

剛体円柱構造物の地震時動水圧と地盤変形を考慮した連成解析

田中良弘*・中村孝明**

1. はじめに

本州四国連絡橋をはじめとする大水深の渡海橋梁基礎形式として、剛性の高い円柱橋脚の直接基礎が一般的に考えられる。これらの構造物は地震時において基礎地盤が変形することにより Sway と Rocking 運動するため、地震時動水圧の解析はこれらの運動と連成させて考える必要がある。また、耐震設計の観点からは基礎の地震時応答を比較的簡単に、しかも正確に推定できることが望まれている。これまでの地震時の動水圧の解析には、円柱構造物の弾性変形の相互作用を考慮して厳密解を求めた田中 (1983) の研究や、境界要素法を用いて軸対象、面対象構造物の動水圧を求めた清川 (1984, 1985) の研究、また中村・田中 (1994) による 3 次元任意形状構造物の弾性変形との連成を考えた解析モデルの開発が挙げられる。しかしこれらの研究では、流体の圧縮性は考慮されているものの自由表面での表面波の発生や基礎地盤が変形することによる構造物の応答は考慮されていないため、長周期の地震動が入力した時の減衰効果や地盤が変形することによる構造物の応答を評価できない。

そこで本研究では、水中に設置された円柱直接基礎構造物を対象とした実務的な耐震設計を目的として、構造物の Sway-Rocking 運動との連成を考慮した動水圧の厳密解を求める。この解は、流体の圧縮性や表面波の影響が考慮されているので、入力地震動の振動数や水深の制約に関係無く精度良くしかも簡単な計算で求めることができる。また、具体的な構造物による事例解析を通じて、これまで明らかにされていない流体と構造物との相互作用により発生する表面波による造波減衰と圧縮性進行波による逸散減衰を、地盤と構造物との相互作用により発生するせん断進行波による逸散減衰と対比して定量的に比較する。

2. 理論解析

(1) 基礎方程式・境界条件と運動方程式

剛体円柱構造物が図-1 に示すように一定水深 h の海

域の地盤上に設置され、地震により基礎が水平方向に調和振動する場合に、構造物と流体・地盤との相互作用を考慮した地震応答解析を考える。流体は、非粘性でその運動は非回転であるが、圧縮性を考慮する。図-1 に示す円筒座標系を用いると流体運動は速度ポテンシャル $\phi(r, \theta, z, t) = \phi(r, \theta, z) \exp(i\omega t)$ によって記述できる。ここで、 ω は角振動数である。

圧縮流体が満足すべき支配方程式は、Helmholtz 方程式となる。速度ポテンシャルの空間部分 $\phi(r, \theta, z)$ は、支配方程式と次の境界条件を満足する必要がある。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = 0; \text{ in } \Omega \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \mu \phi = 0 \quad (\mu \equiv \omega^2/g); \text{ on } S_f \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0; \text{ on } S_b \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = i\omega S(z) \cos \theta; \text{ on } S_c \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 c は水中音速、 $S(z)$ は形状関数である。さらに、 $\phi(r, \theta, z)$ は無限遠方での放射条件を満足する必要がある。

式 (4) は構造物表面における運動学的条件であり、本来は地震応答結果により与えられるべきであるが、あらかじめ未知なので形状関数 $S(z)$ により与える。構造物が Sway と Rocking 運動する時、形状関数としてはそれぞれ $S(z) = s$, $S(z) = b(h+z)$ で与えられる。ここに s は Sway の変位振幅で、 b は Rocking の回転振幅である。

