

# 定常状態を考慮した砂の弾塑性構成式

京都大学大学院 正会員 岡 二三生  
 京都大学大学院 正会員 小高 猛司  
 京都大学大学院 学生会員 山田 裕久

## 1. 序 論

本研究は岡ら(1999)<sup>1)</sup>による砂の弾塑性構成モデルの静的液状化(1回のせん断での液状化)への適用性を明らかにするため、Jefferiesら(1985)による定常状態の概念と構成式のパラメータの関係を調べるとともに、構成式の拡張を試みた。具体的には、状態変数と破壊線と変相線の関係を調べ、さらにひずみが進行するに従って変相線が移動するという仮定に基づき弾塑性構成式の拡張を行った。

## 2. 定常状態(steady state)と状態変数(state parameter)

非排水状態を念頭に定常状態とは、「一定の体積,有効応力,せん断応力,間隙比のもと変形が進行する状態」と定義されている。定常状態の概念はこれまでCastro(1969)ら多くの研究者によって定義されてきた。これに対し、K.Been and M.G.Jefferies(1985)<sup>2)</sup>は定常状態の考えに基づいた状態変数という考えを提案した。間隙比 平均有効応力面で定常状態の軌跡を描いたものを定常状態線と呼び、状態変数 を同じ平均有効応力のもとでの初期の砂の間隙比 $e$  と定常状態での間隙比 $e_s$ の差( $e - e_s$ )として定義している。そして状態変数 によって応力 - ひずみ関係と応力経路も変化する。

## 3. 非線形移動硬化則に基づいた非排水三軸応力状態における砂の弾塑性構成式

正規圧密状態を仮定すると、非排水三軸応力状態において、軸差応力 $q(\sigma'_{11} - \sigma'_{33})$ , 平均有効応力 $\sigma'_m$ の増分は,

$$dq = 3\tilde{\mu}d\varepsilon_{11} - 2\tilde{\mu}\Lambda \frac{1}{\sigma'_m} \left\{ \frac{\eta_{11}^* - \chi_{11}^* - (\eta_{33}^* - \chi_{33}^*)}{\eta_\chi^*} \right\} \quad (1)$$

$$d\sigma'_m = \frac{1}{3}(d\sigma'_{11} + 2d\sigma'_{33}) - \Lambda K \frac{1}{\sigma'_m} \left\{ M_m^* - \frac{\eta_{st}^*(\eta_{st}^* - \chi_{st}^*)}{\eta_\chi^*} \right\} \quad (2)$$

となる。ここで、 $\tilde{\mu}$ :ラメの定数  $d\varepsilon_{11}$ :軸ひずみ  $\Lambda$ :塑性ひずみ増分の大きさを規定する非負のパラメータで、 $M_f^*$  (破壊応力状態に至ったときの応力比 $\eta^*$ の値)の関数  $\eta_{ij}^*$ :応力比テンソル  $\chi_{ij}^*$ :非線形移動硬化パラメータ  $\overline{\eta_\chi^*} : \overline{\eta_\chi^*} = \{(\eta_{st}^* - \chi_{st}^*)(\eta_{st}^* - \chi_{st}^*)\}^{1/2}$   $K$ :体積弾性係数  $M_m^*$ :塑性体積ひずみが最大になるときの応力比 $\eta^*$ の値

## 4. 砂の変形シミュレーション結果及び考察

非線形移動硬化則に基づいた砂の弾塑性構成式を用いて数値シミュレーションを行った。解析に用いた砂の定数はOkada(1992)が用いた富士川砂であり、これらのパラメータを表1,表2に示す。以上のパラメータを用いた解析結果を図1, 図2に示す。間隙比を変化させた場合、間隙比が大きいほど、より緩い砂の挙動に類似の結果が得られた。

表 1: パラメータ(Case1)

