土木学会第51回年次学術講演会（平成8年9月）

I-B 414　線状地中構造物の耐震設計に用いる地中変位の算定法について

ハザマ技術研究所　正会員　松原勝己
同　　上　　同　上　浦野和彦

1. まえがき

現在シールドトンネル、共同溝および地中埋設管などの線状地中構造物の耐震設計は、地盤と構造物を弾性床上の梁としてモデル化し、地盤バネ端に地盤変位を静的に作用させて構造物の断面力を照査する応答変位法が用いられることが多い。地盤変位は、地震動を正弦波と仮定して設定されることが多いが、このとき地盤変位の振幅、地盤変位の波長および地盤変位を決める地震動の入射角を定める必要がある。本報では、特に地盤変位の振幅に着目し、現状の耐震設計で用いられている一層系地盤におけるせん断振動に基づく地中変位の算定方法の導入過程を明確にすることで、地盤変位設定のモデル化の背景や前提条件を明かにしようとするものである。

2. 地盤のモデル化と基本式

対象とする地盤として、図-1に示すように、剛な基盤上に均質な物性を持つ表層が存在する一層系弾性地盤を仮定する。ただし、表層は内部減衰を有するものとする。基盤上での水平地震動によって表層地盤がせん断振動するとき、地盤中の微小要素に関する力の釣り合いを考える。

図-1の高さdzに作用する力は、式(1)～(3)で表される[1]。

慣性力 ；
$$\frac{\gamma}{g}\left\{\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}+\ddot{u}_g(t)\right\}dz \qquad (1)$$

要素下面のせん断応力 ；
$$\tau = G\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}+\eta\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t\partial z} \qquad (2)$$

要素上面のせん断応力 ；
$$\tau + d\tau = G\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}+\eta\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left\{G\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}+\eta\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t\partial z}\right\}dz \qquad (3)$$

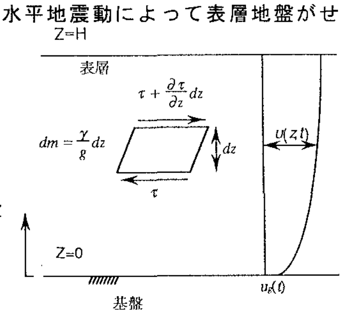

図-1 地盤震動の概念図

ここに、γ ：表層地盤の単位体積重量、G ：表層地盤のせん断弾性係数、η :表層地盤の減衰係数、u(z, t) :基盤からzの位置での時刻tにおける相対水平変位、$u_g(t)$:時刻tにおける基盤の変位 である。

微小要素について、式(1)～(3)で示される力の釣り合いから、表層地盤の変位u(z, t)に関する支配方程式(4)が得られる。ここに、$\ddot{u}_g(t)$ ：基盤の加速度 である。

$$\frac{\gamma}{g}\cdot\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}-\eta\frac{\partial^3 u(z,t)}{\partial t\partial z^2}-G\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}=-\frac{\gamma}{g}\ddot{u}_g(t) \qquad (4)$$

式(4)を解くことにより表層地盤の地中変位が得られる。

3. 地中変位の算定

前項で示した式(4)は、表層地盤変位u(z, t)に関する波動方程式となっている。したがって、地盤震動解析プログラムSHAKEで用いられているような、式(4)の振動数領域での解を求める波動論的な手法によっても解くことができる[1]。ここでは、モード合成の手法を用いることにより、時間領域においてu(z, t)を求める。なお、地表面のインパルス応答が、伝達関数のフーリエ逆変換を評価することにより、一自由度振動系のモード合成形になることを確かめており[2]、両者の方法は等価であると考えられる。

変位u(z, t)を式(5)のように置く。

$$u(z,t) = \Sigma\phi_j(z)\cdot Q_j(t) \qquad (5)$$

ここに、$\phi_j(z)$ ：地盤のj次のせん断変形モード、$Q_j(t)$ ：モードに依存する時間関数 である。

なお、$\phi_j(z)$は式(6)を満足し、式(7)で表される。

$$\frac{d^2\phi_j(z)}{dz^2} + \frac{\omega_j^2}{V_S^2}\phi_j(z) = 0 \quad , \quad \omega_j = (2j-1)\frac{\pi V_S}{2H} \qquad (j=1,2,\cdots) \tag{6}$$

$$\phi_j(z) = \sin\{(2j-1)\pi z/2H\} \qquad (j=1,2,\cdots) \tag{7}$$

ここに、ω_j : 表層地盤のj次の固有円振動数、V_S : 表層地盤のせん断波速度、H : 表層地盤の層厚 である。

式(5)を式(4)に代入し、両辺をγ/gで割れば、式(8)が得られる。

$$\Sigma\ [\phi_j(z)\frac{d^2Q_j(t)}{dt^2} - \frac{g}{\gamma}\eta\frac{d^2\phi_j(z)}{dz^2}\frac{dQ_j(t)}{dt} - V_S^2\frac{d^2\phi_j(z)}{dz^2}Q_j(t)] = -\ddot{u}_g(t) \tag{8}$$

