

直下型地震の発生を想定した都市圏道路網の分散・集中特性の性能評価モデルに関する研究

岡田 憲夫¹・梶谷 義雄²・榎原 弘之³・多々納 裕一⁴

¹ 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

² 学生員 M.Sc. 京都大学大学院 工学研究科土木システム工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

³ 正会員 工修 山口大学助手 工学部社会建設工学科 (〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2557)

⁴ 正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

本研究では、都市圏道路網を対象として、阪神・淡路大震災のような直下型地震を想定し、道路網の分散・集中特性ならびにリダンダンシ特性の性能評価モデルを提案する。この種の性能評価手法として、道路網の位相構造特性の分析が有効であることを指摘するとともに、トポロジカルインデックス及びそれを拡張したモデル指標が有用であることについて基礎的な考察を行う。

Key Words: redundancy, highway network, topological index

1. はじめに

都市圏における道路網が総体的(ホーリスティック)な結び付きの構造(位相構造)として、都市直下型地震に対して、どの程度しなやかさを有しているかを性能特性(パフォーマンス)として評価しておくことは、社会基盤整備の計画や都市診断上極めて重要である。すなわち阪神・淡路大震災のような都市直下型地震においては、発生確率が非常に低いものの、同時多発的に構造物の損傷や破壊が発生し、ある地域が完全に孤立してしまう場合も起こり得る。それとは対照的に、同じような震災にあっても部分区間的にはズタズタになって、物理的・機能的に不全をきたしながらも、道路網全体としては不完全ながらも粘り強くネットワークの連結性を維持し得るような場合も考えられる。このような相違はネットワークを構成する個々の道路の物理的・力学的強度にも依存するが、阪神・淡路大震災に代表されるような低頻度の都市直下型地震などの場合には、道路網全体の総体的な結びつきと地理空間的配置分布のパターン(位相幾何学的・形態論的特性)の違いに依るところが大きいと考えられる。これはひいては都市構造自体の人口や社会・経済活動の地理的分布パターンの是非の議論にも関わる問題でもある。本研究ではこのような問題意識を踏まえ、位相幾何学的・形態論的視点から都市圏道路網の性能評価をするためのモデル指標を開発することを目的とする。なお、ここでいう「ネットワークの総体」としての「位相構造のしなやかさ(ネットワーク頑健性)」とは、ネットワークが各所で切断されても(ズタズタになってしまっても)、全体的

に粘り強く、「局所的・部分的に連結して機能している可能性の相対的程度」を指している。

都市圏において道路が特定の方向(例えば、中心都市から放射状)のみに集中的に整備された場合と、(環状方向も含めて)分散的に整備された場合では、後者のほうが都市直下型地震で道路が各所で寸断された場合に、道路網が部分的に機能する可能性が高いと推察される。地震直後においては、OD需要や交通流は平常時と全く異なるものになると考えられる。そこでは、道路網が部分的かつ不完全にしろ機能することが、避難や救援活動に重要な意味を持つであろう¹。

本論文では以下、このような問題意識の下で、道路網の安全質に関する性能特性が道路網の集中・分散特性と関連づけられるとの仮定のもとに、集中・分散性の評価指標として、「トポロジカルインデックス(TI)」をベースとしたモデル指標が有効であることを明らかにする。

2. 道路網のリダンダンシ評価に関する基礎的考察

(1) 道路網とリダンダンシ

まず道路網をノード及びリンクからなるグラフとして定義する。直下型地震発生時における道路網の部分的機

¹ この点で道路網は水道、電力等の他のライフラインネットワークとは明らかに異なる特性を有する。水道等の場合、供給源との連結性が確保されなければ、ネットワークは機能しない。

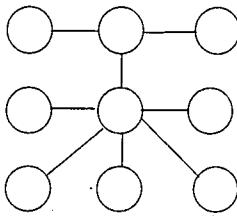


図-1 基本整備水準の道路網の例

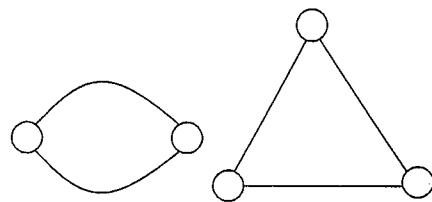


図-2 NMM(左) 及び NML(右)

能性を評価する際には、分析の対象とする都市機能を考慮して、隣接ノード間で必要な目的水準が満足されるようなスケールを選択しなければならない。単一都市内の道路網を対象として、一時避難の可能性や基本的な医療活動へのアクセス可能性を評価するときには（主要な）交差点をノードと考えてもよいであろう。一方首都圏、京阪神都市圏のような大都市圏、都道府県域の複数の都市を含んだ広域的な道路網を対象として、大規模な救援物資供給拠点へのアクセスを検討する場合には、都市核をノードとみなす方が適切な場合もある。一方リンクの定義に関しても、幹線道路のみを採用する場合と、平常時には幹線ではなくとも災害時に輸送路として機能し得るような道路も含める場合が考えられる。ノード、リンク及び境界の設定に当たっては、分析の目的、要請を考慮して選択する必要がある。

通常グラフ G はノードの集合 X 及びリンクの集合 A の二つ一组によって定義される。

$$G = (X, A) \quad (1)$$

ここで A はノードの集合 X の直積 $X \times X$ で表される。道路網においては 2 つのノード（都市）間に複数のリンク（道路）が存在することがあるため、 A の要素 a_{ij} はノード x_i, x_j 間のリンク数を表すこととする。グラフの総ノード数を n 、総リンク数を l とすると、以下の関係が成立する。

$$n = |X| \quad (2)$$

$$l = 0.5 \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \right\} \quad (3)$$

任意の 2 つのノード $x_i, x_j \in X$ について、 $a_{ik_m} a_{k_{m+1}} \geq 1$ を満たす系列 $x_i, x_{k_1}, \dots, x_{k_m}, x_{k_{m+1}}, \dots, x_j \in X$ が存在する場合、グラフ G は連結されている（connected）という。道路網が連結されている場合、任意のノード間の移動が可能であることを意味する。通例、道路網をモデル化する場合、任意の都市間に少なくとも一つの経路が存在すると考える。そこでこの状態を道路網の「基本整備水準（fundamental development level）」と呼ぶこととし、次のように定義する。

定義 2.1

道路網を表すグラフ G が連結されており、任意の 2 つのノード $x_i, x_j \in X$ について経路がただ 1 つに決定されるとき、その道路網は基本整備水準の状態にあるという。図-1 に基本整備水準の道路網の例を示す。

基本整備水準の道路網においては、任意の 2 都市間の移動に利用可能な経路が常に一つ存在する。従って基本整備水準は都市圏にとって必要最小限の道路網の整備水準を意味する。

