

位相特性に着目した観測地震動の内挿 — 集集地震 (1999) の観測記録を用いて —

佐藤 忠信¹・室野 剛隆²・川西 智浩³

¹正会員 工博 京都大学 防災研究所 (〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

²正会員 工博 (財) 鉄道総合技術研究所 (〒 185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

³学生員 京都大学 工学研究科 (〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

観測点の波形から未観測点の波形を内挿する場合、地震動の非定常性を的確に表現することが要求される。ここでは地震動の位相特性に着目して、非定常性をモデル化する。まず、台湾集集地震 (1999) の観測波形を用いて、地震断層近傍における位相特性をモデル化することを目的として、群遅延時間の平均値と標準偏差の回帰式を作成した。回帰式のパラメータとしては震央距離、断層長さ、断層破壊のディレクティブティー効果を考えた。次に、その回帰式とカルマンフィルターの概念を用いることにより、観測波形の群遅延時間から未観測点での群遅延時間を内挿し、その群遅延時間を用いて未観測点の地震動を合成することを試みた。

Key Words : interpolation, earthquake motion, wavelet transform, group delay time

1. はじめに

地震災害を軽減するためには、地震発生直後から被害状況をできるだけ早急に把握し、最適な対応をとることが必須である。このために、被害予測の最初の段階として、被害が大きかった地点における地震動の特性を把握しておくことは非常に大切である。しかし、地震動を観測できる地点の数は限られているので、限られた観測記録から地震動が観測されなかった地点での波形を推定する必要がある。

このような観点から、これまで未観測点での地震動をシミュレーションする方法が数多く提案されてきた。星谷は、観測点でのサンプル値を用いて確率場の共分散を推定し、これを用いて未観測点におけるサンプル値を既知のサンプル値の線形補間式として予測し、推定誤差項を考慮することで未観測点での推定値を求める方法を開発した¹⁾。そしてこの方法を表層地盤における地震波動伝播現象に適用することで、未観測点での地震動を推定している²⁾。Sato ら^{3), 4)}は、Hoshiya・Yoshida⁵⁾が示したカルマンフィルターと Kriging 法の同値性を利用して、地震動を多次元 AR 過程で表現できるとして、地震動の実時間内挿法を提案した。また、川上・小野^{6), 7)}は、未観測点の地震波形を観測記録を入力とする線形システムの出力として取り扱う手法や、定常な多変数の AR モデルとして取り扱う手法を展開している。Vanmarcke ら⁸⁾は、観測波形をフーリエ級数に展開し、周波数空間領域の確率場を満たすように、Kriging 手法

を用いてフーリエ係数を求めることにより、未観測点の地震動を推定している。実際に観測された地震動に適用した例としては、盛川・亀田⁹⁾によるパワースペクトルの内挿などが挙げられる。

また、著者らはこれまでの研究で、地震動の位相特性が地震動の時刻歴の非定常性の支配的な要因になっていることを指摘するとともに、位相特性のモデル化を行ってきた。具体的には、震源から伝播する地震波の位相特性を理論的に求める手法の開発¹⁰⁾や、既往の観測記録に基づいて位相特性をモデル化する研究を行ってきた¹¹⁾。後者の方法では、フーリエ位相を角振動数で微分した群遅延時間¹²⁾に着目し、既往の観測記録に基づいて、マグニチュード M と震央距離 Δ を説明変数として群遅延時間の平均値と標準偏差の回帰式を求めた。しかし、用いた観測記録に断層近傍の強震記録が少なく、また震源断層を点震源として扱っているため、断層近傍地震の位相特性を表現できていない。

1999 年に発生した台湾集集地震では台湾中央気象台 (CWB) の地震センターによって、断層近傍域において多数の地震波が観測されており¹³⁾、これらの強震記録を用いることにより、断層震源域内の地震動の位相特性をモデル化できる可能性がある。そこで本研究では、これらの強震記録を用いて、まず 2. において群遅延時間の平均と標準偏差を算定し、次に 3. において、群遅延時間の平均値と標準偏差の回帰式を作成した。これらの回帰式は、断層破壊のディレクティブティー効果を取り入れたものとした。作成した回帰式を用いることで、各

地点における群遅延時間の平均値と標準偏差を推定することが可能となる。

これらの値を用いて未観測点における地震動を合成する場合、群遅延時間のサンプルを発生させる必要がある。まず5.において、回帰式により求めた平均値と標準偏差に従う乱数を用いることで群遅延時間を発生させ、求めた群遅延時間を用いて地震動を合成することを試みた。

しかし、地震動の非定常性をよりの確に表現するには、観測波形の位相を用いて未観測点の位相を推定し、その位相を用いて未観測点の地震動を合成することが望ましいと言える。そこで6.において、作成した回帰式を用いて観測点と未観測点の群遅延時間の相関性を表現する共分散を定義するとともに、カルマンフィルターの概念を用いることによって観測波の位相から未観測点の位相を内挿する方法を展開する。そして台湾集集地震における観測波形の群遅延時間から未観測点での群遅延時間を内挿することを試みた。内挿された群遅延時間を角振動数で積分することにより位相スペクトルが得られ、この位相とウェーブレット変換を用いることで、未観測点での地震動を合成した¹⁴⁾。

2. 解析方法

(1) 解析に用いたデータ

解析に用いた記録は、台湾中央気象台 (CWB: Central Weather Bureau) によって観測された加速度記録である。本論文では断層近傍の強震記録 110 地点 220 成分を解析の対象とした。また、対象とするのは水平成分のみとする。図-1 に解析対象とした強震記録の観測地点と断層との関係を示す。なお、本研究では地表面に現われた断層線を直線に簡略化してモデル化した。

(2) 群遅延時間

群遅延時間は、フーリエ位相スペクトル $\phi(\omega)$ を角振動数 ω 上で微分したものであり、

$$t_{gr}(\omega) = \frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \quad (1)$$

で表される¹²⁾。群遅延時間 $t_{gr}(\omega)$ の平均値は、角振動数 ω の成分波の重心位置と大きく関係しており、そのばらつきは、成分波の継続時間と密接に関係している。この群遅延時間を合理的にモデル化することにより、地震動の非定常性を取り入れた耐震設計用の入力地震動がシミュレーション可能となる^{10), 11), 15), 16)}。なお、位相そのものよりも群遅延時間の方が波形の特性を把握しやすいので、本研究でも群遅延時間に着目して議論を進めることにした。

