

地盤条件の差異による任意断面海洋構造物まわりの地震時動水圧の特性について

Hydrodynamic Pressure on Two dimensional Body
with Reflective Condition at Sea Bottom during Earthquakes

森田知志*・中村孝幸**

Satoshi MORITA, Takayuki NAKAMURA

A numerical model for the hydrodynamic pressure on submerged structure during earthquakes is developed by use of two dimensional source distribution method. A green's function satisfying boundary value problem consists of acoustic wave equation in water, water surface condition and partial reflective bottom condition is newly derived. Property of wave reflection on bottom is estimated from sound speeds and densities of water and bottom material.

Comparison with analytical result for vertical wall shows good agreement. Difference of reflection ratio according to bottom materials have much influence on characteristics of hydrodynamic pressure is shown.

Keywords: hydrodynamic pressure, seismic analysis, green's function

1. はじめに

本四連絡橋・東京湾横断道路につづく次世代のビッグプロジェクトとして全国各地に長大橋構想が提案され具体的な調査・計画業務が始動しつつあるが、その実現化のためには既存技術の見直しを含む多くの技術開発が不可欠である。これらの構想によると渡海距離が既存橋梁に比してはるかに長延長であることのみならず、100mに達する水深条件となるなど、大水深下における大規模橋梁基礎構造物の設計・施工技術の再確立が重要課題の一つに挙げられている。

本研究は、海洋構造物を設計する際に主要外力として扱われる地震動による動水圧について、特に大水深下でその影響が顕著となる海水の圧縮性を導入した上で海底地盤の差異による水中疎密波の反射特性が考慮できる解析法について示すものである。動水圧に関する研究は鉛直壁を対象に理論解を示したWestergaard(1933)の研究以来、主にダム工学の分野で多く行われてきており、水の圧縮性や水底材料の疎密波反射特性は水深が大きくなるにつれて重要な影響を及ぼすことなどが畑野(1966)やNakagawaら(1974)によって指摘されている。一方、形状が比較的複雑となる海洋構造物に関しては円柱橋脚を対象とした後藤ら(1963)の研究が著名であり、その後角柱や軸対称型など円柱以外の構造物を対象とした研究がおこなわれてきた。そして近年では海水の圧縮性を考慮した3次元任意形状構造物が扱える解析法が中村ら(1992)により、断面2次元構造物を対象とした解析法が森田(1994)により各々開発されている。森田(1994)による解析法は海水の圧縮性に加え畑野(1966)やNakagawaら(1974)によって指摘された海底地盤の反射特性を考慮できるものであるが、具体的な計算手順の説明が充分になされていない。本論文ではわきだし分布法に基づく森田(1994)による解析法について、説明が不十分であったGreen関数の計算手法について説明を加える。そして鉛直壁や没水型の構造物に作用する動水圧の試算を行い、海底地盤の反射特性の地震時動水圧に及ぼす特性について明らかにするものである。

2. 解析方法

2.1 水中疎密波に関する境界値問題の設定

一様水深 h の海域に設置された任意断面形状の剛な海洋構造物が水平方向に調和振動している場合を考える(図-1)。周囲の海水は非粘性・圧縮性流体で粒子の運動は非回転であるものとして海水中を伝播する疎密波による運動をあらわす速度ポテンシャル Φ を、角振動数 $\omega=2\pi f$ (f : 周波数) の振動を定義して式(1)のようにあらわしておく。

$$\Phi(x, z; t) = \phi_R(x, z) \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

* 正会員 (株)熊谷組技術研究所 (〒300-22 茨城県つくば市鬼ヶ窪下山1043)

** 正会員 愛媛大学工学部

ここに、 ϕ_R ：速度ポテンシャルの空間変動項、 i ：虚数単位、である。 ϕ_R の基礎方程式と境界条件は式(2)～(5)のようにあらわされる。

$$\frac{\partial^2 \phi_R}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_R}{\partial z^2} + k_0^2 \phi_R = 0 \quad (2)$$

$$\phi_R = 0 \quad (\text{on water surface}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi_R}{\partial z} + \frac{i\omega}{\beta C_0} \phi_R = 0 \quad (\text{on bottom}) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi_R}{\partial n} = \frac{\partial X}{\partial t} n_x \quad (\text{on body}) \quad (5)$$