基本整備水準の道路網にリンクを付加することによって、一部都市間を結ぶ経路が複数になる。そこで本論文では基本整備水準の道路網に任意のリンクを付加した道路網を「（形態論的に）リダンダンシィ（冗長性）を有する道路網」と呼ぶこととする。現在の我が国の都市圏においては、基本整備水準は概ね達成されており、今後の道路整備は道路網へのリダンダンシィの付加という側面を有すると仮定してよいであろう。

都市 x_i, x_j 間に複数の経路が存在するということは、 x_i から x_j を経由して再び x_i に到るループが存在することと同義である。従って道路網のリダンダンシィを本研究では以下のように定義する。

定義 2.2

あるグラフ G が与えられたとき、その部分集合がループを構成している場合、 G で表される道路網はリダンダンシィを有するという。

ただしループには次の 2 種類が存在する。

定義 2.3 多重ループ

2 個のノードとそれらを直接結ぶ 2 本以上のリンクからなるグラフ G の部分集合を多重ループと呼び、次式で表される。

$$\{x_i \in X, x_j \in X, a_{ij} \mid x_i \neq x_j, a_{ij} > 1\} \quad (4)$$

一般に P 本 ($a_{ij} = P$) のリンクで結ばれている区間を P 重リンクと呼ぶ。

多重ループを形成するには最低 2 個のノードと 2 本のリンクが必要である。このような最小の多重性（二重性）を形成するネットワークを NMM（network with minimum

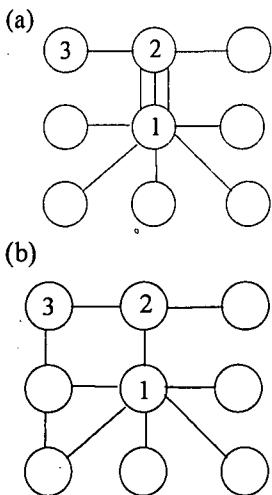


図-3 多重ループ(a)・循環ループ(b)を含む道路網の例

multiplicity, 最小多重性ネットワーク)と呼び、図-2(左)に表す。

定義 2.4 循環ループ

$k(k \geq 3)$ 個のノード $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ と、各ノードを結ぶ k 本のリンクからなるグラフ G の部分集合を循環ループと呼び、次式で表される。

$$\{x_1 \in X, x_2 \in X, \dots, x_k \in X, a_{12}, a_{23}, \dots, a_{k-1k}, a_{k1}\} \quad (5)$$

循環ループを形成するには最低 3 個のノードと 3 本のリンクが必要である。このような最小の循環ループ形成するネットワークを NML(network with minimum loop, 最小ループネットワーク)と呼び、図-2(右)に示す。

岡田¹⁰は社会基盤整備の観点から、道路網やその他のライフラインネットワークの性能評価に、リダンダンシィ特性を勘案すべきであることを早くから指摘している。このようなリダンダンシィ特性の重要性は阪神・淡路大震災の後図らずも社会的に認知されるところとなり、例えば国土・地域管理の観点から、リダンダンシィ特性を明確な性能指標の一部として取り上げるための概念的な整理や、評価(指標)モデルの開発の試みが始まっている¹¹。

(2) 集中・分散特性と災害に対するネットワーク頑健性

基本整備水準の道路網に新たに任意の道路リンクを 1 本付け加えると必ずループが付加的に形成される。すなわちリダンダンシィが増加する。このときの増大したリダンダンシィの基本特性は

- ・多重性リダンダンシィの増加
- ・循環性リダンダンシィの増加
- ・多重性、循環性リダンダンシィ双方の増加

のいずれかである。

多重ループと循環ループのいずれが直下型地震に対して頑健であろうか。図-3 の両グラフは図-1 の道路網にリンクを 2 本加えており、上図(a)は多重ループ、下図(b)

は循環ループを含んだ道路網である。すべてのリンクの破壊確率が一定で独立とした場合、多重ループを含んだ(a)の道路網の方がノード 1 とノード 2 の間の連結信頼性は高い。しかし(a)の道路網においては、追加されたリンクがノード 1, 2 間に集中しているために、ノード 3 が孤立してしまう可能性は循環ループを含んだ(b)の道路網の方が低い。(a), (b)はそれぞれリンクをより集中的、より分散的に整備しており、その整備方針の違いが災害に対するネットワーク頑健性に差をもたらしていると考えられる。基本整備水準の状態からさらに集中的整備、分散的整備のどちらの方式をとるのが望ましいかは都市圏の構造や社会・経済的な活動分布に依存すると考えられる。各都市が都心からある程度独立した自律的機能を有している場合は、直下型地震直後に都心との交通が遮断されても、近隣都市間で医療、避難場所等の機能を分担可能となるように、部分的にでも機能する道路網の整備が望ましいであろう。

(3) 道路網の信頼性とリダンダンシィに関する既存の研究

道路網の安全性の評価手法は、信頼性解析手法の一種として、主に OR の分野で発展してきた^{12, 13}。若林¹⁴は、道路網の信頼性を連結信頼性と時間信頼性に分類している。連結信頼性は、道路網の任意のノード間の交通が保証される確率的指標を意味する。言い換えれば、ノード間に複数の経路が存在し、ある一つの経路が遮断されても他の経路を迂回することにより移動が可能であれば、連結信頼性が高いという。一方時間信頼性は、ある時間以内に目的地に到達できる確率や、ある確率で可能な所要時間の上限値として定義される。時間信頼性は、ノード間の移動所要時間の確実性の程度を表す指標と考えることができる。連結信頼性を扱った研究には小林¹⁵、高山ら^{16, 17}、若林ら¹⁸や川上¹⁹があり、時間信頼性を取り上げた研究には為広ら²⁰や朝倉ら²¹などがある。このうち朝倉ら²¹は、災害により長期間不通区間が発生したケースを対象とし、利用者均衡配分が実現した状態における時間信頼度と道路網の階層的構成との関係について分析している。

一方南ら^{14, 15}は、道路網の連結性に着目しつつ、確率変数によらないリダンダンシィの指標を提案している。またこの指標により定義されるリダンダンシィをある水準で確保するという制約条件の下で、費用最小となる道路網の設計アルゴリズムを提案している。

これらの既往の研究成果の多くにおいては、信頼性・リダンダンシィが道路網中の任意の 2 ノード間で定義されている。すなわち信頼性はあるノードから他のノードに(所与のサービス水準で)到達可能な確率として定義されている。また南ら^{14, 15}は、道路網のリダンダンシィ

を、2ノード間の最短経路が利用不可能な場合の代替経路数を用いて評価している。

一方高山⁸⁾は、道路網の一部リンクが破壊されても任意のノードから他のすべてのノードへ到達可能である（すべてのノードが連結されている）状態の生起確率を「全点間信頼度」と定義している。ただし全点間信頼度の計算に当たっては部分グラフをノードとして集約する近似解法を用いている。また全点間信頼度は全ノード間で（大幅な迂回が必要であっても）相互に到達可能な状態の生起確率を意味しており、直下型地震で寸断された道路網が部分的にどの程度機能するかを評価する指標ではない。

