

3.1 はじめに

本章では、地盤の振動・動的物性として、基盤と地表面の地震動ならびに地盤の非線形応答特性について述べる。主として、地盤の振動・動的物性に関する基本的事項を紹介し、耐震設計法や解析法の具体的内容については、他章に譲ることとする。また、地震基盤を定義し、基盤面より上層の表層地盤を主な対象として扱った。

3.2 基盤と地表面の地震動

3.2.1 地震基盤

通常の耐震設計においては、地表面付近に建設される構造物や深さ 100m 程度以内の地盤の耐震性について詳細に議論することが多い。また、構造物や地盤の耐震性を論ずる上で対象としなければならない周期は、数秒程度以内であることが一般的である。

ところで、「1. 断層を想定した強震動の予測」で示されているように、せん断弾性波速度が 3 km/s 以上の地層を地震基盤と想定した場合、大深度からの地層を表層地盤として取り扱うこととなり、実務設計上一般的でない。例えば、「道路橋示方書・同解説」¹⁾では、基盤面を粘性土層の場合はN値 25 以上、砂質土層の場合はN値 50 以上の地層の上面、もしくはせん断弾性波速度が 300m/s 程度以上の地層の上面と規定しているが、この場合、表層地盤厚は通常数十 m となる。基盤層は空間的にある程度の拡がりを持ち、動力学的性質の変化が少ないことが望ましい。この基盤は、「1. 断層を想定した強震動の予測」で示した地震学的基盤とは区別し、通常工学的基盤と言う。

3.2.2 地盤内での波の伝播

(1)地震波の種類と性質

震源で生じた地震波は、震源を中心に放射状に伝播し、地表面に到達する。地震波は、伝播経路や媒体である地盤特性等によって複雑に変化し、地点ごとに異なった固有の地震動となる。

一般に、地震波は図-3.2.1 のように実体波と表面波に分けられる。実体波は、震源から対象地点に直接到達する地震波である。一方、表面波は、実体波が地表に到達し、地表面に沿って伝播する地震波である。

P波(Primary Wave)は最初に到達する実体波であり、伝播方向に平行に振動しながら伝播することから、縦波あるいは疎密波と呼ばれる。S波(Secondary Wave)はP波の後に到達する実体波であり、伝播方向に垂直に振動しながら伝播するため、横波あるいはせん断波と呼ばれる。S波は見かけ上、水平成分のみを有するSH波と、鉛直成分と水平成分を有するSV波に分けられる。P波ならびにS波の伝播の模式図を図-3.2.2に示す。

P波、S波の伝播速度 V_P 、 V_S は、伝播媒体である地盤の弾性係数によって決定され、次式のような関係がある。

$$V_P = \sqrt{\frac{(1-\nu) \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu) \cdot \rho}} \quad (3.2.1)$$

$$V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu) \cdot \rho}} \quad (3.2.2)$$

ここに、E：弾性係数，G：せん断弾性係数， ν ：ポアソン比， ρ ：密度である。上式より， $\nu < 0.5$ であり， $V_P > V_S$ であることがわかる。

地中には多くの不連続面が存在し，P波，S波は反射，屈折，増幅，減衰などの作用を受ける。不連続面におけるP波，S波の反射および屈折現象には，光の伝播の場合と同様に Snell の法則が当てはまる。一般に，地盤の弾性係数は深度に比例して大きくなることから，地中深くの震源で発した実体波は，図-3.2.3 に示すように，震源がある程度遠ければ，Snell の法則によって地表面付近では地表面に垂直に入射する傾向が強くなる。このことから，耐震工学では，実体波は地表面付近で近似的に鉛直方向から入射するものと仮定することが多い。

表面波に関してであるが，表面波はラブ波(Love Wave)とレイリー波(Rayleigh Wave)に分けられる。ラブ波は，SH波が地表面に沿って伝播する地震波である。一方，レイリー波は，P波，SV波が同様に地表面に沿って伝播する地震波である。従って，図-3.2.4²⁾に示すように，ラブ波は伝播方向に垂直な水平変位成分のみを有し，レイリー波は伝播方向に平行な水平変位成分と鉛直変位成分とから成る。なお，ラブ波，レイリー波以外に妹沢波などの表面波の存在が確認されている。

耐震設計上，例えば鉛直面的拡がりを有する杭基礎構造物に関しては，鉛直上昇波である実体波が対象地震波として重要である。一方，パイプラインのような水平面的拡がりを有する地中線状構造物に対しては，地盤の不整形性に伴う実体波の位相差がその耐震性にとって大きな影響を及ぼし，また，表面波が支配的となり得る場合もある。つまり，対象とする構造物や地盤の特性に応じて，注目する地震波の種類が違ふことに留意する必要がある。

