

水工学シリーズ02-B-5

## 津波の解析技術－南海地震津波を例として

京都大学防災研究所 助手

高 橋 智 幸

土木学会  
海岸工学委員会・水理委員会  
2002年9月

# 津波の解析技術 一南海地震津波を例として一

Analysis Technique on Tsunamis - Case of the Nankai Earthquake Tsunami -

高 橋 智 幸

Tomoyuki TAKAHASHI

## 1 はじめに

2001年9月に政府の地震調査委員会は南海地震と東南海地震に関する評価結果を公表した。今後30年間に南海地震が発生する確率は40%，東南海地震が発生する確率は50%であり、地震のマグニチュードはそれぞれ8.4および8.1、同時発生では8.5と予想されている。このような巨大地震が南海トラフ上で発生した場合、それに伴う津波は日本の太平洋沿岸に大きな被害を与えることになる。

南海地震津波のような巨大津波による被害が、阪神淡路大震災などの直下型地震の被害と大きく異なるのは、被害範囲が極めて広域になることである。すなわち、まわりの自治体も被災しており、自分たちと同じように助けを必要としている状況が発生する。したがって、近隣の自治体や国からの救援に大きく依存した防災計画は極めて危険であり、各自治体が独自の津波防災を考えておく必要がある。

津波防災において最も重要なのは、住民と自治体の防災担当者がどれだけ当事者意識を持てるかどうかである。そのためには実際にどのような津波が来襲するのかを明らかにし、それを住民への防災教育や防災担当者が作成する地域防災計画に反映させていかなくてはならない。

それではどうすればこれから来襲する津波を予測できるのであろう。もちろん完全な予測を行なうことは不可能であるが、高い信頼性で危険度評価を行ないたい。それにはまず過去に発生した津波を調べることが先決である。既に多くの研究が為されているので、それらの論文や報告、書籍を参考にすれば良い。しかし、既往津波と同一の津波が将来も発生するとは限らず、また海岸地形や都市の構成も変化している。したがって、既往津波のデータや地震観測などから新たに得られる知見を取り入れて、津波の数値シミュレーションを行なう必要がある。

しかし、現実に津波の数値シミュレーションを実施して、津波防災に利用しているのは極めて限られた自治体のみである。全ての沿岸市町村はそれぞれに特有の地形条件や市街地の構成、産業形態など有している。よって、それらを考慮し、市街地氾濫も含めた津波の危険度評価を各市町村単位で行なうことが理想的ではあるが、現実には人的および予算的な条件から難しい。

津波の数値シミュレーションについては、既に幾つかの研究機関やコンサルタント会社が多くの経験と実績を有しているが、さらに多くの機関が津波の数値解析を行なえるようになることは、市町村単位での津波被害想定の敷居を下げることに繋がるはずである。それと同時に津波研究の裾野を広げることや各機関の解析レベルの向上に貢献できると期待される。また、実際の業務においても、自治体の防災担当者がある程度の津波解析技術を身に付けておくことは、業務の完成度を高めることに繋がる。このような背景を踏まえて、津波の数値シミュレーション技術を紹介することが本稿の目的である。

ところで、一般的な業務で行われている津波の数値シミュレーションは、他の工学分野のものと比較して難易度は高くない。もちろん、最先端の津波研究で行われている解析法などを初学者が利用するのは難しいが、既に多くの津波現象に適用されて十分な実績を上げている技術については、初步的なテキストと具体的な例題があれば学部生でも十分習得可能である。

ただし、津波に限らないが、計算結果が得られることと、現象の解析および理解はまた別問題である。得られた計算結果の妥当性や信頼性を評価することは広い知識と多くの経験が必要である。また、解析対象毎の個別性も強いため、解析方法を体系的にまとめることも簡単ではない。したがって、防災に直接関わる業務については、十分な知識と経験が得られるまでは、津波研究者に解析結果の評価を依頼する必要がある。

既存の数値シミュレーションの解説の多くは、支配方程式や離散化手法などの基礎知識に重点を置いて書かれている。これは、基礎知識が全ての解析の必要条件であり、不十分な理解は解析結果から実現象を正確に理解することの妨げになる恐れが大きいためである。したがって、本稿でもそれらの基礎知識の説明に多くの頁を費やしているが、加えて実際の津波数値シミュレーションを行なう際に必要となる地形条件の作成や外力条件の与え方などについての説明も行なう。これらの項目は、いわば津波を解析するための「技術」であり、これまで多くの研究者が経験的に開発してきたものである。

津波の解析技術としては、本来なら下記の項目を紹介する必要がある。

支配方程式	外力条件	アルゴリズム
数値解析法	可視化	ソース・コード
地形条件	評価方法	参考資料

しかし、限られた紙面の都合上、印刷されたテキストを見てじっくり理解すべき項目に多くの頁を費やした。研修会において実際の適用例に触れた方が理解しやすいと思われる項目については、本稿では単に列記し、簡単な説明を行なう程度の内容となっている。また、著者の web site[1] にも解説資料を掲載するので、研修会の終了後に一読していただくことをお勧めする。この web site には、研修会で紹介するコードやスクリプトも公開しているので、ダウンロードして実際に実行し理解を深めていただければ幸いである。さらに、解析技術、特に数値解析手法は日進月歩であり、これらの最新の研究成果も web site で紹介していく予定である。

## 2 支配方程式

### (a) 概要

海の波を記述する方程式は一般的にニュートン力学 (Newtonian mechanics) あるいは古典力学 (classical mechanics) における質量および運動量の保存則 (conservation law) から導かれる。幾例かの研究ではシュレーディンガー方程式 (Schrodinger equation) を用いている場合もあるが、これらは単に方程式形を利用しているのみであり、量子力学 (quantum mechanics) における波動関数 (wave function) の流体力学的な解釈は行なっていない。現在の流体力学において量子論的な取り扱いが必要となるのは超流動 (superfluidity) や超電導 (superconductivity) などに関連した分野のみである。また、我々が通常対象としている流体现象において現れる速度は光速と比較して十分に小さいため、相対論的な取り扱いも不要である。したがって、以下の議論は全てニュートン力学の範囲で行なうこととする。

津波は、高潮や洪水流などと同様に長波理論 (long wave theory) に従う。津波で発生する波速は最大でも  $10^2 \text{ m/s}$  のオーダーであり、音速と比較して十分に小さいため、非圧縮性流体 (incompressible fluid) と考えることができ。長波理論は質量保存則 (mass conservation law) から導かれる連続の式 (equation of continuity) と運動量保存則 (momentum conservation law) から導かれる運動方程式 (equation of motion) で構成されている。いずれも鉛直方向に海底から水面まで積分して求められるため、積分モデル (integrated model) といわれる場合もある。ただし、連続の式は長波理論特有の仮定および近似を用いることなく導出されるため、他の理論における連続の式と共通する場合が多い。

運動方程式はナヴィエ・ストークスの運動方程式 (Navier-Stokes equation of motion) から求められるが、粘性による応力テンソル (stress tensor) に起因した水平拡散項 (horizontal diffusion term) および水面でのせん断応力項 (shear stress term) は、津波を対象とした場合は他の項に比べて小さいため省略されることが多い。また、水深 50m 以深では非線形項 (non-linear term) や海底摩擦項 (bottom friction term) の影響が小さくなるため、これらの項を省略して線形化を行なうことができる [2]。線形化した長波理論を線形長波理論 (linear long wave theory) といい、線形化を行なっていない通常の長波理論を浅水理論 (shallow water theory) あるいは浅水長波理論 (shallow water long wave theory) という。水深 50m 以浅や遡上域の計算では浅水理論が用いられる。

なお、波面の曲率や波の分散性が無視できない場合には分散項を追加する必要があり [2]、また外洋を伝播する遠地津波などのように計算領域が広域になる場合にはコリオリ力を考慮しなくてはならないが、これらの説明は別の機会に譲り本稿では割愛する。

以下、連続の式と運動方程式の導出を行なう。

### (b) 連続の式

図1に示すような直交座標系 (rectangular coordinate system) あるいはデカルト座標系 (Cartesian coordinate system) を考え、水平方向に  $x$  軸と  $y$  軸、鉛直方向に  $z$  軸、 $z$  軸の原点を静水面 (still water surface) 上にとる。流速を  $\mathbf{u} = (u_{(x,y,z,t)}, v_{(x,y,z,t)}, w_{(x,y,z,t)})$  と定義すると、非圧縮性流体の連続の式は次式で表される。

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

この関係は任意のコントロール・ボリューム (control volume) で成立しなくてはならないため、海底から水面までの被積分関数 (integrand) もまた 0 となる。

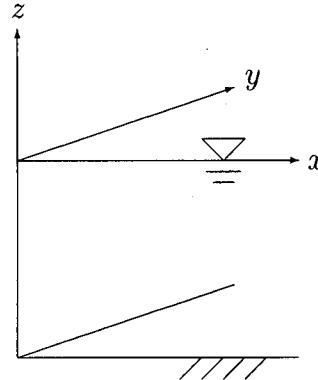


図1: 直交座標系

$$\int_{-h}^{\eta} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz = 0$$

$$\int_{-h}^{\eta} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial v}{\partial y} dz + w_{(x,y,\eta,t)} - w_{(x,y,-h,t)} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $\eta_{(x,y,t)}$  は水位 (water surface elevation)、 $h_{(x,y)}$  は静水深 (still water depth) である。上式に積分の微分に対するライプニッツの法則 (Leibnitz's rule for differentiation of integrals) [3] を適用すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz - u_{(x,y,\eta,t)} \frac{\partial \eta}{\partial x} - u_{(x,y,-h,t)} \frac{\partial h}{\partial x} \\ + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz - v_{(x,y,\eta,t)} \frac{\partial \eta}{\partial y} - v_{(x,y,-h,t)} \frac{\partial h}{\partial y} + w_{(x,y,\eta,t)} - w_{(x,y,-h,t)} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