本論文では、朝倉ら¹³⁾とは異なり、都市直下型地震の発生直後における道路網の部分的機能性能の評価を目的とする。また南ら^{14, 15)}と同様、道路網の連結性を確率論的ではなく形態論的に評価する指標の提案を目的としている。ただし2ノード間ではなく、道路網全体の位相構造そのものを評価することを目的としている。ネットワークとしての道路網の総体的な評価を目的としている点では、高山ら⁸⁾の全点間信頼度と同様のアプローチをとるが、本論文ではむしろ道路網が寸断されて部分的にしか機能しない道路網のパフォーマンスの評価指標の提案を行う点に狙いがある。

(4) 都市直下型地震と道路網のリダンダンシィ

本論文では、阪神・淡路大震災のような同時多発型の広域的な道路網の機能不全(故障)の可能性に着目し、この観点から道路網の分散・集中特性と関連づけて、リダンダンシィ特性の性能評価モデルの開発を試みる。実は、このようなタイプのシステムの機能不全は旧来の信頼性解析では、あまり想定していなかったといえる。すなわち、旧来型の問題では、次のような想定が一般的であった。

1. システムの機能不全は、一部のユニットのみに発生する可能性が高い。
2. 任意のユニットにおける機能不全の発生はランダムで、その確率分布は、ポアソン分布やアーラン分布などで確率的にモデル化できる。
3. 再現期間(リターンピリオド)は人間のライフサイクルの長さ(70~80年)と比較して、十分に短いか、たかだか同じ程度である。

これらの条件はもちろん相互に密接に関係しているが、全体として比較的頻度が高く局所的な機能不全を想定している。このような想定は、台風や大雨、土砂崩壊などのタイプの災害による道路網の局所的な機能不全については妥当な想定であるといえる。あるいは道路網の交通混雑や交通事故などによる部分的な機能不全を想定した

システムの信頼性解析には十分に当てはまる仮定であろう。

しかしながら、上述した阪神・淡路大震災では、道路網やその他のライフラインの機能不全は、次のような顕著な特徴を有していた。

- i) 物理的故障あれ、非物理的故障あれ、それが同時に多発的かつ広域的に発生し、直ちにシステム全体の機能不全につながった。
- ii) このような事象の発生は事前の評価としては極めて低頻度と判定される。例えば阪神・淡路大震災は人間のライフサイクルからみて極めてまれな(超低頻度の)災害リスクのマネジメントを要請するものであった。
- iii) システム全体の複合的な機能不全(ズタズタに切断されること)の発生の有無が、社会・経済的被害を致命的に大きなものにするかどうかにつながる。

以上のような理由から、この種のタイプの災害リスクを想定した道路網のマネジメントにあたっては、旧来型の信頼性解析手法の知見をそのまま適用することは適切でないといえる。そこで以下では、道路網の全体的なリダンダンシィ特性の性能を、ホーリスティック(総体論的)に把握するとともに、細部の構造的違いを越えた、骨格的なネットワーク頑健性(しなやかさ)の評価を目的とする。その際、超低頻度の災害発生確率(リンクの破壊確率)自体はあえて評価せず、そのような巨大災害が発生した場合の破壊のパターンの場合数に着目する。この意味では、従来の信頼性評価とは立場を異にした性能評価を扱う。すなわち、道路網の位相構造の違いが、システム全体の最低限の生き残りやすさ(ズタズタにはならず、コマ切れにしろ機能していること)にどのように関わってくるかを分析し、その性能を事前に評価するモデルを提案する。

3. 道路網の分散・集中特性の評価指標としてみたトポジカルインデックス

(1) 分散・集中特性の評価指標

道路網の分散・集中特性を総体的に評価するためには、以下に挙げるような要素を満たす各指標が必要となる。

- ① ノード数 n 、リンク数 l がそれぞれ等しい道路網の分散性の比較評価が可能な指標：これは、新規に整備するリンクの配置による分散特性の違いを比較するために必要である。
- ② 同様にノード数 n 、リンク数 l が等しい道路網の集中性が比較可能な指標：道路網にリンクを付加した場合、一般に集中性、分散性はともに高まるため、道路網の比較評価においては①の分散性指標に加えて集中性指

標を開発し、両者の値の変化量を比較する必要がある。
③ノード数 n 、リンク数 l が異なる道路網について、相対的な集中性、分散性を比較可能な指標：リンクの増加による集中・分散性特性の変化や、異なる都市圏の比較のために必要である。

本論文では分子化学における知見を援用して、①の要件を満足する指標としてトポロジカルインデックス (Topological Index, TI) を導入する。また新たに②として逆トポロジカルインデックス (Topological Inverse Index, TII)，③に対応する指標として基準化トポロジカルインデックス及び基準化逆トポロジカルインデックスを提案する。

(2) TI の定義と既往の知見

ノード数、リンク数が一定とする。その上で、あるノードを共有する形で接続しているリンク（隣接リンク）の数が少ないほど、そのノードの近傍当該ノードとその隣接リンクによって規定される空間）においてリンクの配置は「局所的に分散している」度合いが高いと定義しよう。このことがすべてのノードについて平均的に（あるいは総和として）成立すれば、その道路網は相対的に「全体的に分散している」度合いが高いと規定できる。言い換えれば、「共有ノードに接続していない（非隣接の）リンクの組み合わせの数によって道路網の分散性を評価することを考える。

一般に、グラフ G の中から、隣り合っていない k 本のリンクを選ぶ組合せの数を非隣接数と呼び、 $P(G,k)$ と表す。ただし、 $P(G,0)=1$ 、 $P(G,1)=l$ とする²。 k として取りうる最大の自然数 m は、ノード数 n が偶数の時 $\frac{n}{2}$ 、奇数の時は

$\frac{n-1}{2}$ である。このとき G の分散性を表す指標 $TI(G)$ は次式で定義される。

$$TI(G) = \sum_{k=0}^m P(G, k) \quad (6)$$

実はこの $TI(G)$ は分子化学において異性体を分類する指標である「トポロジカルインデックス」として Hosoya¹⁰によって定義されたものと同じである。分子のトポロジカルな繋がりを位相構造として捉えることにより、異性体の構造の違いが沸点、エントロピー、生成熱などの物理的な特性の違いにどのように関連付けられるかを指標

² $P(G,0), P(G,1)$ は本来隣接していないリンクの組み合わせの数ではないため、TI から除いて考えてもよい。しかしリンク数 l が同じ道路網の場合には、 $P(G,0), P(G,1)$ は等しい値をとり、相互比較においては問題はない。そこで本論文では元来の TI の定義に従う。

グラフ	$k=0$	1	2	3	$TI(G)$	沸点(°C)
1 ○—○—○—○—○—○	1	6	10	4	21	98.4
2 ○—○—○—○—○—○	1	6	9	4	20	93.4
3 ○—○—○—○—○—○	1	6	9	3	19	91.9
4 ○—○—○—○—○—○	1	6	9	2	18	90.0
5 ○—○—○—○—○—○	1	6	8	2	17	89.7
6 ○—○—○—○—○—○	1	6	7	2	16	86.0
7 ○—○—○—○—○—○	1	6	8	0	15	80.5
8 ○—○—○—○—○—○	1	6	7	0	14	79.2
9 ○—○—○—○—○—○	1	6	6	0	13	80.9

