋脚・桁各1自由度の簡単な2自由度系でモデル化し基礎的な検討を行った。まず、地震動を定常白色雑音でモデル化することによって、解析的な形で2乗平均応答を表し、その解析解に基づいて最適な支承の剛性と減衰定数を導く。その際、支承の最適設計の主たる目的は橋脚の応答を軽減することであると考える。定常白色雑音入力の際の橋脚の2乗平均応答を最小化する最適設計値を求めることとする。さらに、エルセントロならびに兵庫県南部地震神戸海洋気象台観測波形波形を用いた感度解析によって、非定常性の強い地震動に対する、本最適設計値の有効性を確かめる。次いで支承部分がバイリニア履歴モデルであらわされる非線形性を持つ場合についても、本最適設計値を等価線形化法によって適用することによって、拡張可能であることを数値計算によって示した。

2. 定常ランダム振動理論に基づく支承部分の動特性の最適化

ここでは、地震動を定常白色雑音と仮定して、ランダム振動理論を用いることにより、橋脚の二乗平均応答を最小化する、支承の最適な設計値を求める。

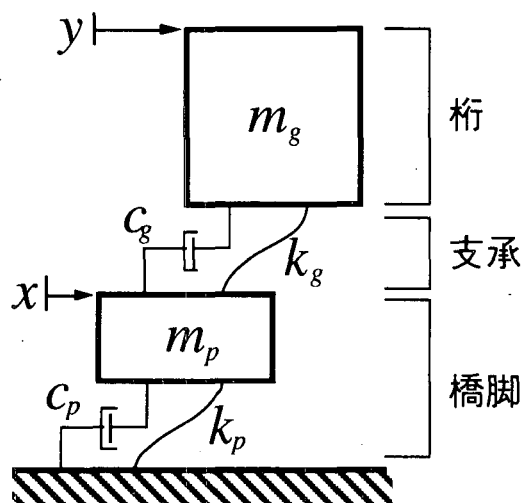


図-1 橋脚-桁系

橋梁のモデルとしては、図-1に示した桁1自由度（質量 m_g 、剛性 k_g 、減衰定数 c_g ）、橋脚1自由度（質量 m_p 、剛性 k_p 、減衰定数 c_p ）からなる線形2自由度系を用いた。橋脚の変位が x 、桁の橋脚に対する相対変位が y である。なお、橋脚と桁を結ぶ剛性 k_g と減衰定数 c_g が支承部分の動特性を表すパラメータである。

地震動がスペクトル密度 S_0 の定常白色雑音であるとする、橋脚の変位応答 x と桁の脚に対する相対変位応答 y の2乗平均応答 σ_x^2 、 σ_y^2 は、それぞれ、

$$E[x^2] = \pi S_0 \frac{\begin{bmatrix} 2\zeta_p \omega_p \omega_g^2 [\mu^2 + \mu(1+\mu)^2 (\omega_g/\omega_p)^2] \\ + 2\zeta_g \omega_g \omega_p^2 \left\{ [1 - (1+\mu)^2 (\omega_g/\omega_p)^2] + \mu(1+\mu)^2 (\omega_g/\omega_p)^2 \right\} \\ + 8\zeta_p \zeta_g^2 \omega_p \omega_g^2 (1+\mu)^2 [1 + (1+\mu)^2 (\omega_g/\omega_p)^2] \\ + 8\zeta_g^3 \omega_g^3 (1+\mu)^2 [(1+\mu) + (\zeta_p/\zeta_g)^2] \end{bmatrix}}{D} \quad (1a)$$

$$E[y^2] = \pi \omega_p^2 S_0 \frac{\begin{bmatrix} 2\zeta_p \omega_p [\mu + (\omega_p/\omega_g)^2] + 2\zeta_g \omega_g [(1+\mu)^2 + \mu(\omega_p/\omega_g)^2] \\ + 8\zeta_p \zeta_g \left\{ \zeta_p \omega_g [1 + \mu + (\omega_p/\omega_g)^2] + \zeta_g \omega_p [(1+\mu) + (\zeta_p/\zeta_g)^2] \right\} \end{bmatrix}}{D} \quad (1b)$$

$$D = 4\omega_p \omega_g \left\{ \begin{bmatrix} \mu \omega_p \omega_g (\zeta_p \omega_p + \zeta_g \omega_g)^2 + \zeta_p \zeta_g [\omega_p^2 - (1+\mu)\omega_g^2]^2 \\ + 4\zeta_p \zeta_g \omega_p \omega_g [\omega_p \omega_g (\zeta_p^2 + (1+\mu)\zeta_g^2) + \zeta_p \zeta_g (\omega_p^2 + (1+\mu)\omega_g^2)] \end{bmatrix} \right\} \quad (1c)$$