を得るので、水面および海底での運動学的境界条件 (kinematic boundary condition)

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{(x,y,\eta,t)} \frac{\partial \eta}{\partial x} + v_{(x,y,\eta,t)} \frac{\partial \eta}{\partial y} = w_{(x,y,\eta,t)} \quad (4)$$

$$-u_{(x,y,-h,t)} \frac{\partial h}{\partial x} - v_{(x,y,-h,t)} \frac{\partial h}{\partial y} = w_{(x,y,-h,t)} \quad (5)$$

を式 (3) に代入する。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz = 0 \quad (6)$$

さらに、水平方向の断面平均流速  $\bar{u}$

$$\bar{u} = (\bar{u}_{(x,y,t)}, \bar{v}_{(x,y,t)}) = \left( \frac{1}{\eta + h} \int_{-h}^{\eta} u dz, \frac{1}{\eta + h} \int_{-h}^{\eta} v dz \right) \quad (7)$$

を導入すると式 (6) は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}(\eta+h)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}(\eta+h)}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

となる。これが長波理論における連続の式である。

または流量フラックス (discharge flux) あるいは線流量  $M$

$$M = (M_{(x,y,t)}, N_{(x,y,t)}) = \left( \int_{-h}^h u dz, \int_{-h}^h v dz \right) = (\bar{u}(\eta+h), \bar{v}(\eta+h)) \quad (9)$$

を導入すると式 (6) は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

となる。

### (c) 運動方程式

運動方程式として非圧縮静流体のナヴィエ・ストークスの運動方程式を考える。同式をベクトル表示すると

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (11)$$

となり、成分毎に表示すると

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (14)$$

となる。ここに  $D/Dt$  は実質微分 (substantial derivative) またはラグランジュ微分 (Lagrange's derivative)

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (15)$$

である。また、 $\mathbf{f}$  は体積力 (body force) で  $\mathbf{f} = (0, 0, -g)$ ,  $g$  は重力加速度 (acceleration of gravity),  $\rho$  は流体の密度 (density of fluid),  $p_{(x,y,z,t)}$  は圧力 (pressure),  $\nu$  は動粘性係数 (kinematic viscosity coefficient) である。

鉛直方向の運動は十分に小さいとして、

$$\left| \frac{Dw}{Dt} \right| \ll g \quad (16)$$

$$\nabla^2 w \approx 0 \quad (17)$$

を仮定すると、式 (14) は

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$p = -\rho g z + c \quad (18)$$

となる。ここに、 $c$  は積分定数である。上式に水面での力学的条件 (dynamic boundary condition)

$$p_{(x,y,\eta,t)} = 0 \quad (19)$$

を適用すると  $c = \rho g \eta$  であるから、鉛直方向の運動方程式は静水圧 (hydrostatic pressure) の式

$$p = \rho g(\eta - z) \quad (20)$$

に帰着する。

次に水平方向の運動方程式を考える。式 (12) および式 (13) は勾配型 (gradient form) あるいは非保存型 (non-conservative form) と呼ばれる形式で記述されているが、式 (1) の連続の式を用いて発散型 (divergence form) あるいは保存型 (conservative form) と呼ばれる形式に修正する。連続の式が成立しているなら、勾配型および発散形で記述される運動方程式は数学的に同一である。しかし、勾配型による運動方程式は、不適切な離散化手法によっては運動量などの保存が行われない場合があるため [4]、発散形による運動方程式が一般的によく用いられている。まず式 (12) の修正を行なうと

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} - u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} - u \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} - u \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} - u \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

を得る。同様に式 (13) の修正を行なうと

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (22)$$

を得る。

$x$  方向の運動方程式である式 (21) は任意のコントロール・ボリュームで成立しなくてはならないため、海底から水面までの被積分関数もまた 0 となる。

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial u}{\partial t} dz + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial u^2}{\partial x} dz + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial uv}{\partial y} dz + w_{(x,y,\eta,t)} u_{(x,y,\eta,t)} - w_{(x,y,-h,t)} u_{(x,y,-h,t)} \\ + \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} dz - \nu \int_{-h}^{\eta} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dz - \nu \left( \frac{\partial u_{(x,y,\eta,t)}}{\partial z} - \frac{\partial u_{(x,y,-h,t)}}{\partial z} \right) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、ニュートン流体 (Newtonian fluid) を仮定するとせん断応力  $\tau$  は

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (24)$$

と表されるため、式 (23) の第 9 項は水面でのせん断応力、第 10 項は海底でのせん断応力すなわち海底摩擦を意味する。津波を対象とした場合、水面でのせん断応力は海底摩擦と比較して十分に小さいため、式 (23) は

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial u}{\partial t} dz + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial u^2}{\partial x} dz + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial uv}{\partial y} dz + w_{(x,y,\eta,t)} u_{(x,y,\eta,t)} - w_{(x,y,-h,t)} u_{(x,y,-h,t)} \\ + \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} dz - \nu \int_{-h}^{\eta} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dz + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

となる。ここに、 $\tau_{bx}$  は  $x$  方向の海底摩擦である。また、上式の第 7 項と第 8 項は水平方向の拡散を表しているが、これらも海底摩擦に比べて十分に小さいと仮定すると

$$\int_{-h}^{\eta} \frac{\partial u}{\partial t} dz + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial u^2}{\partial x} dz + \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial uv}{\partial y} dz + w_{(x,y,\eta,t)} u_{(x,y,\eta,t)} - w_{(x,y,-h,t)} u_{(x,y,-h,t)} + \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} dz + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \quad (26)$$

となる。なお、水平方向の拡散を次式で表して考慮する場合もある [5]。

$$\nu \int_{-h}^{\eta} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dz = -K_h \left( \frac{\partial^2 \bar{u}(\eta+h)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}(\eta+h)}{\partial y^2} \right) \quad (27)$$

ここに、 $K_h$  は水平方向の渦動粘性係数 (horizontal kinematic eddy viscosity coefficient) である。

式 (26) に積分の微分に対するライプニッツの法則および式 (20) の静水圧の式を適用し、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u dz - u_{(x,y,\eta,t)} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 dz - u_{(x,y,\eta,t)}^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} - u_{(x,y,-h,t)}^2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} uv dz - u_{(x,y,\eta,t)} v_{(x,y,\eta,t)} \frac{\partial \eta}{\partial y} - u_{(x,y,-h,t)} v_{(x,y,-h,t)} \frac{\partial h}{\partial y} \\ & + w_{(x,y,\eta,t)} u_{(x,y,\eta,t)} - w_{(x,y,-h,t)} u_{(x,y,-h,t)} + \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial \rho g(\eta-z)}{\partial x} dz + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} uv dz - u_{(x,y,\eta,t)} \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{(x,y,\eta,t)} \frac{\partial \eta}{\partial x} + v_{(x,y,\eta,t)} \frac{\partial \eta}{\partial y} - w_{(x,y,\eta,t)} \right) \\ & - u_{(x,y,-h,t)} \left( u_{(x,y,-h,t)} \frac{\partial h}{\partial x} + v_{(x,y,-h,t)} \frac{\partial h}{\partial y} + w_{(x,y,-h,t)} \right) + g(\eta+h) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \quad (28) \end{aligned}$$

さらに式 (4) および式 (5) の運動学的境界条件を代入すると

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} uv dz + g(\eta+h) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \quad (29)$$

を得る。ここで、式 (7) の断面平均流速および運動量補正係数 (momentum correction factor)  $\beta$

$$\beta = (\beta_{xx}, \beta_{xy}, \beta_{yy}) = \left( \frac{1}{\bar{u}^2(\eta+h)} \int_{-h}^{\eta} u^2 dz, \frac{1}{\bar{u}\bar{v}(\eta+h)} \int_{-h}^{\eta} uv dz, \frac{1}{\bar{v}^2(\eta+h)} \int_{-h}^{\eta} v^2 dz \right) \quad (30)$$

を適用すると、式 (29) は

$$\frac{\partial \bar{u}(\eta+h)}{\partial t} + \frac{\partial \beta_{xx} \bar{u}^2(\eta+h)}{\partial x} + \frac{\partial \beta_{xy} \bar{u} \bar{v}(\eta+h)}{\partial y} + g(\eta+h) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \quad (31)$$

となる。乱流での運動量補正係数としては 1.01~1.04 が知られているが [6]、ここでは 1 と仮定する。したがって、長波理論における  $x$  方向の運動方程式として次式を得る。

$$\frac{\partial \bar{u}(\eta+h)}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2(\eta+h)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}(\eta+h)}{\partial y} + g(\eta+h) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \quad (32)$$