図-4 炭化水素の異性体と TI の例

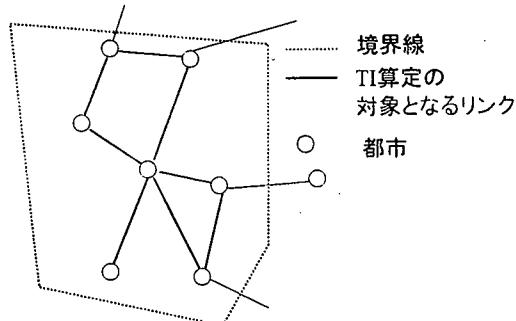


図-5 道路網における TI の算定

値として表そうとしたものである。例えば図-4 に示すように、沸点と TI の値の間には正の相関が認められる。

TI としては細谷が定義したもの以外に、種々のインデックスが提案されている。現在では Hosoya¹⁰によるインデックスを Z-インデックスと呼び、これらのインデックスの総称としてのトポロジカルインデックスと区別するのが一般的である¹¹。しかしここでは Z-インデックスのみをとりあげ、これを単にトポロジカルインデックス(TI)と呼ぶことにする。

トポロジカルインデックスに関して、Hosoya¹⁰は次のような定理を示している。

定理1

与えられたグラフ G に対して $TI(G)$ は常に次のような関係式を満たす。

$TI(G) = (\text{あるリンクをカットすることによって生まれる部分グラフ } G_1 \text{ と } G_2 \text{ の TI の積})$

+ (あるリンクとそれに繋がるリンクを全てカットしたときに生まれる部分グラフ

$$G_1, G_2, \dots, G_n \text{ の TI の積}) \quad (7)$$

定理 1 は $TI(G)$ を求める際に部分グラフに分解して考え

ることが可能であることを示しており、大規模なグラフの TI を求めるときに有用である。

細谷らが開発した TI は分子化学的関心より導かれたものであるため、ネットワークの分散特性との関連付けについて明示的な指摘がされていないようである。しかし TI は本来どのようなグラフ構造に関しても算出が可能である。本論文では、図-3 や図-5 に示すように道路網をグラフ構造とみなし、TI を道路網（リンク）の分散特性（及び）それに関連する諸特性を表す指標として用いることを提案する。

(3) 逆トポジカルインデックス

TI が上述した意味規定において道路網の分散特性の尺度となり得るとすれば、TI の値が小さいほど集中性が高いと評価することができる。このようにして TI は分散特性を陽に、集中特性を陰に表す値と解釈することが可能である。

しかしながら、(1)の②の要件として挙げた、道路網の集中特性を陽に（分散特性を陰に）測る尺度を導出しておいたほうがより実用的であろう。そこで、次に逆トポジカルインデックス(Topological Inverse Index, 以下 TII)を定義する。リンク数 k が m 以下の G の部分グラフのうち、少なくとも一つのノードでリンクが隣接している部分グラフの数を道路網の集中性を表す値と解釈する。これを TII と呼ぶ。道路網 G における TII の値を $TII(G)$ と表現し、以下のように定義する。

$$\begin{aligned} TII(G) &= \sum_{k=0}^m \{lC_k - P(G, k)\} \\ &= \sum_{k=0}^m lC_k - TI(G) \end{aligned} \quad (8)$$

$\sum_{k=0}^m lC_k$ をグラフ G についての TT(Total Topological Index,

全体トポジカルインデックス)と呼ぶことにすれば、明らかに

$$TI(G) + TII(G) = TT(G(n, l)) \quad (9)$$

が成立する。ここで $G(n, l)$ はノード数 n 、リンク数が l のグラフを表す。式(9)より、リンク数が一定の道路網において、分散性 (TI) と集中性(TII)はトレードオフの関係にあることが分かる。

(4) 集中・分散性の飽和値を用いた道路網サイズに関する TI, TII の基準化

道路網の集中・分散特性を基準化した指標として以下のように基準化トポジカルインデックス $\delta(G)$ を定義する。

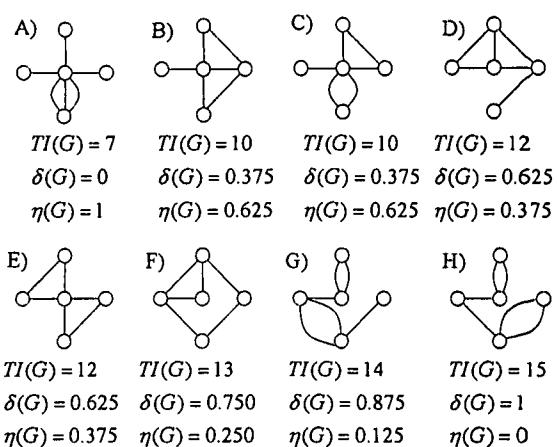


図-6 $n = 5, l = 6$ の場合の $\delta(G), \eta(G)$ の例

$$\delta(G) = \frac{TI(G) - TI_{\min}(n, l)}{TI_{\max}(n, l) - TI_{\min}(n, l)} \quad (10)$$

$TI_{\max}(n, l), TI_{\min}(n, l)$ はそれぞれノード数 n 、リンク数 l のグラフ中での TI の最大値、最小値である。同様に TII に関しても基準化逆トポジカルインデックス $\eta(G)$ を以下のように定義する。

$$\eta(G) = \frac{TII(G) - TII_{\min}(n, l)}{TII_{\max}(n, l) - TII_{\min}(n, l)} \quad (11)$$

$TII_{\max}(n, l), TII_{\min}(n, l)$ はそれぞれノード数 n 、リンク数 l のグラフ中での TII の最大値、最小値である。TII の定義より

$$TII_{\max}(n, l) = TT(G(n, l)) - TI_{\min}(n, l) \quad (12)$$

$$TII_{\min}(n, l) = TT(G(n, l)) - TI_{\max}(n, l) \quad (13)$$

であることから、次式が常に成立する。

$$\delta(G) + \eta(G) = 1 \quad (14)$$

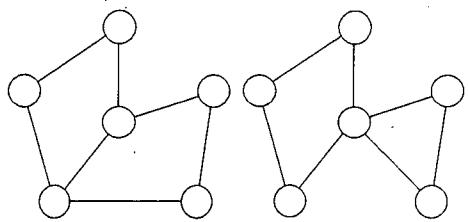
$0 \leq \delta(G) \leq 1, 0 \leq \eta(G) \leq 1$ であり、 $\delta(G)$ が 1 に近づくほど分散的、 $\eta(G)$ が 1 に近づくほど集中的なグラフであるといえる。 $\delta(G) = 1$ のときグラフは「分散性が飽和している」と呼び、 $\eta(G) = 1$ のとき「集中性が飽和している」と呼ぶ。図-6 に $n = 5, l = 6$ の各種グラフにおける $\delta(G), \eta(G)$ の値の例を示す。