と表せる⁷⁾。ここで、 $\mu = m_g/m_p$ は、橋脚・桁の質量比を表し、 ω_p, ζ_p は橋脚の、 ω_g, ζ_g は桁の固有振動数と減衰比をそれぞれ表す。式(1a)を支承の動特性値である ω_g ならびに ζ_g で微分して最小値を求めることによって、橋脚の応答変位の2乗平均応答を最小化する最適設計値を求めることができる。しかし、式(1a)は、煩雑でそのままでは解析的な形で解を得ることができないので、橋脚の減衰比 ζ_p を微小であると

して無視することによって、式(2)のように簡単な形にした。すなわち、

$$\sigma_x^2 = \pi S_0 \left\{ \frac{1 - (1+\mu)^2 (2-\mu)f^2 + (1+\mu)^4 f^4}{\mu c' \omega_s^2} + \frac{c'(1+\mu)^3}{\mu \omega_s^4} \right\} \quad (2a)$$

$$\sigma_y^2 = \pi S_0 \left\{ \frac{(1+\mu)^2 + \mu/f^2}{\mu c' \omega_s^2} \right\} \quad (2b)$$

ここに、振動数比 $f = \omega_g/\omega_p$ 、質量正規化減衰定数 $c' = c_g/m_g$ である。支承の動特性を表す設計値は、 $k_g = m_g \omega_g^2 = m_g f^2 \omega_p^2$ 、ならびに $c_g = m_g c'$ であるから、 f と c' を決定すれば、支承の設計値を定めることができる。橋脚の応答 σ_x^2 を最小化する f と c' の値は、式(2)を微分することによって、 μ についての簡単な式の形で以下のように求めることができる。ただし、 c', f はいずれも、0または正の値をとるものとした。

$\mu < 2$ のとき、

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1-\mu/2}}{1+\mu} \quad (3a)$$

$$c'_{opt} = \omega_s \sqrt{\frac{\mu(1-\mu/4)}{(1+\mu)^3}} \quad (3b)$$

$\mu > 2$ のとき、

$$f_{opt} = 0 \quad (f \text{ について単調増加になっている。}) \quad (4a)$$

$$c'_{opt} = \frac{\omega_s}{\sqrt{(1+\mu)^3}} \quad (4b)$$

である。式(3)に示した最適設計値は、これまでも動吸振器(TMD)の最適設計値として知られているものである⁸⁾。実際の都市内高架橋、特に鋼製橋脚を用いる場合においては、式(4)に示した $\mu > 2$ の場合に対応するのが一般的であろう。ここで得られた最適設計値を図-2に示した。振動数比 f は、 $\mu > 2$ の場合には常に0にするのが最適であること、また、減衰値 c' には最適値があり、単に高い減衰を加えればよいわけではないことが見て取れる。

3. 数値解析による検証

ここでは、前章で導いた最適設計値の有効性を、橋脚の減衰を含んだ表現である式(1)ならびに観測地震波形を用いた感度解析によって、図-1の線形2自由度系について検証する。

(1) 支承の振動数比および減衰値に関する感度解析

式(3)および(4)に示した最適設計値を式(1)に代入したときの2乗平均応答の平方根(RMS値)を、支承の振動数比ならびに減衰値について図示したのが図-2および図-3の実線である。質量比 $\mu=8$ 、橋脚減衰比 $\zeta_p=0.02$ 、橋脚の固有周期0.3秒とした。応答は $f=0.1$ 、 $c'=c_{opt}$ の場合を1として正規化してある。なお、 f の最適値は0であるが、その場合は桁に永久変位が出て桁の2乗平均応答が発散するので、便宜的に $f=0.1$ を基準とした。

図-3(a)を見ると、 f の値は小さい方が橋脚の応答が小さくなり、 f が1に近づくに連れて応答はある一定の値に近づく。この一定値は、同じ橋梁が固定支承を持つ場合の応答、すなわち、橋脚と桁が一体となって1自由度系として動くことと仮定した場合の応答に相当する。これは、 f の値が1あるいはそれ以上のときには、免震の効果が失われることを意味する。図-4(a)には、橋脚の応答と減衰値の関係を示した。減衰の変化に対しては、橋脚の応答はそれ程感度が高くないが、最適値を超えて減衰を加えても応答は改善されず、漸増していくことがわかる。なお、図-4(a)の横軸の1が、式(4)の最適減衰 c'_{opt} に対応するが、式(4)の導出の際に無視された橋脚の減衰比 ζ_p がここでの解析では含まれているので、応答が最小になる点が多少ずれている。