ヤング係数	$E$	240.0(MPa)
体積弾性係数	$K$	90.55(MPa)
圧密指数	$\lambda$	0.017
膨潤指数	$\kappa$	0.008
破壊応力比	$M_f$	1.726
材料定数	$G_{max}^P$	350
	$G_{min}^P$	250
	$C_f$	2000
間隙比	$e_{max}$	1.08
	$e_{min}$	0.53

表 2:  $M_m$  を一定にし  $e$  を変化させたとき

	Case 1	Case 2	Case 3
間隙比 $e$	0.811	0.611	1.011
変相応力比 $M_m$	1.347	1.347	1.347

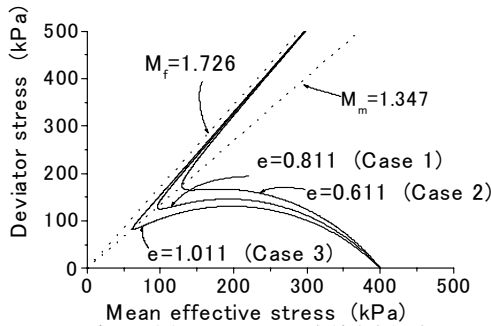


図1. 間隙比を変化させたときの有効応力経路

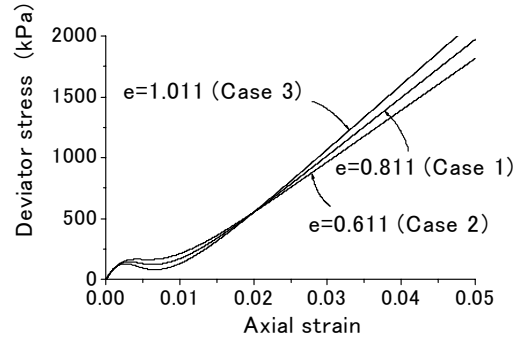
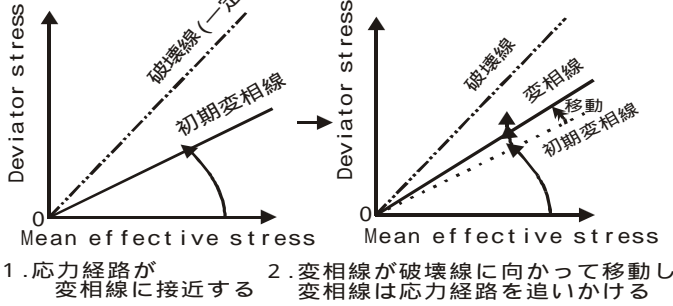


図2. 間隙比を変化させたときの応力 - ひずみ関係



1. 応力経路が変相線に接近する
2. 変相線が破壊線に向かって移動し変相線は応力経路を追いかける

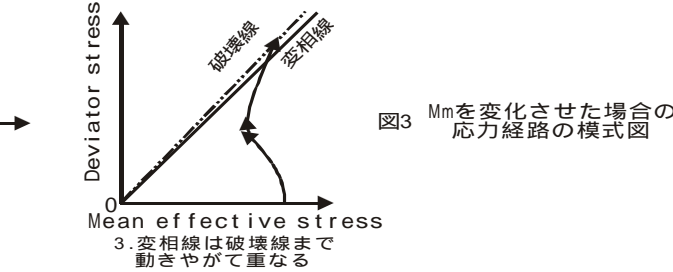


図3 M<sub>m</sub>を変化させた場合の応力経路の模式図

表3. I<sub>s</sub>を変化させたとき

	Case 4	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8
I <sub>s</sub>	1.0	0.6	0.3	0.15	0.0001
e	0.53	0.612	0.771	0.851	0.93

