土木学会第50回年次学術講演会（平成７年９月）

Ⅲ－370

# 大変形厳密解析のための幾何剛性項を考慮した流動要素法の検討

兵庫県　谷　章博　鳥取大学工学部　木山　英郎
鳥取大学工学部　藤村　尚　鳥取大学工学部　西村　強

## １．はじめに

流動要素法(FLow Element Method,FLEM)[1]は，個別要素法(DEM)の基本となっている運動方程式の陽形式時間差分による逐次解法を活かし，各要素の自由な変形を許しながら要素間の連続性を保持し，全体としての大変形から流動までを解析できる手法である．大変形解析のために開発されてきたFLEMであるが，節点力増分過程，応力増分過程では，微小変形理論を基本としている．大変形問題では幾何学的非線形性を考慮して初めて，厳密な定式化が行われたとされる．本研究では，FLEMにおける幾何剛性項の取扱い，応力増分の加算性等にいての考察，見直しを行おうとするものである．

## ２．幾何剛性項の導入

FLEMにおける有限要素法手法を用いた増分過程を，有限要素法（２次元問題)における増分形式の定式化[2]を参考に，そこから得られる幾何剛性項をFLEMの剛性マトリックスに導入した．

要素の大きな回転変位を伴い，境界条件として与えられる荷重が回転の影響を受けず，要素の体積変化が無視できれば，以下の基礎式が求められる．

$$\Sigma([K1]+[K2]+[K3])\{\Delta u\}^e=\Sigma\int_e[N]^T[\Delta\bar{X}]dV+\int_{SF}\lfloor \Delta F_t \quad \Delta F_n \rfloor \begin{Bmatrix} t \\ n \end{Bmatrix} ds \tag{1}$$

ここに，[K1]:要素剛性マトリックス，[K2]:幾何剛性マトリックス，[K3]:幾何剛性マトリックス，$\Sigma\int_e[N]^T[\Delta\bar{X}]dV$:荷重増分項(体積力)，右辺第二項は荷重増分項(表面力)である．

すなわち，通常の要素剛性マトリックス [K1]に，幾何剛性マトリックス[K2],[K3]を加えたものとなる．これをFLEMの剛性マトリックスの構成に用い，修正すればよい．またこの時，応力増分には，Euler応力のJaumann微分　$\overset{*}{\sigma}=\dot{\sigma}-\dot{\omega}\sigma+\sigma\dot{\omega}$によって，回転増分$\dot{\omega}$による補正項が追加される．

## ３．解析例

回転増分$\dot{\omega}$の効果をみるため，高さ16cm,幅16cmの1要素を用い，純粋剛体回転の解析を行った．$\dot{\omega}$を考慮しない場合の解析に[K1],スピンを考慮する場合の解析に[K1]+[K2]+[K3]を用いて行った．まず，初期応力を与え，その後物体に変形を与えずに点cを中心に剛体回転させた．図-2は回転角$\alpha$を45度とした時の主応力図である．$\dot{\omega}$を考慮しない場合，要素は回転しているにも関わらず，初期状態と同一である．一方，$\dot{\omega}$を考慮すれば，要素の回転とともに応力も回転し，妥当な結果が得られている．

次に，要素の回転をともなった大変形の解析例として，一般せん断の解析を行った．解析モデルは図-3に示すように高さ32cm，幅32cm，要素数64であり，積分点数4の平面ひずみ要素である．境界条件としては，上辺ab,下辺cdをY方向に固定し，上辺abを+X方向に,下辺cdを-X方向に一定速度(1cm/sec)の強制変位($\dot{\gamma}$=0.0625)を与えた．解析定数はヤング率E=100(kgf/cm$^2$),密度$\rho$=2.65(g/cm$^3$),ポアソン比$\nu$=0.3,時間増分$\Delta$t=5.0×10$^{-6}$(sec)である．解析は降伏条件を課しておらず，自重は考慮していない．