図-3(b)ならびに図-4(b)に桁の応答を示した。支承の剛性を増す、あるいは減衰を増すにつれて応答が小さくなるという直観的にも当然な結果となっている。

図-3(a)(b)から、 f が0~0.2程度のときには、橋脚の応答はそれ程増加しないが、桁の応答は f に対する感度が高く、小さい f の値を加えることによって大き

く低減させることができる。従って、橋脚と桁両方の応答をバランスよく低減するためには、この領域の f を使用するのが理想的であろう。

同じ構造モデルを用いて、エルセントロ波ならびに兵庫県南部地震神戸海洋気象台観測波NS成分に対する応答を計算し、その最大応答値をランダム振動理論の場合と同様に $f=0.1$ 、 $c'=c_{opt}$ の場合を1として正規化した計算結果を、図-3および4に重ねて示した。兵庫県南部地震の応答がやや大きめに出ているものの、ここで用いたランダム振動理論による計算結果が、実地震動の最大応答の傾向をよく表していることがわかる。また、実地震動の場合でも、式(4)の最適振動数比ならびに最適減衰値が、橋脚の応答を最小化していることが見て取れる。

(2) 橋脚・桁質量比に関する感度解析

図-5には、 μ の値を変化させたときの応答を、 $f=0.1$ 、 $c'=c_{opt}$ の場合について示した。上述の計算例と同様に、ここでも、橋脚減衰比 $\zeta_p=0.02$ 、橋脚の固有周期0.3秒とした。また、応答は、固定支承の場合の応答値によって正規化している。そのため、図-5では、縦軸の1に対応するのが固定支承の場合の応答である。理想的な固定支承を用いれば、橋脚と桁が一体となって1自由度系として動くから、定常白色雑音入力時の二乗平均応答は、

$$\sigma_x^2 = \frac{\pi S_0 (1+\mu)^2}{2 \zeta \omega_s^3} \tag{5}$$

となる⁶⁾。前節と同様に、図中ランダム振動理論とあるのは、定常白色雑音入力時のRMS値であり、エルセントロならびに神戸海洋気象台とあるのは、地震導入力時の最大応答値である。