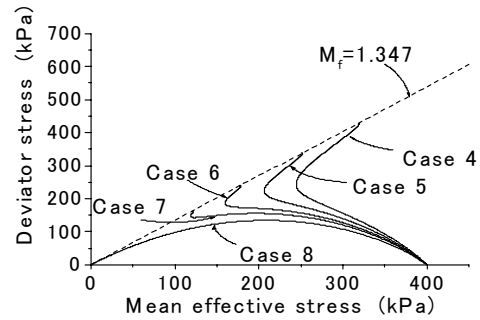


図4. I<sub>s</sub>を変化させたときの有効応力経路

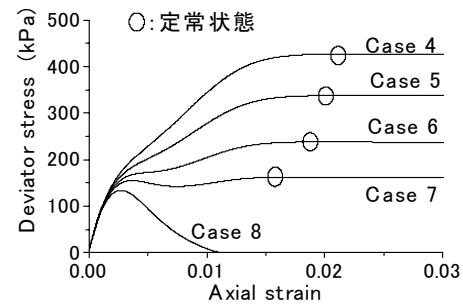


図5. I<sub>s</sub>を変化させたときの応力 - ひずみ関係

## 5. 弾塑性構成式への状態指数 I<sub>s</sub> (Ishihara, 1993) の導入

図2の応力 ひずみ関係を参照すればわかるように定常状態に至っていない。すなわち、岡らの砂の弾塑性構成式(1999)をそのまま用いてシミュレーションを行うと定常状態が表現できない事がわかる。定常状態は破壊線と変相線が重なることにより表現されると考えられる。この問題点に対する対処法として、「有効応力経路において、応力経路が変相応力比を超えたあと応力経路曲線に追従して変相応力比が変化し破壊応力比に近づいていく」という仮定をたてた。この模式図を図3に示す。ここで変相応力比の変化はロジスティック方程式に従うとした。また変相応力比 M<sub>m</sub> の状態変数 に対する依存性を表現する方法として、状態指数(state index) (Ishihara, K. 1993)<sup>3)</sup>を用いることとする。状態指数 I<sub>s</sub> は Ishihara(1993)によって e<sub>0</sub> を初期間隙比として  $I_s = (e_0 - e)/(e_0 - e_s)$  と定義される。M<sub>m</sub> の変化量を ΔM とすると I<sub>s</sub> の正負によって、 $\Delta M = \alpha(I_s)^m$  と定義することにより、α:材料定数 m:定数 (m < 1.0) とすれば、I<sub>s</sub> ≤ 0 のとき M<sub>m</sub> = M<sub>f</sub> I<sub>s</sub> > 0 のとき M<sub>m</sub> = M<sub>f</sub> - ΔM となる。ここで M<sub>f</sub> = 1.347, m = 0.5, α = 0.3, e<sub>0</sub> = 0.93, e<sub>s</sub> = 0.40 として I<sub>s</sub> を表3のように変化させ結果を図4, 図5に示す。尚、M<sub>m</sub>, M<sub>f</sub> は  $M_m = \sqrt{3/2}M_m^*$ ,  $M_f = \sqrt{3/2}M_f^*$  で、それぞれ最大圧縮点、破壊状態での q/σ<sub>m</sub> の値である。図4, 図5から明らかなように変相応力比 M<sub>m</sub> を状態指数 I<sub>s</sub> に対する依存性を定性的に表現することができた。I<sub>s</sub> が小さいほど緩い砂の挙動に類似の結果が得られた。

## 6. 結論

既存の弾塑性構成式を用いてシミュレーションを行うと間隙比の相違により有効応力経路も変化することが確かめられたが定常状態を表現することができない。そこで変相線の変化を考えることにより変相線が破壊線に近づき最終的に重なるという考え方をういて定常状態を表現することができた。また状態指数 I<sub>s</sub> を用いることによって変相応力比 M<sub>m</sub> が状態指数に依存することを表現することとした。すなわち e<sub>s</sub> の影響を状態指数 I<sub>s</sub> で表現し、変相応力比 M<sub>m</sub> を e<sub>s</sub> と関係付けることで定常状態を考慮した弾塑性構成式の拡張を行った。

参考文献 1) Oka, F (1999), Geotechnique 49, No. 5, pp. 661-680. 2) K. Been and M. G. Jefferies (1985), Geotechnique 35, No. 2, pp. 99-112. 3) Ishihara, K (1993), Geotechnique 43, No. 3, pp. 351-415.