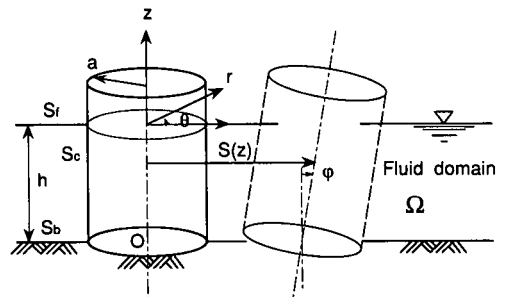


図-1 流体場の定義

* 正会員 Ph.D 大成建設(株)技術研究所 土木構造研究室長
 ** 正会員 工博 (株)篠塚研究所 主任研究員

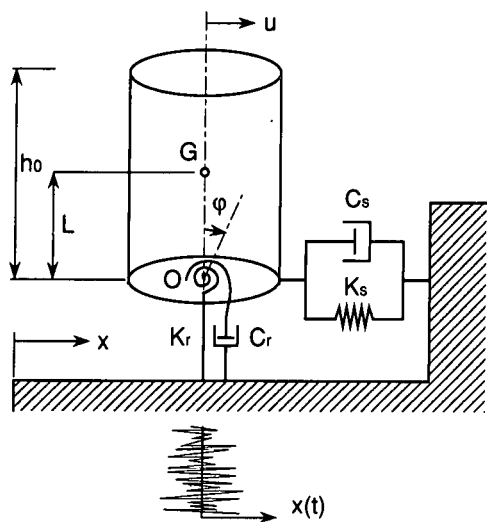


図-2 Sway-Rocking Model

剛体円柱が半無限地盤上に根入れがなく設置され、地震により Sway と Rocking (O 点まわりに回転) の 2 自由度の連成振動をする場合に、図-2 に示すような地盤と構造物に相互作用を考慮した S-R モデルを考える。流体による動水圧反力と地盤相互作用を考慮し、水平力と O 点まわりのモーメントの釣合より次の運動方程式が得られる。

$$m\ddot{u} + C_s(\dot{u} - \dot{x}) + K_s(u - x) + mL\ddot{\phi} = -F_s u - F_r \phi \dots\dots\dots (5)$$

$$I_0\ddot{\phi} + C_r\dot{\phi} + K_r\phi + mL\ddot{u} = -M_s u - M_r \phi \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 x は基盤の地震変位、 u は Sway の応答変位、 ϕ は Rocking の応答回転角、 m は円柱の質量、 I_0 は円柱の回転質量モーメント、 K_s, K_r は Sway, Rocking の動的バネ、 C_s, C_r は Sway, Rocking の減衰係数、 F_s, F_r は単位 Sway, 単位 Rocking による水平流体反力、 M_s, M_r は単位 Sway, 単位 Rocking による回転流体反力である。なお、 x, u, ϕ は調和振動するので $x = x_0 \exp(i\omega t)$, $u = u_0 \exp(i\omega t)$, $\phi = \phi_0 \exp(i\omega t)$ と表され、 x_0 は実数の振幅で、 u_0, ϕ_0 はそれぞれ複素数振幅である。

式 (5), (6) を整理すると次のマトリックスが得られる。

$$\begin{bmatrix} -m\omega^2 + i\omega C_s + K_s + F_s & -mL\omega^2 + F_r \\ -mL\omega^2 + M_s & -I_0\omega^2 + i\omega C_r + K_r + M_r \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_0 \\ \phi_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (K_s + i\omega C_s)x_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

(2) 固有関数展開法による求解

支配方程式を解くために変数分離を適用して、式(4)の境界条件を除く全ての境界条件を満足する速度ポテンシャルを求めると次式の解が得られる。

$$\phi(r, \theta, z) = [A_0 H_1^{(2)}(\lambda_0 r) \cosh k_0(h+z) + \sum_{n=1}^N B_n H_1^{(2)}(\lambda_n r) \cos k_n(h+z) + \sum_{n=N+1}^{\infty} C_n K_1(\lambda_n r) \cos k_n(h+z)] \cos \theta \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $H_1^{(2)}$ は 1 次第 2 種の Hankel 関数、 K_1 は 1 次第 2 種の変形 Bessel 関数である。また、 k_0 は波数、 k_n は固有値で、次式の実正根として求められる。

$$k_0 \tanh k_0 h = -k_n \tan k_n h = \mu \dots\dots\dots (9)$$

式 (8) 中の N は $\omega^2/c^2 - k_n^2$ が正となる整数 n の最大値で、 $\lambda_0, \lambda_n, \lambda'_n$ は Bessel 微分方程式を解く際に導入したパラメータで次式により定義される。

$$\lambda_0^2 = \omega^2/c^2 + k_0^2, \lambda_n^2 = \omega^2/c^2 - k_n^2, \lambda'_n = i\lambda_n \dots\dots\dots (10)$$