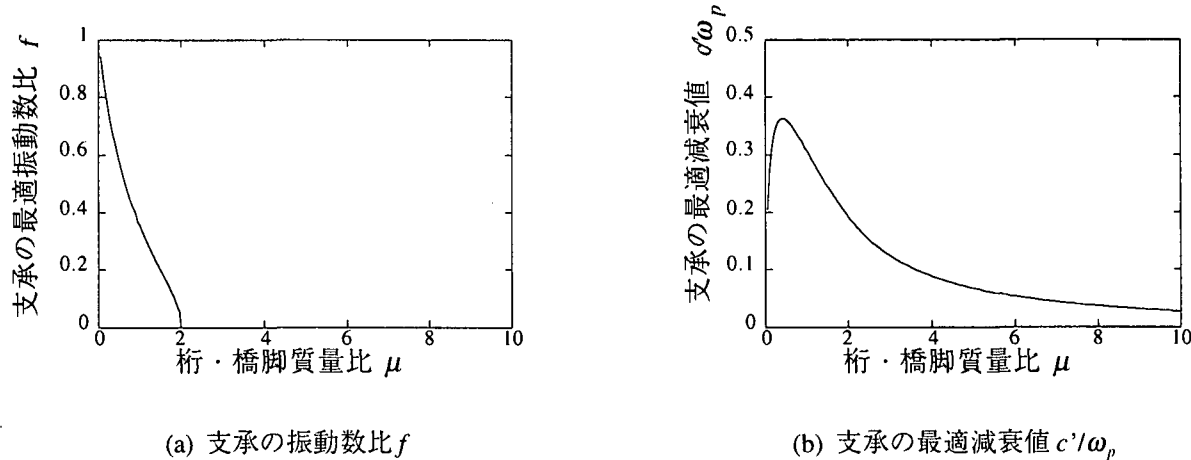
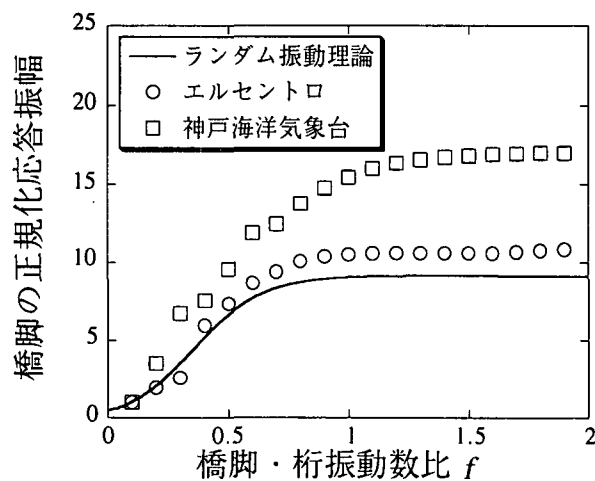
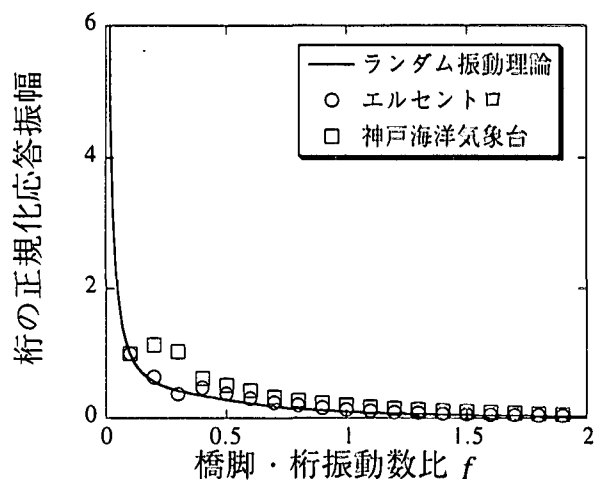