または式 (9) の流量フラックスおよび全水深 (total water depth)  $D = \eta + h$  を適用して

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \quad (33)$$

となる。

$y$  方向の運動方程式についても同様に求めると次式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{v}(\eta + h)}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}(\eta + h)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^2(\eta + h)}{\partial y} + g(\eta + h) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} = 0 \quad (34)$$

ここに  $\tau_{by}$  は  $y$  方向の海底摩擦である。または流量フラックスと全水深を適用して

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{MN}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{N^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} = 0 \quad (35)$$

となる。

海底摩擦としては、等流の類推から次式が一般的に用いられている。

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = f \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} = \frac{gn^2}{(\eta + h)^{1/3}} \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \quad (36)$$

$$\frac{\tau_{by}}{\rho} = f \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} = \frac{gn^2}{(\eta + h)^{1/3}} \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \quad (37)$$

または

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = f \frac{M}{D^2} \sqrt{M^2 + N^2} = \frac{gn^2 M}{D^{7/3}} \sqrt{M^2 + N^2} \quad (38)$$

$$\frac{\tau_{by}}{\rho} = f \frac{N}{D^2} \sqrt{M^2 + N^2} = \frac{gn^2 N}{D^{7/3}} \sqrt{M^2 + N^2} \quad (39)$$

ここに、 $f$  は摩擦損失係数 (friction coefficient),  $n$  は Manning の粗度係数 (Manning's roughness coefficient) である。

#### (d) まとめ

以上、津波を対象とした長波理論を求めてきたが、まとめとして導出に用いられた仮定および近似を整理する。連続の式については、非圧縮性の仮定のみである。運動方程式については、(a) 非圧縮性流体、(b) 鉛直方向の運動が十分に小さい、(c) ニュートン流体、(d) 水面でのせん断応力が十分に小さい、(e) 水平方向の拡散が十分に小さい、(f) 運動量補正係数が 1、(g) 海底摩擦を等流の類推から決定されるという仮定および近似を行なって求められていることが分かる。特に(g) の海底摩擦については、遡上域や極浅海域において等流と見なせない現象が発生しているため、今後の研究が期待される。

また、水深が 50m より深い場所では、運動方程式中の非線形項あるいは移流項 (advection term) および底面摩擦項は省略できる [2]。また、水位  $\eta$  は静水深  $h$  に比べて十分に小さいと仮定し、全水深  $\eta + h$  を  $h$  に置き換えることが可能である。このような長波理論を線形長波理論、修正前の長波理論を浅水理論という。

最後に、長波理論の支配方程式を再記しておく。浅水理論は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}(\eta + h)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}(\eta + h)}{\partial y} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial \bar{u}(\eta + h)}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2(\eta + h)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}(\eta + h)}{\partial y} + g(\eta + h) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{gn^2}{(\eta + h)^{1/3}} \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial \bar{v}(\eta + h)}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}(\eta + h)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^2(\eta + h)}{\partial y} + g(\eta + h) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{gn^2}{(\eta + h)^{1/3}} \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} = 0 \quad (42)$$

または

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (43)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{gn^2 M}{D^{7/3}} \sqrt{M^2 + N^2} = 0 \quad (44)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{MN}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{N^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{gn^2 N}{D^{7/3}} \sqrt{M^2 + N^2} = 0 \quad (45)$$

である。なお、運動方程式の第1項は慣性項 (inertia term) あるいは非定常項 (unsteady term)、局所項、第2項は移流項、第3項は圧力項 (pressure term)、第4項は海底摩擦項 (bottom friction term) という。

また、線形長波理論は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}h}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}h}{\partial y} = 0 \quad (46)$$

$$\frac{\partial \bar{u}h}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (47)$$

$$\frac{\partial \bar{v}h}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad (48)$$

または

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M'}{\partial x} + \frac{\partial N'}{\partial y} = 0 \quad (49)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad (51)$$

ここに

$$M' = (M'_{(x,y,t)}, N'_{(x,y,t)}) = \left( \int_{-h}^0 u dz, \int_{-h}^0 v dz \right) = (\bar{u}h, \bar{v}h) \quad (52)$$

である。すなわち運動方程式は慣性項と圧力項から構成される。

### 3 数値解析法

津波の数値シミュレーションでは差分法あるいは有限差分法 (finite difference method, FDM) が一般的に用いられている。コンピュータの計算能力の進歩に伴って、計算負荷が大きい有限要素法 (finite element method, FEM) も実用段階に入ってきてはいるが、格子作成の煩雑さ、格子の形状と構成によっては計算が不安定になりやすい、誤差解析が十分には行われていないなどの点から広く普及するには至っていない。したがって、本稿では差分法を用いた津波の数値シミュレーションの紹介を行なう。ただし、限られた紙面の都合上、詳細な離散化手法 (discretization technique) の説明はここでは行なわず、著者の web site[1]においてアルゴリズムおよびソース・コードとともに公開するのでこちらを参照していただきたい。

差分法では構造格子 (structured grid) が用いられるが、これは直交座標格子 (rectangular coordinate grid) と境界適合格子 (boundary-fitted grid) に分けられる。津波の数値シミュレーションにおいては、市街地の河川形状を詳細に再現する場合などを除き、直交座標格子が一般的に用いられている。ただし、沿岸部では外海に比べて地形の空間的变化が大きいこと、また水深が大きくなるほど波速も大きくなることなどから、沿岸部と外洋では異なる格子間隔 (grid size) を採用して接続計算を行なう場合が多い。

変数の配置法としてはスタガード格子 (staggered grid) を用いる。スタガード格子とは変数を互い違いに配置する方法で、一般的にはスカラー変数を格子中央、ベクトル変数を格子境界上に設定する。すなわち、有限体積法 (finite volume method, FVM) を用いて離散化する。

volume method, FVM) の考え方方が導入されている。スタガード格子は MAC 法 [7] で最初に用いられたもので、レギュラー格子 (regular grid) に比べて、振動解を抑える効果を有し、境界条件の設定も容易にする。

図 2 に本稿における変数の配置を示す。図中、 $i$  および  $j$  は  $x$  方向および  $y$  方向の格子中央の位置である。水位および水深、全水深を格子中央、断面平均流速および流量フラックスを格子境界上にとる。ただし、断面平均流速または流量フラックスとの組で微分される水位および水深、全水深については、格子中央に配置されている水位または水深、全水深から格子境界上の値を線形補間して用いられる。

差分スキーム (difference scheme) としては、支配方程式が時間発展方程式 (time marching equation) であることから FTCS 法 (forward in time and central difference in space method) の適用が最初に考えられる。FTCS 法とは時間的にはオイラー陽解法 (explicit Euler method) すなわち前進差分、空間的には中心差分を用いる差分スキームであり、差分法において最も基本的なスキームである。しかし、線形化した移流方程式に対してノイマンの安定解析 (von Neumann stability analysis) を行なうと FTCS 法は無条件不安定となる。また、テイラー展開 (Taylor series) を用いて打ち切り誤差 (truncation error) を求めると負の拡散項が発生しており、物理的にも不安定であることが分かる。したがって、FTCS 法は長波理論には適用できない。

そこで、本稿では leap-frog 法 (蛙跳び法) を採用する。図 3 に、慣性項と圧力項の関係を例として leap-frog 法のスキームを示す。図中、 $n$  は離散化された時間軸である。時間方向にも中央差分が用いられており、時間的および空間的に 2 次精度の中心差分法であることが分かる。leap-frog 法は、ノイマンの安定解析では中立安定となるため散逸誤差 (dissipative error) が発生しない。

しかし、leap-frog 法の欠点として、分散誤差 (dispersive error) がよく指摘されている。これは、クーラン数 (Courant number) が小さくなると、カットオフ波数 (cutoff wavenumber) 付近で高周波成分に遅延が見られるようになり、遅延位相誤差 (lagging phase error) が発生するためである。

津波を対象とした場合はカットオフ波数付近でのエネルギースペクトルは比較的小さいと考えられるが、計算された波形に格子間隔に対応した高周波成分が発生していないかを確認する必要がある。