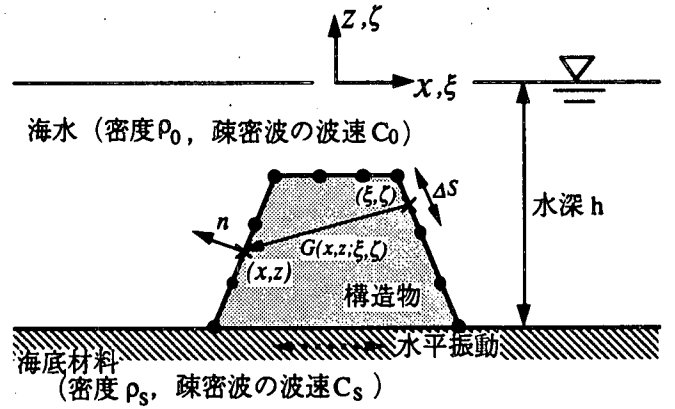


図-1 解析モデルおよび座標系

ここに、 $k_0 = \omega C_0$, $\beta = \rho_s C_s / \rho_0 C_0$, ρ_s, C_s ：海底材

料の密度および疎密波の波速、 ρ_0, C_0 ：海水の密度および疎密波の波速、 $n = (n_x, n_z)$ ：構造物表面 (x_s, z_s) に立てた外向き単位法線ベクトル、 X ：水平振動の運動変位、である。式(2)は質量の保存則に海水の体積弾性率の定義を適用し、さらに海水粒子の運動振幅は微小であるものと仮定して誘導される。式(3)は動水圧が海面において大気圧に接続する条件、式(5)は構造物表面において海水粒子の運動速度が構造物のそれに等しいという境界条件である。そして式(4)は畑野(1966)やNakagawaら(1974)により採用された境界条件で、海水中和海底材料中に現れる疎密波の海底面における接続条件を考慮して誘導される。式中の β は海水と海底材料の音響インピーダンスの比率を表し、これにより海底地盤の種類による水中疎密波の海底面における反射・透過の程度を考慮することが可能となる。

2.2 Green関数による速度ポテンシャルの表示式

式(2)～(5)を満足する速度ポテンシャル ϕ_R はわきだし分布法により、次式により求められる。

$$\phi_R(x, z) = \sum_{j=1}^N f_R(\xi_j, \zeta_j) P_j(x, z) \quad (6)$$

ここに f_R は式(5)の条件を満足させるために構造物の表面 (ξ, ζ) に配置したわきだしの強さである。式中において構造物の断面は N 個の微小線素分 ΔS で折れ線状に表されているものとしており、和記号 Σ は構造物断面にわたる線積分を意味する。各々の ΔS 上に配置した N 個の f_R は式(7)に示す $N \times N$ の連立方程式を解いて求められる。

$$\sum_{j=1}^N f_R(\xi_j, \zeta_j) Q_{ij} = \frac{\partial X}{\partial t} (n_x)_i \quad (i = 1 \dots N) \quad (7)$$

なお、式(6)、(7)中の P_j, Q_{ij} は後述するGreen関数 G による以下のような積分関数を表す。

$$P_j(x, z) = \int_{\Delta S_j} G(x, z; \xi, \zeta) dS(\xi, \zeta) \quad (8)$$

$$Q_{ij} = \int_{\Delta S_j} \frac{\partial G(x_i, z_i; \xi, \zeta)}{\partial n} dS(\xi, \zeta) \quad (9)$$

以下に式(8),(9)の具体的な算定方法について述べる。

2.3 Green関数の積分計算

式(2)～(4)で表される境界値問題に対応したGreen関数は森田(1994)により式(10)のように求められている。

$$G(x, z; \xi, \zeta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{i}{u_m} \frac{k_m^2 + q^2}{(k_m^2 + q^2)h + iq} \sinh k_m z \sinh k_m \zeta \exp(iu_m |x - \xi|) = \sum_{m=1}^{\infty} G_m(x, z; \xi, \zeta) \quad (10)$$

ここに, $u_m^2 = k_m^2 + k_0^2$, $q = \omega/\beta C_0$, である. また複素数 k_m ($m=1,2,3,\dots$) は固有値で式(11)を解いて得られる.