図-2 支承の最適設計値

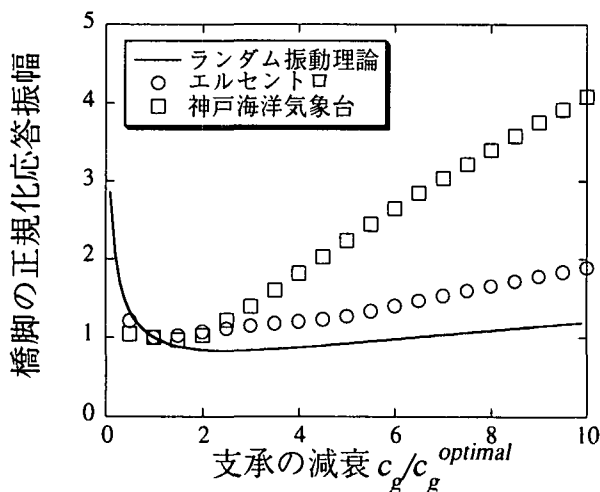


(a) 橋脚の応答

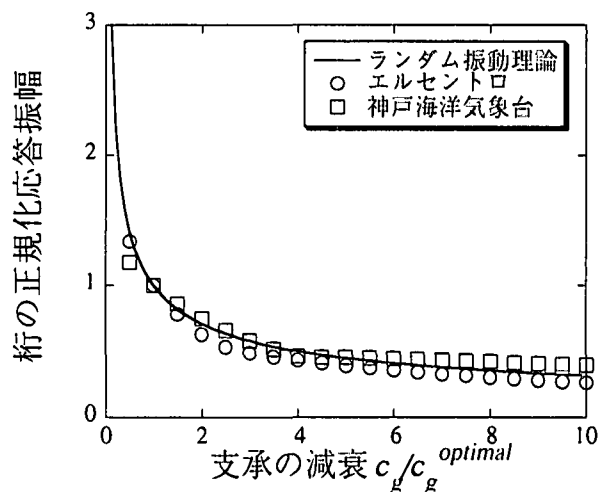


(b) 桁の応答

図-3 支承の振動数比の変化に伴う応答の変化

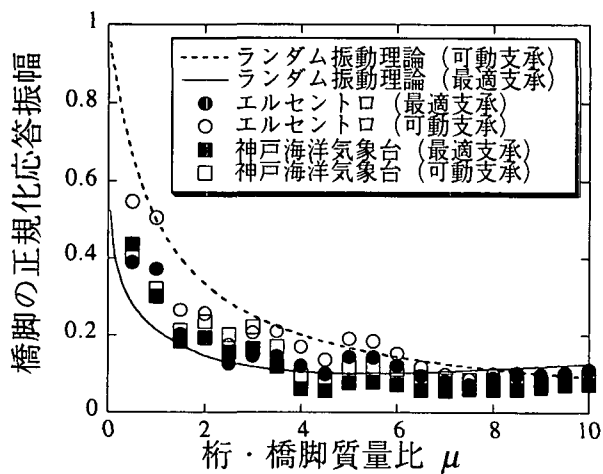


(a) 橋脚の応答

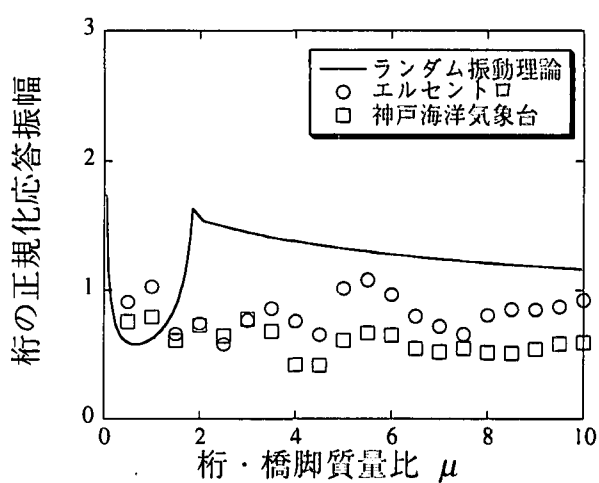


(b) 桁の応答

図-4 支承の減衰値の変化に伴う応答の変化



(a) 橋脚の応答



(b) 桁の応答

図-5 橋脚・桁質量比の変化に伴う応答の変化

なお、 $\mu > 2$ の場合の振動数比 f の最適値は、式(4)より 0 であるが、前節で指摘したとおり、橋脚の応答をあまり増やすことなく、かつ、桁の変位を防ぐ値として、ここでは $f=0.1$ を計算に適用した。図-5(a)から分かるように、最適設計された支承を用いることによって、橋脚の応答を大きく減少させることが可能である。また、図-5(a)中、可動支承とあるのは、桁と橋脚が切り離されている場合の橋脚単独の応答を示したものである。 $\mu < 8$ の領域では、橋脚の応答は、可動支承によって単に桁と橋脚を切り離す場合よりも、最適設計された免震支承によって接続した場合の方が低減されていることがわかる。これは、支承が単に桁から橋脚への慣性力の伝達を防ぐのみでなく、最適設計値を用いることによって、橋脚に対して桁が動吸振器 (TMD) のように働くようになるためであると考えられる。従って、免震支承を用いることによって、桁の慣性力が橋脚への入力として寄与しなくなるという入力低減効果が生じるのみならず、TMD 効果によるエネルギー吸収の増大効果が存在することになる。

4. 非線形特性を持つ支承への拡張

ここでは、等価線形化法を用いることによって、非線形特性を持つ支承に対して、本研究で得られた最適設計値を適用することを試みるとともに、数値計算によってその有効性を確認する。ここでは、非線形特性として、免震支承のモデルとしてよく用いられるバイリニア型の非線形について考察する。

図-6、図-7 に、一次剛性 k_0 、二次剛性 $k_1=(1-\eta)k_0$ 、ならびに初期降伏変位 x_0 を持つ等方性硬化型のバイリニア要素の特性と概念図を示す。この要素の応答が R であるときの等価剛性と減衰は、調和応答を仮定すると以下のように表される^{8),9)}。

$$k_{eq} = A(R) / R \quad (6a)$$

$$c_{eq} = c_0 - B(R) / (\omega R) \quad (6b)$$

ここで、

$$A(R) = \begin{cases} \frac{k_0 R}{\pi} \left[\eta \theta + (1-\eta) \pi - \frac{\eta}{2} \sin(2\theta) \right], & \text{when } R > x_0 \\ R, & \text{when } R \leq x_0 \end{cases} \quad (7a)$$

$$B(R) = \begin{cases} -\frac{k_0 R}{\pi} \sin^2(\theta), & \text{when } R > x_0 \\ 0, & \text{when } R \leq x_0 \end{cases} \quad (7b)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(1 - \frac{x_0}{2R} \right) \quad (7c)$$