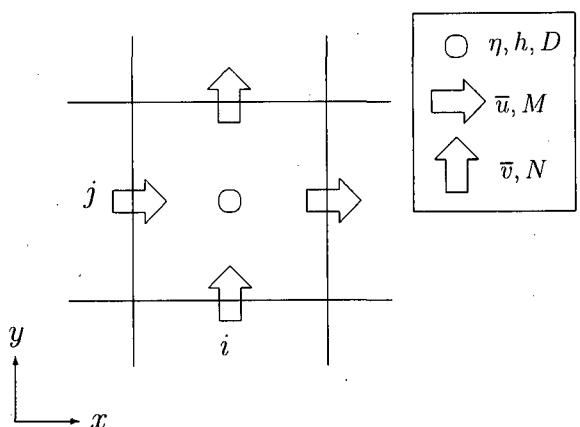


図 2: スタガード格子における変数の配置

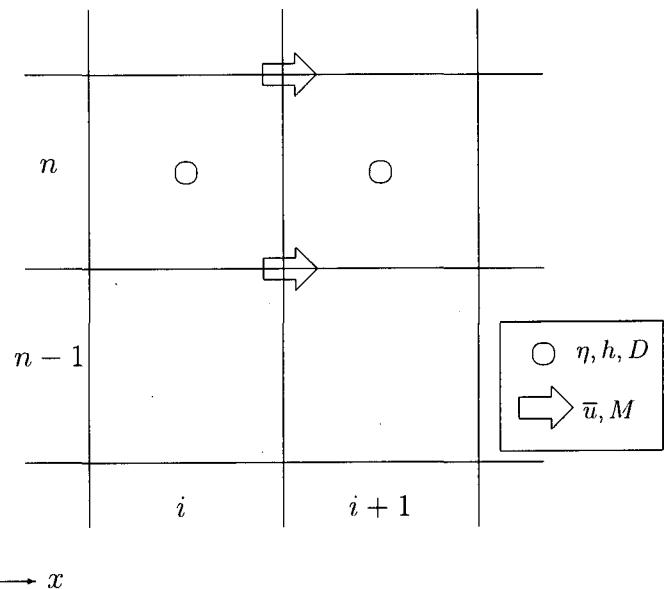
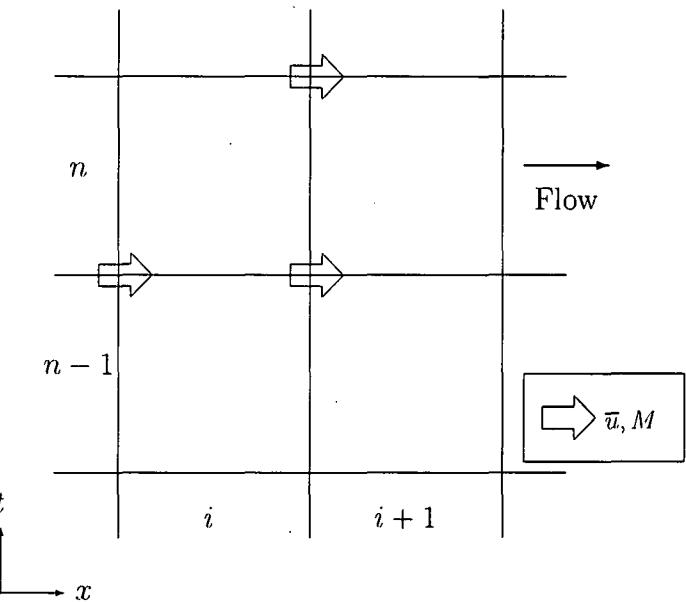


図 3: leap-frog 法の差分スキーム

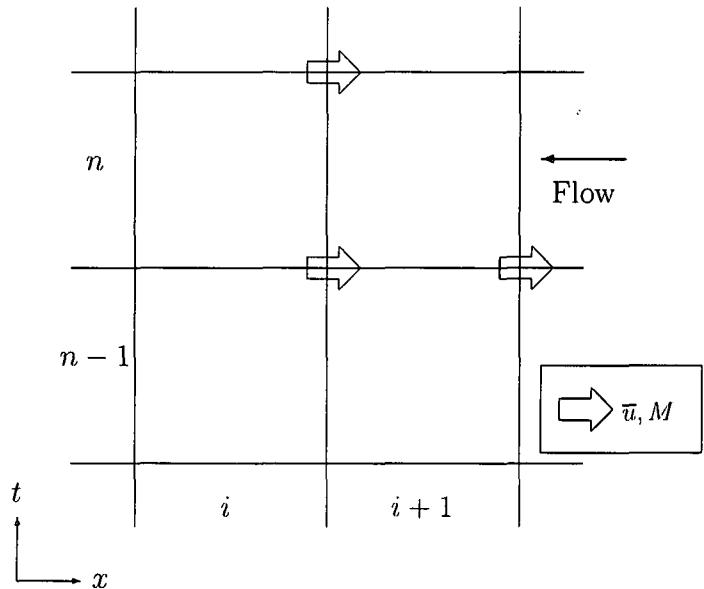
移流項についてはより安定化を図るために、一次精度の風上差分 (upwind difference) あるいは上流差分 (upstream difference) や Lax-Wendroff 法 [5] がよく用いられる。既往の津波解析においては前者が多く用いられているため、本稿でも一次精度の風上差分を採用する。図 4 に差分スキームを示すが、(a) は流れが  $x$  軸の正の方向を向いている場合、(b) は負の方向に向いている場合である。これらの図から分かる通り、風上差分では上流側の値を用いて片側差分を行なっている。これは上流側の状態により多くの影響を受けていると物理的に理解することできる。

テイラー展開を用いると、一次精度の風上差分からは格子間隔に対して一次の打ち切り誤差が求められる。これは格子間隔に比例して大きくなる数値粘性 (numerical viscosity) あるいは人工粘性 (artificial viscosity) を意味している。数値粘性は解を平滑化し、津波の波形をなまらせてしまう効果がある。そのため、数値粘性が比較的小さい高次精度の風上差分も提案されているが、高次の差分スキームほど数値振動が発生しやすく、不安定を招く危険性が高い。現在のところ、高次精度の風上差分を適用した津波の数値シミュレーションについては十分な検討が行なわれておらず、実用段階には至っていない。したがって、実用上は一次精度の風上差分の安定性を採用し、それに伴う数値粘性を最小限に抑えるため格子間隔を十分に小さくする努力を行なうべきである。これは前述のカットオフ波数を大きくする点においても有効である。

最後に風上差分を用いる際のプログラミング上の注意点を示しておく。スタガード格子を用いた場合、 $x$  方向と  $y$  方向の断面平均流速あるいは流量フラックスの計算位置は異なる。よって、式 (41) あるいは式 (44) の第 3 項と式 (42) あるいは式 (45) の第 2 項の計算には図 5 に示すような補間が必要となる。そのためステンシル (stencil) はレギュラー格子に比べて広くなるので、境界付近では線形化を行なう必要がある。コンパイラによってはエラー・メッ



(a) 流れが  $x$  軸の正の方向を向いている場合



(b) 流れが  $x$  軸の負の方向を向いている場合

図 4: 一次精度の風上差分のスキーム

セージを出さずに実行ファイルを作成してしまう場合があり、保証されていないメモリ空間へのアクセスが発生する危険性がある。よって、コーディングの際は境界付近でのアルゴリズムに注意を要する。

#### 4 地形条件

津波の数値シミュレーションを行う上で地形条件 (topography condition) は必須である。しかも、その精度は最終的な計算結果に大きな影響を与える。場合によっては、外力条件よりも重要となる。そして、数値シミュレーションにかかる労力の大部分がこの地形条件の作成に充てられることが多い。

しかし、既往の津波研究の報告では、地形条件の準備について詳細に述べたものは存在しない。各研究者が独自に、または個人的な研究協力関係から情報を得ている場合がほとんどである。これらは必ずしも悪い習慣ではないが、地形条件には高い再現性が要求されることを考慮すると、多くの利用者でそれらの手法を共有化し、多角的に精度を評価できる環境は必要と思われる。

このような背景を踏まえて、本稿では、従来の研究において一般的に用いられてきた地形条件の作成方法を紹介する。また、著者の web site[1] では、本稿で紹介している方法の詳細な説明に加えて、それ以外の方法について津波研究者や実務者の方々に募集を行なっている。津波研究の進展のためにご協力を願いたい。

数値計算用に加工された地形条件として、海域のものを水深データ (depth data) あるいは海底地形データ (bathymetry data, seafloor topography data)、陸域のものを地形データ (topography data) という場合がある。以下に平成 14 年 7 月現在で一般的に入手が可能な地形条件を紹介する。

水深データは外洋と沿岸部とで分けて考えることができる。外洋では津波の発生を計算するため、プレート境界 (plate boundary) などを含んでおり、かつ断層面 (fault plane) が余裕を持って設定できるように広域の地形条件が要求される。ただし、水深が大きいため津波の伝播速度も大きくなることから、比較的大きな格子間隔で十分となる。一方、沿岸部では津波の来襲を計算するため、局所的な地形も再現されていることが必要となる。さらに、伝播速度も小さくなることから、格子間隔も小さいものが要求される。

一般的に、外洋での水深データは、公的機関や研究者によって既に作成されているものを利用することが可能である。海外で作成されたデータとしては、米国地球物理学データセンター (National Geophysical Data Center, NGDC) [8] が販売しているETOPO2 やカリフォルニア大学サンディエゴ校の David T. Sandwell ら [9] が提供している海底地形データ [10] などがある。ただし、これらの二つのデータは重複しており、完全に独立なものではない。また、国内で作成されたデータとしては、日本海洋データセンター (JODC) [11] が提供している J-EGG500 (図 6) や国土交通省の国土数値情報 [12] などがある。なお、これらの中には、単独で津波の数値シミュレーションに用いるには