式 (8) 中の未知数列 A_0, B_n, C_n は、式 (4) で示される物体表面における運動学的境界条件を適用し、固有関数列が完全直行関数列であることを活用して次式のように与えられる。

$$A_0 = \frac{i\omega \int_{-h}^0 S(z) \cosh k_0(h+z) dz}{\lambda_0 H_1^{(2)'}(\lambda_0 a) \int_{-h}^0 \cosh^2 k_0(h+z) dz} \dots\dots\dots (11)$$

$$B_n = \frac{i\omega \int_{-h}^0 S(z) \cos k_n(h+z) dz}{\lambda_n H_1^{(2)'}(\lambda_n a) \int_{-h}^0 \cos^2 k_n(h+z) dz} \dots\dots\dots (12)$$

$$C_n = \frac{i\omega \int_{-h}^0 S(z) \cos k_n(h+z) dz}{\lambda'_n K_1(\lambda'_n a) \int_{-h}^0 \cos^2 k_n(h+z) dz} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、Bessel 関数の [] は変数に関する微分を示す。式 (8) で与えられた解は、円柱が任意の振幅で Sway-Rocking 運動する場合に対する速度ポテンシャルであり、第 1 項は表面波による進行波成分を、第 2 項は圧縮性進行波成分を、第 3 項は構造物近傍に発生する減衰定在波成分をそれぞれ表している。

(3) 流体力係数

式(7)で与えられた運動方程式を解くために、式(8)で得られた速度ポテンシャルより流体力係数を求める。単位 Sway 振幅運動する円柱の単位長当たりに働く水平反力 $f_s(z)$ は次式により得られる。

$$f_s(z) = a \int_0^{2\pi} p(r, \theta, z) \cos \theta d\theta ; r = a \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $p(r, \theta, z)$ は動水圧で、線形化されたベルヌーイの式から容易に求められる。流体力係数 F_s, M_s は $f_s(z)$ を水深にわたり積分することにより得られる。

$$F_s = \int_{-h}^0 f_s(z) dz, M_s = \int_{-h}^0 (h+z) f_s(z) dz \dots\dots\dots (15)$$

流体力係数 F_r, M_r についても同様にして次式で得られる。

$$F_s = 4\pi a \omega^2 \rho \left[\frac{D_0 k_0 \sinh k_0 h}{k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1} + \sum_{n=1}^N \frac{E_n k_n \sin k_n h}{k_n h \sin k_n h + \cos k_n h - 1} + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{F_n k_n \sin k_n h}{k_n h \sin k_n h + \cos k_n h - 1} \right] \dots\dots\dots (16)$$

$$M_s = F_r = 4\pi a \omega^2 \rho \left(D_0 + \sum_{n=1}^N E_n + \sum_{n=N+1}^{\infty} F_n \right) \dots\dots\dots (17)$$

$$M_r = 4\pi a \omega^2 \rho \left[\frac{D_0 (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)}{k_0 \sinh k_0 h} + \sum_{n=1}^N \frac{E_n (k_n h \sin k_n h + \cos k_n h - 1)}{k_n \sin k_n h} + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{F_n (k_n h \sin k_n h + \cos k_n h - 1)}{k_n \sin k_n h} \right] \dots\dots\dots (18)$$

$$D_0 = \frac{\sinh k_0 h (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)}{k_0^2 \lambda_0 (\sinh 2k_0 h + 2k_0 h)} \frac{H_1^{(2)}(\lambda_0 a)}{H_1^{(2V)}(\lambda_0 a)} \dots\dots\dots (19)$$

$$E_n = \frac{\sin k_n h (k_n h \sin k_n h + \cos k_n h - 1)}{k_n^2 \lambda_n (\sin 2k_n h + 2k_n h)} \frac{H_1^{(2)}(\lambda_n a)}{H_1^{(2V)}(\lambda_n a)} \dots\dots\dots (20)$$

$$F_n = \frac{\sin k_n h (k_n h \sin k_n h + \cos k_n h - 1)}{k_n^2 \lambda_n (\sin 2k_n h + 2k_n h)} \frac{K_1(\lambda_n a)}{K_1(\lambda_n a)} \dots\dots\dots (21)$$

一方、円柱構造物が地震応答している時の速度ポテンシャルは、式(7)から得られる位相情報を含む Sway-Rocking の応答値を形状関数に代入して地盤の運動、Sway, Rocking によるそれぞれの速度ポテンシャルを重ね合わせるにより求めることができる。

