

4. 地盤の液状化・流動化

4.1 はじめに

過去、我が国では地震によって地盤の液状化が発生し、再三にわたって被害を受けてきた。液状化発生のメカニズムや予測、対策に関する研究調査が活発に行われる契機となつたのは、1964年（昭和39年）に発生した新潟地震である。

新潟地震では、主に、ライフライン及び土木・建築構造物が甚大な被害を受け、液状化予測の必要性が高まり、各種機関で液状化事例に基づいた液状化予測式が提案された。その後、幾度かの一部改訂を経て今日に至り、最近では平成7年兵庫県南部地震での液状化事例に基づいて大きく改訂がなされた。

現在の耐震設計では液状化の発生の可否について、主に設計指針の液状化判定式に基づき行っているが、計算する前に検討箇所の地形・地質から液状化が発生しやすい箇所か、また、液状化判定式の背景と適用上の留意点、液状化判定に用いるN値や土質定数が適切かどうか、液状化予測のために必要な地質調査・試験は何かなどについて、設計に携わる若手技術者に十分に理解して頂きたいと考えている。

本章では、液状化・流動化についての基本的な事項について理解を深めて頂くために、地盤の液状化のメカニズムと流動化の現象、液状化・流動化による被害、液状化・流動化に影響する諸因子、液状化の予測方法及び液状化予測のための地質調査・試験について説明する。また、1995年の兵庫県南部地震以後に改訂された耐震設計基準の内容と耐震設計法や解析手法の一部について紹介する。

4.2 液状化のメカニズムと流動化現象

ここでの液状化（Liquefaction）とは、地震時に発生するS波により地盤に水平方向の繰返しせん断力が加わって地盤が液体のようになる現象をいう。これまでの経験では、液状化は主に飽和砂質土層で発生している。

以下に液状化のメカニズムについて、土粒子の動きに着目して説明する。

i) 地盤は、図-4.2.1(a)に示すように、地表面が水平で砂質土からなり、緩く堆積して地下水位以深は飽和状態にあるとする。図-4.2.1(b)は、ある深さの土要素の応力状態をしたものである。土要素には、鉛直方向の圧力（有効上載圧） σ'_v と水平方向の圧力 σ'_h が加わっており、これを土粒子間力（摩擦力）で支えている。また、隙間は水で飽和している。この状態の土のせん断強度 τ_s は、粘着力 c 、内部摩擦角 ϕ 、土粒子間の有効応力 σ' により、

$$\tau_s = c + \sigma' \tan \phi \quad (4.2.1)$$

で表される。

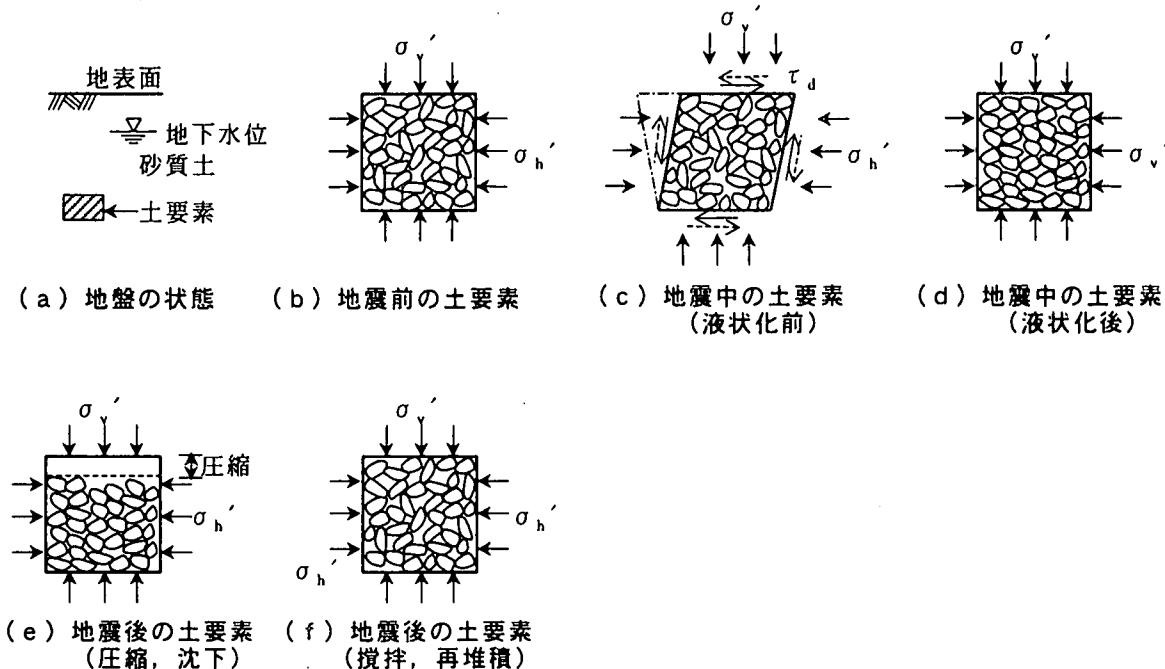


図-4.2.1 液状化発生のメカニズム¹⁾

ii) 図-4.2.1(c)に示すように、土要素が地震により繰返しせん断応力 τ_d を受けると、等体積変形を起こし、土粒子間力の小さいところから土粒子同士の接触が徐々にはずされ、遂には図-4.2.1(d)に示すように完全にはずれる。しかし、体積収縮していきなり新しい、より密な構造に移行できないため、各々の土粒子は、一時、間隙水の中に浮いた状態となる。これは、(4.2.1) の σ' が 0 となるため、 $\tau_d = c$ となり、 c を持たない砂質土ではせん断強度が 0 になる。これが完全に液状化した状態である。この時、もともと土粒子の接点を通して加わっていた有効応力は、間隙水によって受け持たれる。

地震動の主要動は、数秒～数十秒程度と時間的に短く、一般にこの間は、砂質土でも非排水状態にあることが多い。

iii) 地震後、液状化により間隙水の中に浮遊している土粒子は、やがて排水を伴いながら沈殿を始める。また、過剰間隙水圧は、水平地盤の場合には地表に向かって消散し、透水性の高い碎石ドレーンなどがあればそれに向かって消散していく。

浸透してきた水は、地表に噴出するが、液状化した砂粒子も噴き上げ、噴出孔と噴砂丘を形成する。過剰間隙水圧の消散に伴って、図-4.2.1(e)のように密になって安定化していく場合以外にも、浸透流によって攪拌された土粒子が図-4.2.1(f)のように再び緩く堆積していく場合もあると想定される。十分時間が経過すると、土粒子は完全に沈殿し、土粒子同士の接触が回復するので、有効応力は増え、一旦増加した間隙水圧も次第に減少していく。一度液状化した地盤が次の地震で再び液状化する現象については、図-4.2.1(f)となった場合には液状化しやすく、図-4.2.1(e)となった場合には液状化しにくいと言える。

もし、緩い砂質土が乾燥していれば、体積収縮が容易に起こり、繰返しせん断力が加わるたびに、締め固まって密度を増していく。飽和砂質土の場合も、最終的には同じ密度に締まっていくが、一度、液状化という過渡的な不安定状態を経過して締め固まる点が、乾燥砂の挙動と大きく異なる。なお、一般に、土のせん断により生じる体積変化をダイレイ

タンシー (Dilatancy) と呼び、密な状態の砂質土では体積が膨張し（正のダイレイタンシー）、逆に緩い状態の砂質土では体積が収縮する（負のダイレイタンシー）。液状化に関するのは、後者の方である。

一方、液状化に伴う地盤の流動化については、最近、研究が活発になされているが、比較的新しく発見された現象であるため、どのようにして大きな地盤変位が生じるのか、大きなせん断ひずみが生じるのかという点に関して、未解明の部分が多くあり、共通の認識に至っていないのが現状である。

地盤の流動化は、図-4.2.2 に示すように地表面が傾斜していたり、護岸のように側方に開放面がある場合に発生する。流動化の発生条件として、前述したように、液状化していること、傾斜地盤や護岸などの流動を起こさせるせん断力が存在することなどが指摘されているが、これに加えて、非常に緩い砂質土であることも条件の一つとして挙げられる。

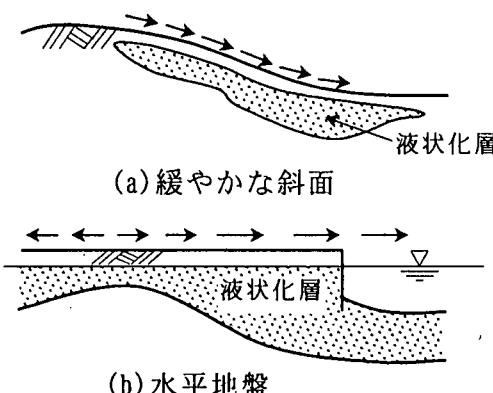


図-4.2.2 地盤の流動化が生じるパターン

図-4.2.3 は、飽和砂質土を対象とした非排水条件下での静的せん断試験における応力～ひずみ関係を示したものである。緩い砂ほど低い応力で大きなひずみが発生する。すなわち、流動しやすいのに対して、ある程度締まった砂は、ひずみが大きくなるとともに応力も増加するので、流動しにくい。