$$k_m \cosh k_m h - i q \sinh k_m h = 0 \quad (m=1 \dots \infty) \quad (11)$$

式(10)に示したGには $(x,z)=(\xi,\zeta)$ の条件下で発散する対数型の特異関数が含まれており, 式(8)の積分を精度よく処理するには工夫が必要である. 本解析法では樫木(1991)に示されている手法を参考にして以下のように計算処理を行っている. すなわち,

$$P_f(x,z) = \left[\sum_{m=1}^M G_m(x,z;\xi_j,\zeta_j) - \sum_{m=1}^M G_m^\infty(x,z;\xi_j,\zeta_j) \right] \Delta S_j + \int_{\Delta S_j} \sum_{m=1}^{\infty} G_m^\infty(x,z;\xi,\zeta) dS \quad (12)$$

$$G_m^\infty(x,z;\xi,\zeta) = -\frac{E^{(2m-1)}}{(2m-1)\pi} [\cos(2m-1)\Lambda - \cos(2m-1)\Pi] \quad (13)$$

ここに, $\Lambda = \pi(z-\zeta)/2h$, $\Pi = \pi(z+\zeta)/2h$, $E = \exp(-\pi/x-\xi/2h)$ である. 式(13)は m が充分大きくなると固有値が $k_m = i(2m-1)\pi/2h$ と近似表示できることを利用して式(10)中の一般項を漸近表示したものである. なお, 式(12)中の M は固有値の近似が精度よく成立する m の最小値をとる.

式(13)の無限級数和は一般的な級数公式により次式のように解析的に求めることができる.

$$\sum_{m=1}^{\infty} G_m^\infty(x,z;\xi,\zeta) = \frac{1}{4\pi} \ln \left(\frac{1-2E \cos \Lambda + E^2}{1+2E \cos \Lambda + E^2} \right) + \frac{1}{4\pi} \ln \left(\frac{1+2E \cos \Pi + E^2}{1-2E \cos \Pi + E^2} \right) = S_1 + S_2 \quad (14)$$

さらに, 式(14)の S_1 および S_2 は各々の特異点近傍で式(15)のように漸近展開表示できるので, 式(12)右辺第三項の積分は線素分の状況に応じて式(16)に従って計算すればよい.

$$S_L = S_L^* = \frac{1}{2\pi} \ln(\pi/4h) + \frac{1}{2\pi} \ln(r_L) \quad (r_L \rightarrow 0; L=1,2) \quad (15)$$

ここに, $r_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}$, $r_2 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z+\zeta+2h)^2}$

$$\int_{\Delta S_j} \sum_{m=1}^{\infty} G_m^\infty(x,z;\xi_j,\zeta_j) dS = \sum_{L=1}^2 \begin{cases} S_L \Delta S_j & (r_L > 3\Delta S_j) \\ (S_L - S_L^*) \Delta S_j + \int_{\Delta S_j} S_L^* dS & (0 < r_L \leq 3\Delta S_j) \\ \int_{\Delta S_j} S_L^* dS & (r_L = 0) \end{cases} \quad (16)$$

式(16)右辺の算定式の区分分けは中村ら(1982)の研究に従って設定した. また, 右辺に現れる S_L^* の線素分上にわたる積分計算は一般的な積分公式を用いて算定可能である.

以上の計算フローにより, 式(8)に示したGreen関数の積分は特異点やその近傍を含めて精度よく計算することができる.

2.4 Green関数の法線微分値の積分計算

Green関数の法線微分値は式(10)より次のように求められる.

$$\frac{\partial G(x,z;\xi,\zeta)}{\partial n_{on}(x,z)} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_m^2 + q^2}{u_m} \frac{-(\pm)u_m n_x \sinh k_m z + i k_m n_z \cosh k_m z}{(k_m^2 + q^2)h + i q} \sinh k_m \xi \exp(iu_m |x-\xi|) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial G_m}{\partial n} \quad (17)$$

式(17)中の一般項は充分大きな m に対して式(18)のように表示できるから, その積分計算は式(12)の場合と同様に考えて式(19)に従って行うことができる.