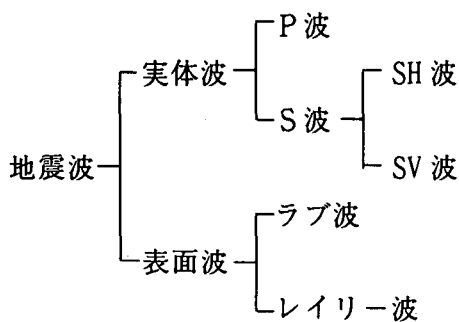


図-3.2.1 地震波の種類

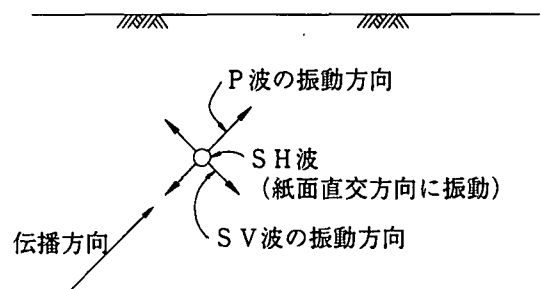


図-3.2.2 実体波の伝播模式図

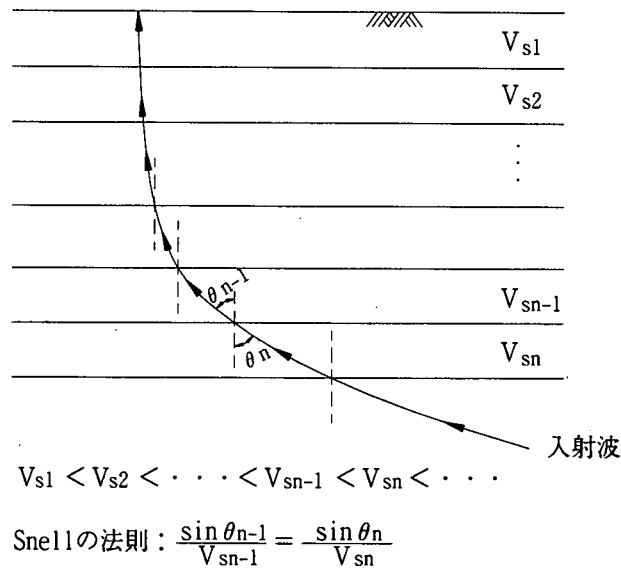


図-3.2.3 実体波の入射角の変化

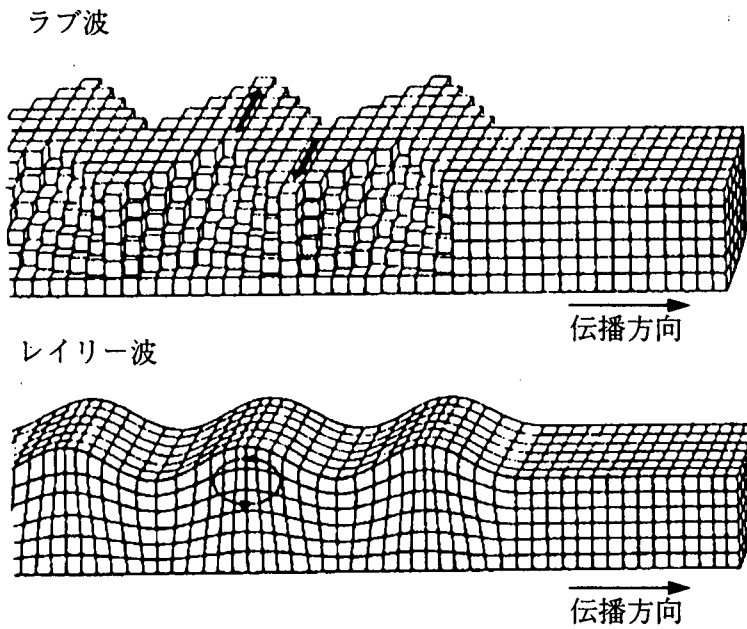


図-3.2.4 ラブ波とレイリー波の伝播模式図²⁾

(2)入射波・反射波

図-3.2.5 に示すように、鉛直方向に伝播する地震波を想定する。基盤面での地震波すなわち入力地震波に注目した場合、地震波は震源から伝播してくる入射波Eと表層地盤からの反射波Fの和として与えられる。基盤の露頭部分では、表層地盤からの反射波は存在せず、反射波Fは入射波Eと同一となり、地震波は2Eとして与えられる。

地震観測記録は入射波と反射波の和、つまりE+Fであり、ある観測地点の基盤面で得られた地震記録を他地点での入力地震波として適用しようとする場合、露頭波でなければ、観測地点固有の表層地盤の震動特性の影響すなわちFを取り除いて分離する必要がある。この場合、入力地震波を露頭波と同じ2Eとして定義することが一般的である。

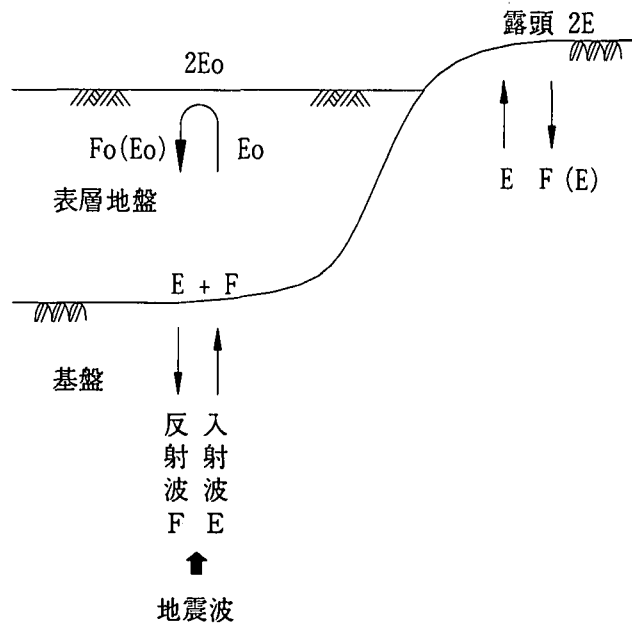


図-3.2.5 入射波および反射波

3.2.3 地盤の固有周期と地震動増幅

(1)固有周期

耐震設計を行う場合、あらかじめ表層地盤の固有周期を把握しておくことは重要である。剛基盤上の表層地盤の1次固有周期 T は、次式に示すいわゆる「1/4波長則」により算定できる。