液状化した砂の流動化現象を解明するために各種の実験や解析が進められているが、現在は液状化した砂の見方として次の 2 つが考えられている。

- ① 剛性が小さい弾性体として考える場合
- ② 粘性流体として考える場合

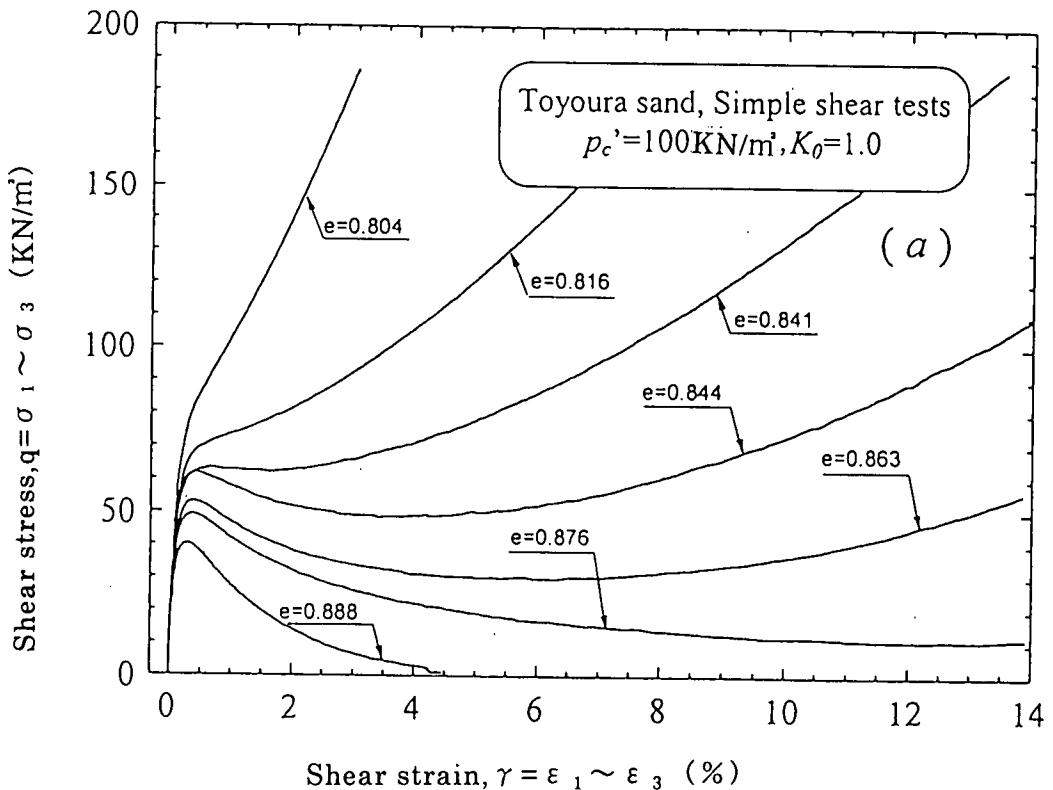


図-4.2.3 密度の異なる飽和砂の応力～ひずみの関係²⁾

4.3 液状化・流動化による被害

液状化・流動化により、地盤・構造物が受けた被害の概要を以下に示す。図-4.3.1は、被害事例を模式的に表したものである。

i) 盛土及び自然斜面

基礎地盤の液状化により地盤の強度が低下して、盛土及び自然斜面のすべり破壊、盛土自体の沈下のほか、盛土天端や法面に亀裂、段差などが発生している。

ii) 建築物

直接基礎構造物の場合は、支持地盤の液状化により支持力を失って、沈下、傾斜、転倒などのほか、不同沈下が発生している。

杭基礎構造物の場合は、地盤が液状化して、建物の傾斜や杭の破損などが発生したり、基礎と地盤との間に空隙が発生したりしている。

iii) 護岸及び擁壁

地盤の液状化により、主働土圧の増加や受働土圧の減少が生じ、土圧バランスが崩れて構造物の傾斜、前面へのはらみ出しが発生しているほか、支持力を失って、護岸の破壊、不同沈下などが発生している。

さらに、護岸の背面地盤の液状化により、地盤の流動化が生じ、大きな水平変位が発生している。

iv) 橋梁基礎及びケーソン

地盤の液状化によって、水平方向の支持力を失い、大きな水平変位が発生している。

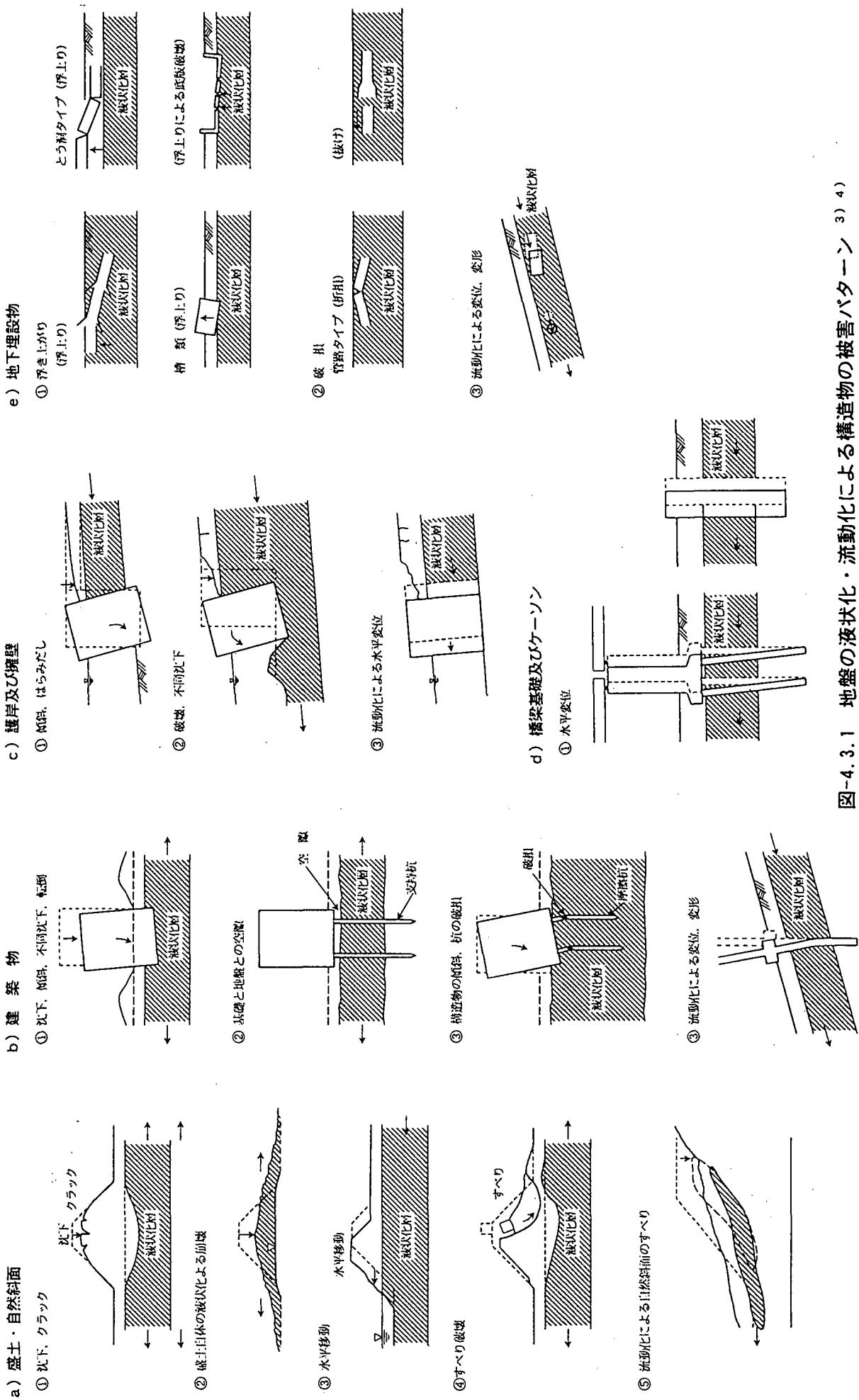


図-4.3.1 地盤の液状化・流動化による構造物の被害パターン 3) 4)

v) 地下埋設物

大口径の埋設管や地下貯槽などの構造物は、地盤の液状化によって大きな浮力を受け、軽い構造物は浮力に耐えられないで浮上している。

液状化した地盤は、見かけ上、大きな比重（2.0 前後）を有する液体状となるため、構造物には大きな浮力が作用する。上下水道・ガス管などの埋設管では折損、亀裂、抜け出しなどが発生している。また、地盤の流動化が生じたところでは、被害が拡大している。

地盤の流動化は、新潟地震では新潟市の信濃川沿いで、兵庫県南部地震では六甲アイランド、ポートアイランドなどの埋立地で発生している。図-4.3.2は、新潟地震により発生した地盤の流動化の分布を示したものである。

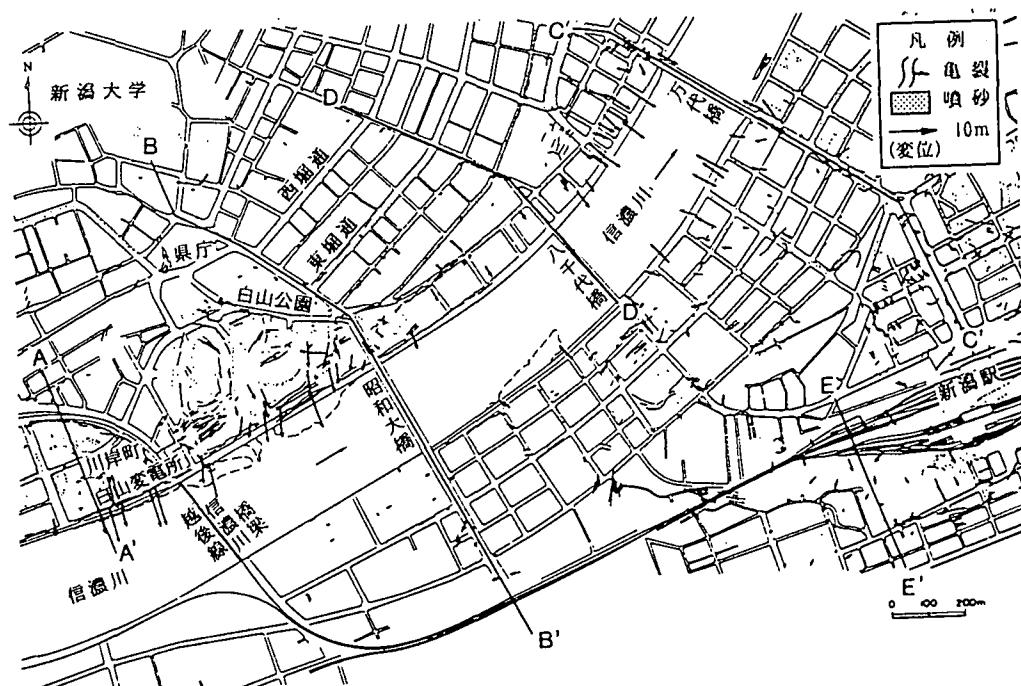


図-4.3.2 新潟地震による信濃川沿いに発生した噴砂・亀裂
と地盤の流動化分布⁵⁾

4.4 液状化・流動化に影響する諸因子

液状化・流動化の発生は、表-4.4.1に示すような因子に影響を受けることが知られている。

表-4.4.1 液状化・流動化の発生に影響を及ぼす主な因子

分類	影響する諸因子
地震動の性質	繰返しせん断応力の振幅、繰返しせん断応力の波形、繰返し回数、継続時間、繰返しせん断応力の方向 震央からの距離
地盤の状態	密度、粒度分布、塑性指数、飽和度、堆積構造 有効上載圧、静止土圧係数、過圧密 排水条件、地下水位