$$\frac{\partial G_m^\infty}{\partial n} = \frac{E^{(2m-1)}}{2h} [(\pm)n_x \cos(2m-1)\Lambda + n_z \sin(2m-1)\Lambda] - \frac{E^{(2m-1)}}{2h} [(\pm)n_x \cos(2m-1)\Pi + n_z \sin(2m-1)\Pi] \quad (18)$$

$$Q_{ij} = \left[\sum_{m=1}^M \frac{\partial G_m(x_i, z_i; \xi_j, \zeta_j)}{\partial n_{on}(x_i, z_i)} - \sum_{m=1}^M \frac{\partial G_m^\infty(x_i, z_i; \xi_j, \zeta_j)}{\partial n_{on}(x_i, z_i)} \right] \Delta S_j + \int_{\Delta S_j} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial G_m^\infty(x_i, z_i; \xi, \zeta)}{\partial n_{on}(x_i, z_i)} dS \quad (19)$$

ここに、式(17),(18)中の複号(±)は(x-ξ)の符号に一致させる。

式(18)の無限級数和は解析的に式(20)のように求めることができ、さらに式(21),(22)のように特異点まわりに漸近展開表示できる。

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial G_m^\infty}{\partial n} = \frac{E}{2h} \frac{(\pm)n_x(1-E^2) \cos \Lambda + n_z(1+E^2) \sin \Lambda}{1-2E^2 \cos 2\Lambda + E^4} - \frac{E}{2h} \frac{(\pm)n_x(1-E^2) \cos \Pi + n_z(1+E^2) \sin \Pi}{1-2E^2 \cos 2\Pi + E^4} = D_1 + D_2 \quad (20)$$

$$D_1 = D_1^* = \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-\xi) + n_z(z-\zeta)}{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2} \quad (r_1 \rightarrow 0) \quad (21)$$

$$D_2 = D_2^* = \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-\xi) + n_z(z+\zeta+2h)}{(x-\xi)^2 + (z+\zeta+2h)^2} \quad (r_2 \rightarrow 0) \quad (22)$$

以上の結果を用いて、式(19)右辺第三項の積分計算は式(23)に従って計算すればよい。

$$\int_{\Delta S_j} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial G_m^\infty}{\partial n} dS = \sum_{L=1}^2 \begin{cases} D_L \Delta S_j & (r_L > 3\Delta S_j) \\ (D_L - D_L^*) \Delta S_j + \int_{\Delta S_j} D_L^* dS & (0 < r_L \leq 3\Delta S_j) \\ \int_{\Delta S_j} D_L^* dS & (r_L = 0) \end{cases} \quad (23)$$

2.5 動水圧の計算

式(6)により求められた速度ポテンシャルを用いて、海中に現れる圧力の複素振幅Pは線型化された圧力方程式を介して式(24)のように算定できる。

$$P(x, z) = i\rho_0 \omega \phi_R(x, z) \quad (24)$$

さらに構造物全体に作用する水平合力の複素振幅Fは式(25)により算定できる。

$$F = \sum_{n=1}^N [-P(x_n, z_n) (n_x)_n \Delta S_n] = -i\rho_0 \omega \sum_{n=1}^N [\phi_R(x_n, z_n) (n_x)_n \Delta S_n] \quad (25)$$

3. 地盤条件の変化による動水圧の特性

3.1 鉛直壁に作用する動水圧

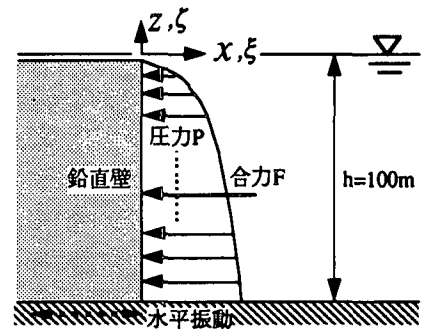
図-2に示すように水深100mの海域にある鉛直壁が式(26)で表される変位で水平方向に振動しているものとする。