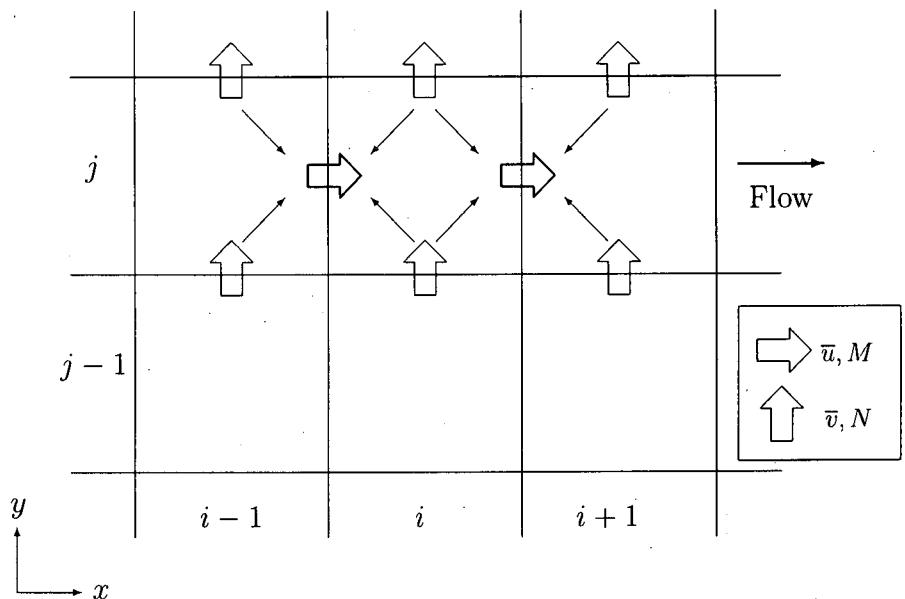


図 5: スタガード格子を用いた一次精度の風上差分のステンシル（流れが  $x$  軸の正方向の場合）

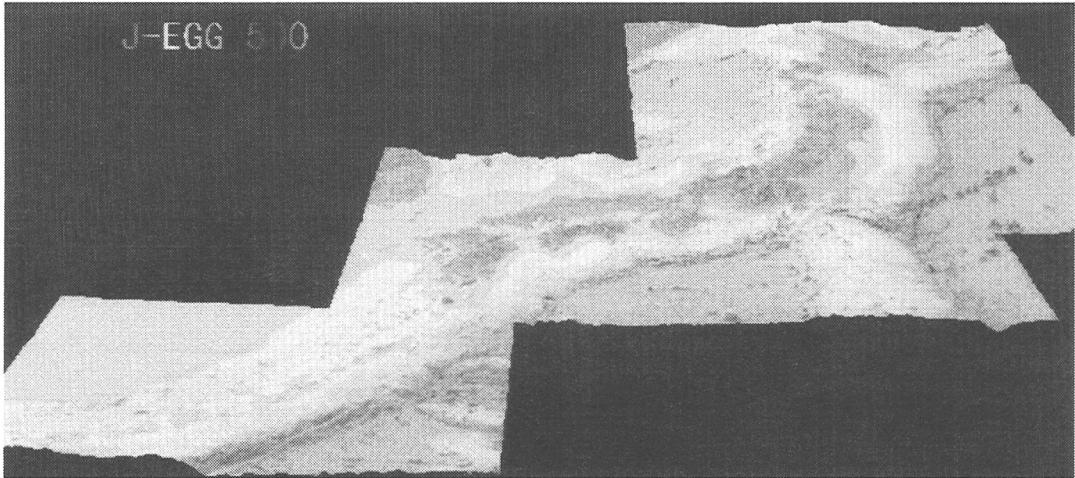


図 6: JODC が提供している J-EGG500 (JODC の web site[11] より引用)

不十分であり他のデータと併用する必要があるものも含まれているが、今後の拡充を期待して紹介している。

一方、沿岸部での水深データとしては、一般に提供されているものはほとんどない。したがって、海図などから手作業でデジタル化を行なう必要がある。市町村スケールでの数値シミュレーションを行なう場合には、海上保安庁海洋情報部 [13] が刊行している航海用海図や海の基本図がよく用いられている。なお、これらの海図が含む領域や縮尺などの詳細な情報は水路図誌目録に記載されているので、これを購入することを勧める。また、市町村スケールよりもさらに詳細に、例えば港湾スケールでの数値シミュレーションを行なおうとすると、一般に市販されている海図では対応できない場合が多く、各港湾の工事用図面などが必要となる。それらの多くは販売目的では作成されていないため、自治体などに直接問い合わせなくてはならない。

津波の被害想定では市街地での氾濫計算も行なうことが望ましいが、その場合は陸域の地形データも必要となる。地形データは、水深データに比べて利用目的が多いため、整備状況は進んでいる。しかし、津波の数値シミュレーションに用いることを考えた場合には、十分な情報を有しているものは少ない。例えば、国土地理院 [14] が数値地図を提供しているが、標高の単位が 1m で入力されているため、津波の数値シミュレーションにそのまま用いるには適していない。汀線データや水準点などを加えて補間する必要がある。

近年、GIS（地理情報システム）の普及が著しく、それに対応してデジタルデータの種類や量も格段に増えている。また、新たなデータの作成も容易になってきており、最近では幾つかの測量会社が、航空写真から地形データを作成するサービスを行なっている。都市などでは既に作成済みの地域もあり、安価に入手可能な場合もある。

予算的な制限がある場合は、手作業でデジタル化を行なう必要がある。地図としては、国土地理院刊行の地形図を用いることができるが、市街地などをデジタル化する場合は自治体が提供している各種の図面も参考にすることが望ましい。ここでは一例として、大阪市土木技術協会 [15] が提供している道路現況平面図を図 7 に示す。この図面からは 5m 程度の格子間隔が作成可能である。

デジタル化の手法として一般的に用いられているのは、デジタイザ上に地図を貼り付けて水深または標高が分かっている地点や等深線または等高線を読み取る方法である。他に、地図をスキャナーで読み込み、CAD ソフトで高度データのみを抽出する方法も技術的には可能である。しかし、地図記号や地名などの除去に手間がかかること、スキャンできる範囲が小さいこと、解像度を高くすると容量および計算負荷が膨大になることなどから一般的には普及していない。

デジタル化された水深あるいは標高は不規則な配置になっているため、これらを補間 (interpolation) して構造格子を作成しなくてはならない。しかし、地形条件の補間は二次元である上、海岸線などの複雑な形状を有するため、高度な補間技術が必要となる。また、機械的に補間を行なった後は、基になっている地図と比較し、不自然な地形が

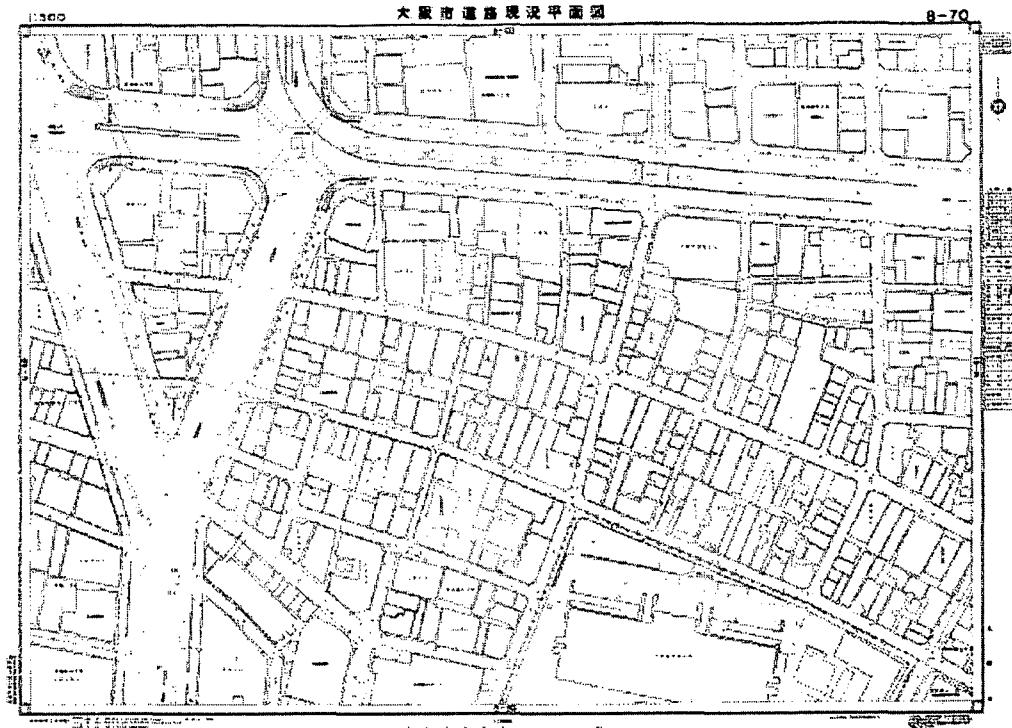


図 7: 大阪市土木技術協会 [15] 提供の道路現況平面図（同 web site[15] より引用）

再現されている場所がないかを確認すべきである。特に、海域と陸域の境界である汀線の形状は補間が難しいため注意を要する。

このように地形の補間は技術的に難しい上、多くの労力が必要とされる作業である。しかも、最終的な計算精度にも大きく影響を及ぼす。しかし、従来の津波の数値シミュレーションにおいては、一般的に入手可能なソフトウェアなどを用いて、各研究者がそれぞれ独自に経験的な補間を行なってきた。そのため、補間法に関する十分な検討は行なわれておらず、地形の再現性についての客観的な検証もほとんど行われていない。そこで、本稿では文献 [16], [17], [18], [19] を参考にして、地形条件に対する補間法の整理を行なう。さらに、仮想地形に対して各補間法を実際に適用し、地形条件の再現性についての比較を行なう。

地形条件に対する補間法には位置と高度が判明している入力点が用いられるが、津波の数値シミュレーションにおいては、この入力点の考慮範囲、精度、任意性から補間法を分類することができる。一般的に用いられている補間法をこれらの分類によって整理したものを表 1 に示す。なお、限られた紙面の都合上、それぞれの補間法のアルゴリズムは本稿では割愛し、著者の web site[1] で紹介する。