表-4.4.1に示す因子のうち、液状化に大きく影響を及ぼすものについて以下に説明する。

(1) 地震動の性質

(a) 繰返しせん断応力の振幅および繰返し回数

振幅の大きな繰返しせん断応力が加わるほど、また繰返し回数が多くなるほど液状化する可能性が高くなる。

(b) 震央からの距離

液状化が発生する限界の震央距離R(km)は、マグニチュード(M)の関数として、次式で表すことができる。

$$\log_{10} R = 0.77M - 3.6 \quad (M \text{は } 6 \text{ 以上})$$

液状化が発生する範囲は、マグニチュード(M)が大きくなるほど広くなる。

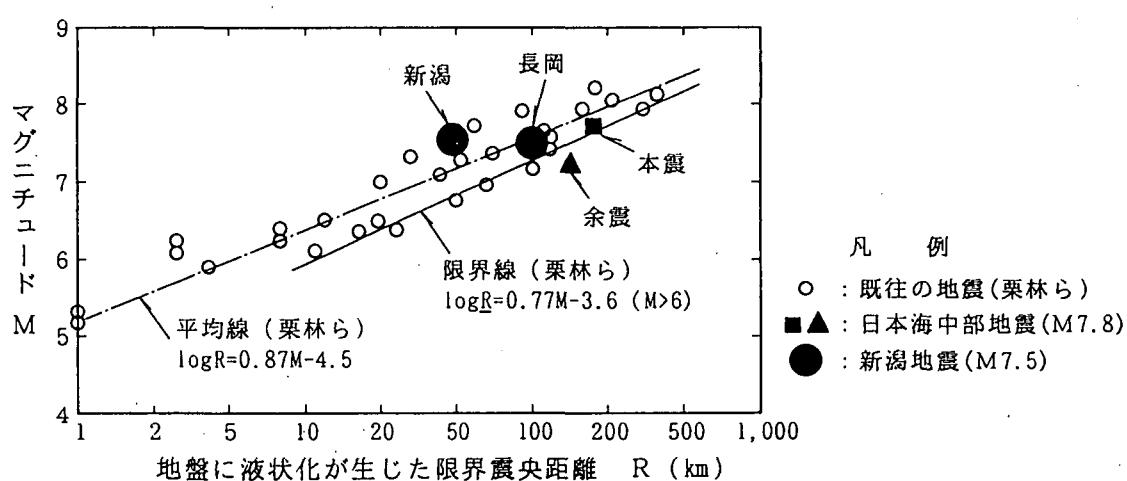


図-4.4.1 液状化が生じた限界震央距離とマグニチュード(M)の関係⁶⁾

(2) 地盤の状態

(a) 密度

緩い砂は、締まった砂に比較して液状化しやすい。密度の影響を表すパラメータとしては、次式に示す相対密度Drが多く用いられている。砂の最も密な状態での間隙比をe_{min}、最も緩い状態における間隙比をe_{max}、自然状態の間隙比をeとする。

$$Dr = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}}$$

Dr=0%のとき最も緩く、Dr=100%のとき、最も密な状態にある。

人工的に詰めた豊浦砂についての実験結果を図-4.4.2に示す。液状化強度比は、相対密度Drが70~80%以上になると急激に増大する。

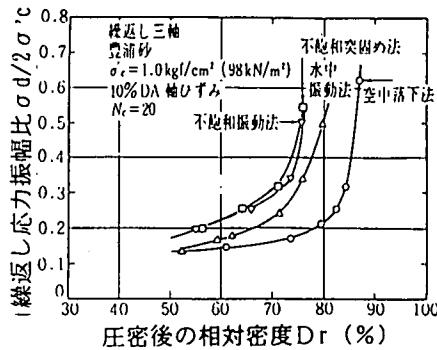


図-4.4.2 液状化強度比と相対密度の関係⁷⁾

(b)粒度分布

一般に、粒径のそろった砂が液状化しやすい。細粒分を含むと粘着力を持ち、繰返せん断応力により土粒子の骨格構造が壊れにくくなつて液状化しにくくなる。また、礫などの粗粒土になると透水性が大きくなり、過剰間隙水圧が発生する一方で消散するため、液状化しにくくなる。

(c)塑性指数

これまでの液状化発生事例から、細粒分含有率 F_c が高くて塑性指数 I_p の小さい土は、液状化する可能性がある。道路橋示方書などの基準では、細粒分含有率 F_c が 35% 以上でも塑性指数 $I_p < 15$ のものは液状化判定対象としている。

(d)有効上載圧または有効拘束圧

砂は摩擦性の材料であるため、原地盤の有効上載圧が大きくなると土粒子に働く有効応力が大きくなるため、液状化までに上昇すべき間隙水圧の量が多くなり、液状化は発生しにくくなる。

(e)静止土圧係数

水平地盤では原位置の土が受けている圧密圧力は、有効上載圧 σ'_v と有効水平圧 σ'_h とが異なる（異方応力状態）。

図-4.4.3 は、 $\sigma'_v = 98.1 \text{ KN/m}^2$ として正弦波荷重で行った結果を示したものである。静止土圧係数 K_0 ($= \sigma'_h / \sigma'_v$) が大きい、つまり側圧が大きいほど液状化強度比は大きいことがわかる。実務的な面からみると、地盤内の K_0 値を大きくすれば液状化強度比が増すことになる。

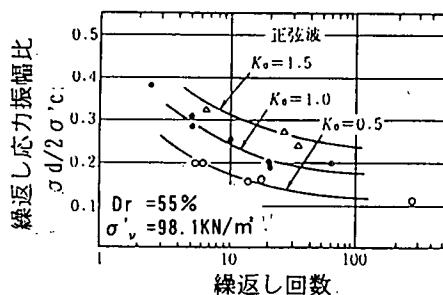


図-4.4.3 K_0 の影響に関する実験結果⁸⁾

(f)地下水位

液状化は、地下水位が浅いほど有効上載圧が小さくなり、液状化しやすい。

4.5 液状化の予測

4.5.1 液状化の予測方法の種類と利用上の留意点

地震時に地盤内で液状化が発生するか否かを予測する方法は、概略な予測から詳細な予測の順に次のように分けられる。

- ① 地形・地質、液状化履歴による概略な予測
- ② N値、粒度などによる簡易な予測
- ③ 液状化試験や地震応答解析などによる詳細な予測

これらを用いる際の留意点を以下に説明する。

i) ①～③の方法は、目的、調査・設計段階、構造物の重要度などを考慮して選択する必要がある。

ii) 構造物の企画や概略設計にあたっては、資料などによる予備調査をもとにした①の概略予測を行うのが良い。その結果、問題があると予想される箇所については、概略地盤調査を実施して②の簡易予測を行う。

また、詳細設計にあたっては、本調査を実施して②や③の予測を行う。③の詳細予測は、液状化の可能性が簡易判定では判断しにくい場合や複雑な地形、地盤条件の場合に行う。ただし、詳細予測の必要性についての判断は、構造物の重要度などが関係する。

iii) 広い地域の液状化を予測する場合は、①の概略予測によって液状化の可能性のある範囲を絞り込み、その中で②の簡易予測を行うと良い。

4.5.2 地形・地質、液状化履歴による概略な予測

この方法は、過去の液状化事例から、表-4.5.1に示すように整理される。

表-4.5.1 地形・地質、液状化履歴による概略な予測

区分	地形からの判定	液状化履歴からみた判定
液状化する可能性の高い地盤	埋立地、盛土地 旧河道、現河道 低湿地、砂丘間低地	液状化履歴地点
液状化する可能性のある地盤	扇状地、自然堤防、砂丘 砂州、砂浜、氾濫平野	
液状化する可能性の低い地盤	台地、丘陵、山地	液状化履歴が無い地点

図-4.5.1は、表-4.5.1に示す地形と沖積平野下の地層分布を示したものである。

この方法を利用するにあたっての留意点を以下に示す。

- i) 過去に液状化した地点は、再度、液状化を起こす可能性がある。また、液状化した地点の地形・地質と類似地盤では将来、液状化を起こす可能性がある。
- ii) 埋立地は、埋立材料や埋立年代によって液状化のしやすさが異なるので、これによって区分を行う必要がある。盛土地も同様である。

4.5.3 N値、粒度などによる簡易な予測

N値、粒度などによる予測では、次の方法が用いられている。

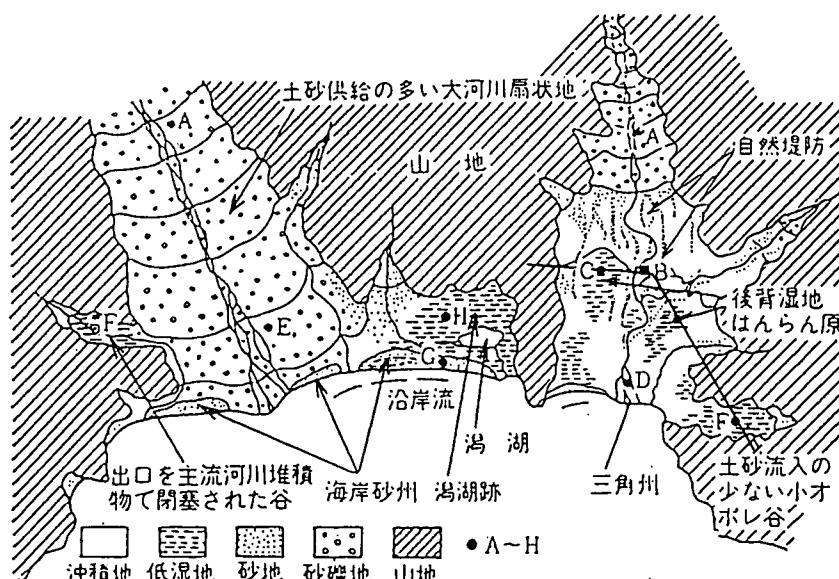
地盤内のある深さの液状化強度比R（または動的せん断強度比）をN値や粒径、細粒分

含有率、塑性指数から推定する。一方、地震時に加わるせん断応力比 L を地表面加速度などから推定し、両者の比をとて液状化に対する安全率（または抵抗率） F_L を算出する。