$$X(t) = -\frac{\alpha g}{\omega^2} \exp(-i\omega t) \quad (26)$$

ここに、 αg (g : 重力加速度) は振動の加速度振幅を表す。

壁面に作用する動水圧やその合力はNakagawaら(1974)の方法により、

海底の地盤の状態を考慮して求めることができる。合力Fとその位相 図-2 鉛直壁に作用する動水圧の振動周波数fによる変動特性を図-3に示す。図中にはWestergaard(1933)の研究に基づいた本四公団の設計基準類(1985)による算定結果、および海水の圧縮性を考慮した上で海底地盤による疎密波の反射特性を変化させた場合の結果を併記してある。海底表面の反射特性は β 値で表され、 $\beta=\infty$ は全反射、 $\beta=5$ は岩盤が露出した地盤、 $\beta=1$ は砂が堆積した状態を表すものとされている。合力Fの絶対値を示した図-3(a)をみると、本四基準では振動周波数に拘わらず一定値であるのに対し、海水の圧縮性を考慮することにより周波数に大きく依存する変



動特性を示すようになることがわかる。特に $\beta=\infty$ の場合には、水中疎密波の水深方向への共振点である $f=3.6\text{Hz}$ 付近で F が無限大へと発散している。そして $\beta=5$ の場合には共振の程度が緩和されて、共振点では F が極大値をとるような変動特性となり、さらに、 $\beta=1$ になるとはっきりとした極大値がなくなり周波数の増加と共に漸減するような特性となるなど、海底材料の状況に応じて F の周波数による変動特性は大きく変化することがわかる。このような傾向は図-3(b)に示した位相特性にも現れており、 β 値を考慮することにより共振点付近にみられた位相差の不連続性が解消されることなどがわかる。図-4、5は、各々 $\beta=5,1$ の条件下において、壁面上に瞬間的に現れる動水圧の鉛直分布を示したもので、(a)図は $\alpha=0$ 、(b)図は $\alpha=\pi/2$ での状況である。海水の圧縮性と海底地盤の反射率を考慮した場合の動水圧は振動周波数が高くなるにつれて本四基準による算定値と特性が大きく異なる傾向にあり、この傾向は共振点を上回る周波数で特に著しいことなどがわかる。海中疎密波の水深方向への共振点は水深が大きくなるほど小さい周波数で発生することから、本四基準による算定値は水深条件の小さい場合には良好な分布特性を示すが、共振周波数が低くなる大水深の条件下では高めの周波数条件下において現象を説明できなくなることが判明した。なお、各図中に示した本解析法による算定結果はNakagawaら(1974)による計算結果と良好に一致しており、本解析法の妥当性を確認することができる。