解析結果は，$\gamma$＝50％までは幾何剛性項を考慮しても大差はない．しかし，$\gamma$=100％程度になると$\dot{\omega}$を考慮した場合，主応力の方向が要素の回転と共に回転しており，$\dot{\omega}$の効果を知ることができる．しかし，$\gamma$＝200％では，$\dot{\omega}$を考慮した場合，隅部に不合理な変形がみられる．そこで，図-7は解析モデル図の中央部Aにおけるせん断ひずみ度($\gamma$)とせん断応力($\tau_{xy}$)のグラフである．横軸はせん断ひずみ度$\gamma$であり，縦軸はせん断応力$\tau_{xy}$である．$\dot{\omega}$を考慮した場合には$\gamma$=130％以降から応力の値が不連続となり，応力のジャンプがみられる．単純せん断状態でEuler応力のJaumann微分が応力に振動を与えるなどの指摘がある．今回の解析でも，一要素の単純せん断解析からそのことは確認している．しかしながら図-6あるいは，図-7のような状態にいたる原因となっているのかどうか確証は得ていない．隅部に発生する大きな応力の値がFLEMの基本

過程である運動方程式の陽形式差分の収束条件を乱していることが考えられ，今後も検討を続けてゆく予定である．

参考文献

１）木山英郎・藤村　尚・西村　強：大変形解析のための流動要素法(FLEM)の提案,土木学会論文集NO.439/Ⅲ-17,pp.63～68,1991.12.　２）鷲津他：有限要素法ハンドブック　Ⅱ応用編,培風館,pp.270～301,1983.

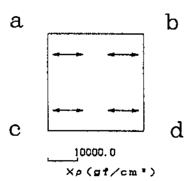



図-1　初期状態

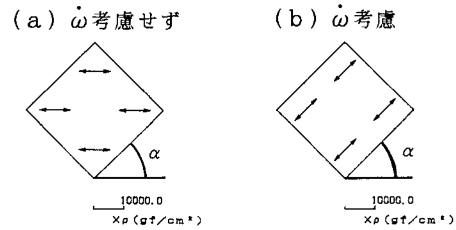



図-2　解析結果

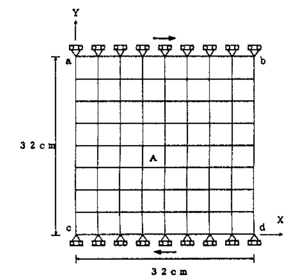
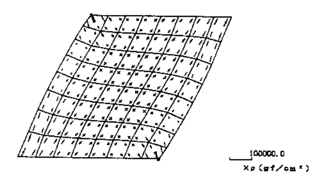
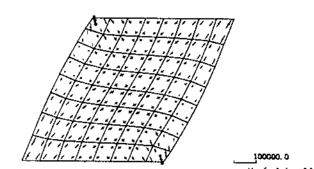



図-3　解析モデル

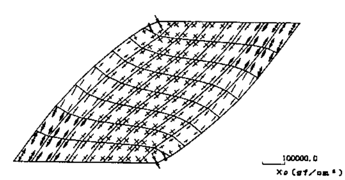



（a）[K1]

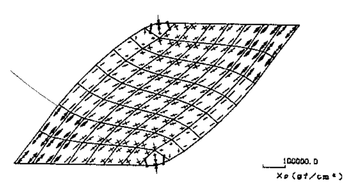



(b)[K1]+[K2]+[K3]

図-4　解析結果(γ＝50％)

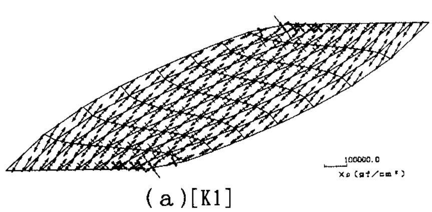



（a）[K1]

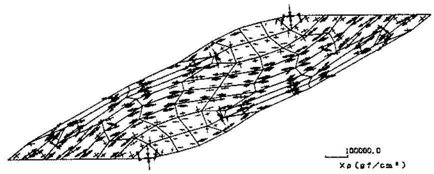



(b)[K1]+[K2]+[K3]

図-5　解析結果(γ＝100％)




（a）[K1]




(b)[K1]+[K2]+[K3]

図-6　解析結果(γ＝200％)

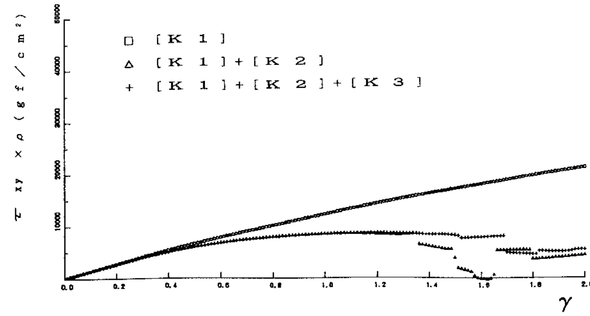



図-7　せん断応力とせん断ひずみ