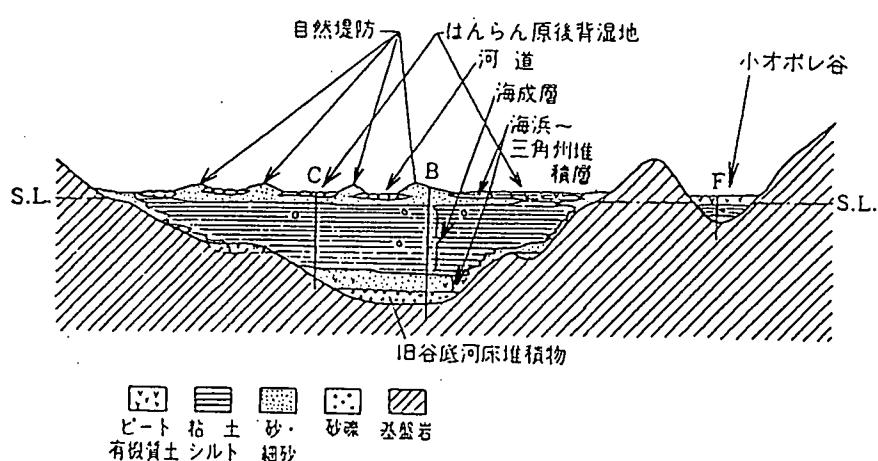
$$F_L = R / L$$

$F_L \leq 1$ なら液状化の可能性が有り、 $F_L > 1$ なら液状化の可能性が少ないと判断する。その手順を図-4.5.2 に示す。また、各種機関での液状化判定基準及び判定法の例を表-4.5.2～3 に示す。

N 値、粒度などによる液状化予測式の起源は、新潟地震での液状化事例に基づいたもので、いわゆる経験式からなっている。最近では、兵庫県南部地震での液状化事例に基づいて、各種機関で液状化予測式の改訂がなされている。改訂点は、主に、液状化判定対象土層、液状化強度比 R 、地震力などである。



(a) 沖積平野の地形を示す模式的平面図



(b) 沖積平野下の模式的横断面図

図-4.5.1 沖積平野における地形、地層分布模式図⁹⁾

液状化する可能性のある地盤とは、地下水位以深にある緩い砂質土層である。地下水位以深か、砂質土かの情報は、ボーリングや標準貫入試験時に得られた攪乱試料の粒度試験から求まる。また、緩いか否かを判定するN値は、標準貫入試験から求まる。

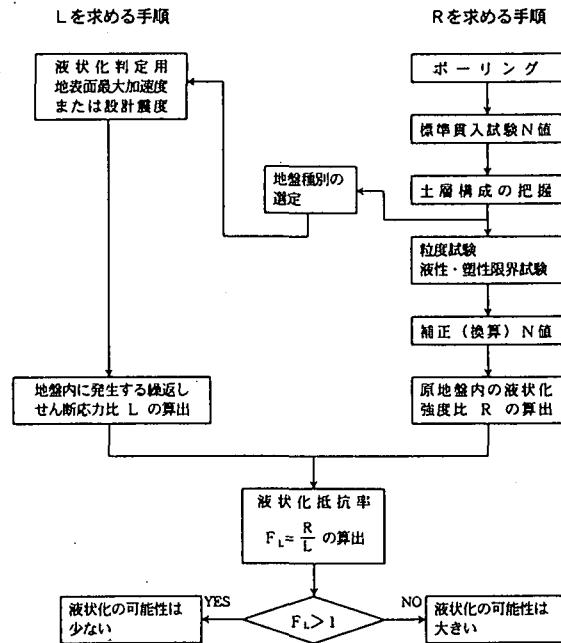


図-4.5.2 簡易予測方法の手順

液状化を生じる可能性がある粒径範囲を図-4.5.3に示す。各種基準により異なるが、これは、それぞれの方法が導かれた過程や対象としている地震力などの違いなどに起因している。なお、礫質土は、北海道南西沖地震、兵庫県南部地震などで液状化した事例が確認されている。

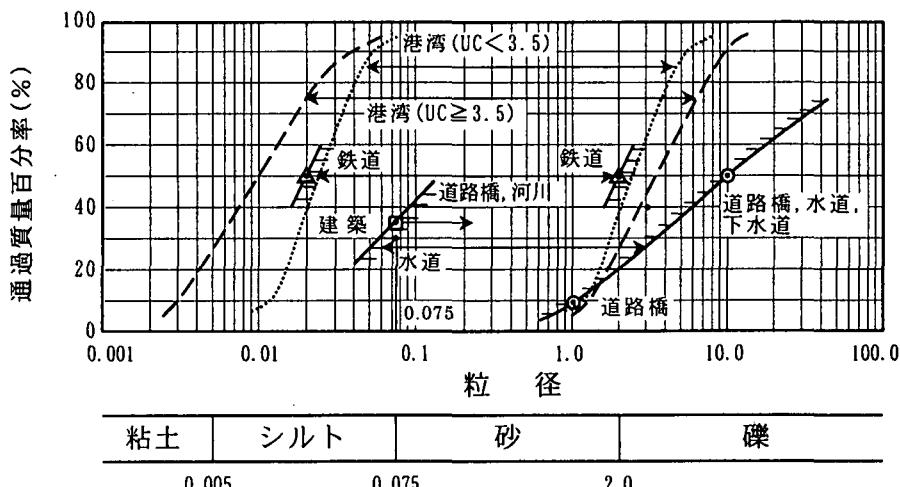


図-4.5.3 液状化を生じる可能性がある粒径範囲

図-4.5.4は、換算N値 N_1 と繰返し非排水三軸試験で得られた液状化強度比 R_L の関係を示したものである。換算N値 N_1 とは、N値を有効上載圧 98.1KN/m^2 相当の値に換算したものであり、道路橋示方書の場合、次式で表される。

$$N_1 = 1.7 \cdot N / (\sigma' v / 98.1 + 0.7)$$

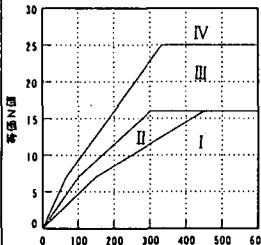
ここに、 $\sigma' v$: 有効上載圧 (KN/m^2)

液状化強度比 R_L は、 N_1 が20を超える付近から顕著に大きくなる。

表-4.5.2 液状化判定基準及び判定法一覧表（1）

基準の名称	対象土層	液状化判定法	液状化判定法の予測式	
			液状化強度の求め方	地盤外力の求め方
道路橋示方書・同解説V、耐震設計指針(1996年、日本道路協会)	<ul style="list-style-type: none"> 地下水位が GL-10m 以内にあり、かつ GL-20m 以内にある飽和砂質土層 FC ≤ 35%、ただし、FC > 35%でも IP ≤ 15 ならば検討必要 D50 ≤ 10mmかつ D10 ≤ 1mm 	<p>FL 値を求め FL ≤ 1.0 ならば液状化と判定</p> $FL = R / L$	$R = C_w \cdot RL$ $C_w \text{ (地盤動特性による補正係数)}$ $= 1.0 < \text{タイ I} >$ $1.0 \quad (RL \leq 0.1)$ $3.3RL + 0.67 \quad (0.1 < RL \leq 0.4) \quad \text{[タイ II]}$ $2.0 \quad (0.4 \leq RL)$ $RL = \begin{cases} 0.0882\sqrt{Na}/1.7 & (Na < 14) \\ 0.0882\sqrt{Na}/1.1 \cdot 6 \times 10^4 & (Na \geq 14) \end{cases}$ <p><砂質土の場合></p> $Na = C_1 \cdot N_i + C_2$ $N_i = 1.7 \cdot N / (d'v + 0.7)$ $\begin{cases} 1.0 & (0\% \leq FC < 10\%) \\ (Fc+10)/50 & (10\% \leq FC < 60\%) \\ Fc/20-1 & (60\% \leq FC) \end{cases}$ $C_1 = \begin{cases} 0 & (0\% \leq FC < 10\%) \\ (Fc-10)/18 & (10\% \leq FC) \end{cases}$ <p><礫質土の場合></p> $Na = \{1 - 0.36 \log_{10}(D50/2)\} \cdot N_i$	$L = rd \cdot khe \cdot \sigma v / \sigma v'$ $rd \text{ (低減係数)} = 1 - 0.015z$ $khe \text{ (設計水平震度)} = C_z \cdot khco$ $C_z \text{ (地盤別補正係数)} = 1.0, 0.85, 0.7$ $Khco \text{ (標準化地盤外力)} =$ $0.3, 0.35, 0.4 \text{ [タイ I]}$ $0.8, 0.7, 0.6 \text{ [タイ II]}$
建築基礎構造設計指針(1988年、日本建築学会)	<ul style="list-style-type: none"> GL-20m 以浅の飽和土層 FC ≤ 35% ただし、FC > 35%でも P_c ≤ 10%または IP ≤ 15 ならば検討必要 	<p>FL 値を求め、FL ≤ 1.0 ならば液状化と判定</p> $FL = \frac{\tau d / dz}{\tau d' / dz} = \frac{\tau d}{\tau d'}$ $\tau d / dz: \text{液状化抵抗比}$ $\tau d' / dz: \text{地盤外力}$	<p>図-1 を用いて $\tau d / dz$ を求める。</p> <p>図-1 細砂(Na)と液状化抵抗比 $\tau d / dz$ $Na = N_i + \Delta N_f$ $N_i = C_w \cdot N$ $C_w = \sqrt{10 / dz}$ ΔN_f は図-2 より求める。</p> <p>図-2 細粒土含有率と補正N値増分 ΔN_f</p>	$\frac{\tau d}{\tau d' / dz} = rn \frac{\alpha_{max}}{g} \cdot \frac{\sigma z}{dz} (1 - 0.015z)$ $rn = 0.1 \text{ (M-1)}$ $M: ランクニュート$ $\alpha_{max} \text{ (設計水平震度)} = 200gal$
港湾の施設の耐震設計に係る当面の設置(その2)(1997年運輸省港湾局)	<ul style="list-style-type: none"> GL-20mまで ただし、GL-20m 以深でも液状化が発生した場合に構造物に重大な損傷が生じると判断される場合や上部-20m 以浅の土層と連続する層であると判断される場合には、対象土層となる。 	<p>二段階で判定を行う。</p> <p>ステップ1 粒度による液状化の可能性を判定。 可能性がない場合はこのステップで終了。</p> <p>ステップ2 各土層の等価N値と等価加速度から図-4に示すチャートで液状化ランクを決定。</p> <p>ランクI…液状化する ランクII…液状化する可能性が大きい ランクIII…液状化しない可能性が大きい ランクIV…液状化しない</p>	<p>ステップ1 図-3に示す粒径範囲に入るか否かによる液状化判定</p> <p>図-3 被状化の可能性のある土の粒度分布</p>	<p>各土層の等価加速度 α_{eq} を算定</p> $\alpha_{eq} = 0.7 \times \frac{\tau_{max}}{\sigma v} \times g$ $\tau_{max}: 最大せん断応力(地盤外力)により算出$