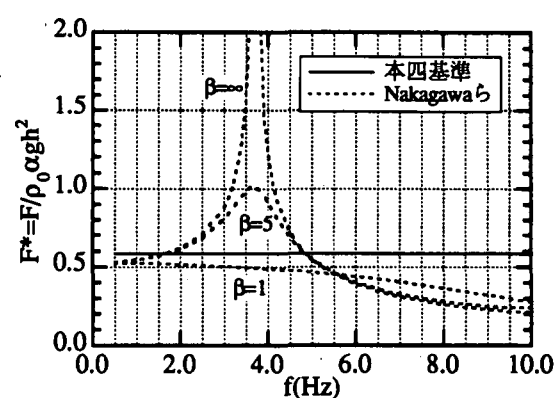


図-3(a) 鉛直壁に作用する動水圧合力の振幅

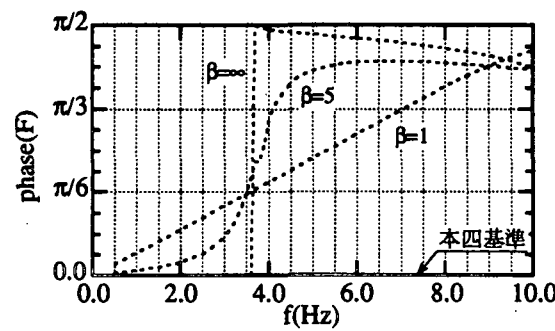


図-3(b) 鉛直壁に作用する動水圧合力の位相

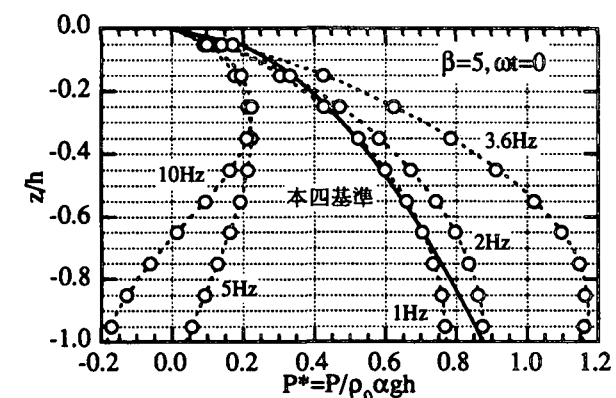


図-4(a) $\beta=5, \alpha=0$ における鉛直壁上の動水圧分布

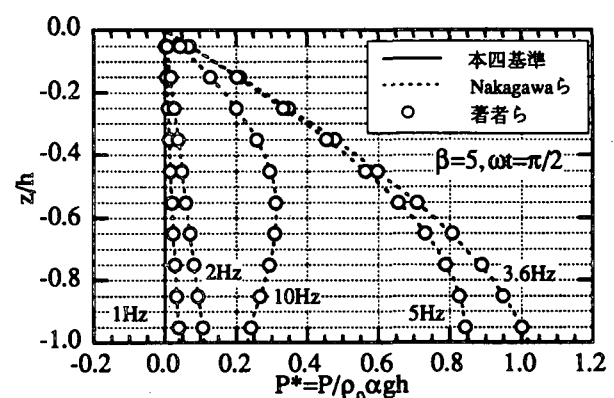


図-4(b) $\beta=5, \alpha=\pi/2$ における鉛直壁上の動水圧分布

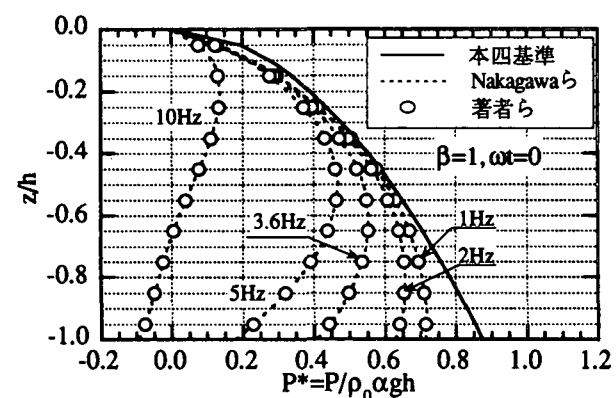


図-5(a) $\beta=1, \alpha=0$ における鉛直壁上の動水圧分布

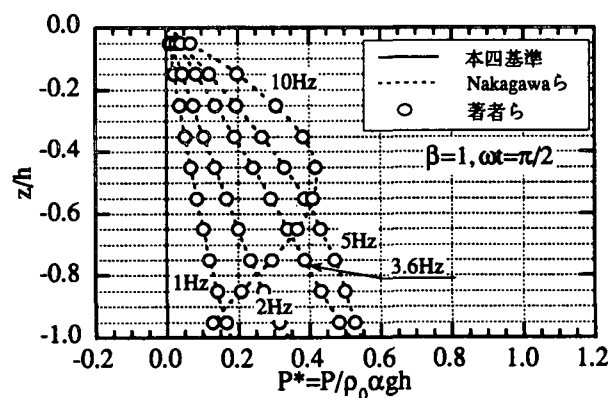


図-5(b) $\beta=1, \alpha=\pi/2$ における鉛直壁上の動水圧分布

3.2 矩形断面構造物に作用する流体力

水平振動する没水型の矩形断面構造物に作用する動水圧の合力に関する計算結果を図-6, 7に示す。これらの図は各々 $\beta=5$ および 1 の条件下における水平合力 F を振動周波数との関係で示したもので、各図中には構造物の高さごとに4種類の結果が併記してある。まず周辺の海底が岩盤の場合に相当する($\beta=5$)図-6に着目すると、鉛直壁の場合と同様、 F は周波数によって大きく変動しており疎密波の水深方向への共振点付近で極大となることや、このような周波数による変動の増減は構造物の高さが高いほど著しいことなどがわかる。一方、海底に砂が堆積した状態($\beta=1$)では、図-7にみられるように、 F の周波数による変動傾向は穏やかなものとなっている。このように、水平振動をする海洋構造物に作用する動水圧やその合力の推定を行う際には、水深が大きくなると海水の圧縮性に伴う水中疎密波の共振現象の影響が無視できなくなり、さらに共振の程度に影響を及ぼす周辺地盤の状態にも留意する必要があることが判明した。特に海底地盤の状態は、動水圧の振幅のみならず位相特性にも複雑に影響することから、不規則地震動を用いた計算や構造物の変形を扱う動力学的な解析を行う際にはぜひとも考慮すべきものと言えよう。