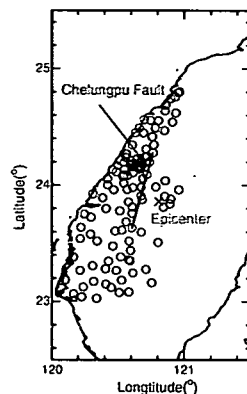


図-1 解析の対象とした地震記録

位相 $\phi(\omega)$ は $-\pi$ と π を主値とするので、 2π の不確定性が生じる。よって、適宜アンラップ操作を行う必要がある。和泉・勝倉は常に $t_{gr}(\omega) \geq 0$ となるように操作を行っている¹⁷⁾。しかし、この方法ではリンク効果の影響で、地震波の終了時刻付近に $t_{gr}(\omega)$ の分布が集中してしまい、それを防ぐために後続の 0 を付けることも行われている¹⁷⁾。しかし、ここではこれまでの著者らの研究と同様に澤田・盛川ら¹⁸⁾の提案している手法により位相のアンラップ操作を施した。

(3) 群遅延時間の平均値と標準偏差の算定方法¹¹⁾

時々刻々周期特性が変化する時系列 $x(t)$ の特性を捉えるのに、ここでは離散ウェーブレット変換を用いる。関数 $x(t)$ の離散ウェーブレット変換・逆変換は次式で定義される¹⁹⁾。

$$a_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}^*(t) \cdot x(t) dt \quad (2)$$

$$x(t) = \sum_{j=0}^{M-1} x^{(j)}(t) = \sum_j \sum_{k=0}^{N-1} a_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(t) \quad (3)$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \cdot \psi(2^j t - k) \quad j, k: \text{integer} \quad (4)$$

ここで、*は複素共役を表す。また、 j はスケールを表すファクター、 k は位置(時刻)を表すファクター、 $N = 2^j (j = 0, 1, \dots, M-1)$ である。 j が大きいほど高振動数成分を対象とすることになる。ウェーブレット変換の逆変換が存在するとき、 $\psi(t)$ はアナライジングウェーブレットと呼ばれ、本論文では $\psi(t)$ の構成法として Meyer によるものを用いた²⁰⁾。このとき、 $\psi(t)$ のフーリエ変換 $\Psi(\omega)$ は、振動数領域においてコンパクトサポート(つまり、値が 0 でない区間が有限)になっており、区間は、

$$\{2^j/3T_d \leq f \leq 2^{j+2}/3T_d\} \quad (5)$$

となる。ここで、 T_d は地震波の全継続時間 ($= N\Delta t$, N : データ数, Δt : 時間刻み) である。

ここでは、観測波形 $x(t)$ を時間刻み $\Delta t = 0.01(\text{sec})$ とし、後続の 0 を付けデータ数を $N = 131072 (= 2^{17})$ 個に揃える。この波形 $x(t)$ をウェーブレット変換によって各スケールファクター j ($j = 0 \sim 16$) ごとの成分波 $x^{(j)}(t)$ に分解する (以下、' j 次' と呼ぶことにする)。この j 次成分波 $x^{(j)}(t)$ について、群遅延時間 $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ を算定し、式 (5) の範囲の $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ を用いて各 j ごとの平均値 $\mu_{igr}^{(j)}$ と標準偏差 $\sigma_{igr}^{(j)}$ を式 (6), (7) に従って算定する。

$$\mu_{igr}^{(j)} = \sum_{i=1}^{N^{(j)}} \frac{t_{gr}^{(j)}(\omega_i)}{N^{(j)}} \quad (6)$$

$$\sigma_{igr}^{(j)} = \sqrt{\frac{1}{N^{(j)}} \sum_{i=1}^{N^{(j)}} (t_{gr}^{(j)}(\omega_i) - \mu_{igr}^{(j)})^2} \quad (7)$$

ここで、 $t_{gr}^{(j)}(\omega_i)$ は j 次成分波の振動数 ω_i (ただし、 $\{2^{j+1}\pi/3T_d \leq \omega \leq 2^{j+3}\pi/3T_d\}$) における群遅延時間、 $N^{(j)}$ はスケールファクター j におけるデータ数で、 $N^{(j)} = 2^j$ で定義される。

ウェーブレット変換では、 j 次のサポート区間は式 (5) の範囲となる。よって、1つの振動数 f には両端以外では2つの j が対応し、フーリエ振幅スペクトルも多くの範囲で互いのサポートが重なっている。しかし、各レベルが分担する範囲は概ね

$$\{2^{j-1}/T_d \leq f \leq 2^j/T_d\} \quad (8)$$

となっていることが既往の研究でわかっている¹¹⁾。本研究でも、 j 次のサポート区間は式 (8) で表わされる範囲であるとし、この区間内に含まれる群遅延時間のみを用いて解析を行う。

各サポート区間において $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ がどのように分布しているかを検討したのが図-2である。例として $j = 10$ の場合を示している。既往の研究では、 $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ は正規分布に従うとした¹¹⁾が、図からわかるようにそれでは適合性は低いので、ここでは自由度 $\phi = 3$ の student 分布 (以下、 t 分布と略す) を用いることにした。図より、 t 分布を用いると実際の $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ の分布特性をうまく説明できていることがわかる。これと同様に、他のスケールファクター j においても $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ は概ね t 分布に従っていた。本研究では、台湾集集地震においては、すべての j において $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ が t 分布に従っているとする。

3. 回帰モデルの作成

全強震記録について、前述した方法により群遅延時間の平均値 $\mu_{igr}^{(j)}$ と標準偏差 $\sigma_{igr}^{(j)}$ を算定した。ただし、土

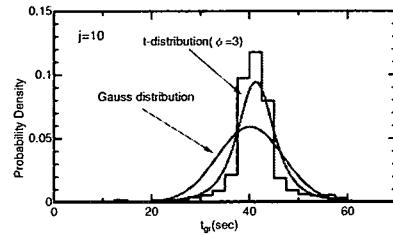


図-2 コンパクトサポート区間内の群遅延時間 $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ の分布特性 (観測点 TCU052, EW 成分)

木構造物の耐震設計上重要な周期は約 0.1~5(sec)であることを考慮して、この周期範囲が十分含まれるように、 $j=6 \sim 15$ についてモデル化することにした。

地震記録は発震時間を原点として絶対時間で表すものとする。ただし、今回用いた CWB の強震記録集は初版 CD-ROM のものであり、トリガータイムは必ずしも正確な値ではない。他の記録と比べて著しく時刻が異なっているものは、今回の解析から除外した。

まず、震央距離 $R(\text{km})$ のみを説明変数として、式 (9), (10) により回帰分析を行った。

$$\mu_{igr}^{(j)} = \alpha_1^{(j)} \times R^{\beta_1^{(j)}} \quad (9)$$

$$\sigma_{igr}^{(j)} = \alpha_2^{(j)} \times R^{\beta_2^{(j)}} \quad (10)$$

$\alpha^{(j)}$, $\beta^{(j)}$ は回帰係数である。このモデルは、震源を点震源と考えたことに相当する。回帰分析の結果を表-1に示す。相関係数としては、平均群遅延時間に対しては 0.75 前後、標準偏差群遅延時間に対しては 0.2 前後のものが多く、精度がかなり低い。これは、断層近傍の地震を考える上で、特に継続時間などは点震源と考えたのではモデル化が不十分であることを示している。