ここでは、図-8 に示した兵庫県南部地震神戸海洋気象台観測波 NS 成分を対象とする。まず、等価線形

化を適用するに先立って、支承が線形である場合の応答を示す。図-9 には、橋脚・桁質量比 $\mu=8$ 、橋脚減衰比 $\zeta_p=0.02$ で、固定支承を持つ橋梁の応答を示した。ここでの解析は線形であるので、約 0.5 [m] の非常に大きな応答変位となる。また、 $f=0.1$ 、 $c'=c_{opt}$ の動特性を支承に与えた場合の線形応答解析の結果を図-10(a)(b)に示した。これより、線形応答時で 0.2 ~ 0.3 [m] の応答が支承に見込まれることがわかる。

ここでは、図-10 の線形応答に近い応答を与えることが期待されるバイリニア支承のパラメータを以下の要領で選択した。まず、支承の一次剛性は $k_0=m(0.1\omega)^2$ を選んだ。その上で、 $R=0.2m$ のときをターゲットにして、式(4)に挙げた最適値に式(6)の等価剛性、減衰が対応するように x_0 、 η について解くと、近似的に $x_0=0.005[m]$ 、 $\eta=0.99$ となった。上述の線形解析と同様の条件下で、支承にのみバイリニア型非線形を導入してこの設計値を用いた場合の数値計算結果を、図 11 に示す。線形解析の結果に比べ、桁の応答がやや小さめに出ているものの、全般的には類似した応答性状になっており、線形解析で得られた知見が有効であると考えられる。