4. 道路網整備の評価指針としての集中・分散性指標の利用

(1) 道路網のリダンダント特性と TI との関連性

細谷¹⁰⁾は、点の数と枝分かれの状況が同じような場合は、環（ループ）の数が増すにつれて TI は大きくなることを示している。このことから、TI は循環可能なルートの存在と関係があることが推察される。しかし、分子化学の分野では多重リンクを考慮していない。

図-7, 図-8 はともにノード数(n)が 6、リンク数(l)が



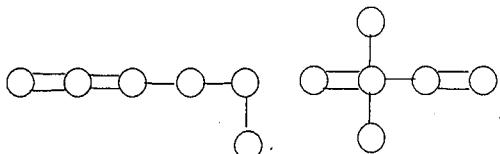
$$TI(G)=22$$

$$TI(G)=20$$

$$TII(G)=42$$

$$TII(G)=44$$

図-7 $n=6, l=7$ のグラフの比較 (1)



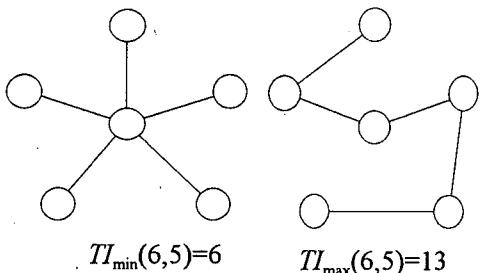
$$TI(G)=21$$

$$TI(G)=16$$

$$TII(G)=43$$

$$TII(G)=48$$

図-8 $n=6, l=7$ のグラフの比較 (2)



$$TI_{min}(6,5)=6$$

$$TI_{max}(6,5)=13$$

図-9 同一リンク・ノード数で TI 最小(左)および最大(右)となるグラフ

7 の 2 種類の道路網の TI の比較例である。ともに左側の道路網の方が TI の値が大きく、TII の値は小さい。図-7 の 2 種類の道路網においては、右側の道路網の方が、中心のノードに接続しているリンク数 (4 本) と周辺部のその他のノードに接続しているリンク数 (2 本) の差が大きい。これら二つの道路網をもつ都市圏を考えた場合、右側の道路網では都心からの放射状道路がより重点的 (集中的) に整備され、環状方向の道路が相対的により少ないといえよう。TI 及び TII の値の大小は道路網のリンクの集中・分散特性に関するこのような直観的認識と合致しているといえよう。

一方図-8 の例においては、 $n=6, l=7$ で左右の道路網とも多重ループ数が等しいが、リンクの集中するノードが存在する右側に比べ、左側は中心的なノードの存在しな

い道路網となっており、その分だけ左側の道路網の方が (多重ループ性の分布状況に関して) 分散性が強いと判断される。このことは、TI の値が左側の方が大きいことと整合していると解釈される。図-9 の 2 種類の道路網は、ノード数 6、リンク数 5 の場合でかつ多重ループを認めないときの最小・最大の TI の値をとる道路網の比較である。

基準化トポジカルインデックス $\delta(G)$ 及び基準化逆トポジカルインデックス $\delta'(G)$ を用いることにより、複数の都市の道路網の集中・分散特性を比較評価することも可能である。ただし、その際には、道路網の境界の設定や、ノード、リンクの定義について慎重な予備調査・検討が必要となる。

(2) ノードの孤立と集中・分散特性との関連性

次に、TI 及びその関連指標により代表される道路網の集中・分散特性と災害に対する安全性の関連のうち、ノードの孤立回避性について検討する。各リンクの破壊確率を知ることができれば、道路網のすべての破壊パターンの生起確率を求めることにより、いずれかのノードが破壊する確率が得られる。しかしリンクの破壊確率は断層との距離、地盤、構造物の強度や型式、劣化の程度等に依存すると考えられ、その中には震源地の位置等の不確実性の高い情報も含まれている。従ってすべてのリンクの破壊確率について事前に正確な情報を得ることは困難と考えられる。また大規模な道路網のネットワークについて孤立ノードの発生する破壊パターン数の算定には、解析解ではなく数値計算を用いる必要がある。本節では、被害が甚大で道路網が各地で寸断されたようなケースにおいて、ノード孤立性の代理指標として TI 及びその関連指標を用いることができる事を示す。

ノード数 n 、リンク数 l のグラフを考える。このグラフのすべての部分グラフの数 (道路網の部分的機能不全のパターンの数と解釈可能) は、 2^l 通りである。リンク数が m 以下の部分グラフの総数は TT である。従って全部分グラフ数に対するリンク数が m 以下の部分グラフの割合は次式で表される。

$$w = \frac{TT(G(n, l))}{2^l} \quad (15)$$

また、TII はリンク数が m 以下の部分グラフのうち、少なくとも一つのノードでリンクが隣接している部分グラフの組み合わせの数であるから、部分グラフの総数に対する、リンク数が m 以下でかつ隣接したグラフを含んだ部分グラフの割合は

$$\begin{aligned} NSI(G) &= w \times \frac{TII(G)}{TT(G(n, l))} \\ &= \frac{TII(G)}{2^l} \end{aligned} \quad (16)$$

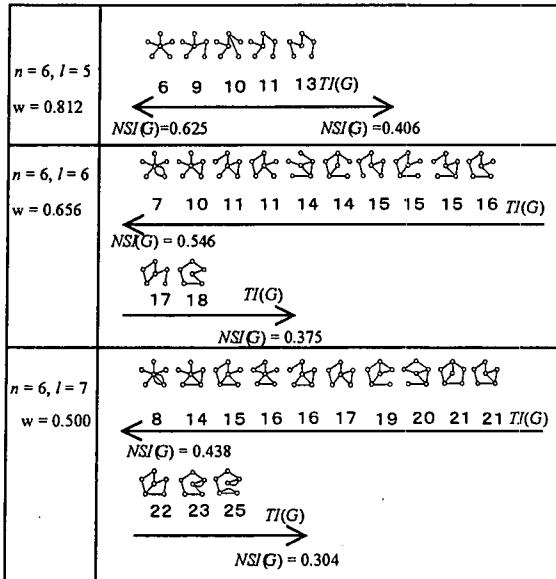


図-10 同一ノード、リンク数のグラフにおける NSI の変化

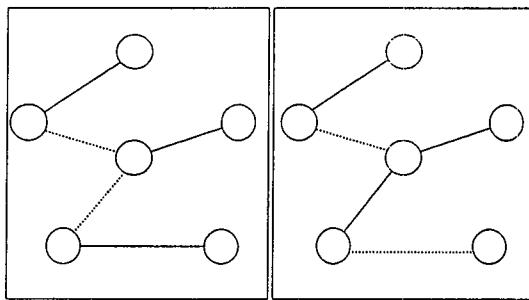


図-11 単位リンクのみ（左）とリンク系列及び単位リンクから構成されるグラフ（右）

$NSI(G)$ をノード孤立可能性指標 (Node Solitude Index, NSI) と呼ぶこととする。

図-10 はノード 6, リンク 5,6,7 のそれぞれのグラフにおける w 及び $NSI(G)$ の値を示したものである。総リンク数 l が増加するほど、 w は減少していくことがわかる。このとき定義より、同一リンク数の場合、 TII の値が大きいほど (TI の値が小さいほど) NSI が大きくなる。