そこで、断層の破壊過程を表現するための一つの工夫として、群遅延時間の平均値 $\mu_{igr}^{(j)}$ と標準偏差 $\sigma_{igr}^{(j)}$ を震央距離 $R(\text{km})$ とディレクティビティーを表す距離 ξ , $L - \xi(\text{km})$ を説明変数として導入して、次式により重回帰分析を行った。 ξ の説明を図-3に示す。また、 L は断層の地表面における長さである。

$$\mu_{igr}^{(j)} = \alpha_1^{(j)} \times R^{\beta_1^{(j)}} \times \left(\frac{\xi}{L}\right)^{\gamma_1^{(j)}} \times \left(\frac{L - \xi}{L}\right)^{\kappa_1^{(j)}} \quad (11)$$

$$\sigma_{igr}^{(j)} = \alpha_2^{(j)} \times R^{\beta_2^{(j)}} \times \left(\frac{\xi}{L}\right)^{\gamma_2^{(j)}} \times \left(\frac{L - \xi}{L}\right)^{\kappa_2^{(j)}} \quad (12)$$

ここに、 $\alpha^{(j)}$, $\beta^{(j)}$, $\gamma^{(j)}$, $\kappa^{(j)}$ は、 j 次の重回帰係数である。距離 ξ は、断層の破壊伝播が観測点まで向かって来る距離、距離 $L - \xi$ は、断層の破壊伝播が観測点から遠ざかる距離と解釈できる。重回帰分析の結果を表-2に

表-1 震央距離 R のみを説明変数にした場合の回帰結果

j	平均値 $\mu_{igr}^{(j)}$			標準偏差 $\sigma_{igr}^{(j)}$		
	$\alpha_1^{(j)}$	$\beta_1^{(j)}$	相関係数	$\alpha_2^{(j)}$	$\beta_2^{(j)}$	相関係数
7	14.04	0.3599	0.67	11.11	0.2112	0.20
8	17.21	0.3158	0.72	31.52	-0.1346	0.13
9	18.32	0.3039	0.78	15.87	0.0741	0.11
10	20.91	0.2617	0.79	12.16	0.1531	0.25
11	19.91	0.2596	0.82	10.51	0.1449	0.23
12	21.97	0.2277	0.80	13.28	0.0851	0.19
13	21.96	0.2239	0.81	14.69	0.0612	0.15
14	20.35	0.2352	0.82	14.71	0.0666	0.17
15	19.71	0.2358	0.78	8.04	0.2369	0.45

示す。相関係数は、 $\mu_{igr}^{(j)}$ については 0.8 前後、 $\sigma_{igr}^{(j)}$ については 0.32~0.70 となっている。特に、 $j=9,10$ での相関が低くなっている。既往の研究でも $\sigma_{igr}^{(j)}$ の精度が劣るという傾向が現れている¹¹⁾。さらに、今回のデータでは台中盆地付近の記録では、表面波と思われる後続波が観測波形の中に見られ、このような地盤条件の差異が含まれていることも大きな要因の一つと言える。

しかし、表-1 と表-2 を比較するとディレクティビティーを表す距離 ξ を導入することにより、結果が大幅に改善されている。断層近傍の地震動を取り扱うには、位相特性についても断層破壊の方向性の効果を取り入れる必要があることが分かった。

また、図-4 には回帰式の精度を確認するために、観測記録から得られた $\mu_{igr}^{(j)}$, $\sigma_{igr}^{(j)}$ と、回帰式から得られた $\mu_{igr}^{(j)}$, $\sigma_{igr}^{(j)}$ の比較を示す。平均群遅延時間 $\mu_{igr}^{(j)}$ については概ね全データとも良好にモデル化されていることが確認できる。なお比較のために、式 (9), (10) で $\mu_{igr}^{(j)}$ と $\sigma_{igr}^{(j)}$ をモデル化した結果も示してあるが、特に $\sigma_{igr}^{(j)}$ について、その適合度が低いことがわかる。

4. パワーのモデル化

ある観測地点における時刻歴波形を $x(t)$ とし、これをウェーブレット変換したときの j 次成分を $x_j(t)$ 、そのフーリエ変換を $X_j(\omega)$ とする。このとき、地震動のパワーは以下の式で与えられる¹¹⁾。

$$\lambda_j^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |X_j(\omega)|^2 d\omega \quad (13)$$

そこで、群遅延時間のモデル化と同様に、観測記録 220 成分を用いて、以下のようなパワーの回帰式を作成した。

$$\log \lambda_j = \alpha_3^{(j)} + \beta_3^{(j)} (D_s + r) - \log (D_s + r) \quad (14)$$

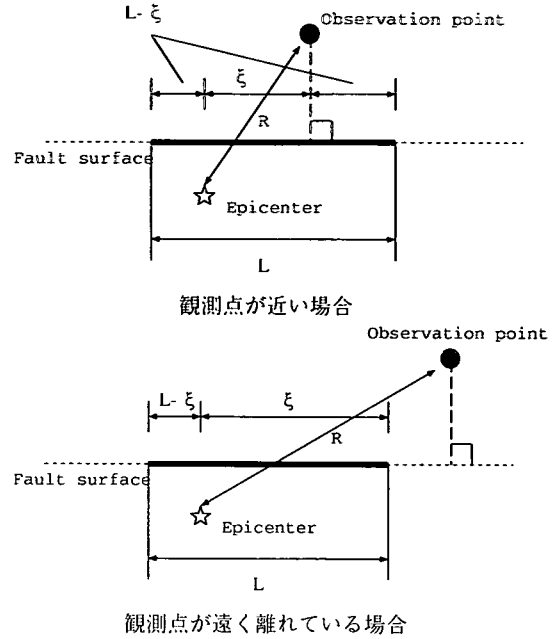


図-3 ディレクティビティー効果を表する距離 ξ の考え方

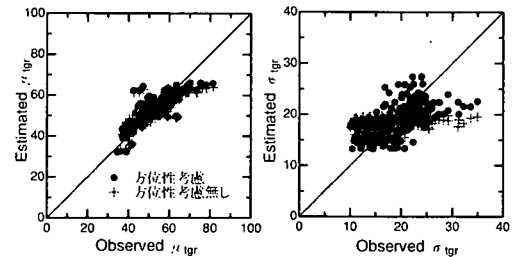


図-4 観測値および回帰式により規定された平均群遅延時間と標準偏差群遅延時間の比較

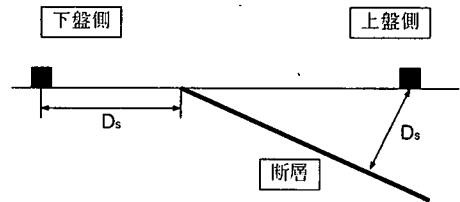


図-5 説明変数 D_s

D_s は断層最短距離であり、図-5 のように表される。また、距離 r は飽和項であり、既往の研究²¹⁾などを参考に $r = 30(\text{km})$ とした。回帰分析の結果を表-3 に示す。