表-4.5.3 液状化判定基準及び判定法一覧表（2）

基準の名称	対象土層	液状化判定法	液状化判定法の予測式	
			液状化強度の求め方	地盤外力の求め方
		 <p>図-4 液状化ラジの判定図 尚、ラジ2でも判断できない場合液状化試験を実施して判定を行。この方法はFL法による。</p>	<p>ステップ2</p> <ol style="list-style-type: none"> ①次式によって等価N値(N_{eq})を求める。 $(N)_{eq} = \frac{N - 1.828(d'v - 0.66)}{0.399(d'v - 0.66) + 1}$ ②粗粒分による等価N値の補正を行う。 <ol style="list-style-type: none"> $f_c \leq 15\%$ ①を図-5の低め系数で除する。 $f_c \geq 15\% \text{かつ} l_p < 10$ ①を低め系数 0.5 で除する。 $f_c \geq 15\% \text{かつ} l_p \geq 20$ N値に下式の△Nを加算する。 $\Delta N = 8 + 0.4 \times (l_p - 10)$ $f_c > 15\% \text{かつ} 10 \leq l_p < 20$ (c)と同じ補正 ただし、ラジIII、IVに含まれる場合 (b)の補正を行う。 	
鉄道構造物等設計標準・同解説 -基礎構造物・ 杭土圧構造物 (1997年、(財) 鉄道技術研究所)	以下の2つの条件を満足する土層 ①地下水位が GL-10m 以内にあり、かつ CL-20m 以内にある飽和土層 ② $0.02mm \leq D_s \leq 2.0mm$	<p>R_L 値を求め、$R_L \leq 1.0$ ならば液状化と判定 $F_L = R_L / L$</p> <p>次の2つの地盤強度比で計算を行う。 -地盤時使用限界状態 (レベル1) -地盤時終局限界状態 (レベル2)</p>	<p><地盤時使用限界状態></p> $R = \begin{cases} 1.1 [N_1^{0.5} + 0.1 N_1^1] + f(O_b, F_c, d'v) & Dr \geq 60\% \\ 0.0883 [N_1 (d'v + 0.7) + O_b, F_c, d'v] & Dr < 60\% \end{cases}$ $N_1 = 2.5 \frac{N}{d'v + 1.5}$ <p>係数a, b, cは0.0676, 0.0368, 4.52を用いる。</p> $Dr = 3.6 \left[\frac{N}{d'v + 1.5} \right]^{0.37}$ <p>$f(O_b, F_c, d'v)$ は</p> <ol style="list-style-type: none"> $D_s < 0.075mm$, $F_c > 50\%$ の場合 $f = 0.002(F_c + 0.065)$ $0.075mm \leq D_s \leq 0.5mm$ の場合 $f = 0.021 \log_{10} \left(\frac{0.20}{D_s} \right) + 0.065 (\log_{10}(F_c + 1)) \log_{10} d'v$ $D_s > 0.5mm$ $f = -0.084 + 0.065 (\log_{10}(F_c + 1)) \log_{10} d'v$ <p><地盤時終局限界状態></p> $R = \frac{1 + 2K_0}{3} \cdot R_D$ <p>R_D: 累積損傷度理論を適用して補正した液状化強度比 K_0: 静止土圧係数</p> <p><地盤時使用限界状態></p> $L = (1 - 0.015z) \cdot K_{sho} \cdot a / d'v$ $K_{sho} = v_a \cdot v_b \cdot K_{so}$ v_a (地盤強度補正係数) = 1.0, 0.75 v_b (地盤強度補正係数) = 1.0 K_{so} (設計強度比の基準値) = 0.15 <p><地盤時終局限界状態></p> $L = 0.5(\pi \cdot z)^{1/2} \cdot K_{sho}$ K_{sho} (設計強度の基準値) = 0.47, 0.34	

また、ばらつきがあるものの埋立土、沖積土、洪積土の順に R_L が大きくなる傾向がある。

図-4.5.5 は、 R_L に及ぼす FC の影響を調べたものである。縦軸には、同じ R_L 値を有する細粒分の少ない砂質土の N_1 値との差をとっている。データのばらつきはあるものの右上がりの傾向にある。このことは、同じ N_1 値であれば細粒分を多く含む砂質土の R_L は細粒分の少ない砂質土に比べて大きいことを意味する。

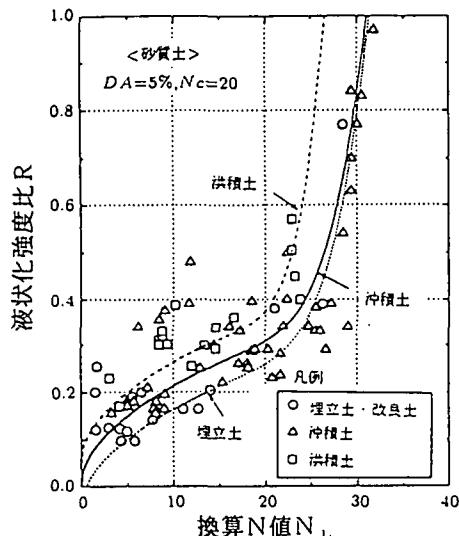


図-4.5.4 砂質土の液状化強度比と換算 N 値の関係¹⁰⁾

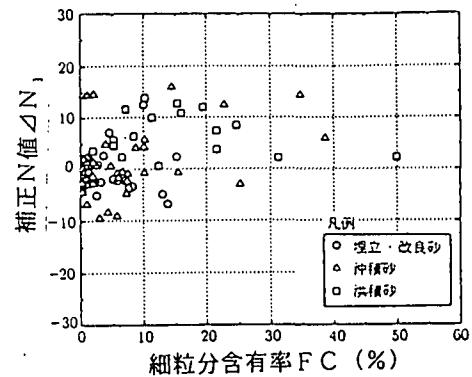


図-4.5.5 砂質土の補正項 ΔN_1 と細粒分含有率 FC の関係¹⁰⁾

簡易予測方法による液状化判定計算の一例を以下に示す。

液状化判定計算例

計算式： 道路橋示方書・同解説V耐震設計編 平成8年12月

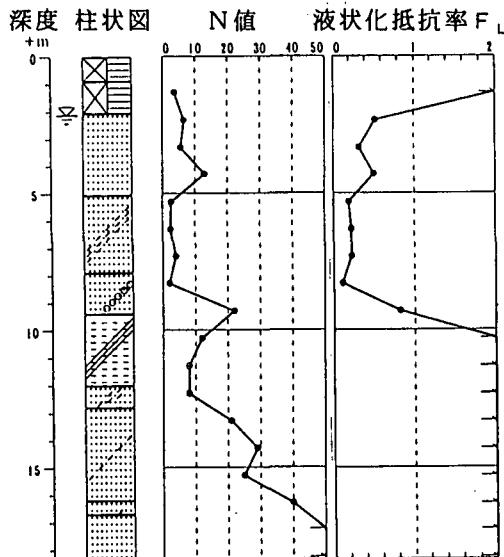
地表面最大加速度： 686gal (II種地盤, タイプII地震動)

表-4.5.4 地盤条件 地下水位 GL-2.11m

地層区分	土質分類	地層境界深度(m)	層厚(m)	湿潤密度 ρ_t (t/m ³)	全上載圧 σ_v (KN/m ²)	有効上載圧 σ_v' (KN/m ²)
沖積層	粘性土	表土(粘土)	0.90	0.90	1.550	13.685
		表土(粘土)	2.05	1.15	1.550	31.171
	砂質土	細砂	5.05	3.00	1.850	85.617
		シルト質細砂	7.90	2.85	1.800	135.942
	礫混じり中砂	9.40	1.50	1.900	163.901	92.386
洪積層	砂質土	粘土質シルト	12.00	2.60	1.600	204.710
		シルト質細砂	12.80	0.80	1.800	218.837
		シルト混じり細砂	16.20	3.40	1.900	282.209
		シルト混じり細砂	16.70	0.50	1.950	291.774
		細砂	18.35	1.65	2.000	324.147