TI , TII , NSI は道路網の集中・分散特性と密接な関係を有し、ノード（都市）の孤立回避性の指標となり得ると考えられる。そこで孤立ノード出現の可能性と TI , TII , NSI の関連性についてもう少し詳細に検討する。図-11（左）の各リンクのように両端のノードに他のリンクが接続していないリンクを「単位リンク」と呼び、図-11（右）において同一のノードを共有して接続しているリンク

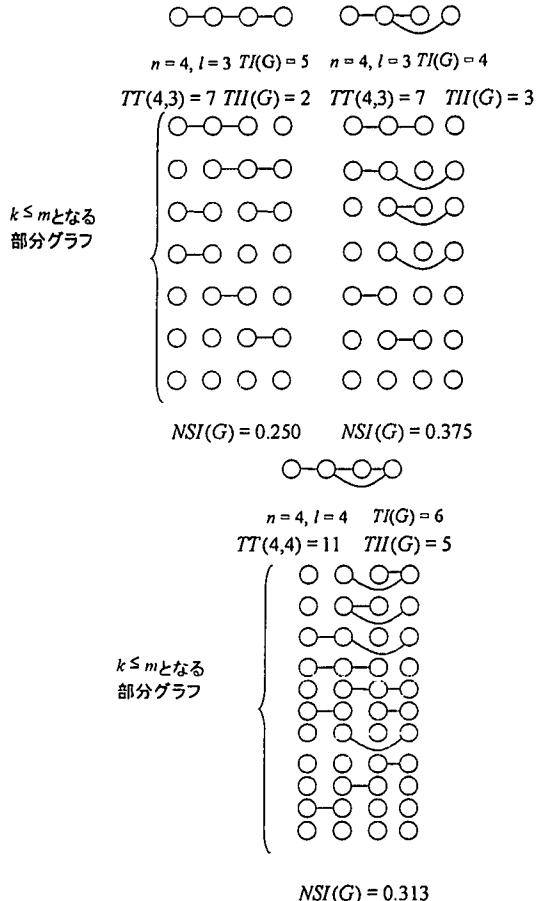


図-12 NSI と孤立ノード発生の関連性

同士を「リンク系列」と呼ぶことにする。 TI の値は非隣接数 $P(G,k)$ の足し合わせであるが、これを総リンク数 l のグラフにおいてリンク数が k 本の単位リンクのみで構成されている部分グラフの数と解釈することができる。このように単位リンクのみで構成されているグラフを「単位リンク構成グラフ」と呼ぶこととする。

単位リンク構成グラフはリンク数が同じグラフのうちで孤立ノードの数が最小となる。図-11 の二つのグラフにおいても、リンク数は同数だが、右のグラフは左のグラフに比べて孤立ノードの数が 1 つ多くなっていることがわかる。一方ノード数 n 、単位リンク構成グラフの単位リンク数 u_a とすると

$$0 \leq u_a \leq \frac{n}{2} \quad (17)$$

となる。つまり、リンク数が $\frac{n}{2}$ を越えるグラフには、必ずリンク系列が生じる。また、 u_a がとり得る最大の値は TI を構成する非隣接数 k の最大値 m に一致する。

リンク数 k が m より小さい領域においては、 $2u_a < n$

より、単位リンク構成グラフにおいても孤立ノードの発生は不可避である。 $P(G,k)$ はグラフ G の、リンク数が k 本の部分グラフの中で孤立ノード数が最少の部分グラフ（単位リンク構成グラフ）のパターン数と解釈することができる。一方リンク数 k が m より小さい部分グラフのうち、単位リンク構成グラフ以外のリンク系列を含んだ部分グラフのパターン数は $lC_k - P(G,k)$ として表される。道路網において、部分グラフは災害による一部リンクの破壊のパターンと考えることができる。リンク数 l の道路網には、全部で 2^l 通りの部分グラフ（破壊パターン）が存在する。単位リンク構成グラフ出現領域は、残存リンク数が m 以下の部分グラフ（破壊パターン）の集合である。すなわち、比較的重度な被害が発生し、都市圏内の道路網の機能が著しく低下した状態といえよう。孤立ノードの発生を、どこからの物資の供給も避難も不可能な危険地域の発生という「リスク」として捉えるとしよう。NSI は、全破壊パターンのうち、残存リンク数 k が m 以下の単位リンク構成グラフのパターン数の割合を意味する。リンク系列を含む部分グラフにおいては、残存リンク数が同じ単位リンク構成グラフに比べ孤立ノードの数が多い。

2. で述べたように、本論文で提案する TI や NSI は、信頼性分析で一般的な確率による評価を用いていない。しかしながら、都市直下型地震発生時における各リンクの条件付破壊（あるいは機能不全、以下同様）確率との間には以下に示す関係が存在する。各リンクの個別の条件付破壊確率を一定の値 p とする。 k 本のリンクが破壊する確率は次の二項分布で与えられる。

$$p^k(1-p)^{l-k}lC_k \quad (18)$$

このとき残存リンク数が m 以下でかつリンク系列を含む部分グラフが生起する確率は

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^m \{ p^k(1-p)^{l-k}lC_k \frac{lC_k - P(G,k)}{lC_k} \} \\ & = \sum_{k=0}^m \{ p^k(1-p)^{l-k} (lC_k - P(G,k)) \} \quad (19) \end{aligned}$$

となる。

$P = \frac{1}{2}$ のとき、式(16)(NSI)と式(19)は一致する。すな

わち発生確率が極めて低いためにリンクの破壊の可能性について事前に十分な情報が得られず、破壊と非破壊の可能性を等確率として評価せざるを得ない直下型地震に対するリスクマネジメントにおいて、TI や NSI が有用であると考えられる。

図-12 は $n = 4, l = 3$ の場合の相対的な意味での分散的グラフ($TI(G) = 5$)と集中的グラフ($TI(G) = 4$)及びこれらの

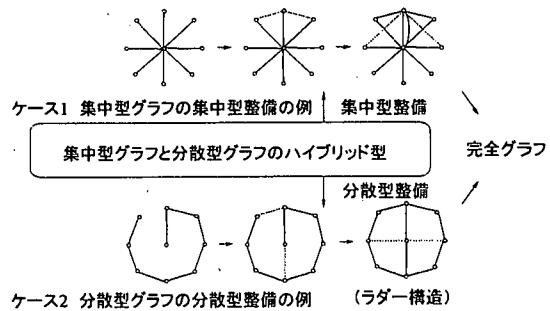


図-13 集中化（リンク）整備と分散化（リンク）整備の比較

グラフにリンクを一本追加することにより形成されるグラフ($TI(G) = 6$)について、残存リンク数が m 以下の部分グラフのパターンを列挙している。 $n=4, l=3$ の両グラフを比較すると、分散的グラフの方がリンク系列を含む部分グラフの割合が少ないことが分かる。