$$T = \frac{4H}{V_s} \quad (3.2.3)$$

ここに、 H ：表層地盤厚、 V_s ：表層地盤のせん断弾性波速度である。

上式は、弾性波動理論によって得られたものであるが、せん断振動の固有振動モードを想定すると理解しやすい。図-3.2.6に表層地盤の1次の固有振動モードを示す。1波長の1/4のモードとなっており、 $4H$ すなわち1波長を V_s で除せば T が求められる。図-3.2.6には、2次、3次…の固有振動モードも併せて示したが、表層地盤が均質一様な地盤であれば、1次固有周期 $T = T_1$ とすると、2次、3次…の固有周期は、 $T_2 = 1/3 T_1$ 、 $T_3 = 1/5 T_1$ …となる。なお、弾性波動理論に基づく式(3.2.3)の定式化については、次節「(2)地震動増幅」に示す。

ところで、式(3.2.3)は均質一様な地盤の固有周期の算定式である。多層地盤の場合には、厳密には解析的評価が必要となる。幾つかの簡略な算定法が提案されているが、次式に示す各層内での波動伝播時間の和による方法、等価な均質一様な地盤に置換する方法が便利である。

$$T = \sum \frac{4H_i}{V_{si}} \quad (3.2.4)$$

$$T = \frac{4\sum H_i}{V_{av}}, \quad V_{av} = \frac{\sum V_{si} \cdot H_i}{\sum H_i} \quad (3.2.5)$$

上式は近似式であり、地表面から深さ方向に V_s が漸増する場合、層厚が大きい場合などでは、精度は悪くなる。

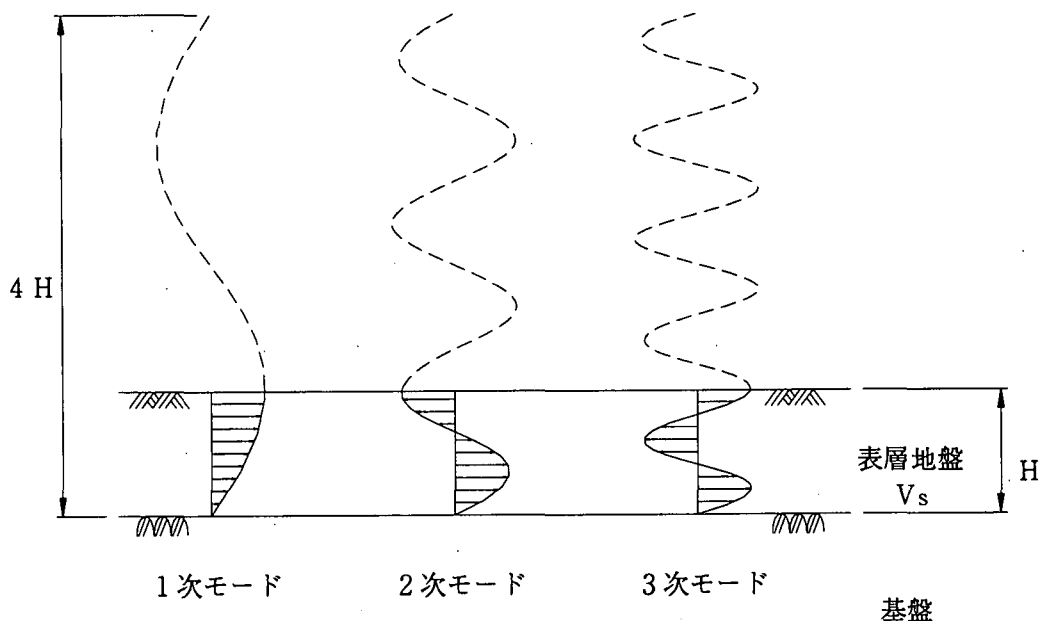


図-3.2.6 せん断振動の固有振動モード

(2) 地震動増幅

動的解析法は、一般に振動理論による解析法と波動理論による解析法に大別される。振動理論に基づく解析法は、振動方程式に立脚し、波動理論による解析法では、波動方程式が支配方程式となる。振動理論に基づく解析法については、他章で扱われているため、ここでは、S波が地盤中を伝播する場合の弾性波動理論に基づく解析法について紹介し、表層地盤内の地震動増幅について述べる。なお、紹介する解析法は、重複反射解析法と呼ばれているが、本解析法による動的解析プログラムとしては「SHAKE」³⁾が有名である。

地盤中をS波が伝播する場合、波動方程式は次式で表される。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t} \quad (3.2.6)$$

ここに、 u ：波の伝播方向 z に直角な水平変位成分、 z ：波の伝播方向、 t ：時間、 ρ ：密度、 G ：せん断弾性係数、 η ：粘弾性係数である。

今、議論を簡略化するため、地盤を非減衰とし、式(3.2.6)の右辺第2項を無視することとする。また、図-3.2.7に示すように、地盤を水平成層地盤とし、地表面に近い層から順に番号を付し、各層の上面に z 座標の原点を定める。さらに、第 n 層から第 $n-1$ 層に向かって円振動数 ω のS波が鉛直に入射する場合を考える。この場合、第 m 層内での変位 u_m は、式(3.2.6)の解として次式で表される。

$$u_m(z_m, t) = A_m \exp[i(k_m z_m + \omega t)] + B_m \exp[-i(k_m z_m - \omega t)] \quad (3.2.7)$$