表-2 震央距離 R とディレクティビティー距離 ξ を説明変数にした場合の回帰結果

j	平均値 $\mu_{igr}^{(j)}$					標準偏差 $\sigma_{igr}^{(j)}$				
	$\alpha_1^{(j)}$	$\beta_1^{(j)}$	$\gamma_1^{(j)}$	$\kappa_1^{(j)}$	相関係数	$\alpha_2^{(j)}$	$\beta_2^{(j)}$	$\gamma_2^{(j)}$	$\kappa_2^{(j)}$	相関係数
7	10.877	0.4970	-0.0132	-0.5410	0.73	2.550	0.7423	-0.1078	1.4922	0.52
8	9.811	0.4657	-0.0782	0.2304	0.78	15.714	0.2929	0.0743	1.8126	0.51
9	11.484	0.4286	-0.0691	0.1651	0.83	7.732	0.2941	-0.0806	0.4818	0.32
10	15.049	0.3385	-0.0538	-0.0710	0.82	9.141	0.3050	0.0140	0.5969	0.38
11	15.286	0.3242	-0.0412	0.0748	0.84	4.886	0.4882	-0.0086	1.1961	0.61
12	17.422	0.2784	-0.0404	0.0283	0.82	7.303	0.3446	-0.0128	0.8802	0.64
13	17.750	0.2652	-0.0408	-0.0068	0.82	12.192	0.2579	0.0782	1.0007	0.66
14	16.757	0.2680	-0.0406	-0.0365	0.83	10.944	0.2781	0.0530	0.9584	0.69
15	15.406	0.2741	-0.0540	-0.0676	0.80	4.591	0.5032	0.0044	0.9702	0.71

表-3 パワー λ_j の回帰結果

j	パワー λ_j		
	$\alpha_3^{(j)}$	$\beta_3^{(j)}$	相関係数
7	3.576	-1.59e-4	0.67
8	3.576	-1.59e-4	0.72
9	3.911	-1.76e-3	0.78
10	4.093	-2.21e-3	0.79
11	4.248	-2.50e-3	0.82
12	4.324	-3.06e-3	0.80
13	4.220	-3.49e-3	0.81
14	3.932	-4.01e-3	0.82
15	3.705	-8.60e-3	0.78

5. 位相スペクトルを用いた地震動の合成手法¹⁴⁾

(1) 方法

著者らは既に、位相スペクトル $\phi(\omega)$ が与えられたときに位相準拠の波形を合成する方法を開発している¹⁴⁾。本研究では、地震動の内挿方法を考える際にもこの方法を用いるので、以下で簡単に説明する。

ある時刻歴波形 $x(t)$ を考える。データ数を $n = 2^M$ 個とする。この波形のウェーブレット変換は式 (3) により表される。時刻歴波形 $x(t)$ の j 次成分 $x_j(t)$ のみを対象にすると、

$$x_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(t) \quad (15)$$

となる。ここでは、位相特性が与えられるとき、その情報から波形を合成する方法を示す。位相スペクトル $\phi_j(\omega)$ が与えられているとき、ウェーブレット係数 $a_{j,k}$ を用いて時刻歴波形の位相スペクトルを表現することによ

り、次式が得られる。

$$\sum_{k=0}^{N-1} \{ \cos(\omega t_{j,k}) \cdot \beta_j(\omega) + \sin(\omega t_{j,k}) \} \cdot a_{j,k} = 0 \quad (16)$$

ここで、

$$\beta_j(\omega) = \tan\left(\phi_j(\omega) + \frac{\omega T}{2^{j+1}}\right), \quad t_{j,k} = \frac{Tk}{2^j} \quad (17)$$

であり、また T は継続時間である。これを離散的に与えられた m 個の振動数で考え、

$$\gamma_{jk}(\omega_i) = \beta_j(\omega_i) \cdot \cos(\omega_i t_{j,k}) + \sin(\omega_i t_{j,k}) \quad (18)$$

$$(k = 0, 1, \dots, 2^j - 1, i = 1, 2, \dots, m)$$

とすると、式 (16) は以下のような連立方程式で表される。

$$\begin{bmatrix} \gamma_{j0}(\omega_1) & \gamma_{j1}(\omega_1) & \cdots & \gamma_{jN-1}(\omega_1) \\ \gamma_{j0}(\omega_2) & \gamma_{j1}(\omega_2) & \cdots & \gamma_{jN-1}(\omega_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{j0}(\omega_m) & \gamma_{j1}(\omega_m) & \cdots & \gamma_{jN-1}(\omega_m) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{j,0} \\ a_{j,1} \\ \vdots \\ a_{j,N-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

式 (19) において $a_{j,0} = 1.0$ とおくと、 $a_{j,0}$ に対する $a_{j,k}$ の比 $\bar{a}_{j,k}$ が得られる。

なお、式 (19) の解 $\bar{a}_{j,k}$ は、 $a_{j,0}$ に対する各ウェーブレット係数の比を表している。最終的なウェーブレット係数 $\{a_{j,k}\}$ を得るためには、 $a_{j,0}$ の値を決定する必要がある。本研究では、コンパクトサポート内のパワーが等しいという制約条件を課し、以下の式により、 $a_{j,0}$ の値を決定する。

$$a_{j,0} = \lambda_j / \sqrt{2\pi \sum_{k=0}^{N-1} \bar{a}_{j,k}^2} \quad (20)$$

ここで、 λ_j は地震動のパワーの平方根を表し、式 (14) を用いて計算することができる。

これにより、位相 $\phi_j(\omega)$ に準拠したウェーブレット係数 $a_{j,k}$ を全て算定することが可能になる。さらに、式 (15) より各成分波 $x_j(t)$ を求めることができる。

(2) 地震波の合成例

3. で作成した群遅延時間の回帰式と 5.(1) の理論を用いて、台湾集集地震の加速度波形をシミュレーションする。ただし、本研究では取り扱いを簡単にするために、いくつかの仮定をおいて地震動をシミュレーションすることとした¹⁴⁾。その手順を以下に示す。