3. 数値計算と考察

(1) 理論の検証

半径 $a=35$ m, 水深 $h=70$ m ($a/h=0.5$), 高さ $h_0=80$ m の円柱基礎を対象として、理論検証を行う。図-3 に示す Sway の無次元流体力係数の比較は、流体の圧縮性のみを考慮した田中(1983)の厳密解と、表面波の発生のみを考慮した Dalrymple・Dean(1972)の厳密解、そして圧縮性と表面波を考慮した本手法の解である。流体の圧縮性考慮の有無に対して、加振振動数 $f=1-2$ Hz 以上では圧縮性の影響により流体力が増大する。この範囲の振動数において、本手法は田中(1983)の厳密解と完全に一致することがわかる。式(8)における第2項で示される圧縮性進行波の発生を判定する無次元振動数 $\Omega=2h\omega/\pi c=1$ (First cut-off frequency) となる振動数は $f=5.2$ Hz である。この振動数付近で Sway 流体力は極大値を持つ。一方、 $f=1-2$ Hz 未満において Sway 流体力は $f=0.2$ Hz 付近で極小値を持つ。これは式(8)の第1項で示される表面波が発生するためである。つまり長

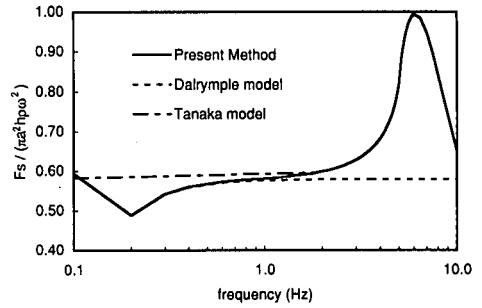


図-3 Sway 流体力に関する比較検証

周期側では付加質量が減少するが、 $f=0.2$ Hz より長周期側で造波減衰が急激に増大するためである。この範囲の振動数において、本手法は Dalrymple・Dean(1972)の厳密解と完全に一致する。

(2) 流体力係数の振動数特性

検証計算と同じ形状の円柱基礎を対象として流体力係数の計算を行う。図-4, 5, 6 に Sway, Rocking, 連成それぞれの無次元流体力係数の実数部と虚数部の振動数特性の関係を示す。実数部は物体運動の加速度と同じ位相の流体力となるため付加質量として定義される。一方、虚数部は物体運動の速度と同じ位相の流体力になるため減衰力として構造物に作用する。無次元化の仕方は、構造物が排除する流体に働く慣性水平力あるいは慣性モーメントにより規準化する。

図-4 の Sway 流体力係数の結果は、実数部の付加質量係数が振動数 5.8 Hz 付近でピークを持つことを示している。虚数部の減衰係数は無次元振動数が 1 に相当する $f=5.2$ Hz 以上で大きくなる。これは圧縮性進行波の発生に伴う逸散減衰成分 (Radiation damping) が主要となるためである。また、 $f=0.4$ Hz 未満の振動数においても若干であるが減衰係数が現れる。これは、長周期において表面波が発生して造波減衰が主要となるためである。

図-5 に示す Rocking 流体力係数の結果は、Sway 流体力係数の場合と同様の傾向であるが、 $f=0.4$ Hz 未満における造波減衰は Sway 流体力係数よりも顕著である。これは、造波による動水圧が自由表面付近で発生するため流体力反力の結果がモーメントに対して顕著に現れるからである。

Sway と Rocking の連成流体力係数の結果を図-6 に示す。これも Sway と Rocking の流体力係数と同様の振動数特性を表している。しかし全振動数範囲にわたり数値が小さく、流体の連成効果は小さいことを示している。