ここに、 A_m 、 B_m ：入射波および反射波の変位振幅、 k_m ：波数($=\omega/V_{sm}$ 、 V_{sm} はせん断弾性波速度)、 i ：虚数単位である。

せん断応力 τ_m は、式(3.2.7)を z_m について1回微分して求められ、次式で表される。

$$\tau_m(z_m, t) = iG_m k_m [A_m \exp\{i(k_m z_m + \omega t)\} - B_m \exp\{-i(k_m z_m - \omega t)\}] \quad (3.2.8)$$

ここに、 G_m ：せん断弾性係数である。

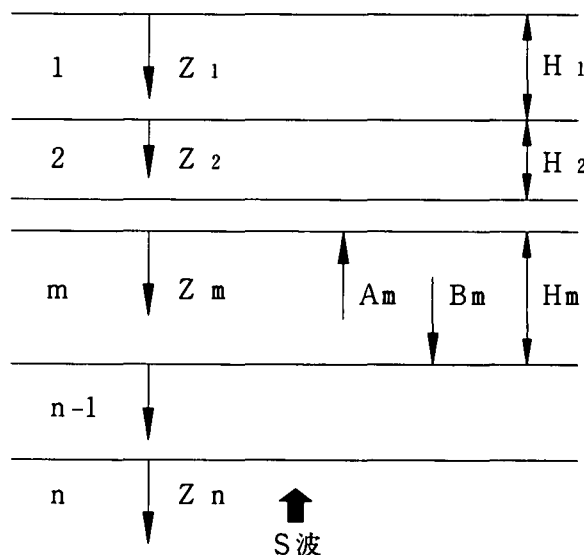


図-3.2.7 水平成層地盤

式(3.2.7), 式(3.2.8)より, u_m , τ_m と A_m , B_m との関係は, 次式のように表される.
 なお, 以下, 時間項 $\exp(i\omega t)$ を適宜省略するものとする.

$$\begin{Bmatrix} u_m(z_m) \\ \tau_m(z_m) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(ik_m z_m) & \exp(-ik_m z_m) \\ iG_m k_m \exp(ik_m z_m) & -iG_m k_m \exp(-ik_m z_m) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_m \\ B_m \end{Bmatrix} \quad (3.2.9)$$

第 m 層の上面 $z_m=0$ においては,

$$\begin{Bmatrix} u_m(0) \\ \tau_m(0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ iG_m k_m & -iG_m k_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_m \\ B_m \end{Bmatrix} \quad (3.2.10)$$

となり, 式(3.2.9), 式(3.2.10)から A_m , B_m を消去すれば, 次式が得られる.

$$\begin{Bmatrix} u_m(z_m) \\ \tau_m(z_m) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k_m z_m & \frac{\sin k_m z_m}{G_m k_m} \\ -G_m k_m \sin k_m z_m & \cos k_m z_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_m(0) \\ \tau_m(0) \end{Bmatrix} \quad (3.2.11)$$

従って,

$$\begin{Bmatrix} u_m(H_m) \\ \tau_m(H_m) \end{Bmatrix} = [S_m] \begin{Bmatrix} u_m(0) \\ \tau_m(0) \end{Bmatrix} \quad (3.2.12)$$

ここに,

$$[S_m] = \begin{bmatrix} \cos k_m H_m & \frac{\sin k_m H_m}{G_m k_m} \\ -G_m k_m \sin k_m H_m & \cos k_m H_m \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

となる.

一方, 第 m 層と第 $m-1$ 層との境界面での連続条件は, 次式のようになり,

$$\begin{Bmatrix} u_m(0) \\ \tau_m(0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{m-1}(H_{m-1}) \\ \tau_{m-1}(H_{m-1}) \end{Bmatrix} \quad (3.2.14)$$

式(3.2.12), 式(3.2.14)より, 次式の関係が得られる.

$$\begin{Bmatrix} u_m(0) \\ \tau_m(0) \end{Bmatrix} = [S_{m-1}] \begin{Bmatrix} u_{m-1}(0) \\ \tau_{m-1}(0) \end{Bmatrix} \quad (3.2.15)$$

上式は一つの漸化式であり, m を順次繰り下げ, 地表第1層との関係は, 次式で与えられることになる. なお, 地表面 $z_1=0$ でのせん断応力 $\tau_1(0)$ は0である.

$$\begin{Bmatrix} u_m(0) \\ \tau_m(0) \end{Bmatrix} = [S_{m-1}] [S_{m-2}] \cdots [S_1] \begin{Bmatrix} u_1(0) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.2.16)$$

上式より, 地表面での変位が u_1 が既知であれば, 地盤内の任意の層での変位 u_m やせん断応力 τ_m が求められることとなる. また, 逆に地盤内の任意の層での変位 u_m が既知であれば, 地表面での変位が u_1 が算定できる.