1. 地震動をシミュレーションしたい地点を決定し、その地点における震央距離 R とディレクティブティー効果を表す距離 ξ 、断層最短距離 D_s を算定する
2. 回帰式を用いて $\mu_{t_{gr}}^{(j)}, \sigma_{t_{gr}}^{(j)}$ を決定する
3. 平均値 $\mu_{t_{gr}}^{(j)}$ と標準偏差 $\sigma_{t_{gr}}^{(j)}$ をもつ t 分布に従う乱数を発生させて、 $t_{gr}^{(j)}(\omega)$ を求める
4. $t_{gr}^{(j)}(\omega_i)$ を角振動数 ω で積分して位相スペクトル $\phi_j(\omega)$ を求める
5. j 次のコンパクトサポート $2^{j+1}\pi/3T \leq |\omega| \leq 2^{j+3}\pi/3T$ の範囲内の角振動数ではフーリエ振幅を 1、フーリエ位相を $\phi_j(\omega)$ とし、範囲外ではフーリエ振幅、位相とも 0 とし、一旦波形 $x'_j(t)$ を合成する
6. $x'_j(t)$ をフーリエ変換して新しい位相 $\phi'_j(\omega)$ を求める
7. $\phi'_j(\omega)$ を用いてウェーブレット係数の比 $\bar{a}_{j,k}$ を計算する
8. パワーの回帰式を用いて $a_{j,0}$ を計算し、 $\bar{a}_{j,k}$ に $a_{j,0}$ を乗じて $a_{j,k}$ を決定する
9. ウェーブレット逆変換により j 次の時刻歴波形 $x_j(t)$ を求める
10. 必要な振動数領域に対する j について波形 $x_j(t)$ をたしあわせることにより、時刻歴波形 $x(t)$ を求める

以上のフローに従い、断層近傍位置での 6 地点の波形をシミュレーションした結果を図-6 に示す。水平 2 成分の下にシミュレートされた波形が示されている。断層近傍では、ディレクティブティー効果により、震央距離が同じでも、TCU129, TCU202 の継続時間が長く、TCU052, CHY028 の継続時間が短い様子がわかる。また、断層北端および南端から数 10km 離れた TCU045 や KAU047 では継続時間が延び、また波形の前半で短

周期成分が卓越し、後半部で長周期成分が卓越する傾向が見られる。

シミュレーションは、観測位置による地震動の重心位置や継続時間の変化等は概ね良好に再現されており、ディレクティブティー効果もある程度再現可能なことがわかる。また、TCU045 や KAU047 地点における、周期成分の時間的な変化も良好に再現できている。

ただし、TCU052 や CHY028 では、シミュレーション結果は満足いくものではない。断層北端の TCU052 では特徴的な長周期成分が再現されていない。また、CHY028 では振幅を過小評価するとともに、継続時間が長く評価されている。

今回の位相モデルは断層の破壊伝播を考慮できるようなモデルとなっており、この位相モデルが断層近傍の地震動を合成する際には有効な手法と考えられる。しかし、特に $\sigma_{t_{gr}}^{(j)}$ に関して、まだ十分に回帰できているとは言えない。また、今回の解析では必ずしも観測波の空間的な変動を細かに再現するには至っていない。本研究では実務的観点から、できるだけ少ない数のパラメータで位相特性をモデル化することを目的としており、今回は距離のパラメータのみを用いている。しかし、より適切なモデル化を行うためには、地震波の伝播特性など、距離以外の特性を考慮する必要がある。また、乱数により群遅延時間を発生させていることも問題である。実地震動の群遅延時間により近い特性をもつ群遅延時間を発生させる方法の 1 つとして、観測点の群遅延時間を用いて未観測点における群遅延時間を内挿する方法が考えられる。

6. 未観測点の地震動予測

ここでは、台湾集集地震の観測波形の群遅延時間を用いて未観測点の群遅延時間を内挿し、内挿された群遅延時間に基づいて、5. で述べた方法を用いて未観測点の地震動を合成する。Hoshiya and Yoshida⁵⁾ は Kriging 手法がカルマンフィルターで表現できることを示しているが、本研究でもこの概念を基にして地震動の内挿を行う。まず、3. で作成した群遅延時間の回帰式を用いて地震動の群遅延時間に関する場の共分散を求める方法を示し、次にその共分散とカルマンフィルターの概念を用いることにより、観測点の地震動から未観測点での地震動が合成できることを示す。

(1) 地震動の群遅延時間に関する空間相関の定義

ここでは、群遅延時間の空間相関を定義する。まず、観測点 X_p (震央距離 R_p 、ディレクティブティーを表す距離 ξ_p) における、 j 次の地震波 $x_j(t)$ の群遅延時間の平均値 $\mu_{t_{gr}}^{(j)}$ と標準偏差 $\sigma_{t_{gr}}^{(j)}$ は式 (11), (12) で与えられ