ここで、減衰係数と減衰定数の関係を考慮するが、減衰のタイプとして、①粘性減衰型、②振動数非依存型および③複素減衰型がある[3]。①および②は減衰係数が外力の振動数に依存しないフォークト型であり、③は減衰係数が外力の振動数に依存するもので振動数領域での地盤震動解析で多用されている。それぞれ減衰係数ηと減衰定数hとの関係が、①$\eta=2hG/\omega_1$, ②$\eta=2hG/\omega_j$および③$\eta=2hG/\omega$（ω:外力の振動数）で表される。ここでは、地盤の減衰が振動数に依存しないものとし、また時間領域解析という制約から②の減衰タイプを採用する。さらに、式(6)を考慮すれば、式(8)から式(9)が得られる。

$$\Sigma\,\phi_j(z)\ [\frac{d^2Q_j(t)}{dt^2} + 2h\omega_j\frac{dQ_j(t)}{dt} + \omega_j^2Q_j(t)] = -\ddot{u}_g(t) \tag{9}$$

式(9)の両辺に$\phi_i(z)$を掛けて、zに関し0からHまで積分し、さらに式(7)より $\int\phi_i(z)\cdot\phi_j(z)dz=0\ (i\neq j)$ を考慮すれば、式(10)が得られる。

$$\frac{d^2Q_i(t)}{dt^2} + 2h\omega_i\frac{dQ_i(t)}{dt} + \omega_i^2Q_i(t) = -\mu_i\ddot{u}_g(t) \quad , \quad \mu_i = \frac{\int\phi_i(z)dz}{\int\{\phi_i(z)\}^2dz} \tag{10}$$

いま、地盤のせん断一次変形モードのみに着目すれば、変位u(z,t)の時刻歴最大値は、式(5)および(10)より、式(11)で表される。

$$\mathrm{Max}\ \{u(z,t)\} = \phi_1(z)\cdot\mathrm{Max}\ \{Q_1(t)\} = \mu_1\phi_1(z)\cdot S_D(\omega_1,h) \tag{11}$$

ここに、$S_D(\omega_1,h)$: 固有円振動数ω_1、減衰定数hに対する基盤の加速度$\ddot{u}_g(t)$の変位応答スペクトル である。さらに、$S_V(\omega_1,h)\fallingdotseq\omega_1S_D(\omega_1,h)$ の関係を考慮し、式(6)、(7)および(10)より $\omega_1=2\pi/T_1$, $\phi_1(z)=\sin(\pi z/2H)$, $\mu_1=4/\pi$ を考慮すれば、式(11)から地中変位の算定式として式(12)が得られる。

$$\mathrm{Max}\ \{u(z,t)\} = \frac{2}{\pi^2}\cdot T_1\cdot S_V(T_1,h)\cdot\sin\ (\pi z/2H) \tag{12}$$

ここに、T_1 : 表層地盤の一次固有周期、$S_V(\omega_1,h)$: 固有周期T_1、減衰定数hに対応する基盤の加速度$\ddot{u}_g(t)$の速度応答スペクトル である。

4. あとがき

本報では、線状地中構造物の耐震設計で用いられている地中変位の算定法に関して、その導入過程を明かにすることで、以下に示すようなモデル化の仮定や前提条件が明確となった。 ①地盤は均質な物性を有する成層一層系の弾性地盤である。②地盤は水平地震動によってせん断振動している。③地盤の減衰は振動数（モードごとの振動数）に依存しない。④地盤のせん断一次変形モードのみに着目している。⑤変位応答スペクトルに固有円振動数を乗じて速度応答スペクトルを算定する近似式を用いている。 今後は、これらのうち地盤の高次変形モードの影響や減衰の振動数依存性の影響を調べてゆく予定である。

＜参考文献＞ 1)Ohsaki,Y.:Dynamic Characteristics and One Dimensional Linear Amplification Theories of Soil Deposites, Department of Architecture Faculty of Engineering, University of Tokyo, 1982 2)松原勝己:減衰を有する一層系地盤のインパルス応答について、第22回地震工学研究発表会、1993年7月 3)松原勝己:地盤震動解析に用いる減衰定数についての一考察、間組研究年報-1991、1991年12月