ところで, 入射波ならびに反射波の変位振幅に注目し, 式(3.2.9)を式(3.2.14)に適用して整理すると, 次式の関係が得られる.

$$\begin{Bmatrix} A_m \\ B_m \end{Bmatrix} = [T_{m-1}] \begin{Bmatrix} A_{m-1} \\ B_{m-1} \end{Bmatrix} \quad (3.2.17)$$

ここに、

$$[T_{m-1}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 + \alpha_{m-1})\exp(ik_{m-1}H_{m-1}) & \frac{1}{2}(1 - \alpha_{m-1})\exp(-ik_{m-1}H_{m-1}) \\ \frac{1}{2}(1 - \alpha_{m-1})\exp(ik_{m-1}H_{m-1}) & \frac{1}{2}(1 + \alpha_{m-1})\exp(-ik_{m-1}H_{m-1}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_m \\ B_m \end{Bmatrix} \quad (3.2.18)$$

$$\alpha_{m-1} = \frac{G_{m-1}k_{m-1}}{G_m k_m} = \frac{\rho_{m-1}V_{sm-1}}{\rho_m V_{sm}} \quad (3.2.19)$$

である。 α_{m-1} はインピーダンス比と呼ばれている。

式(3.2.17)は、式(3.2.15)と同様の漸化式であり、 m を順次繰り下げ、地表第1層との関係は、次式で与えられることになる。なお、地表面 $z_1=0$ では、既述のように $A_1=B_1$ である。

$$\begin{Bmatrix} A_m \\ B_m \end{Bmatrix} = [T_{m-1}] [T_{m-2}] \cdots [T_1] \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_1 \end{Bmatrix} \quad (3.2.21)$$

一例として、図-3.2.8 に示すような基盤層の上の表層が単層の地盤を考える。第 m 層を基盤層とし、 $m=2$ として式(3.2.21)より、地表面および基盤面の入射波ならびに反射波の変位振幅 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 の関係を求めると、次式のようなになる。

$$A_1 = B_1 = \frac{1}{\cos(k_1 H_1) + i\alpha_1 \sin(k_1 H_1)} A_2 \quad (3.2.22)$$

$$B_2 = \frac{\cos(k_1 H_1) - i\alpha_1 \sin(k_1 H_1)}{\cos(k_1 H_1) + i\alpha_1 \sin(k_1 H_1)} A_2 \quad (3.2.23)$$

上式より、基盤面の入射波の変位振幅に対する地表面の変位振幅の比は、次式のようなになる。

$$\frac{|2A_1|}{|A_2|} = \frac{2}{\sqrt{\cos^2 \frac{\omega H_1}{V_{s1}} + \alpha^2 \sin^2 \frac{\omega H_1}{V_{s1}}}} \quad (3.2.24)$$

上式は基盤面の入射波の円振動数 ω の関数であり、変位に関する応答倍率すなわち表層地盤内の地震動増幅を表しており、周波数伝達関数(または周波数応答関数、共振曲線)と呼ばれている。上式は、変位振幅の比として表されているが、入射波が調和波であり、速度および加速度振幅の比も全く同一の値となる。なお、入射波が地震波のような不規則波の場合にも、フーリエ変換により調和波に分解すれば、式(3.2.7)以降の定式化が同様に当てはまり、不規則波の場合の周波数伝達関数も式(3.2.24)と同一式で表されることになる。

図-3.2.9 にインピーダンス比 α をパラメータとして、式(3.2.24)を図示した結果を示す。これより、応答倍率 $|2A_1|/|A_2|$ は α に大きく依存することがわかる。また、応答倍率がピークを示す共振時の円振動数比 $\omega/\omega_1 (=1.0)$ から周期 T_1 を計算すると、 $4H_1/V_{s1}$ となり、既述の式(3.2.3)で示した表層地盤の1次固有周期 T_1 の算定式(「1/4波長則」)が導かれる。2次、3次…の固有周期 T_2 、 T_3 …についても同様に導くことができる。

なお、剛基盤すなわち α が 0 で、表層地盤の減衰を考慮した場合に対応する周波数伝達関数については、振動方程式より求められたものであるが、「第2章 ものの揺れ方」に示している。また、ここに示した弾性波動理論に基づく重複反射解析法において、地盤の減衰