(3) 地震応答特性

地盤と構造物との相互作用を考慮した動的復元力に関

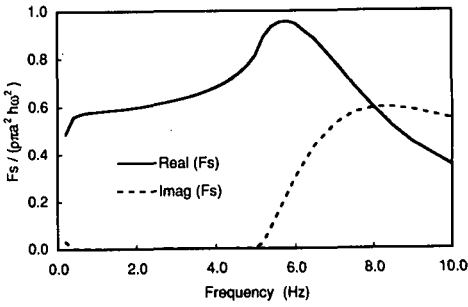


図-4 Sway 無次元流体力係数

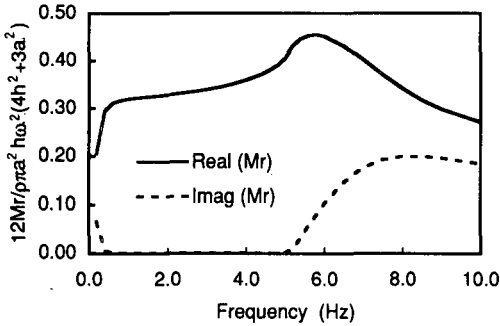


図-5 Rocking 無次元流体力係数

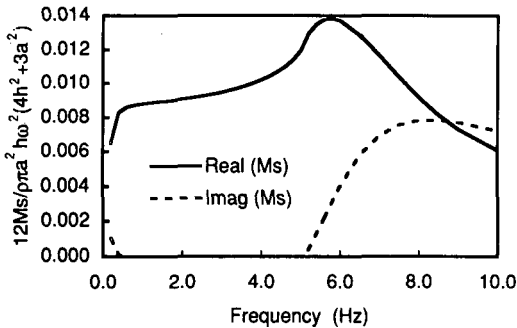


図-6 S-R 連成無次元流体力係数

地盤における Sway と Rocking の連成効果を明らかにするため、まず気中における円柱基礎の応答関数を求め、図-7 に示す。Sway と Rocking 共に $f=1.841$ Hz、及び $f=6.30$ Hz においてピークを持つ。これは式 (7) に示される構造物により発生する偏心モーメントの連成項が影響している。流体の圧縮性を無視した水中の応答関数を図-8 に示す。動水圧による付加質量の影響により、気中での応答倍率のピークを持つ振動数が $f=1.735$ Hz、及び $f=5.90$ Hz へと移動する。さらに、流体の圧縮性を考慮した場合の応答関数を図-9 に示す。この場合は、圧縮性進行波の発生により図-3~5 に示すように $f=4$ Hz より高振動数において付加質量流体力 (F_s と M_r の実数部) が増大して、ピークを持つ振動数が $f=1.733$ Hz、及び $f=5.50$ Hz へと移動する。また、流体の圧縮性を無視した場合に比べて、 $f=5.50$ Hz における Sway 及び Rocking のピーク値は共に 25%程度、減少している。これは、図-4, 5 に示す逸散減衰流体力 (F_s と M_r の虚数部) が減衰効果を発揮しているためである。

(4) 地盤と流体の減衰定数

本提案の S-R モデルには、地盤と流体のいずれにも解析的求められた逸散減衰が存在するので、これらと比較

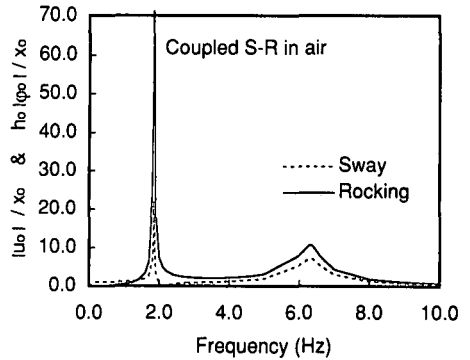


図-7 気中での S-R 連成応答

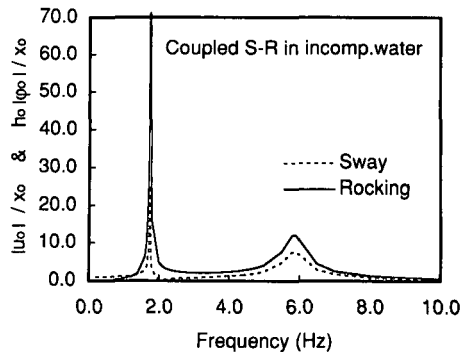


図-8 非圧縮流体中での S-R 連成応答

しては、次式で示される、半無限地盤上に設置された剛体円板に対して Kausel ら (1975) が求めた解を用いる。

$$K_s = \frac{8}{2-\nu} Ga, \quad C_s = 0.4 \frac{Ga^2}{V_s} \dots\dots\dots (22)$$

$$K_r = \frac{8}{3(1-\nu)} Ga^3, \quad C_r = 0.3 \frac{Ga^6}{V_s} \frac{\omega^2}{V_s^2 + \omega^2 a^2} \dots\dots (23)$$

ここに、 $\nu (=0.35)$ は地盤のポアソン比、 $V_s (=1000$ m/s) は地盤のせん断弾性波速度、 $G (=1800$ MPa) は地盤のせん断剛性である。Rocking の減衰係数 C_r は角振動数の関数である。地盤の物性値から求めた気中における連成を考えない Sway のみの固有振動数は 3.2 Hz、また Rocking のみの固有振動数は 2.1 Hz になる。