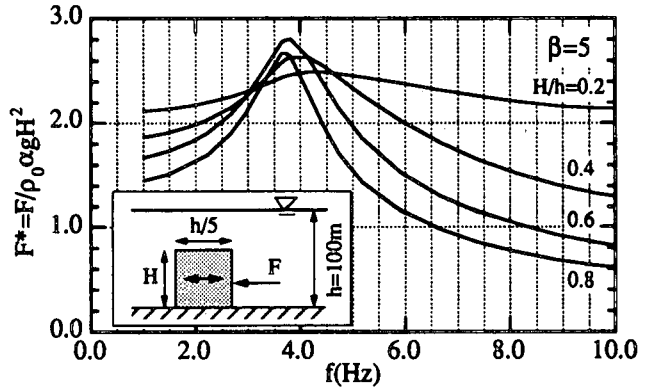


図-6 矩形構造物に作用する動水圧の合力($\beta=5$)

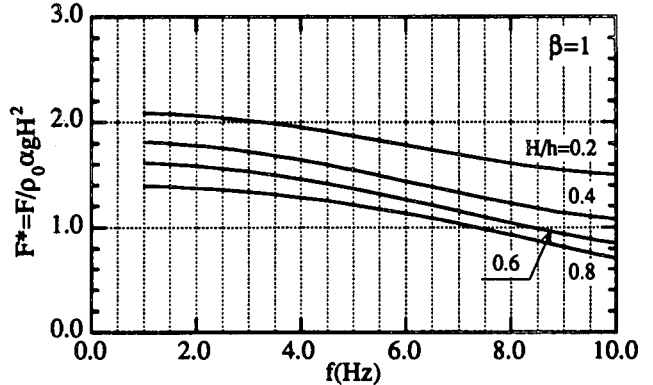


図-7 矩形構造物に作用する動水圧の合力($\beta=1$)

4. 結 語

海水の圧縮性と水中疎密波の海底面での反射特性が考慮できる任意断面構造物に作用する地震時動水圧の解析法について、具体的な計算方法を説明した。ここでの手法はわきだし分布法に基づいたもので、Green関数の積分計算を合理的に計算することができ、既往の結果との比較から精度のよい計算結果が得られることがわかった。そして、鉛直壁や没水型の矩形構造物を対象に動水圧の分布やその合力の算定をおこない、構造物周辺の地盤条件の差異により動水圧の振幅や位相特性に考慮すべき影響が現れることを示した。大水深下の大規模構造物を対象として不規則地震動による耐震解析や構造物の変形応答解析を行おうとする場合には、地盤条件が地震力に及ぼす影響についても考慮すべきと結論される。

(参考文献)

- 後藤尚男, 土岐憲三(1963): 水中橋脚の振動と設計に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第100号。
 樫木亨編著(1991): 波と漂砂と構造物, 技報堂出版。
 中村孝明・田中良弘・元良勇太郎(1992): 3次元任意構造物の地震時応答解析, 第39回海講論文集。
 中村孝幸・高橋和男・中山和典(1982): わき出し分布法を用いた2次元物体まわりの波変形と流体力の解析法, 第29回海講論文集。
 畑野正(1966): 水の弾性による地震時動水圧の共振に関する吟味, 土木学会論文集, 第129号。
 本州四国連絡橋公団(1985): 設計基準類(下部工設計編)。
 森田知志(1994): 海底の地盤条件を考慮した地震時流体力の解析法, 第41回海講論文集。
 Nakagawa, T., T. Hatano(1974): Analytical Solution of Hydrodynamic Pressure with Reflective Condition at Reservoir Bottom during Earthquakes., Proc. JSCE, No. 229。
 Westergaard, H. M. (1933): Water Pressure on Dams during Earthquakes, Trans. ASCE, 98。