表-4.5.5 液状化抵抗率計算表

No.	計算深度 (m)	N 値	細粒分 含有率 F C (%)	塑性 指數 I p	全上載圧 σv (KN/m ²)	有効上載圧 $\sigma v'$ (KN/m ²)	換算 N 値 N ₁	細粒分補正項		補正 N 値 Na	動的 せん断 強度比 R	深さ方向 低減係数 r d	地震時 せん断 応力比 L	液状化 抵抗率 F _L 値
								C ₁	C ₂					
1	1.310	3.75	69.7											
2	2.305	6.77	19.3		35.799	33.886	11.0	1.19	0.52	13.62	0.375	0.965	0.714	0.525
3	3.305	5.81	11.9		53.948	42.225	8.74	1.04	0.11	9.20	0.277	0.950	0.850	0.326
4	4.300	13.00	7.6		72.005	50.522	18.19	1.00	0.00	18.19	0.473	0.936	0.933	0.507
5	5.315	2.73	25.6		90.296	58.855	3.57	1.31	0.87	5.55	0.189	0.920	0.988	0.191
6	6.320	2.65	41.6	8.2	108.042	66.742	3.26	1.63	1.76	7.07	0.227	0.905	1.026	0.221
7	7.300	4.00	28.0		125.347	74.433	4.66	1.36	1.00	7.34	0.232	0.891	1.050	0.221
8	8.300	2.00	16.8		143.398	82.674	2.20	1.14	0.38	2.89	0.121	0.876	1.064	0.114
9	9.300	22.00	15.2		162.037	91.503	22.90	1.10	0.29	25.48	0.872	0.860	1.066	0.818
10	10.300	12.00												↑
11	11.300	8.00												計 算 対 象 外
12	12.300	8.00												
13	13.300	21.00												
14	14.300	29.00												
15	15.300	25.00												
16	16.300	40.00												↓
17	17.225	100.00												
18	18.250	75.00												



簡易予測方法を利用するにあたっての留意点を以下に示す。

- i) 簡易予測法には、数多くの方法があり、それぞれの結果が異なることがある。従って、対象としている構造物に該当する基準類がある場合は、それを適用する。無い場合は、複数の方法で予測し、総合的に判断すると良い。
- ii) ポーリング調査地点の選定では、調査範囲内の微地形や埋立・盛土過程を事前に調査し、液状化しやすい所を外さないように調査位置を決める。また、埋立地は、通常、土質の分布が平面方向及び鉛直方向に不均質なことが多いため、施工方法などをあらかじめ調査しておくことが望ましい。
- iii) ポーリングにあたっては、地下水位まで無水掘りを行うような配慮が必要である。地下水位は、液状化判定結果に大きく影響する。
- iv) 液状化判定に用いる加速度が地盤種別により異なるため、ポーリング調査及び資料調査などにより、検討箇所がどの地盤種別にあてはまるかを調べる必要がある。
- v) 同一地層内でも、ある深度の N 値だけが異なる場合がある。同一地層と考えて粒径を

他の深度と同じに仮定して液状化判定すると、この深度だけ違った結果が得られる。その原因としては、N値が大きい場合には、そこだけ粗粒砂の薄層があつたりする。また、N値が小さい場合には、シルト質の薄層が挟在したりする。そのため、粒度試験は、その深度で必ず行うようとする。

vi) 洪積の砂質土は、既往の地震において液状化した事例は確認されていない。これは、洪積の砂質土のN値が一般に高く、セメンテーションを受けていたために液状化抵抗が大きいためである。ただし、例外的にN値の低い砂質土が出現した場合には、液状化の判定を行うのが望ましい。

vii) 土の単位体積重量は、不攪乱試料による測定値が無い場合は、一般に、土質名から推定することが行われている。従って、土質名は、ボーリング時の観察記事を注意深く読むことと、粒度試験結果を見て判断すると良い。特に、シルト質砂や砂質シルトでは、間違いやすいので注意を要する。

4.5.4 液状化試験や地震応答解析などによる詳細な予測

この方法は、液状化強度比Rを室内液状化試験によって求め、地震時最大せん断応力比Lを地震応答解析によって求めるものである。その手順を図-4.5.6に示す。

液状化強度比Rは、一般に繰返し非排水三軸試験などで繰返し回数が20回で所定のひずみに達する応力比をとる。一方、地震応答解析により各深さでの最大せん断応力 τ_{\max} を求め、これを有効上載圧 $\sigma'v$ で除して地震時最大せん断応力比Lを求める。この両者の比をとて液状化に対する安全率（または抵抗率） F_L を算出する。Lの算定には、全応力解析法が用いられる。

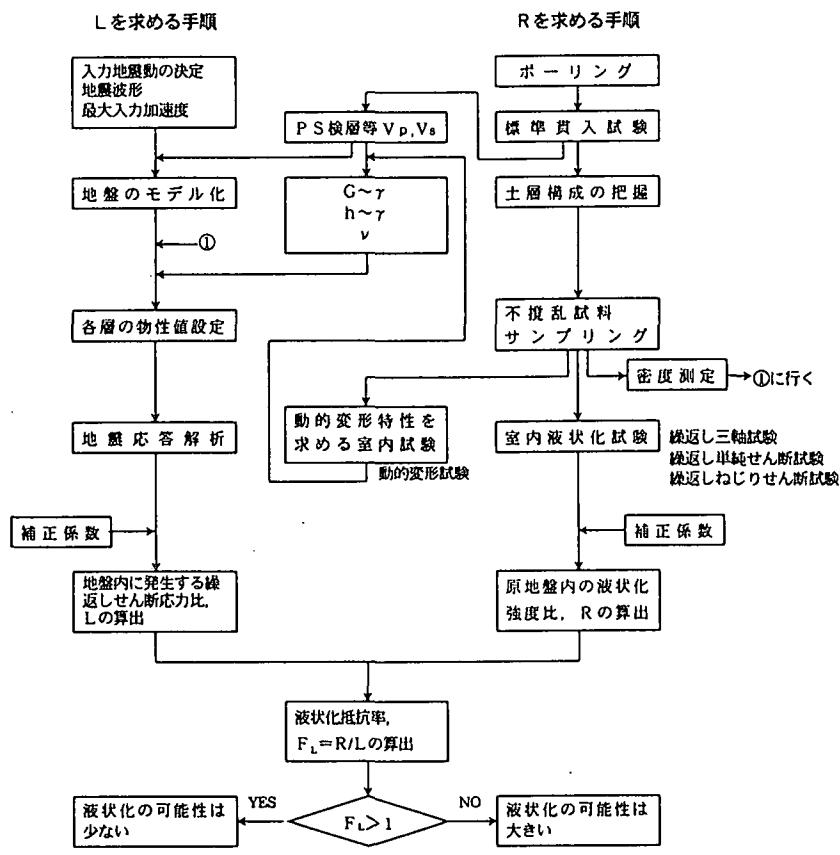


図-4.5.6 詳細な予測の手順（全応力解析法）

一方、有効応力解析法は、土の液状化モデルを作成し、地震時における間隙水圧の発生、消散を時々刻々計算し、有効応力の変化に応じて応力～ひずみ関係を変化させて地震応答解析を行うものである。有効応力解析法による詳細な予測の手順を図-4.5.7に示す。

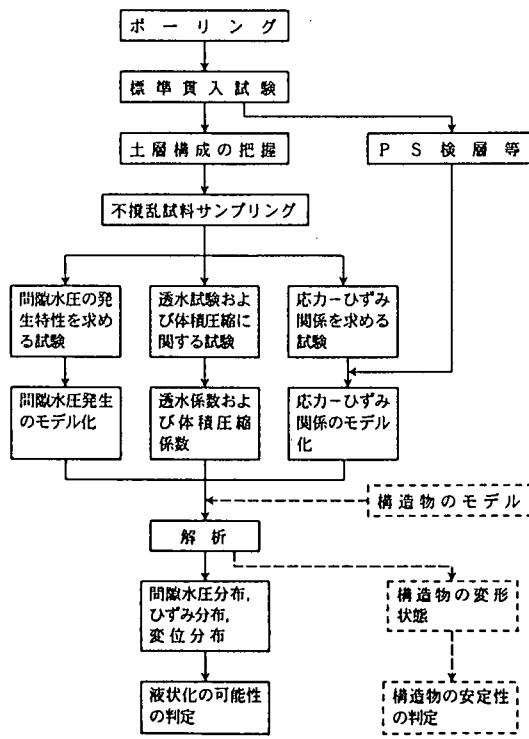


図-4.5.7 有効応力解析法による詳細な予測の手順¹¹⁾

有効応力解析は、現在いくつか提案されているが、主に、表-4.5.6に示すモデルを組み合わせて行われている。

表-4.5.6 有効応力解析に用いられている各種モデル¹²⁾

項目	解析モデル
透水方程式	圧密方程式に間隙水圧発生の項を加えた方程式 Biotらの多孔質物体変形理論に基づく透水方程式
応力～ひずみ関係のモデル	Hardin-Drnevich型のモデル Ramberg-Osgood型のモデル 適切な硬化関数を用いた塑性論モデル
間隙水圧モデル	室内実験結果に基づき応力経路を適切な関数形でモデル化し、荷重変化に伴う間隙水圧の上昇量を求める方法 応力やひずみの累積履歴を関数形にまとめて体積ひずみ～応力の関係を導いておき、体積変化ゼロの条件を課して間隙水圧を求める方法 塑性論的手法で体積変化ゼロの条件をつけて間隙水圧を求める方法

有効応力解析では、繰返しせん断応力が加わっている間の間隙水圧の変化から有効応力の変化として応力～ひずみ関係を考慮して計算する。実務においては、約1/100～1/1000秒毎に、せん断応力 τ の計算→間隙水圧モデルによる間隙水圧発生量 Δu の計算→間隙水圧消散の計算→有効応力 σ' の変化を考慮した応力～ひずみ関係の再設定(G , γ , h)

→せん断応力 τ の計算、を繰返して行う。

この方法は、理論的にも優れ、最近は以下のような条件の場合に用いられる。

- i) 複雑な地層からなり、砂質土層で発生した過剰間隙水圧が構造物に与える影響を検討する場合
- ii) 液状化対象層の上部に透水性の高い砂礫層などがあり、過剰間隙水圧の消散が考慮できる場合
- iii) 間隙水圧の消散による液状化対策工法の効果を判定する場合。
- iv) 液状化時の応答加速度、変位などが必要な場合