を考慮した場合の定式化については、他書³⁾に譲ることとする。

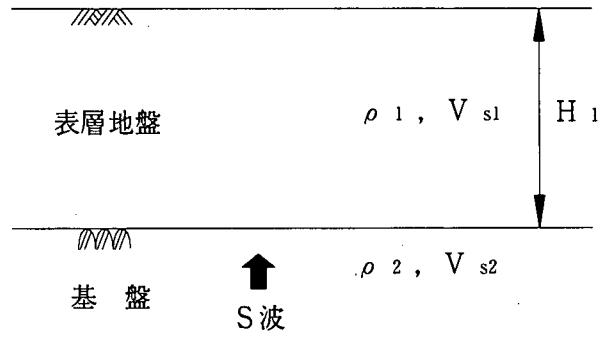


図-3.2.8 単層地盤

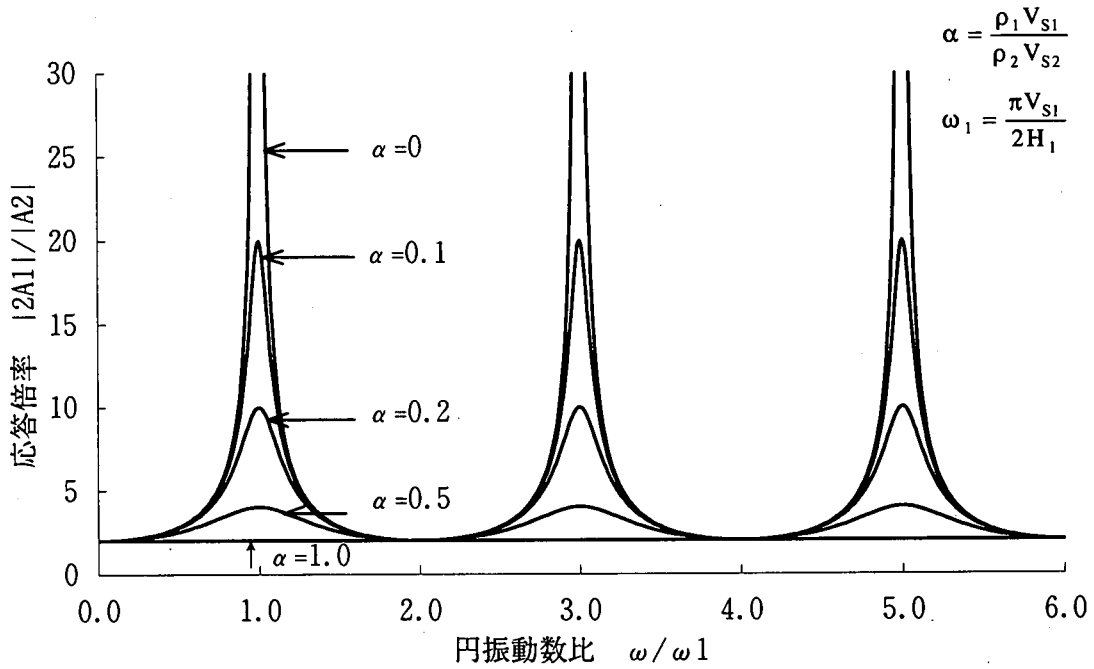


図-3.2.9 単層地盤の周波数伝達関数

3.3 地盤の非線形応答特性

3.3.1 地盤のせん断弾性係数と減衰定数のひずみ依存性

地盤の非線形応答特性として、地盤内に生じるせん断ひずみ γ の大きさにより、地盤のせん断弾性係数 G ならびに減衰定数 h が変化することが知られている。

G および h のひずみ依存性は、剛性低下曲線($G/G_0 \sim \gamma$ 曲線)ならびに減衰増加曲線($h \sim \gamma$ 曲線)として表示される。 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線について、一般には、 G は微小せん断ひずみ($\gamma = 10^{-6}$)におけるせん断弾性係数 G_0 で除した値として表わされる。建設省土木研究所では、種々の室内試験を実施し、豊浦砂や一般の砂ならびに洪積粘性土や沖積粘性土について、 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線を求めている^{4)~9)}。一例を図-3.3.1~図-3.3.5に示すが、砂や沖積粘性土の場合には、平均有効主応力(一般には有効拘束圧と呼んでいる) p 、 σ'_m によって $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線が変化したが、洪積粘性土の場合には平均有効主応力による影響を受けない結果となっている。

$G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線は、通常、振動三軸試験などの室内試験によって求められる。室内試験には、原位置から採取されたいずれも乱さない試料が必要となるが、最近では、凍結サンプリングによる不攪乱試料の採取も行われている。室内試験を行うことができず、試験値がない場合には、上記の建設省土木研究所の試験結果を含め既往の研究成果¹⁰⁾や耐震設計基準が参考となる。耐震設計基準について、「港湾の施設の技術上の基準・同解説」¹¹⁾では、種々の試験結果に基づき、 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線が式(3.3.1)、表-3.3.1および表-3.3.2のように規定されている。

$$\frac{G}{G_0} = A(I_p, \gamma) \cdot \sigma'_m{}^{n(I_p, \gamma)} \quad (3.3.1)$$

ここに、 G ：剛性率(せん断弾性係数, kgf/cm^2)、 G_0 ：微小せん断ひずみ振幅($\gamma = 10^{-6}$)における剛性率(せん断弾性係数, kgf/cm^2)、 γ ：せん断ひずみ振幅、 I_p ：塑性指数、 σ'_m ：平均有効主応力(kgf/cm^2)、 $A(I_p, \gamma)$ 、 $n(I_p, \gamma)$ ：実験定数(表-3.3.1 参照)である。砂や粘土といった土質区分に応じて曲線は異なるが、同基準では I_p が指標として用いられている。砂の場合には、 $I_p = \text{N.P.} \sim 9.4$ 未満および $I_p < 30$ の値を適用すればよい。また、上記のように σ'_m によって $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線が変化したが、図-3.3.6に同基準に基づいて作成した単位平均有効主応力($\sigma'_m = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$)下での $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線を示す。同図には、 $h \sim \gamma$ 曲線も併せて示す。なお、 $G/G_0 = 0.5$ のせん断ひずみを規準ひずみ γ_r と呼ぶが、これは次項に述べる土の応力~ひずみ関係を表す動力学モデル設定のための重要なパラメータとなる。