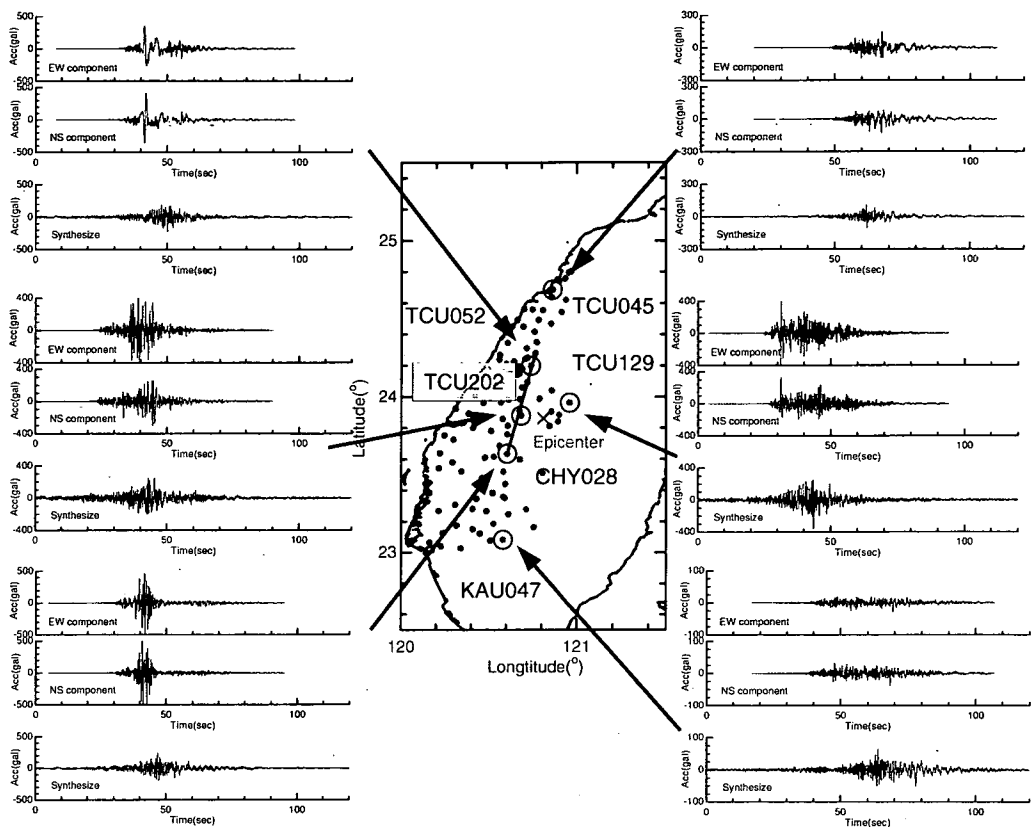


図-6 シミュレーション波形と観測波形の比較

るので、この値を観測点 X_p における角振動数 ω_s での群遅延時間の平均値および標準偏差として用いる。

$$\mu_{t_{gr}}^{(j)}(X_p, \omega_s) = \mu_{t_{gr}}^{(j)}(R_p, \xi_p) \quad (21)$$

$$\sigma_{t_{gr}}^{(j)}(X_p, \omega_s) = \sigma_{t_{gr}}^{(j)}(R_p, \xi_p) \quad (22)$$

次に、群遅延時間の空間相関を表すために、任意の2地点 X_p, X_q の共分散を以下のように定義する。

$$M_{pq}^{(j)} = \sigma_{t_{gr}}^{(j)}(X_p, \omega_s) \sigma_{t_{gr}}^{(j)}(X_q, \omega_s) \exp(-\eta_{pq}^{(j)} \cdot |\Delta_{pq}|) \quad (23)$$

ここで $\eta_{pq}^{(j)}$ は2点間の相関の強度を表すパラメータであり、経験的に決められる定数である。また Δ_{pq} は2地点 X_p, X_q 間の距離を表す。

(2) 観測点の地震記録を用いた地震動の内挿法

観測点と未観測点の合計が n 点からなる系を考える。 j 次のコンパクトサポート上における群遅延時間から

構成される n 次のベクトルを次式のように定義する。

$$\mathbf{Z}^{(j)} = \{t_{gr}^{(j)}(X_1, \omega_s), t_{gr}^{(j)}(X_2, \omega_s), \dots, t_{gr}^{(j)}(X_n, \omega_s)\}^T \quad (24)$$

ここで $t_{gr}^{(j)}(X_p, \omega_s)$ はある地点 X_p において、角振動数 ω_s での群遅延時間を示している。また、上付き記号 T は転置行列であることを表す。 $\mathbf{Z}^{(j)}$ の平均ベクトルと共分散行列は次式のように表される。

$$\bar{\mathbf{Z}}^{(j)} = \{\mu_{t_{gr}}^{(j)}(X_1, \omega_s), \mu_{t_{gr}}^{(j)}(X_2, \omega_s), \dots, \mu_{t_{gr}}^{(j)}(X_n, \omega_s)\}^T \quad (25)$$

$$\mathbf{M}^{(j)} = [M_{pq}^{(j)}(X_p, X_q, \omega_s)] \quad (26)$$

いま、観測されている地震動記録の総数が l ($l < n$) であるとする。このとき、 j 次のコンパクトサポート内での群遅延時間からなる観測ベクトル $\mathbf{y}^{(j)}$ は l 個のデータを用いて、次式で定義される。

$$\mathbf{y}^{(j)} = \{t_{gr}^{(j)}(X_1, \omega_s), t_{gr}^{(j)}(X_2, \omega_s), \dots, t_{gr}^{(j)}(X_l, \omega_s)\}^T \quad (27)$$

式 (24) と式 (27) より、次の観測方程式が成立する。

$$\mathbf{y}^{(j)} = \mathbf{H}\mathbf{Z}^{(j)} \quad \mathbf{H} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \quad (28)$$

ここで $\mathbf{H}$ は $(l \times n)$ 次元の観測行列であり、 $\mathbf{I}$ は $(l \times l)$ 次元の単位行列である。これは観測ベクトル $\mathbf{y}^{(j)}$ と計算値により構成されるベクトル $\mathbf{Z}^{(j)}$ が同じ物理量をもつ特別な場合である。よって、式 (28) には観測ノイズが付加されておらず、それに伴い観測ノイズの共分散行列も零行列となる。

本研究では、群遅延時間の空間的な分布は正規分布であると仮定する。これに基づき、群遅延時間の最確値を決定するためにカルマンフィルタを用いると、最確値 $\hat{\mathbf{Z}}^{(j)}$ とその共分散行列 $\hat{\mathbf{M}}^{(j)}$ は、次式のように表される⁴⁾。

$$\hat{\mathbf{Z}}^{(j)} = \bar{\mathbf{Z}}^{(j)} + \mathbf{K}^{(j)}(\mathbf{y}^{(j)} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{Z}}^{(j)}) \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{M}}^{(j)} = \mathbf{M}^{(j)} - \mathbf{K}^{(j)}\mathbf{H}\mathbf{M}^{(j)} \quad (30)$$

ここで、 $\mathbf{K}^{(j)}$ は角振動数 ω_s でのカルマンゲインであり、

$$\mathbf{K}^{(j)} = \mathbf{M}^{(j)}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{M}^{(j)}\mathbf{H}^T)^{-1} \quad (31)$$

と定義できる。行列 $\mathbf{M}^{(j)}$ を観測点と未観測点の部分に分けると、

$$\mathbf{M}^{(j)} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{l,l}^{(j)} & \mathbf{M}_{l,n-l}^{(j)} \\ (\mathbf{M}_{l,n-l}^{(j)})^T & \mathbf{M}_{n-l,n-l}^{(j)} \end{bmatrix} \quad (32)$$

となる。式 (28) で与えられた $\mathbf{H}$ 、そして式 (32) を式 (30) と式 (31) に代入すると、カルマンゲイン $\mathbf{K}^{(j)}$ 、共分散行列 $\hat{\mathbf{M}}^{(j)}$ はそれぞれ

$$\mathbf{K}^{(j)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ (\mathbf{M}_{l,n-l}^{(j)})^T(\mathbf{M}_{l,l}^{(j)})^{-1} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\hat{\mathbf{M}}^{(j)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{n-l,n-l}^{(j)} - (\mathbf{M}_{l,n-l}^{(j)})^T(\mathbf{M}_{l,l}^{(j)})^{-1}\mathbf{M}_{l,n-l}^{(j)} \end{bmatrix} \quad (34)$$