4.6 液状化が構造物に及ぼす影響

(1) 土質定数の低減

地盤が液状化すると、土の強度及び支持力が低下する。基礎杭等のように横方向の地盤反力を期待する基礎構造物は、地盤反力の低下によって杭体に大きな応力が発生し安定性が損なわれるとともに、杭頭変位も大きくなるので上部構造に悪影響を及ぼす。従って、液状化の可能性のある地盤では、液状化の程度、すなわち、液状化抵抗率 F_L の値に応じて地盤反力係数などの土質定数を低減して設計を行う方法が、表-4.6.1 に示す「道路橋示方書・同解説」(日本道路協会 1996 年) や「建築基礎構造設計指針」(日本建築学会 1988 年) に取り入れられている。

表-4.6.1 F_L 値に基づく土質定数の低減^{13) 14)}

(a) 道路橋示方書・同解説(1996 年)

F_L の範囲	現地盤面からの深度 x (m)	動的せん断強度比 R	
		$R \leq 0.3$	$0.3 < R$
$F_L \leq 1/3$	$0 \leq x \leq 10$	0	1/6
	$10 < x \leq 20$	1/3	1/3
$1/3 < F_L \leq 2/3$	$0 \leq x \leq 10$	1/3	2/3
	$10 < x \leq 20$	2/3	2/3
$2/3 < F_L \leq 1$	$0 \leq x \leq 10$	2/3	1
	$10 < x \leq 20$	1	1

(b) 建築基礎構造設計指針(1988 年)

液状化発生に対する安全率 F_i の範囲	地表面からの深さ z (m)	水平地盤反力係数に乘じる低減係数 r_z			
		$N_a \leq 8$	$8 < N_a \leq 14$	$14 < N_a \leq 20$	$20 < N_a$
$F_i \leq 0.5$	$0 \leq z \leq 10$	0	0	0.05	0.1
	$10 < z \leq 20$	0	0.05	0.1	0.2
$0.5 < F_i \leq 0.75$	$0 \leq z \leq 10$	0	0.05	0.1	0.2
	$10 < z \leq 20$	0.05	0.1	0.2	0.5
$0.75 < F_i \leq 1.0$	$0 \leq z \leq 10$	0.05	0.1	0.2	0.5
	$10 < z \leq 20$	0.1	0.2	0.5	1.0

また、「道路橋示方書・同解説」(日本道路協会 1996 年) では、表-4.6.1 に基づいて地盤反力度の上限値及び最大周面摩擦力度を低減させる。

(2) 液状化に伴う流動力

液状化に伴う流動化及び流動力については、十分解明されているとは言えないが、流動化を考慮するときの条件と流動化発生時の流動力の考え方を示す一例として「道路橋示方書・同解説」を以下に紹介する。

次に示す2条件のいずれにも該当する地盤は、流動化が生じる可能性がある。

- i) 臨海部において、背後地盤と前面の水底との標高差が5m以上ある護岸によって形成された水際線から100m以内の範囲にある地盤。
- ii) 液状化すると判定される層厚5m以上の砂質土層があり、かつ、当該土層が水際線から水平方向に連続的に存在する地盤。

また、上記より流動化が生じる可能性があると判定された場合には、流動化の影響を考慮して構造物の基礎に図-4.6.1に示すような流動力（水平力）を与える。このときの流動力は、次式から算定する。

$$q_{NL} = C_s C_{NL} K_p \gamma_{NL} \chi \quad (0 \leq \chi \leq H_{NL})$$

$$q_L = C_s C_L \{ \gamma_{NL} H_{NL} + \gamma_L (\chi - H_{NL}) \} \quad (H_{NL} < \chi \leq H_{NL} + H_L)$$

ここに、
 q_{NL} ：非液状化層中にある構造部材に作用する深さ χ （m）の位置の単位面積当たりの流動力（KN/m²）

q_L ：液状化層中にある構造部材に作用する深さ χ （m）の位置の単位面積当たりの流動力（KN/m²）

C_s ：水際線からの距離 S （m）による補正係数

$S \leq 50$ のとき $C_s = 1.0$

$50 < S \leq 100$ のとき $C_s = 0.5$

$100 < S$ のとき $C_s = 0$

C_{NL} ：非液状化層中の流動力の補正係数

液状化指数 P_L に応じて設定する。 $P_L = \int_0^{20} (1 - F_L) (10 - 0.5\chi) d\chi$

$P_L \leq 5$ のとき $C_{NL} = 0$

$5 < P_L \leq 20$ のとき $C_{NL} = (0.2P_L - 1) / 3$

$20 < P_L$ のとき $C_{NL} = 1$

C_L ：液状化層中の流動力の補正係数 $C_L = 0.3$

K_p ：受働土圧係数（常時）

γ_{NL} ：非液状化層の平均単位体積重量（KN/m³）

γ_L ：液状化層の平均単位体積重量（KN/m³）

χ ：地表面からの深さ（m）

H_{NL} ：非液状化層厚（m）

H_L ：液状化層厚（m）

F_L ：液状化抵抗率。 $F_L \geq 1$ の場合には $F_L = 1$

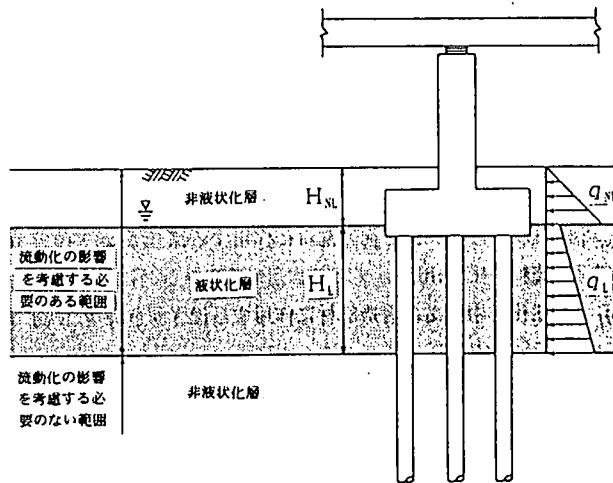


図-4.6.1 道路橋示方書における流動の考え方¹⁵⁾

4.7 液状化予測のための地質調査・試験

(1) 地質調査・試験

(a) 概略な予測のための調査

資料調査により、液状化・流動化を概略予測・検討するために必要な調査箇所の地形、地質及び液状化・流動化履歴などに関係する資料を収集する。

資料の種類、情報内容及び入手方法などを表-4.7.1 に示す。なお、資料調査の詳細については、地盤調査法（地盤工学会）が参考になる。

表-4.7.1 資料の種類、情報内容及び発行保有機関・入手方法

項目	種類	情報内容	発行保有機関・入手方法
液状化履歴	日本の地盤液状化履歴図	液状化地点、範囲	若松加寿江著・東海大学出版会
地震活動	日本の活断層	活断層の位置	活断層研究会編・東京大学出版会
地形	地形分類図	地形分類	国土庁
	土地条件図	地形分類、表層地質	建設省国土地理院 日本地図センター
	地形図	地形、地質	建設省国土地理院 全国の大きな書店
地質	地盤図	ボーリング柱状図、地層断面図	建設省、都道府県など 地盤調査法 P 626, 626 参照（地盤工学会）
	地質図	地質分布	工業技術院地質調査所・ (社) 東京地学協会地学文献センター 都道府県・内外地図(株)

(b) 簡易な予測及び詳細な予測のための調査・試験

液状化・流動化予測に必要な地質調査・試験項目を表-4.7.2に示す。

表-4.7.2 液状化予測のための地質調査・試験項目

種別	調査試験項目	調査試験から求まる定数等	液状化予測(流動化も含む)		
			簡易法	詳細法 有効応力 動的解析 法	
原位置試験	ボーリング調査 (地下水位測定も含む)	地層構成 地下水位	○	○	
	標準貫入試験	N値	○	○	
	物理 検層	P波速度V _P S波速度V _S ボアソン比ν		○	
		密度(ρ)		△	
	常時微動測定	地盤の卓越周期T _G 周波数特性		△	
	不攪乱試料採取	室内動的試験・湿润密度試験に使用	△	○	
室内試験	湿润密度試験	密度(ρ _t)	△	○	
	粒度試験	平均粒径D ₅₀ 細粒分含有率F _c 10%粒径D ₁₀	○	○	
	液性・塑性限界試験	塑性指数I _P	○	○	
	動的強度試験 (液状化試験)	繰返し非排水三軸試験, 繰返し中空ねじりせん断試験, 繰返し単純せん断試験	繰返し応力振幅比 (σd/2σ'c) ~ 繰返し載荷回数(N _c) 液状化強度比R _L	△	○
	動的変形試験	繰返し非排水三軸試験, 繰返し中空ねじりせん断試験, 繰返し単純せん断試験	せん断弾性係数G 減衰定数h G/G ₀ ~ γ曲線 h ~ γ曲線		○

○ : 実施すべき項目 △ : 必要に応じて実施する項目

①原位置試験

ボーリング、標準貫入試験、P S 検層、密度検層、常時微動測定、不攪乱試料採取の調査方法の詳細については、地盤調査法（地盤工学会）に示されている。ここでは、調査にあたっての主な留意点を記載する。

i) ボーリングは、構造物予定箇所及び資料調査に基づく地形・地質から、液状化・流動化が問題となるような位置を選定して実施する。液状化が発生しやすい地盤及び地震動の大略の条件を表-4.7.3に示す。

表-4.7.3 液状化が発生しやすい条件

項目	発生しやすい条件
地盤の条件	地下水位が浅い
	緩い砂質土が地下水以深に存在する
地震動の条件	地震動が大きい (100gal程度以上)

ii) PS検層によるS波速度Vs、P波速度Vpの測定値は、N値との相関性などを用いて妥当性をチェックすると良い。また、Vp値は沖積層などの軟弱地盤では地下水位以浅では小さいが、地下水位以深ではVs=1,500 m/sec(水の速度)前後となるので検層孔の地下水位深度との関係もチェックしておく。初期せん断弾性係数G0は、室内土質試験からも求めることができるが、試料の乱れの影響が含まれているため、通常はPS検層から求めた値を用いることが多い。また、動的ポアソン比vもPS検層から求めたものを用いることが多い。