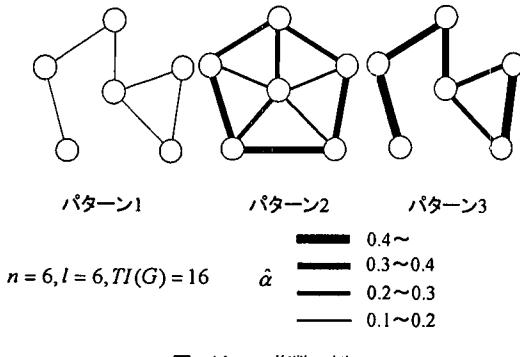
(3) 道路網整備による TI の変化

現在の道路網を予算制約の下で都市直下型地震に対してより頑健なネットワークとして整備してゆくためには、分散性の増加効果の大きい道路を重点的に整備してゆく必要がある。本節では、道路網の境界とノードの定義を固定した下で、TI による道路網の整備戦略の比較評価について検討する。

リンクが増加すると道路網の TI は必ず増加する。しかしどのノード間に新たなリンクを設定するかによって、TI の増加程度は異なる。図-13 のケース 1 はリンクを一部リンク間に集中的に整備した場合を示している。リンクが増すにつれて、ループが多数形成され、リダンダンシィを有する構造になっていくが、集中性が強いため TI の増加は小さい。ケース 1 では「整備の核」となるノードが存在し、そのノードへリンクを次第に集中させることで「整備の核」を構成要素としたループが多数形成されるようになる。整備の核となっているノードが他の全てのノードとリンクで結ばれると、さらに別のノードが新たな整備の核となり、ループ数を増大させながら、完全グラフに近づいていく。

これに対してケース 2 はリンクを各ノード間に分散的に整備していく過程を示したものである。リンクが増すにつれてケース 1 と同様にループが多数形成されているが、各ループを構成しているノードの種類に同じノードばかりが含まれていることがなく、各ノードが万遍なくどれかのループに含まれている。TI の増加は、ケース 1 に比べ大きい。

同一のノード数、同一のリンク数のグラフにおいて TI の値の増加が相対的に大きいような整備（リンク数の付加）をリダンダンシィの「分散化（に寄与する）整備」、TI の値



の増加が相対的に小さいような整備を「集中化整備」と呼ぼう。(ただし、分散化整備か集中化整備かは同一ノード数、同一リンク数のグラフを TI 値について 2 つ以上比較した時に相対的に定まるものである。)道路網へのリンクの付加によるリダンダンシの性能水準の向上を TI 値と関連付けて評価する上で、以下の定義が重要である。

総リンク数 n のグラフ G と G に 1 本リンクを加えた総リンク数 $n+1$ のグラフ G' を考える。増殖度係数 (proliferation factor) α は G と G' の TI の値 $Z_G, Z_{G'}$ の比として次式で定義される。

$$TI(G') = \alpha TI(G) \quad (20)$$

ノードの数が一定のまま、より集中化に寄与するようにリンクを接続すると α は 1 に近い値をとり、より分散化に寄与するように接続すると α は 2 に近い値をとる。増殖度係数 α はこのようにどの程度リダンダンシが増加したかを表わす係数である。以下ではこれを「PL 係数」と略する。PL 係数は必ず 1 から 2 までの値をとる。この証明については付録 A に示す。ただし α を 0 から 1 を域値とするように基準化しておく方が便利である。そこで $\hat{\alpha} = \alpha - 1$ として、 $\hat{\alpha}$ を「PL 指数(PL index)」と呼ぶことにする。このとき $\hat{\alpha}$ が 1 に近くなればなるほど、リダンダンシの増加は分散化に寄与しており、逆に $\hat{\alpha}$ が 0 に近くなればなるほど、リダンダンシの増加は集中化に寄与していると判定できる。

図-14 はこのことを例示したものである。パターン 1 の道路網を基準に、これに各々の隣接ノード間でリンクを 1 つ追加した場合の $\hat{\alpha}$ の値を示したのがパターン 2 である。これよりパターン 1 の道路網において周縁部のアーチ状のルートを形成するようにリンクを追加したときの $\hat{\alpha}$ の値が相対的に大きく、この意味で、リダンダンシの向上は分散化に寄与していると判定できる。大都市圏における環状方向の道路の整備は、道路網の分散性の向上という点からも意義が大きいといえよう。

一方、パターン 3 の道路網は、パターン 1 の道路網のリンクの 1 つを切除したときそこが(機能不全に陥ったとき)に

表-1 各指標の相関関係(全ノードが連結されたグラフ)

	リンク数一定・リンク配置変更	リンク追加
TI	増加	減少
TII	減少	増加
NSI	減少	増加
		減少 / 増加

について、TI の値がどれくらい低下するのかを $\hat{\alpha}$ を用いて示したものである。これからも周縁部のアーチ状のルートを形成するリンクの機能不全の影響が(分散化がその分低下するという意味で)大きいことが判る。環状方向の道路が存在しない場合、周縁都市が他から供給を受けるルートは中心都市のみからとなる。その場合、この放射状の道路の破壊は直ちに周縁都市の孤立につながってしまう。

次に他の指標と道路網整備の関係について検討する。式(9)、(11)より、TI, TII, NSI の間には、表-1 に示すような関係が存在する。リンク数が等しい場合 TI と TII の和

は $\sum_{k=0}^m C_k = TT(G(n, l))$ であるから、リンクの配置を

変更(ある一部リンクを除去し、同数のリンクを付け加える)して TI が増加すれば、TII と NSI が減少する。このとき、リンク配置の変更により道路網の分散性が高まり、残存リンク数が m 以下で孤立ノード(危険地域)が発生する可能性が相対的に低くなったと考えられる(ただし残存リンク数が m より大きくて孤立ノードが生じる可能性は存在する)。

一方道路網にリンクを追加していく場合、TI 及び TII は必ず増加し、NSI は減少または増加する(付録 B 参照)

5. おわりに

以上、本論文では、都市圏における道路網を取り上げ、その総体的(ホーリスティック)な位相構造特性の指標化という観点から道路網の集中・分散特性ならびにリダンダンシの性能評価モデルを提案した。トポジカルインデックスはもともと分子化学の分野で開発された位相構造特性解析のモデル指標であるが、本論文では都市直下型地震に代表される同時多発型の都市圏複合災害リスクに対する道路網の頑健性の評価指標としても活用できることを示した。また、この種の災害リスクに対する性能の向上度からみた道路網の整備効果の評価指標として、これらのインデックスを活用することも可能である。本論文はそのための基礎的な考察とモデル分析を行ったものである。

