

Ⅲ - B345

有限要素法を用いた繰り返し荷重時の地盤の動的解析

中央大学 学生員 浅井 敬行
中央大学 正会員 川原 睦人

1. はじめに

1995年の1月17日に起きた兵庫県南部地震によって、多くの土木構造物が被害を受けた。特に、軟弱砂質地盤上に建てられた構造物においては、地震時に深刻な被害が確認されている。この軟弱砂質地盤における被害は、地盤の液状化によるものが主要な要因であると一般に考えられている。このために、地震時における地盤の液状化による構造物の被害の拡大を防ぐためにも、地盤に対して液状化を予測すること、ならびに液状化対策を講じることは重要になってきている。この液状化に対する研究は、日本では1964年の新潟地震より多くの研究者によって行われているが、液状化挙動を精度よく解析しようとするといまだに大変難しい。これは、土が非線形的な挙動に強く支配され、液状化解析においては、特に材料が破壊する付近の挙動を取り扱うことが必要であること、ならびに、液状化現象そのものが複雑であるために、部分的にしかモデルを構築するのが難しいことがその理由としてあげられる。本研究では、液状化解析に対する基礎的な研究として弾性体モデルを用いて地盤の動的解析を行った。液状化現象は、不確定要素を多く含むために大変複雑である。この複雑な現象を実際の現象により近いものでモデル化するために、数多くの土に対する構成則ならびにモデルが他の研究者により提案されている。ここでは、液状化問題を取り扱うに際しての初歩的な段階として、現時点においてはモデル自体が複雑になることを避けるために弾性理論に基づいて解析した。

2. 基礎方程式

本解析で用いる基礎方程式は、以下の仮定に基づいて誘導されている。

2.1 仮定

- 土は弾性体である。
- 土は水により飽和している。
- 土骨格は等方均質である。
- 土粒子そのものは変形しない。
- 土骨格の変形は微小変形の理論に基づいている。
- 地下水の流れはダルシーの法則に従う。
- 透水係数 k は一定である。
- 水の圧縮性を考慮する。

2.2 方程式

● ひずみ-変位方程式

ひずみを微小であるとすると、ひずみと変位の関係式は以下のように示される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (1)$$

ここで、 u_i は土骨格の変位、 ε_{ij} はひずみであり縮むひずみを正としている。

● 全体の釣合の方程式

土と水の混合した二相系の地盤を一体のものとして考え

た場合に、この全体における釣合の式は次式で示される。

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{u}_i = 0, \quad (2)$$

ここに、 σ_{ij} は全応力、 b_i は物体力である。また ρ は次式で定義される。

$$\rho = n\rho_f + (1-n)\rho_s, \quad (3)$$

ここで、 ρ 、 ρ_f 、 ρ_s 、 n はそれぞれ、混合体の密度、水の密度、土粒子の密度である。

● 全応力-有効応力方程式

二相系の地盤、すなわち水と土の相互作用を考える時、全応力は Biot 理論に基づき、土骨格に作用する有効応力と間隙水圧によって次のように表される。

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij}P, \quad (4)$$

ここに、 σ'_{ij} は有効応力、 P は間隙水圧、 δ_{ij} はクロネッカーの δ 記号である。

● 土骨格の構成則

式(4)において σ'_{ij} は土を弾性体とした場合に次のように表せる。

$$\sigma'_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (5)$$

ここで、 D_{ijkl} は剛性マトリックスで次式で表せる。

$$D_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \quad (6)$$

また、 λ 、 μ はそれぞれ次のようになる。

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad (7)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (8)$$

ここに、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

● 全体の釣合の方程式

式(4)、(5)を式(2)に代入することにより、全体の釣合の方程式は次式のように表される。

$$\rho \ddot{u}_i - (D_{ijkl}u_{k,l} + \delta_{ij}P)_{,j} - \rho b_i = 0. \quad (9)$$

● 連続の方程式

連続の方程式は次式のようになる。

$$P_{,ii} - \frac{\rho_f g}{k} \dot{u}_{i,i} - \frac{n\rho_f g}{kK_f} \dot{P} - \rho_f \ddot{u}_{i,i} - \rho b_{i,j} = 0, \quad (10)$$

ここに、 k 、 K_f 、 g はそれぞれ透水係数、体積弾性係数、重力加速度である。

キーワード：有限要素法、繰り返し荷重、動的解析、弾性体モデル

中央大学大学院理工学研究科 (〒112 東京都文京区春日 1-13-27, TEL 03-3817-1814, FAX 03-3817-1803)

3. 有限要素法

基礎方程式を三角形一次要素、ガレルキン法を用いて空間方向に離散化することにより以下の有限要素方程式を得ることができる。

$$M_{\alpha\beta}\ddot{U}_{\beta i} + C_{\alpha i\beta k}\dot{U}_{\beta k} + K_{\alpha i\beta k}U_{\beta k} + L_{\alpha i\beta}P_{\beta} = \hat{\Gamma}_{\alpha i}, \quad (11)$$

$$-\rho_f L_{\alpha i\beta}^T \ddot{U}_{\alpha i} - \frac{\rho_f g}{k} L_{\alpha i\beta}^T \dot{U}_{\alpha i} + S_{\alpha\beta}P_{\beta} + Q_{\alpha\beta}\dot{P}_{\beta} = \hat{\Omega}_{\alpha i}. \quad (12)$$

式(21)の減衰項は以下の式で示される。

$$C_{\alpha i\beta k} = \bar{\alpha}M_{\alpha\beta} + \bar{\beta}K_{\alpha i\beta k}, \quad (13)$$