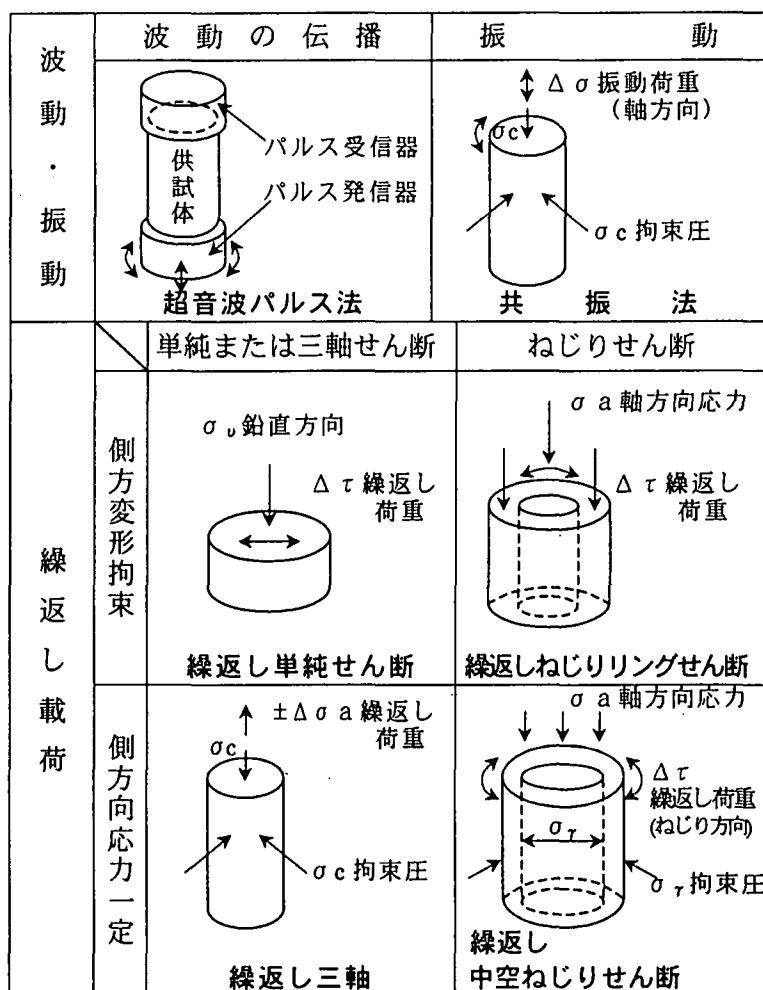


図-4.7.1 動的試験方法の種類¹⁶⁾

②室内試験

動的試験方法の種類を図-4.7.1に、試験から得られる動的定数とひずみの範囲を表-4.7.4に示す。物理試験、繰返し非排水三軸試験、繰返し中空ねじりせん断試験及び繰返し単純せん断試験の方法については、土質試験の方法と解説（土質工学会）に示されている。

表-4.7.4 動的試験方法と求まる地盤情報^{17) 18) 19) 20)}

試験法と求まる動的定数(○:直接, □:間接的)						ひずみの大きさ							
分類	試験法	せん断弾性係数 G	減衰定数 h	ボアソン比 v	土の動的強度	現象	波動、振動		力学的特性		弾性		ひずみの大きさ
							10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	10 ⁻⁴	10 ⁻³	10 ⁻²	10 ⁻¹	すべり、結固め、液状化
波動理論に基づく試験	超音波パルス試験	○		□									
振動理論に基づく試験	共振法試験	○	○	□									
繰返し試験	繰返し三軸試験(非排水、動的)	□	○			○							
	繰返し中空ねじりせん断試験	○	○			○							
	繰返し単純せん断試験	○				○							

(2)地質調査・試験計画事例

液状化試験と地震応答解析とを用いて、詳細予測を行う場合の地質調査・試験項目及び実施数量の考え方を図-4.7.2に示す。

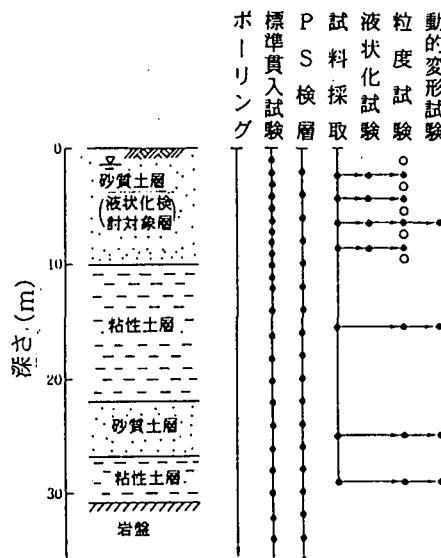


図-4.7.2 詳細な予測を行う場合の地質調査・試験項目
及び実施数量の考え方²¹⁾

地震応答解析を行うためには、工学的基盤の深さまでの地層構成と動的変形特性の把握が必要であり、この深さまでのボーリング、標準貫入試験、P S 検層を行わなければならない。また、各層の代表的な深さから不攪乱試料を採取し、室内動的変形試験（繰返し三

軸試験装置または繰返し中空ねじりせん断試験装置を用いる）を行うことが望ましい。一方、液状化検討が必要と考えられる表層の緩い砂質土層に対しては、室内液状化試験（繰返し非排水三軸試験または繰返し中空ねじりせん断試験など）を行う必要がある。

4.8 おわりに

兵庫県南部地震を含む最近の地震では、細粒分を含む礫質土の液状化が確認され、道路橋示方書・同解説（平成8年12月）などではこれを踏まえて改訂され、液状化判定式に礫質土が新たに追加された。礫質土のサウンディングとしては、標準貫入試験によるN値が一般的に用いられているが、N値は礫の存在の影響で高めに測定され、地盤強度を過大評価している恐れがある。このため、標準貫入試験より礫の存在の影響が小さい大型貫入試験で行うことも必要と考えられる。また、今後は、大型貫入試験によるN値と液状化強度の関係について検討が行われていくものと思われる。

一方、礫質土の液状化強度を室内液状化試験から求める場合には、サンプリング試料が必要であるが、通常のサンプリングでは採取が難しく、現場凍結工法によるサンプリングにより行われている。この方法は、最も乱れの少ない採取方法であるが費用が高く、特に重要な大規模構造物や特殊な場合以外はほとんど実施されていないのが実状である。このため、上述のN値の精度を高めることが有用であると考えられる。

このほか、埋立地盤と自然堆積地盤では、同じような粒度特性及び密度を持つ砂質土層でも堆積環境やagingなどにより、液状化特性が異なるものと考えられ、堆積環境などを考慮した液状化特性について、検討が行われていくものと考えられる。

最後に、本章では、流動化の現象と要因、液状化の予測方法、液状化予測のための地質調査・試験など基本的な事項について解説し、設計実務者に役立つように流れを追ってまとめたつもりである。今後の耐震設計実務を行う上で、少しでも参考になれば幸いである。なお、地盤の液状化・流動化の程度は、地震動の強さ以外に地形・地質によって左右されるため、液状化予測にあたっては地形・地質に細心の注意を払う必要があると考えられる。

参考文献

- 1) 安田進：液状化の調査から対策工まで, pp. 13, 1988.
- 2) 吉嶺充俊：単調載荷による飽和砂の非排水流動変形に関する研究, 東京大学博士論文, 1996.
- 3) 地震時の地盤・土構造物の流動性および永久変形に関する研究委員会：地震時の地盤・土構造物の流動化と永久変形に関するシンポジウム発表論文集, 地盤工学会, No. 109, pp. 4, 1998.
- 4) 安田進：液状化の調査から対策工まで, pp. 30, 1988.
- 5) 浜田政則・安田進・磯山龍二・恵本克俊：液状化による地盤の永久変位と地盤被害に関する研究, 土木学会論文集, pp. 221～229, 1986.
- 6) 芳原一也：1964.6.16 新潟地震による液状化マップの作成
- 7) 龍岡文夫, 越智健三, 藤井信二 : Effect of Sample Preparation Method on Cyclic Undrained Strength of Sand in Triaxial and Torsion Shear Tests, Bulletin of ERS, No. 17, Institute of Industrial Science, Univ. of Tokyo, pp. 29～61, 1984.
- 8) 石原研而・岩本相一・安田進・高津浩明: Liquefaction of Anisotropically Consolidated Sand, Proc. of the 9th Int. Conf. on S.M.F.E, pp. 11～15, 1977.
- 9) 池田俊雄：わかりやすい地盤地質学, 鹿島出版会, 1986.
- 10) 松尾修：液状化の判定法と耐震設計, 基礎工, Vol. 25, No. 3, pp. 34～39, 1997.
- 11) 安田進：液状化の調査から対策工まで, pp. 129, 1988.
- 12) 石原研而：液状化を考慮した地盤の応答解析法 講座 地盤の液状化 4, 土と基礎 Vol. 29 No. 29, pp. 85～91, 1981.
- 13) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, pp. 96, 1996.
- 14) 日本建築学会：建築基礎構造設計指針, pp. 168, 1988.
- 15) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, pp. 87, 1996.
- 16) 酒井運雄：耐震地盤調査の計画と管理, 鹿島出版会, pp. 51, 1985.
- 17) 石原研而：土質動力学の基礎, 鹿島出版会, pp. 4～5, 1976.
- 18) 足立紀尚, 龍岡文夫：新体系土木工学 18 土質力学 (III), pp. 204～205, 1981.
- 19) 龍岡文夫：動的室内試験, 地質と調査 第 2 号, 土木春秋社, pp. 11～18, 1980.
- 20) 建設省土木研究所：新耐震設計法 (案), pp. 91～93, 1977.
- 21) 安田進：液状化の調査から対策工まで, pp. 124, 1988.