最後に、今後の課題を列挙すれば以下のようである。

- トポジカルインデックスを補整または拡張することにより、本論文で想定したような同時多発型の広域災害リスクに対する道路網の性能評価指標として、より的確で、緻密なモデルを開発する。
- 超低頻度の災害リスクという視点を明示的に踏まえて、確率論的な裏付けを行った位相構造論的信頼性解析技法へと発展させる。
- 都市圏の道路網ネットワークとしての特殊性や固有性を内部化したモデル指標へと拡張を図る。
- 京阪神都市圏などを対象に実証分析を行う。

付録 A PL 係数の特性

定理1より、グラフ G_1 ($l=k$) にリンクを1つ（このリンクを L_1 と呼ぶ）加えたグラフ G_2 ($l=k+1$) のTIの値 $TI(G_2)$ は次式のように分解可能である。

$$TI(G_2) = TI(G_1) + TI(G_3) \quad (A.1)$$

ここで G_3 は G_2 から L_1 及び L_1 の両端のノードに接続するリンクをすべて除去した部分グラフである。従って $G_3 \subset G_1$ となり、明らかに $TI(G_3) \leq TI(G_1)$ である。その結果式(A.1)から $TI(G_2) \leq 2TI(G_1)$ であるため、PL係数 α は1から2までの範囲の値をとる。

付録B リンク追加に伴うNSIの変化

グラフ G にリンクを一本追加した場合（このグラフを G' とする）を考える。式(12)より両グラフのNSIの差は

$$\frac{\sum_{k=0}^m {}_{l+1}C_k - TI(G')}{2^{l+1}} - \frac{\sum_{k=0}^m {}_lC_k - TI(G)}{2^l} \quad (B.1)$$

となる。一方

$${}_lC_k = \frac{l(l-1)\dots(l-k+1)}{k!} \quad (B.2)$$

であるから、

$$\frac{{}_{l+1}C_k}{{}_lC_k} = \frac{l+1}{l-k+1} \quad (B.3)$$

となる。 $k \leq \frac{n}{2}$ であることから、全ノードが連結されている ($l \geq n-1$) 場合 k は $\frac{l+1}{2}$ を上回ることはない。従って式(B.3)は常に2以下であり、 $\sum_{k=0}^m {}_{l+1}C_k \leq 2 \sum_{k=0}^m {}_lC_k$ となる。

$\sum_{k=0}^m {}_{l+1}C_k = \beta \sum_{k=0}^m {}_lC_k$ となる変数 β ($1 \leq \beta \leq 2$) を定義すると、式(B.1)は次のように書き換えられる。

$$\frac{(\frac{\beta}{2}-1) \sum_{k=0}^m {}_lC_k - (\frac{\alpha}{2}-1) TI(G)}{2^l} \quad (B.4)$$

式(B.4)の正負は α, β により決定する。

参考文献

- 岡田 憲夫：災害リスクの分析的見方、「土と防災」講習会テキスト、土木学会土と構造物委員会、1985。
- 国土計画・調整局総合交通課：交通システムの信頼性向上に関する調査—調査報告書、野村総合研究所受託調査、1996。
- 依田 浩：信頼性理論入門、朝倉書店、1972。
- 三根 久、河合 一：信頼性・安全性の基礎数理、日科技連、1984。
- 若林 拓史：交通管理運用面からみた広域道路網信頼性の実用的評価法、文部省科学研究費研究成果報告書、1995。
- 小林 正美：道路網・ネットワークシステムの信頼度解析法に関する研究、都市計画別冊、No.15, pp.385-390, 1980。
- 小林 正美：道路交通網の地震時信頼度解析に関する研究、都市計画別冊、No.16, pp.205-210, 1981。
- 高山 純一、大野 隆：連結性能から見た道路網の信頼性評価法、土木計画学研究・講演集、No.11, pp.251-258, 1988。
- 高山 純一：異常気象時における道路網の連結性能評価法、土木計画学研究・講演集、No.12, pp.559-565, 1989。
- 若林 拓史、飯田 敬恭、福島 博：道路網の信頼性解析に対するモンテカルロ法の適用、土木計画学研究・講演集、No.11, pp.259-266, 1988。
- 川上 英二：単純なネットワーク上に分布する需給点ペア間の連結確率の理論解、土木学会論文集 No.459/I-22, pp.83-92, 1993。
- 為広 哲也、朝倉 康夫、柏谷 増男：災害時の通行規制下における道路網の信頼性評価モデル、土木計画学研究・講演集、No.17, pp.583-586, 1995。
- 朝倉 康夫、柏谷 増男、藤原 健一郎：道路網の機能的階層性と災害時の時間信頼性との関連、土木学会論文集、IV-38, pp.51-60, 1998。
- 南 正昭：道路網におけるリダンダンシーの評価および整備計画への適用に関する研究、北海道大学博士論文、1997。
- 南 正昭、高野 伸栄、加賀屋 誠一、佐藤 鑑一：拠点的医療施設へのアクセスを2系統で保証する道路ネットワーク構造、土木計画学研究・論文集、No.14, pp.679-686, 1997。
- Hosoya, H.: Topological Index. A newly Proposed Quantity Characterizing the Topological Nature of Structural Isomers of Saturated Hydrocarbons, Bull. Chem. Soc. Jpn., Vol.44, pp.2332-2339, 1971.
- 高木 隆司：形の数理、朝倉書店、1992。
- 細谷 治夫：分子のトポジカル構造と諸物性との相関の研究、文部省科学研究費研究報告書、pp.41-46, 1988。
- 梶谷 義雄、前川 和彦、岡田 憲夫、多々納 裕一：災害リスクを考慮した都市ライフラインネットワークの性能解析法の開発—トポジカルインデックスによる、日本リスク研究学会第10回研究発表会論文集, pp.94-97, 1997。

(1998. 10. 8 受付)

**MODELING OF PERFORMANCE CRITERIA
FOR MEASURING DISPARITY / CONCENTRATION OF
METROPOLITAN HIGHWAY NETWORKS
UNDER A NEAR-FIELD EARTHQUAKE RISK**

Norio OKADA, Yoshio KAJITANI, Hiroyuki SAKAKIBARA and Hirokazu TATANO

With a focus on area wide, simultaneous failures of metropolitan transportation network systems as caused by the Great Hanshin Awaji Earthquake, this study proposes performance indices of highway network systems against such disaster risks. It is shown that the topological index developed by Hosoya for the analysis of topological properties of polymers and its variants serve as appropriate indicators for evaluating the overall performance of metropolitan highway networks against near-field earthquake disaster risks. Especially the proposed indicators are proved to measure effectively the disparity /concentration of highway networks as well as their redundancy properties. This paper concludes by assessing the potential and limit of this proposed indicator for evaluating real-world lifeline systems.