減衰定数 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ は地盤の減衰率、及び固有周期より決定されるものである。また、各係数行列は次のように示される。

$$M_{\alpha\beta} = \int_V \rho \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} dV, \quad (14)$$

$$K_{\alpha i\beta k} = \int_V \Phi_{\alpha,j} E_{ijkl} \Phi_{\beta,l} dV, \quad (15)$$

$$L_{\alpha i\beta} = - \int_V \delta_{ij} \Phi_{\beta,j} \Phi_{\alpha} dV, \quad (16)$$

$$S_{\alpha\beta} = \int_V \Phi_{\alpha,j} \Phi_{\beta,i} dV, \quad (17)$$

$$Q_{\alpha\beta} = \int_V \frac{n\rho_f g}{kK_f} \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} dV, \quad (18)$$

$$\hat{\Gamma}_{\alpha i} = \int_{S_T} \hat{T}_i \Phi_{\alpha} dS + \int_V \rho \Phi_{\alpha} b_i dV, \quad (19)$$

$$\hat{\Omega}_{\alpha i} = - \int_V \rho_f b_{i,i} \Phi_{\alpha} dV + \int_{S_v} \frac{1}{k} \hat{v} \Phi_{\alpha} dS, \quad (20)$$

ここに、 Φ は形状関数である。

4. 時間方向の離散化

本解析では、有限要素方程式を時間方向に離散化するためにNewmark's β 法を用いた。Newmark's β 法により有限要素方程式を時間方向に離散化すると次式を得る。

$$\left[\begin{array}{cc} M + \gamma \Delta t C + \beta \Delta t^2 K & L \\ L^T & \frac{1}{\alpha} (S + \frac{1}{\Delta t} Q) \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \hat{U}^{(n+1)} \\ \hat{P}^{(n+1)} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \hat{r}^{(n+1)} - K (\hat{U}^{(n)} + \Delta t \dot{\hat{U}}^{(n)} + \Delta t^2 (\frac{1}{2} - \beta) \ddot{\hat{U}}^{(n)}) - C (\hat{U}^{(n)} + (1 - \gamma) \Delta t \dot{\hat{U}}^{(n)}) \\ \frac{1}{\alpha} \hat{\Omega}^{(n+1)} + \frac{\rho_f g}{\alpha k} L^T (\hat{U}^{(n)} + (1 - \gamma) \Delta t \dot{\hat{U}}^{(n)}) + \frac{1}{\alpha \Delta t} Q \hat{P}^{(n)} \end{array} \right] \quad (21)$$

解析には、この式(21)を用いた。(U-P 解法)

5. 解析条件

数値解析例として、二相系地盤に対してU-P形式の解法を用いて線形弾性解析を行った。解析に用いたモデルを図1に示す。地盤の初期応力は線形自重解析より求めた。また、地盤条件を表1に示す。解析における時間増分を0.01とし継続時間を20秒間とした。また、Newmark's β 法において $\gamma=0.5$, $\beta=0.25$ を用いることとした。計算により過剰間隙水圧比の予測する場所は、図1に示すような上層部の要素とした。境界条件は下端面の節点を水平、鉛直方向ともに変位を固定し、側方境界としては左右の側面の変位が同じであるとする繰り返し境界とし、完全な非排水条件で解析した。入力外力はモデルの基盤上部の節点に、最大振幅 $\tau=1.0(tf/m^2)$ 、周波数2.5Hzの正弦波を入力した。

6. 解析結果及び今後の課題

繰り返し荷重時における地盤の動的解析の結果を図2、図3に示す。それぞれの図は、同レベルにおける過剰間隙水圧比の時刻歴を比較したものである。各要素において、過剰間隙水圧が上昇するという実際の軟弱砂質地盤で地震時にみられる定性的な挙動が確認できる。また図2において、要素A1の時刻歴に繰り返し境界による影響が多少みられる。今後の研究課題としては、モデルを実際の地盤に近づけるために、土の非線形性について考慮できるように定式化を行うこと、ならびに液状化現象に対する構成則などについても検討することが挙げられる。

表1：解析モデルの物性値

パラメータ	物性値	Unit
ヤング率:E	2000	tf/m ²
ポアソン比:ν	0.20	-
透水係数:k	1.0 × 10 ⁻³	m/s
土粒子の密度:ρ _s	2.0	tf/m ³
水の密度:ρ _f	1.0	tf/m ³
混合体の密度:ρ	1.7	tf/m ³
水の体積弾性係数:K _f	1.0 × 10 ²⁰	-
間隙率:n	0.30	-

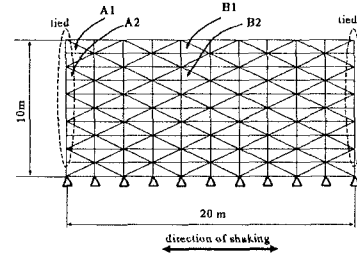


図1：解析モデルと境界条件

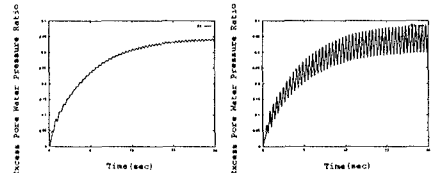


図2：A1,B1における過剰間隙水圧比の時刻歴

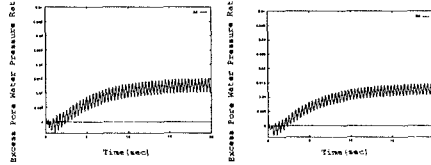


図3：A2, B2における過剰間隙水圧比の時刻歴

参考文献

1. Zienkiewicz O.C. and Shiomi, T. 1984 "Dynamic behavior of saturated porous media; the generalized Biot formulation and its numerical Solution Int.J. Numer. Anal. Methods in Geomechanics, Vol.8, pp.71-96, 1984
2. Edited by Kandiah Arulanandan Ronald F.Scott Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems Volume 1 ; BALKEMA