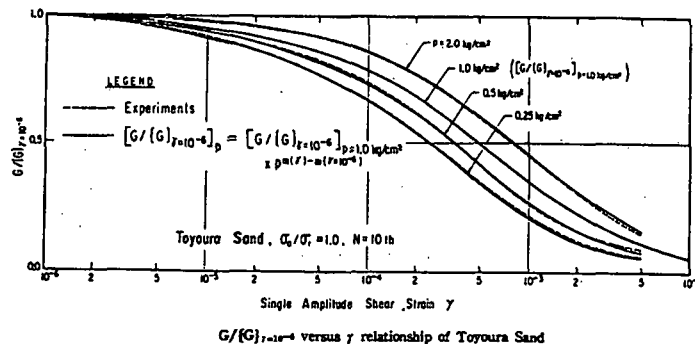


図-3.3.1 豊浦砂の $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線⁴⁾

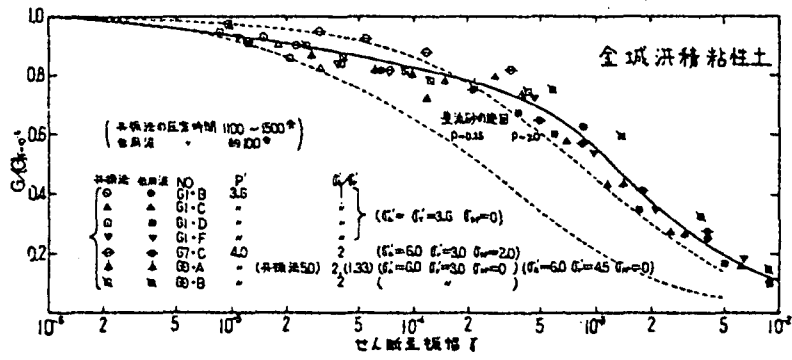


図-3.3.2 洪積粘性土の $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線⁷⁾

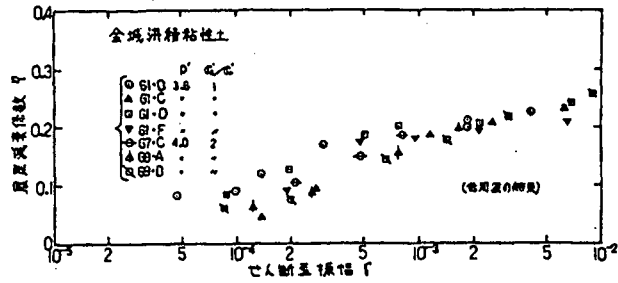


図-3.3.3 洪積粘性土の $h \sim \gamma$ 曲線⁷⁾

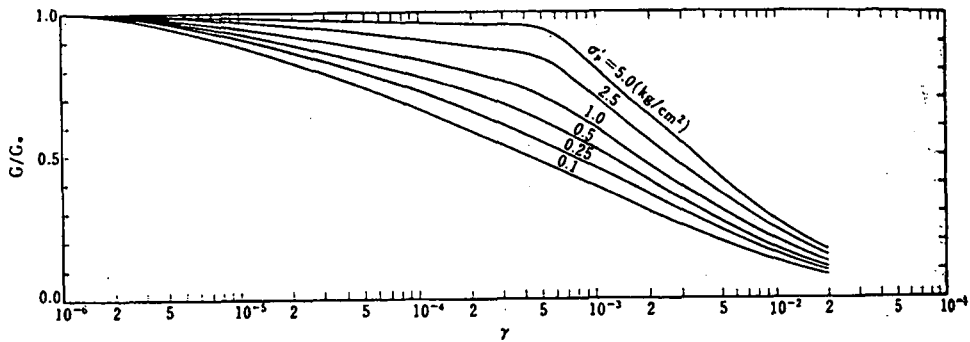


図-3.3.4 沖積粘性土の $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線⁹⁾

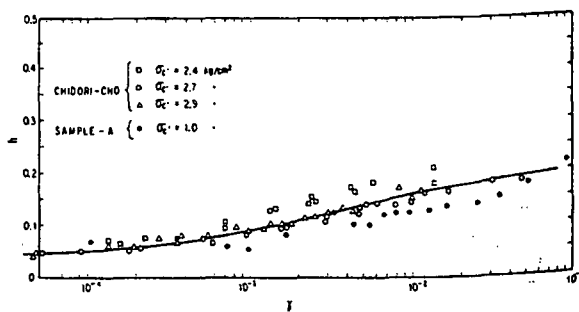


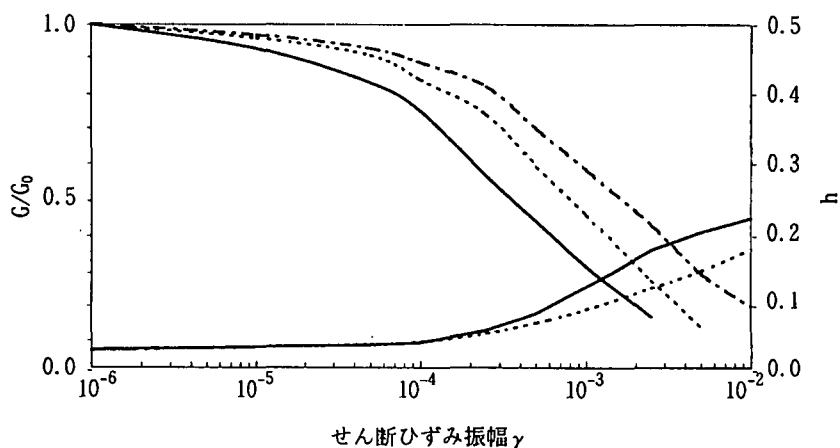
図-3.3.5 沖積粘性土の $h \sim \gamma$ 曲線⁹⁾

表-3.3.1 実験定数 $A(I_p, \gamma)$, $n(I_p, \gamma)$ の値¹¹⁾

せん断 ひずみ 振幅 γ	塑性指数 I_p					
	N.P. ~ 9.4 未満		9.4 ~ 30 未満		30 以上	
	$A(I_p, \gamma)$	$n(I_p, \gamma)$	$A(I_p, \gamma)$	$n(I_p, \gamma)$	$A(I_p, \gamma)$	$n(I_p, \gamma)$
10^{-6}	1	0	1	0	1	0
10^{-5}	0.93	0.01	0.96	0	0.97	0
5×10^{-5}	0.83	0.03	0.91	0.01	0.93	0
10^{-4}	0.75	0.05	0.84	0.02	0.89	0
2.5×10^{-4}	0.56	0.10	0.74	0.05	0.82	0
5×10^{-4}	0.43	0.16	0.59	0.09	0.70	0
10^{-3}	0.30	0.22	0.45	0.16	0.58	0
2.5×10^{-3}	0.15	0.30	0.26	0.22	0.42	0
5×10^{-3}	—	—	0.12	0.26	0.28	0
10^{-2}	—	—	—	—	0.18	0