表 1: 補間法の分類

補間法	入力点の考慮範囲	入力点の精度	入力点の任意性	計算負荷
スプライン補間法	Local	Exact	Deterministic	中
クリギング法	Local	Exact	Stochastic	考慮範囲に依存
逆距離荷重法 (IDW)	Local	Exact	Deterministic	小
Natural Neighbors 補間法	Local	Exact	Deterministic	小
トレンド・サーフェース解析法	Global	Approximate	Stochastic	次数に依存
最近隣法	Local	Exact	Deterministic	小

まず、入力点の考慮範囲として、どの程度の範囲の入力点を用いて補間を行なうかによって、Global と Local に分類することができる。Global では、全域に渡る一つの関数を定義するため、ある入力点の変更が全域に影響する。この方法は、予期しないデータが補間によって生成されるのを抑え、滑らかな地形表面の作成を可能とする。一方、Local では、小さな領域を設定し、その領域に含まれている入力点にのみ補間のアルゴリズムを適用する。この場合、近隣の領域の影響を考慮できなくなるため、より大きな領域での表面形状を分析して、全域で整合性が取れるようになる方法もある。津波の数値シミュレーションで用いられる地形としては、陸域と海域または浅海部と深海部などのように地形形成のメカニズムが異なっている場合や河川から土砂供給などの自然外力および人的外力によって後天的に地形が変化している場合などが考えられる。そのため、Global を適用するとそれらの局所的な地形条件が取り除かれてしまう可能性があるので、Local の適用を推奨する。

次に、入力点の精度をどの程度信頼するかによって、Exact と Approximate に分類することができる。Exact では、入力点の精度が完全に保証されていると仮定し、補間後の地形表面が全ての入力点を通るようにするアルゴリズムである。一方、Approximate では、入力点にはある程度の不確定性があると仮定し、緩やかに変化する全般的な傾向（trend）からの入力点の誤差を計算する。この方法では、地形表面は入力点を通らなくてはならないという制限が無いため、補間後のエラーは少なくなる。津波の数値シミュレーションで用いられる入力点にも各作業段階での誤差が含まれる可能性があるため、Approximate の適用を推奨する。

最後に入力点の任意性から、Stochastic と Deterministic に分類することができる。Stochastic では、補間後のいずれの点も入力点になり得たという前提から、地形表面の統計的意味を考慮して、補間後の地形データの不確実性を計算する。一方、Deterministic は、Stochastic のような確率的な概念を用いない方法をさしている。

表 1 に示す各補間法の地形条件の再現性を調べるために、図 8 と図 9 の仮想地形を作成し、それぞれから 1% の点をランダムに抽出し、元の地形の再現を行なった。図 8 は大陸棚および陸を含み、一方向に緩やかに水深が変化する地形である。図中の右側が陸域である。海域における水深  $z$  は次式で表される。

$$z_{(x,y)} = -100 \arctan(x\pi/50\pi) + 140 \quad (53)$$

また、図 9 は島を多く含み、起伏に富んだ地形である。

各補間法から再現された地形を図 10 と図 11 に示す。大陸棚を含む地形の場合では、スプライン補間が最もよく元地形を再現しており、続いてクリギング法、Natural Neighbors 補間法が比較的良好な結果を示した。しかし、逆距離荷重法では局所的な凹凸が生じており、陸棚の連続性が再現されていない結果となった。島を含む地形の場合では、スプライン補間が最もよく元地形を再現しており、続いて逆距離荷重法、Natural Neighbors 補間法が比較的良好な結果を示した。しかし、クリギング法では島の情報が抜けて落ちており、ほとんどが海域になってしまっている。なお、Natural Neighbors 補間法はアルゴリズム上の原因から境界付近での補間が行なえないので、手作業で補充するか補間領域を対象領域より広く設定する必要がある。

以上の比較によると、スプライン補間法が地形条件を最もよく再現していた。この補間法のアルゴリズムの難易度は高くないため各自でプログラムすることは可能だが、ハワイ大学の Paul Wessel らが [20] 開発している GMT[21] や各種の GIS アプリケーションなどでは標準的な機能として用意されている。ただし、スプライン関数の張力（tension）あるいは重み（weight）の最適値は対象とする地形形状によって異なると考えられ、これまで経験的に設定されてきた。したがって、今後は地形の特徴と最適値の関係を明確にし、高精度の再現性を維持する手法を検討していく必要がある。

以上のように、地形条件の作成には、手作業による地形のデジタル化や補間作業などに多くの労力がかかっている。しかし、本来はシミュレーション結果の解析に多くの時間がかけられるべきであり、地形条件の作成段階の省力化が期待される。一方で、これまでに各研究者が独自に作成したデータや国および自治体などの被害想定業務で作成されたデータは多数に上るが、それぞれ分散しており、再利用はほとんど行われていないのが実情である。このような埋もれている地形条件を津波を含む海岸・海洋に関する研究に利用するため、地形条件のデータベース化が必要

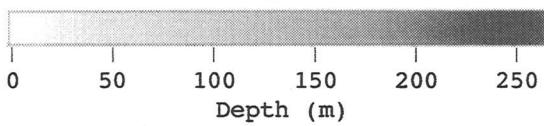
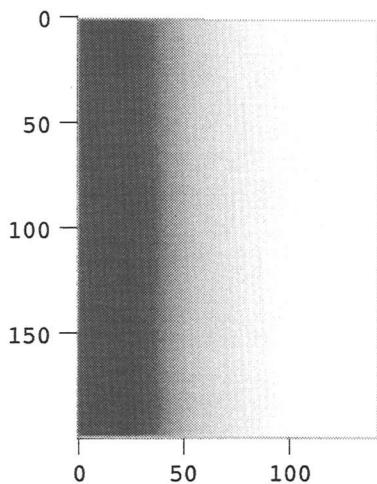


図 8: 陸を含む仮想地形

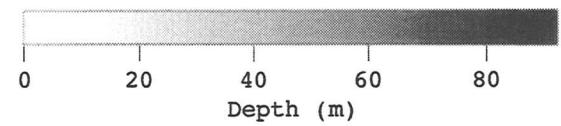
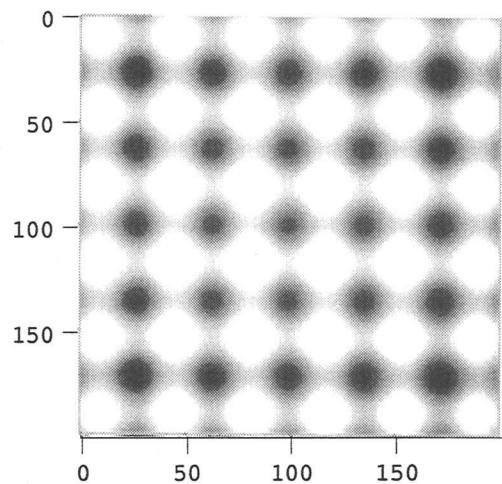
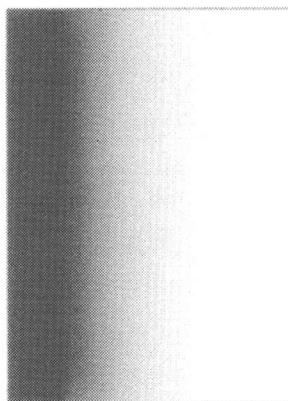
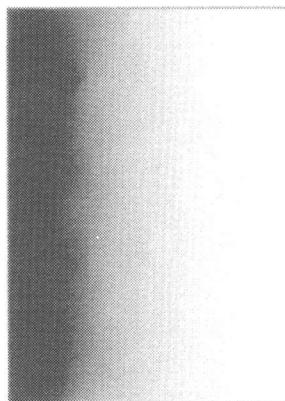


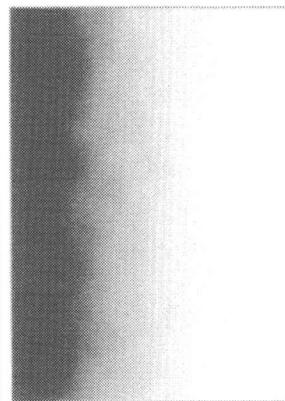
図 9: 島を含む仮想地形



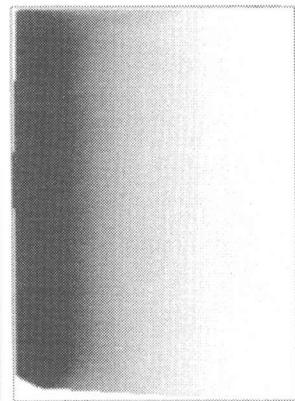
(a) スプライン補間



(b) クリギング法

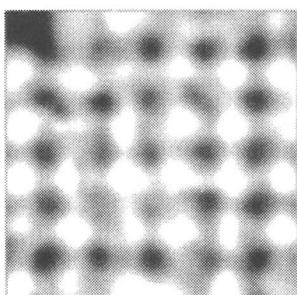


(c) 逆距離荷重法

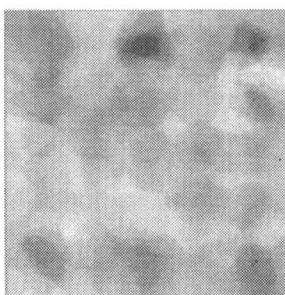


(d) Natural Neighbor 補間法

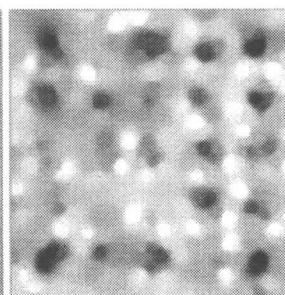
図 10: 陸を含む仮想地形の再現性



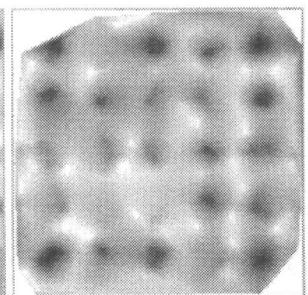
(a) スプライン補間



(b) クリギング法



(c) 逆距離荷重法



(d) Natural Neighbor 補間法

図 11: 島を含む仮想地形の再現性

表 2: 相田モデルによる安政南海地震の断層パラメータ

Fault	Length (km)	Width (km)	Depth (km)	Strike (deg)	Dip (deg)	Slip (deg)	Dislocation (m)
East	150	120	1	250	20	117	630
West	150	70	10	250	10	127	470