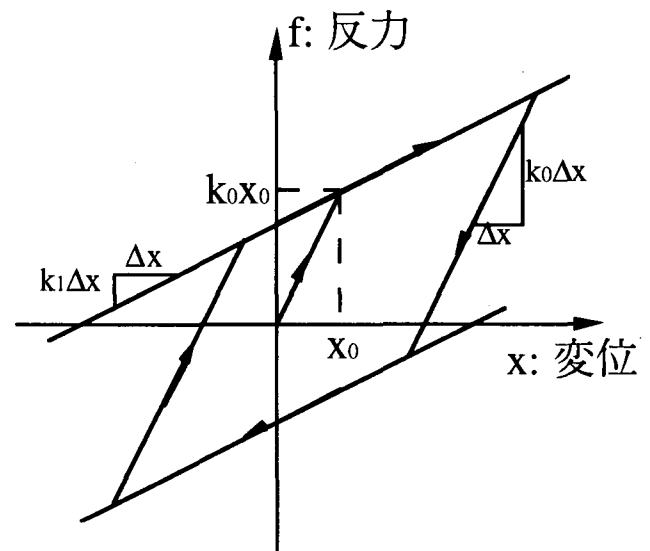


図-6 バイリニアモデルの履歴特性

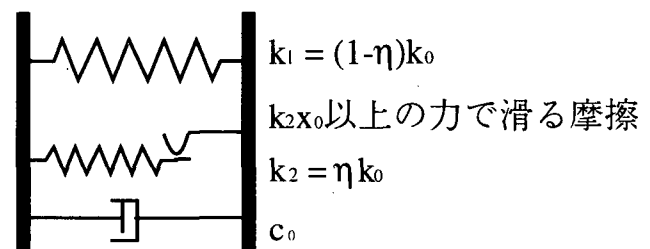


図-7 バイリニアモデルの概念図

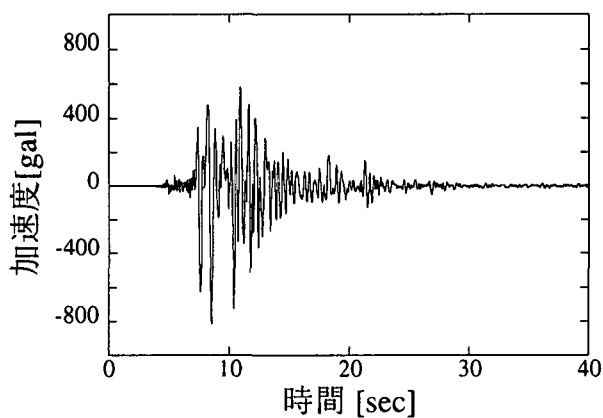


図-8 兵庫県南部地震神戸海洋気象台観測波NS成分

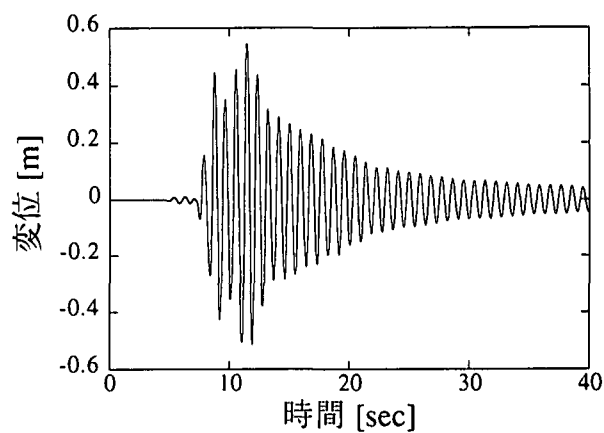
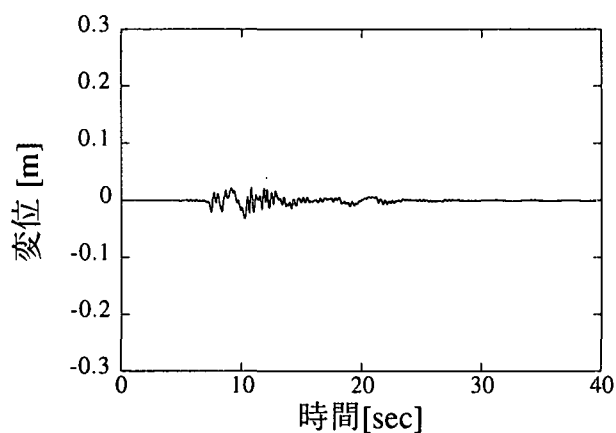
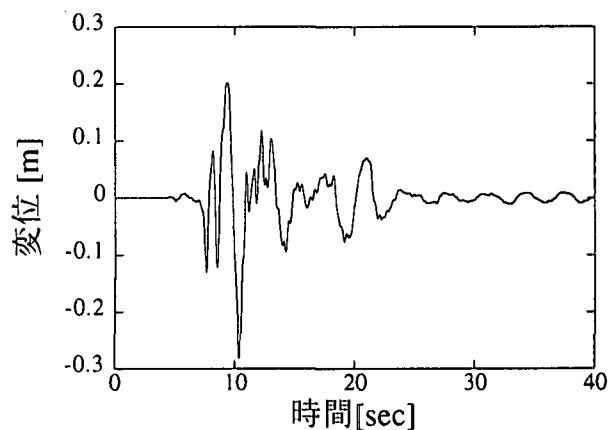