となる。式 (33)、式 (34) を式 (29) に代入すると、群遅延時間の最確値は次式で表される。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Z}}^{(j)} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_l^{(j)} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{n-l}^{(j)} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(j)} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{n-l}^{(j)} + (\mathbf{M}_{l,n-l}^{(j)})^T(\mathbf{M}_{l,l}^{(j)})^{-1}(\mathbf{y}^{(j)} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{Z}}_l^{(j)}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

これは観測点において、群遅延時間の最確値は観測値に等しく、共分散行列の要素が 0 であることを示している。

未観測点での群遅延時間のサンプルを得るには、群遅延時間の最確値に誤差のサンプルを加えなくてはならない。つまり、未観測点での群遅延時間のサンプル $\mathbf{Z}_{n-l}^{(j)}$ は

$$\mathbf{Z}_{n-l}^{(j)} = \hat{\mathbf{Z}}_{n-l}^{(j)} + \mathbf{e} \quad (36)$$

と表される。 $\mathbf{e}$ は誤差ベクトルのサンプルである。式 (32) と式 (34) より、 $\mathbf{Z}_{n-l}^{(j)}$ の共分散行列 $\hat{\mathbf{M}}_{n-l,n-l}^{(j)}$ は

$$\hat{\mathbf{M}}_{n-l,n-l}^{(j)} = \mathbf{M}_{n-l,n-l}^{(j)} - (\mathbf{M}_{l,n-l}^{(j)})^T(\mathbf{M}_{l,l}^{(j)})^{-1}\mathbf{M}_{l,n-l}^{(j)} \quad (37)$$

であり、これを分解することにより、誤差ベクトルのサンプル $\mathbf{e}$ は、

$$\mathbf{e} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{a} \quad \hat{\mathbf{M}}_{n-l,n-l}^{(j)} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \quad (38)$$

と表される。 $\mathbf{a}$ は $N(0,1)$ の互いに独立な正規分布により発生させた $(n-l)$ 次元のノイズベクトルのサンプルである。

上記の方法により未観測点での群遅延時間のサンプルが決まるので、 j 次のコンパクトサポート内の離散的な $m(m > 2j - 1)$ 個の振動数において、式 (24) から式 (38) までの計算を行って未観測点における群遅延時間のサンプルを m 個決め、これを積分して位相スペクトルを求め、式 (19) を解くことにより、 $a_{j,0}$ に対する各ウェーブレット係数の比を求めることができる。

$a_{j,0}$ の値を決定するためには、 j 次のパワー λ_j^2 が与えられなくてはならない。本研究では式 (14) により求めたパワーの値を未観測点のパワーの最確値とする。

これにより、 $a_{j,0}$ の値が決定できるため、ウェーブレット係数 $a_{j,k}$ を決定することができる。よって、式 (15) より、各成分波を合成することができる。

(3) 合成例

図-7 における 4 地点 (●) の観測記録を用いて CHY029 地点 (▲) の地震動を内挿した波形を、CHY029 地点の観測波とともに図-8 に示す。式 (23) の $\eta_{pq}^{(j)}$ の値は全ての j に対し 0.02 とした。CHY029 地点に近い 3 地点 (CHY035, CHY036, CHY101) の観測波形を用いたものが CASE1 であり、CASE1 で用いた 3 地点に加えて CHY028 地点の観測波形も用いたものが CASE2 であり、CASE1 で用いた 3 地点に加えて未観測点 (CHY029 地点) からの距離が CHY028 地点よりも遠い CHY080 地点の観測波形を用いたものが CASE3 である。どの場合も最大加速度や重心位置は概ね良好に再現されている。ただし、継続時間についてはその再現度が低い。

さらに、それぞれの波形の加速度応答スペクトルを図-9 に示す。CASE1 と CASE2 では、観測波の加速度応答スペクトルにおける卓越周期が概ね再現できているが、CASE3 の一致度が最も低いことがわかる。した

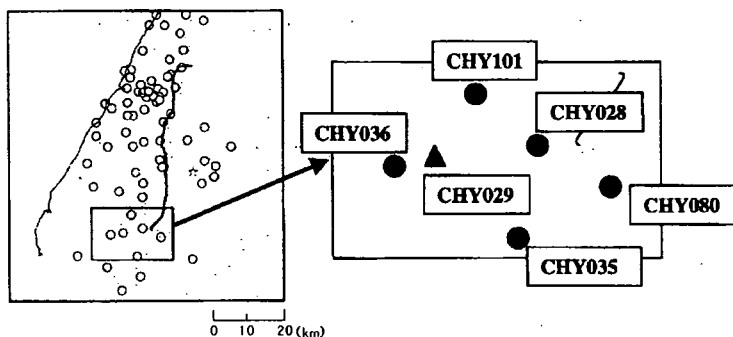


図-7 観測点と CHY029 地点の位置関係

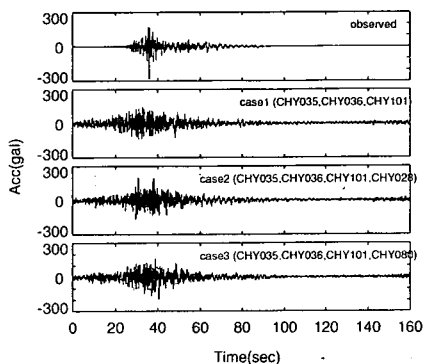


図-8 CHY029 地点のシミュレーション波

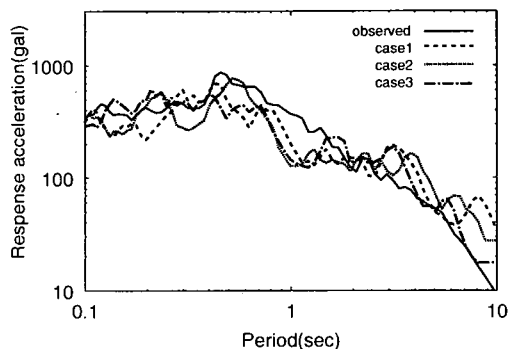


図-9 加速度応答スペクトルの比較 (減衰定数 5%)

がって、上記の方法で未観測点の地震動を内挿する際には、未観測点になるべく近い地点の観測波を用いる方が観測波の特性をより良く捉えられると言える。

しかし、周期が約 1 秒付近の部分については、合成波の応答スペクトルが観測波の値より過小に評価されており、観測波の特性を捉えているとはいえない。この原因としては、用いた回帰式の精度の問題や、式 (23) により定義した群遅延時間に関する共分散における $\eta_{pq}^{(j)}$ をすべての周波数帯域に対して一定としたことなどが挙げられる。地震動の内挿をより適切に行うためには、台湾集集地震の観測波に基づいて $\eta_{pq}^{(j)}$ の値を適切に設定する必要がある。