である。その準備段階として、著者の web site[1]において、提供していただける地形条件を募集しているのでご協力をお願いしたい。

## 5 外力条件

外力条件 (condition of exerting force) は初期条件 (initial condition) と境界条件 (boundary condition) で与える方法があるが、本稿では前者のみを紹介する。なお、境界条件で与える場合は、より広域での数値計算において対象領域の境界付近で出力された水位または断面平均流速、流量フラックスの時系列、湾口や外海で観測された津波波形を用いる。

津波の数値シミュレーションにおける外力条件としては、既往最大津波 (largest tsunami) と想定津波 (estimated tsunami)，そして現在被害が発生して調査研究の対象となっている津波が考えられる。津波の被害想定を行なう場合は、特に前二者を考えしなくてはならないので、本稿ではこれらについて説明する。

既往最大津波を設定するためには、まず対象とする地域にこれまで被害を与えた津波を調べる必要がある。多くの地震や津波をまとめたものとしては文献 [22], [23], [24], [25] などがある。これら以外にも多くの研究がなされているが、それらの研究結果はそれぞれ論文として発表されているため、各論文集を調べなくてはならない。例えば、南海地震に関する研究報告は文献 [26] にまとめられているが、これら以外にも多く存在する。文献の探索には各種のデータベースが有効であり、津波に関しては土木図書館 [27] や自然災害データベース「SAIGAI」[28]、地震学会ライブラリー [29] などのデータベースが利用できる。しかし、これらのデータベースに入力されていない文献も数多く存在するため、将来的には津波研究専用のデータベースの構築が期待される。

例として、大阪府における津波の被害想定を実施しようとした場合、既往の被害津波の調査より、南海トラフ上で発生する南海地震津波が最も危険度の高いことが分かる。また、南海地震は 100 年～150 年の再現期間 (return period, recurrence interval) で繰り返し発生しているが、前回の 1945 年に発生した昭和南海地震はマグニチュードが 8.0 とそれ以前の南海地震と比較して小規模であるため、既往最大としては採用できない。1707 年の宝永南海地震、1854 年の安政南海地震はマグニチュードが 8.4 であり地震の規模としては既往最大と考えることができるが、安政南海地震は被害についての資料がより多く残っているため対象外力としては最適である。ただし、南海地震単独の発生ではなく、東海地震や東南解地震との同時発生を対象とする場合は宝永南海地震も検討しなくてはならない。

安政南海地震の断層モデル (fault model) としては、東西の断層面から構成される相田の Model 20' [30] がよく用いられている。このモデルの断層パラメータを表 2 に、断層面の位置を図 12 に示す。また、断層モデルの各パラメータの定義を図 13 に示す。

このような断層モデルに対して Mansinha and Smylie の方法 [31] や Okada の方法 [32] を適用すると、海底の隆起や沈降の分布が求められる。そして、その上部に乗っている海水の流入出は地震による海底変動にくらべて十分に緩慢であり、海水の圧縮量も十分に小さいと仮定すると水面変動は海底変動に一致すると考えられる。これが津波の

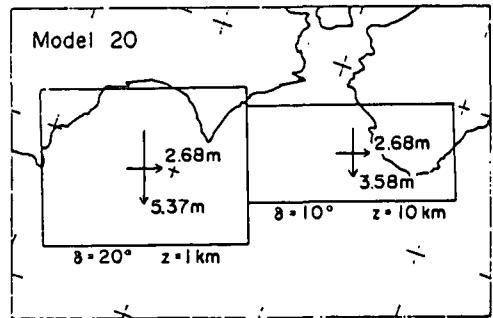


図 12: 相田モデルによる安政南海地震の断層位置

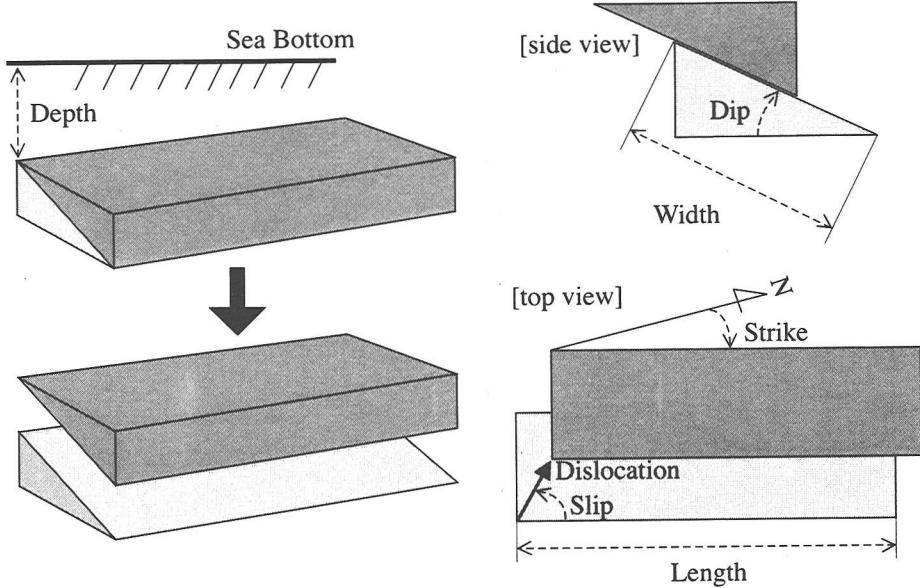


図 13: 断層パラメータの定義

初期波形 (initial tsunami profile, tsunami source) といわれるもので、津波の数値シミュレーションにおける外力条件となる。なお、Mansinha and Smylie の方法や Okada の方法は静的解析 (static analysis) であるため断層運動完了後の地盤変動すなわち永久変位 (permanent ground displacement) を求めているが、断層運動の発生中には永久変位を越える変動が生じると考えられる。このような変動を考慮するためには動的解析 (dynamic analysis) [33] [34] を行なわなければならないが、現在のところ津波の数値シミュレーションでは一般的に用いられるには至っていない。

次に想定津波の設定方法を紹介する。一般的には、対象地域に最も大きな津波被害を発生させるように既往津波を修正する場合が多い。大阪府の被害想定を行なう場合を例とすると、地震規模としては安政南海地震が既往最大と仮定しても、地震の発生位置としては同地震が大阪府に最も危険であるとは限らない。すなわち紀伊水道に最も津波のエネルギーが流入しやすい断層位置を調べる必要がある [35]。

また、南海地震の場合は、政府の地震調査研究推進本部 [36] が発表している想定地震も考慮しなくてはならない。図 14 にこのモデルを示すが、南海地震の震源域に三個のアスペリティ (asperity) を想定しているのが特徴である。アスペリティとは断層面上で強度の大きい部分を意味し、常時では断層面へ働いているずり応力に抵抗している部分である。しかし、一旦アスペリティが破壊されるとそこを中心すべりが進行するため、アスペリティの分布は断層運動の不均一性に関連している。

従来の研究では、アスペリティと津波発生の関係はほとんど検討されていない。また、アスペリティに起因する津波初期波形の不均一性が、沿岸部に来襲する津波の分布に対してどのように影響するかについても十分な検討は行なわれていない。しかし、南海トラフなどのように陸域が近く、波原域に沿岸部が含まれる条件では、三陸沖などと比較して、アスペリティの影響が大きく現れることは容易に想像ができる。したがって、津波の数値シミュレーションにおいて、アスペリティの分布がどの程度影響を与えるのか、またはどの程度考慮しなくてはならないのかについて定量的に評価していく必要がある。

このようにアスペリティに関連した津波研究は進んでいない。よって、現時点で津波の外力条件にアスペリティを考慮する方法としては、各アスペリティを中心としたセグメント (segment) あるいは副断層 (sub fault) で断層面を構成し、それぞれのセグメントのすべり量を地震モーメント (earthquake moment) に応じて設定することとなる。これは 1993 年北海道南西沖地震津波 [37] などでも行われた方法である。