図-9 固定支承時の応答

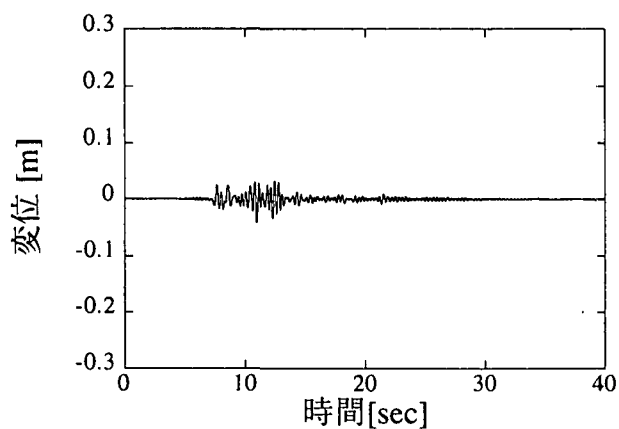


(a)橋脚の応答

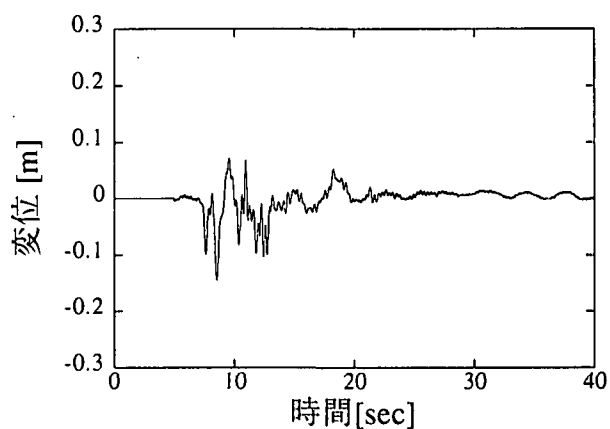


(b)桁の応答

図-10 橋脚ならびに桁の応答（支承が線形である場合）



(a)橋脚の応答



(b)桁の応答

図-11 橋脚ならびに桁の応答（支承が非線形である場合）

5. まとめ

高架橋における支承部分の最適設計に関する基礎的情報を得るため、橋脚・桁系を線形2自由度系にモデル化し、定常ランダム振動理論を用いて解析的検討を行った。その結果、支承が線形の動特性を持ち、かつ、地震動が定常白色雑音であるという理想的な条件の下で、式(3)(4)に示したように簡単な解析的な形で最適設計値を求めることができた。また、ここで得られた最適値が、観測地震動を用いても有効であることが、数値解析によって確かめられた。

さらに、兵庫県南部地震神戸海洋気象台観測波NS成分を用いた数値解析によって、免震支承のように、バイリニア型の非線形性を持つ支承に対しても、等価線形化を行うことにより、線形解析で導いた設計値を拡張して適用することが可能であることが示された。

なお、単に桁と橋脚を切り離すよりも、本設計値による支承を用いた方が、橋脚の応答が一層低減されることが明らかになった。これは、最適設計された支承を用いることによって、桁の慣性力が橋脚に伝わるのを防ぐのみでなく、桁が橋脚に対して動吸振器(TMD)的に作用するためであると考えられる。

本研究では、簡単なモデル化によって、基礎的な検討を行った。ここで得られた最適値が、下部構造の塑性化や地盤との相互作用など、ここでの検討に組み込まれていない問題によって影響を受けることが考えられるので、さらに精緻なモデルによって検証する必要があるだろう。ただし、このように高架橋システム全体の動的挙動の観点から支承部分の理想的姿を探るという方法自体は、免震橋の設計の合理化に資するのみでなく、支承やダンパーなどの技術開発の方向を探るための有効な一つの方法であると考えている。

謝辞：本研究は、科学研究費（基盤研究(B)、課題番号 08455209）の補助を受けて行ったものである。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 川島一彦：免震設計技術の発展と今後の展望，土木学会論文集 No.398, pp.1-12, 1988.
- 2) 建設省：官民連帯共同研究 道路橋の免震構造システムの開発 報告書，1992.
- 3) 岡本晋，藤井俊二，尾崎大輔，Constantinou, M.C., Tsopelas, P.C.: すべり方式免震システムを有する橋梁の動特性に関する実験的研究，土木学会論文集 No.507, pp.167-177, 1995.
- 4) 菊池敏男・樋口俊一・後藤洋三：免震橋用ロックオフ装置の滑動時における破壊機構と最大反力簡易算定法の検討，土木学会論文集 No.501, pp.153-161, 1994.
- 5) 孫利民，後藤洋三：大地震における免震橋梁用衝突緩衝装置の挙動に関するシミュレーション，第23回地震工学研究発表会講演概要，pp.509-512, 1995.
- 6) 林亜紀夫，成田信之，前田研一：橋梁用免震装置の特性値探索手法と下部構造塑性化の評価，第3回振動制御コロキウム Part B 講演論文集，pp.91-98, 1995.
- 6) S.H.Crandall and W.D.Mark: *Random Vibration in Mechanical Systems*, Academic Press, 1963.
- 7) 阿部雅人，藤野陽三：摂動解による同調質量ダンパー(TMD)-構造物系の動特性の理解と制振評価，土木学会論文集 No.446, pp.157-166, 1992.
- 8) Abé, M.: Tuned mass dampers for structures with bilinear hysteresis, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 122, pp.797-800, 1996
- 9) Caughey, T. K.: Sinusoidal excitation of a system with bilinear hysteresis, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.27, pp.640-643, 1960.

(1996.9.14 受付)

OPTIMAL DESIGN OF BRIDGE BEARINGS FOR SEISMIC PROTECTION

Masato ABE, Yozo FUJINO and Paolo GARDONI

Seismic performance of bridge system can be greatly improved by appropriately including the base-isolation effect and damping effect at the bearings. To clarify the effect of properties of bearings on improvement of dynamic properties of the entire structural system of bridges, a simplified model of a bridge where the girder and the pier are modeled as single-degree-of-freedom lumped masses is studied using random vibration theory. In the course of the analysis, the optimal design values for bearing damping ratios and stiffness is derived in a simple analytical form. The validity of the proposed design values are confirmed by numerical simulations using earthquake records.