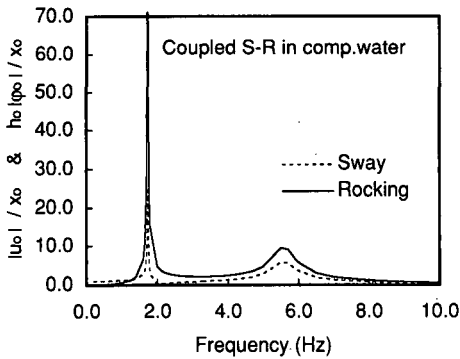


図-9 圧縮流体中での S-R 連成応答

する。図-10, 11 は、それぞれ Sway と Rocking 運動をしたときの地盤と流体の減衰定数である。減衰の無次元化は便宜上、Sway と Rocking が非連成と考えた場合の臨界減衰係数で基準化する。

Sway と Rocking のいずれの場合も、 $f=5$ Hz 以上の振動数において圧縮性流体の逸散減衰が卓越している。地盤の Rocking 運動における逸散減衰は、式 (23) に示すように振動数に依存した増加関数であるが、図-11 に示すように流体の逸散減衰に比較して振動数と共に顕著に増加しない。一方、圧縮性流体による逸散減衰は First cut-off frequency を越えると顕著となり、図-8 と図-9 の比較からも明らかなように構造物の地震応答に影響を与える。

4. 結 論

地震時において Sway と Rocking 運動する円柱構造物の応答解析するための地盤-構造物と流体-構造物の相互作用を考慮した Sway-Rocking モデルを提案し、構造物と周囲の圧縮性流体との相互作用を考慮した厳密解を誘導した。この解は容易に計算できるため円柱橋脚基礎の耐震設計に実用的である。根入れがなく $a/h=0.5$ の計算事例から、以下の結論を得た。1) 3~5 秒以上の長周期の地震動において造波減衰が自由表面付近に発生するものの、構造物の応答には顕著な影響を与えない。2) 構造物の偏心モーメントによる連成慣性力は応答に影響する。3) First cut-off frequency より大きな振動数に対し

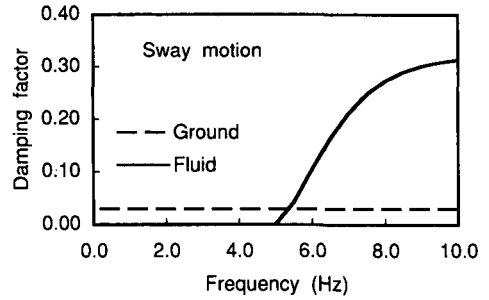


図-10 Sway に対する地盤と流体の減衰定数

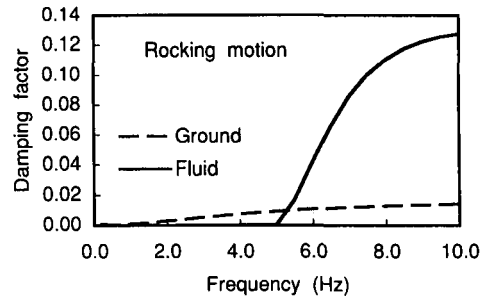


図-11 Rocking に対する地盤と流体の減衰定数

て付加質量と逸散減衰が、構造物の卓越振動数や応答量に影響を与える。4) 圧縮流体による逸散減衰は地盤のそれと比べると大きい。今後は、根入れがある場合や Rocking の回転中心が異なる場合の研究を行う予定である。

参 考 文 献

- 清川哲志 (1984): 流体の圧縮性を考慮した軸対称構造物の付加質量解析, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 471-475.
 清川哲志 (1985): 流体の圧縮性を考慮した面対称柱体の地震時動水圧, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 560-564.
 田中良弘 (1983): 円柱海洋構造物の地震応答解析, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 366-370.
 中村孝明・田中良弘 (1994): 海洋構造物の地震時ねじり振動に関する研究, 土木学会論文集, No. 485/II-26, pp. 11-120.
 Dalrymple, R. A., and R. G. Dean (1972): The spiral wavemaker for littoral drift studies, Proc. 13th ICCE, pp. 689-705.
 Kausel, E. and J. M. Roesset (1975): Dynamic stiffness of circular foundations, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. EM6, pp. 771-785.