しかし、アスペリティについては、地震学においても十分な知見が得られているとはいえないため、地震調査研究推進本部が発表したアスペリティの分布を決定論的に受け取ることは危険である。特に各アスペリティの位置とすべり量は津波の初期波形の計算に大きな影響を与えるが、防災上一つの解だけを採用できるほどの信頼性はない。したがって、アスペリティの分布については不確定性が多く含まれていると考え、様々な発生パターンを検討する必要がある。例えば、高知市に最大の津波被害を与えるアスペリティ分布、大阪湾に最も早く津波が来襲するアスペリティ分布、瀬戸内海で最大流速を発生させるアスペリティ分布といったように、各津波の発生シナリオとそれを生じさせるアスペリティ分布が考えられる。

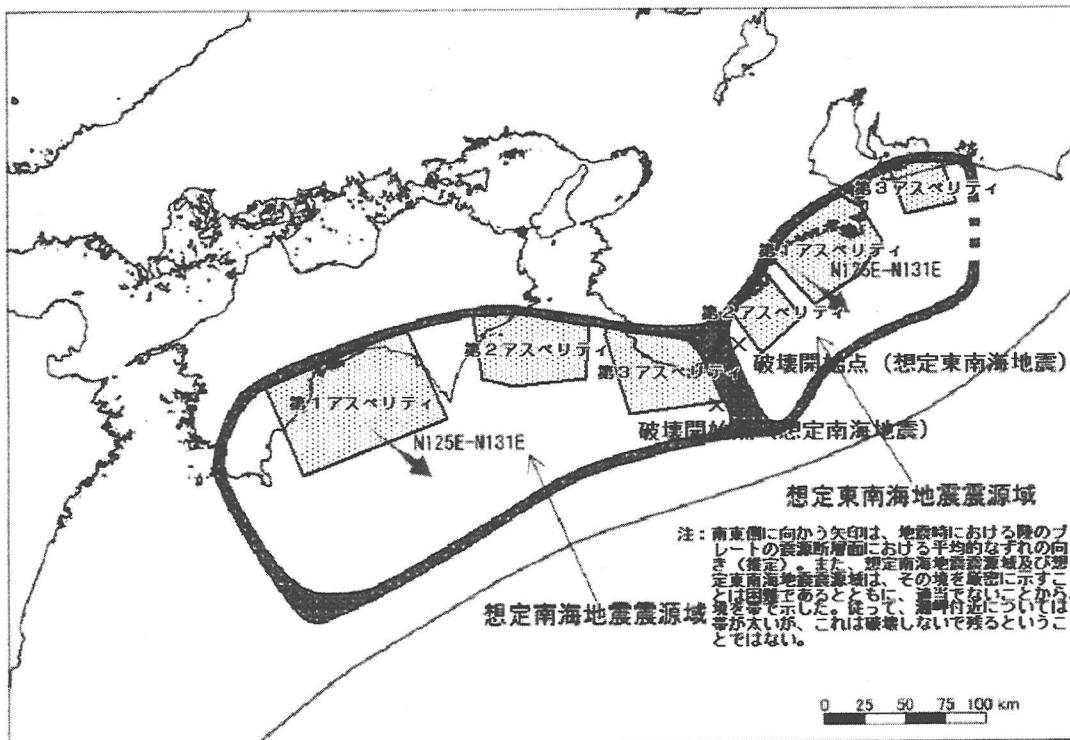


図 14: 地震調査研究推進本部による想定南海地震および想定東南海地震 ([36] より引用)

## 6 おわりに

本稿では、主に津波防災の実務者を対象として、数値シミュレーションを中心とした津波の解析技術を紹介した。したがって、既に多くの津波の被害想定に用いられ、実績のある手法が中心になっている。しかし、本稿の中でも述べた通り、精度的にまた技術的に問題が残っている項目も多い。津波研究、特に数値解析手法は日々進んでいるため、これらの問題も将来的には解決されると期待している。このような新たな知見に基づく津波解析技術は著者のweb site[1]で逐次紹介していく予定である。

また、地形条件や外力条件などに関する貴重なデータおよび資料は散々しているのが現状であり、それらをデータベース化して、今後の津波研究に役立てることが重要であるとも述べた。そのためには多くの研究者や実務者の協力が不可欠である。皆様の協力をお願いして、本稿のまとめとする。

## 7 謝辞

補間法の説明および図面の作成に関して、京都大学大学院生の鈴木進吾君にご協力いただいた。ここに記して謝意を表す。

## 参考文献

- [1] 著者の web site (<http://www.drs.dpri.kyoto-u.ac.jp/~tomo/>)
- [2] 首藤伸夫：津波の計算における非線形項と分散項の重要性，第 23 回海岸工学講演会論文集，pp.432-436，1976.
- [3] Murray R. Spiegel (氏家勝巳訳)：マグロウヒル 数学公式・数表ハンドブック，第 1 版，オーム社，p.276，1985.
- [4] 梶島岳夫：乱流の数値シミュレーション，第 1 版，養賢堂，p.255，1999.
- [5] 田中寛好：沿岸部における津波予測モデルの開発，電力中央研究所報告，U385017，p.46，1985.
- [6] 生井武文・井上雅弘：機械工学基礎講座 粘性流体の力学，第 1 版，理工学社，p.245，1978.
- [7] Harlow, F. H. and Lockwood, F. C.: Numerical Calculation of Time-Dimensional Supersonic Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, *Phys. Fluids*, Vol.8, No.12, pp.2182-2189, 1965.
- [8] National Geophysical Data Center の web site (<http://www.ngdc.noaa.gov/>)
- [9] カリフォルニア大学サンディエゴ校が提供している海底地形データの web site ([http://topex.ucsd.edu/marine\\_topo/](http://topex.ucsd.edu/marine_topo/))
- [10] Smith, W. H. F. and Sandwell, D. T.: Global seafloor topography from satellite altimetry and ship depth soundings, *Science*, Vol.277, pp.1957-1962, 1997.
- [11] 日本海洋データセンターの web site (<http://www.jodc.go.jp/>)
- [12] 国土数値情報の web site (<http://nlftp.mlit.go.jp/ksj/>)
- [13] 海上保安庁海洋情報部の web site (<http://www1.kaiho.mlit.go.jp/>)
- [14] 国土地理院の web site (<http://www.gsi.go.jp/>)
- [15] 財団法人 大阪市土木技術協会の web site (<http://www.osakapubliceng.or.jp/>)
- [16] 大西行雄：スプライン法を用いた 2 次元補間にについて，*Jounal of the Oceanographical Society of Japan*, Vol. 31, pp.259-264, 1975.
- [17] NCGIA CORE CURRICULUM 1990 Version の web site (<http://www.geog.ubc.ca/courses/klink/gis.notes/ncgia/toc.html>)
- [18] Booth, Bob : ArcGIS 3D Analyst ユーザーズ・ガイド，バスコ ESRI 本部，第 1 版，p.215，2001.
- [19] McCoy, Jill and Johnston, Kevin : ArcGIS Spatial Analyst ユーザーズ・ガイド，バスコ ESRI 本部，第 1 版，p.232，2001.
- [20] Wessel, P. and W. H. F. Smith: Free software helps map and display data, *EOS Trans. AGU*, 72, 441, 1991.

- [21] ハワイ大学の GMT の web site (<http://gmt.soest.hawaii.edu/>)
- [22] 宇佐美龍夫：日本被害地震総覧，東京大学出版会，第?版，p.352，1987.
- [23] 渡辺偉夫：日本被害津波総覧，東京大学出版会，初版，p.206，1985.
- [24] 佐藤良輔：日本の地震断層パラメター・ハンドブック，鹿島出版会，初版，p.390，1989.
- [25] 国立天文台：理科年表 平成 14 年，丸善，p.984，2001.
- [26] 窪田将：南海地震に関する文献，月刊地球，号外 No.24，pp.219-231，1999.
- [27] 土木図書館の web site (<http://www.jsce.or.jp/library/>)
- [28] 自然災害データベース「SAIGAI」の web site (<http://maple.dpri.kyoto-u.ac.jp/saigai/info.html>)
- [29] 地震学会ライブラリーの web site (<http://wwwsoc.nii.ac.jp/ssj/lib/lib.html>)
- [30] 相田勇：南海道沖の津波の数値実験，地震研究所彙報，Vol.56，pp.713-730，1981.
- [31] Mansinha, L. and Smylie, D. E.: The displacement fields of inclined faults, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.61, No.5, pp.1433-1440, 1971.
- [32] Okada, Y.: Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.75, No.4, pp.1135-1154, 1985.
- [33] 大町達夫・仲摩貴史：断層運動に伴う動的地盤変位を考慮した津波解析の評価，海岸工学論文集，第 44 卷，pp.311-314，1997.
- [34] 大町達夫・築山洋・松本浩幸：断層運動に伴う動的地盤変位を考慮した津波シミュレーションの評価，海岸工学論文集，第 46 卷，pp.321-325，1999.
- [35] 河田恵昭・小池信昭：危機管理と津波避難マニュアル，京都大学防災研究所年報，第 38 号，B-2，pp.157-211，1995.
- [36] 地震調査研究推進本部地震調査委員会強震動評価部会：南海トラフの地震を想定した強振動評価手法について（中間報告），平成 13 年 12 月 7 日。
- [37] 高橋智幸・首藤伸夫・今村文彦・Modesto Ortiz：津波を説明するための北海道南西沖地震断層モデル，海岸工学論文集，第 41 卷，pp.251-255，1994.