7. まとめ

本論文では、1999 年台湾集集地震の断層近傍地震の強震記録を用い、位相特性に着目することで未観測点における地震動を合成する方法を展開した。まず、断層近傍位置での観測記録は、断層の破壊過程の影響が大きいので、その効果を簡便に考慮できる方法を提案し、地震

動の群遅延時間の平均値および標準偏差の回帰式を作成するとともに、分解波のパワーの回帰式も作成した。そして、提案したモデルを用いることにより、断層近傍の地震動がシミュレーション可能であることを示した。さらに、地震動の細かな変動を再現するためには、観測波形の群遅延時間から未観測点の群遅延時間を内挿する必要があることを指摘し、そのアルゴリズムを開発するとともに、内挿した群遅延時間を用いて、未観測点の地震動を合成した。

しかし今回の解析では、内挿した地震動は、観測波の特性を再現することができなかった。その原因としては、まず回帰式の精度の問題が挙げられる。この問題を解決するためには、地震波の伝播特性なども考慮して位相特性のモデル化を行ったり、回帰式を用いずに観測波の群遅延時間の平均値と標準偏差を直接用いて推定する方法などが考えられる。また、群遅延時間の共分散の値が実際の値と異なっていることも再現度が低い一因と考えられる。台湾集集地震の観測波に基づいて群遅延時間の空間的な相関性を検討し、群遅延時間の共分散を適切に定義しなくてはならない。本論文では未観測点

なるべく近い地点の観測波を用いる方が観測波の特性をより良く捉えられるとしたが、観測点の選定方法の決定という問題も生じる。この点に関しても、群遅延時間の共分散を適切に定義し、未観測点から比較的遠い地点の影響を少なくすることで、観測点の選定による差異を軽減することができるとと思われる。これらの点に関しては今後の課題である。

謝辞：本研究では、CWB Free-Field Strong-Motion Data from the 921 Chi-Chi Earthquake: Processed Acceleration Files on CD-ROM に収められている記録を用いました。ここに、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 星谷勝：条件付確率場のシミュレーション理論，土木学会論文集，No.459/I-22，pp.113-118，1993.
- 2) 丸山収，星谷勝，山口和英：定常・均一ガウス確率場の条件付き地震波動シミュレーション，土木学会論文集，No.489/I-27，pp.177-185，1994.
- 3) Tadanobu Sato and Hiroyuki Miyanishi: Instantaneous conditional simulation of earthquake ground motion, *Earthquake Resistant Construction & Design, Second Conference*, Vol.1, pp.85-92, 1994.
- 4) Tadanobu Sato and Hirofumi Imabayashi: Real Time Conditional Simulation of Earthquake Ground Motion, *Earthquake Engineering and Engineering Seismology*, Vol.1, No.1, pp.27-38, September, 1999.
- 5) Masaru Hoshiya and Ikumasa Yoshida: Identification of Conditional Stochastic Gaussian Field, *Jour. of EM Div., A.S.C.E.*, Vol.122, No.2, pp.101-108, 1996.
- 6) 川上英二，小野牧夫：多入力線形システム理論に基づく観測記録を含む時空間地震波形，土木学会論文集，No.489/I-27，pp.187-196，1994.
- 7) 川上英二，小野牧夫：多変数 AR モデルを用いた時空間地震波形のシミュレーション，土木学会論文集，No.489/I-27，pp.217-226，1994.
- 8) Vanmarcke, E.H., Heredia-Zavoni, E. and Fenton, G.A.: Conditional Simulation of Spatially Correlated Earthquake Ground Motion, *Jour. of EM Div., A.S.C.E.*, Vol.119, No.11, pp.2333-2352, 1993.
- 9) 盛川仁，亀田弘行：地震動におけるパワースペクトルの確率論的内挿，第9回日本地震工学シンポジウム論文集，pp.259-264，1994.
- 10) 佐藤忠信，室野剛隆，西村昭彦：震源・伝播・地点特性を考慮した地震動の位相特性のモデル化，土木学会論文集，No.612/I-46，pp.201-213，1999.
- 11) 佐藤忠信，室野剛隆，西村昭彦：観測波を用いた地震動の位相スペクトルのモデル化，土木学会論文集，No.640/I-50，pp.119-130，2000.
- 12) パボリス：工学のための応用フーリエ積分，オーム社，pp.243-255，1972.
- 13) CWB Free-Field Strong-Motion Data from the 921 Chi-Chi Earthquake: Volume 1. Digital Acceleration Files on CD-ROM by W. H. K. Lee, T. C. Shin, K. W. Kuo, and K. C. Chen Seismology Center, Central Weather Bureau, Taipei, Taiwan
- 14) 佐藤忠信，室野剛隆：位相情報を用いた地震動のシミュレーション法，土木学会論文集，No.675/I-55，pp.113-123，2001.
- 15) 木村正彦：模擬地震動作成における波形制御について，日本建築学会構造系論文報告集，第367号，pp.30-37，1986.
- 16) 佐藤智美，植竹富一，菅原良次：群遅延時間を用いたやや長周期地震動の経験的経時特性モデルに関する研究，日本建築学会構造系論文集，第493号，pp.31-39，1997.
- 17) 和泉正哲，勝倉裕：地震動の位相情報に関する基礎的研究，日本建築学会構造系論文集，第327号，pp.20-26，1983.
- 18) 澤田純男，盛川仁，土岐憲三，小野祐輔：断層震源モデルにおける位相スペクトル特性，第24回地震工学研究発表会講演論文集，pp.29-32，1997.
- 19) 佐々木文夫，前田達哉，山田道夫：ウェーブレット変換を用いた時系列データの解析，構造工学論文集，Vol.38B，1992.
- 20) Meyer, Y.: *Orthonormal Wavelets, in Wavelets*, Springer, pp.21-27, 1989.
- 21) 福島美光，翠川三郎：地震動強さを評価する経験式の大地震・断層近傍への適用性への検討，日本建築学会構造系論文集，第475号，pp.27-34，1995.

(2001. 8. 29 受付)

INTERPOLATION OF EARTHQUAKE MOTIONS USING OBSERVED PHASE SPECTRA CASE STUDIES FOR THE CHI-CHI EARTHQUAKE (1999)

Tadanobu SATO, Yoshitaka MURONO and Tomohiro KAWANISHI

Because the phase spectrum of an earthquake motion controls its nonstationary characteristics we take into account the spacial correlation of phase characteristics to interpolate the earthquake motions at unobserved points using observed earthquake motions. The regression equation to simulate phase spectra is derived as a function of rupture length and epicentral distance using the observed earthquake motions during the Chi-Chi earthquake (1999). Using a sample phase spectrum and the concept of the Kalman Filtering, we developed a method to simulate earthquake motions at unobserved points.