表-3.3.2 減衰比(減衰定数) h の値¹¹⁾

せん断 ひずみ 振幅 γ	塑性指数 $I_p < 30$			塑性指数 $I_p \geq 30$		
	減衰比 h			減衰比 h		
	平均	最大	最小	平均	最大	最小
10^{-6}	0.026	0.040	0.016	0.025	0.050	0.010
10^{-5}	0.030	0.040	0.018	0.030	0.054	0.010
5×10^{-5}	0.033	0.042	0.020	0.034	0.062	0.014
10^{-4}	0.037	0.048	0.026	0.038	0.070	0.018
2.5×10^{-4}	0.055	0.068	0.040	0.050	0.088	0.030
5×10^{-4}	0.080	0.098	0.060	0.066	0.108	0.042
10^{-3}	0.120	0.145	0.092	0.086	0.133	0.056
2.5×10^{-3}	0.174	0.200	0.148	0.118	0.174	0.080
5×10^{-3}	0.200	0.222	0.178	0.144	0.208	0.100
10^{-2}	0.220	0.240	0.200	0.175	—	0.125



$G/G_0 \sim \gamma$ 曲線 : ——— $I_p = \text{N.P.} \sim 9.4$ 未満 ($\sigma'_m = 1 \text{ kgf/cm}^2$)
 $I_p = 9.4 \sim 30$ 未満 ($\sigma'_m = 1 \text{ kgf/cm}^2$)
 - - - - $I_p = 30$ 以上 ($\sigma'_m = 0.2 \sim 5 \text{ kgf/cm}^2$)
 $h \sim \gamma$ 曲線 : ——— $I_p < 30$ (平均)
 $I_p \geq 30$ (平均)

図-3.3.6 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線¹¹⁾

3.3.2 地盤の非線形モデル

地盤の非線形動的解析として、周波数領域での等価線形解析を行う場合、既述の剛性低下曲線 ($G/G_0 \sim \gamma$ 曲線) ならびに減衰増加曲線 ($h \sim \gamma$ 曲線) が地盤の非線形応答特性を表す基礎データとなる。一方、時間領域での逐次非線形解析を行おうとする場合、ランダムな繰返し応力の時間履歴に対して、ランダムなひずみの時間履歴を与える応力～ひずみ関係が必要となる。この関係を土質試験から求めることは煩雑であり、一般的には行われていない。

土の応力～ひずみ関係を表す種々の動力学モデルが提案されているが、ここでは代表的な Ramberg-Osgood モデルならびに Hardin-Drnevich モデルについて紹介する。両モデルにおけるパラメータは、 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線を基本として決定される。

(1) 骨格曲線・履歴曲線

土にある振幅の繰返し応力が与えられた場合、図-3.3.7 に示す abcda のような履歴曲線が得られる。履歴曲線の頂点を結ぶ軌跡 oae および ocf を骨格曲線と呼んでいる。応力振幅あるいはひずみ振幅を変化させることにより、様々な履歴曲線が求められる。土の応力～ひずみ関係を表す動力学モデルは、これら骨格曲線ならびに履歴曲線から構成される。

骨格曲線は、一般式として次式で表現できる。

$$\tau = G_0 \cdot \gamma \{1 - f(\gamma)\} \quad (3.3.2)$$

$$\text{または、} \quad \gamma = \frac{1}{G_0} \cdot \tau \{1 + g(\tau)\} \quad (3.3.3)$$

ここに、 τ : せん断応力、 γ : せん断ひずみ、 G_0 : 初期せん断弾性係数 ($\tau = 0$)、 f, g : 任意関数である。

骨格曲線を基本とし、通常、以下に示す Masing 則を適用して、履歴曲線が定義される¹²⁾。

① 第1法則：除荷点と再載荷点でのせん断弾性係数 G は、 G_0 に等しい (図-3.3.8 参照)。

② 第2法則：履歴曲線は、骨格曲線を τ 軸、 γ 軸の両軸に対して2倍する。

Masing 則を適用すると、式(3.3.2)および式(3.3.3)より、履歴曲線は次式のように表現される。

$$\tau = \tau_1 + G_0(\gamma - \gamma_1) \left\{ 1 - f\left(\frac{|\gamma - \gamma_1|}{2}\right) \right\} \quad (3.3.4)$$

$$\text{または、} \quad \gamma = \gamma_1 + \frac{1}{G_0}(\tau - \tau_1) \left\{ 1 + g\left(\frac{|\tau - \tau_1|}{2}\right) \right\} \quad (3.3.5)$$

ここに、 τ_1 : 折返し点のせん断応力、 γ_1 : 折返し点のせん断ひずみである。

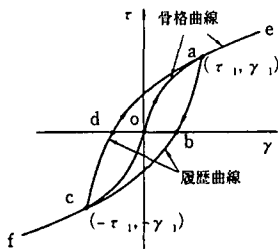


図-3.3.7 骨格曲線および履歴曲線

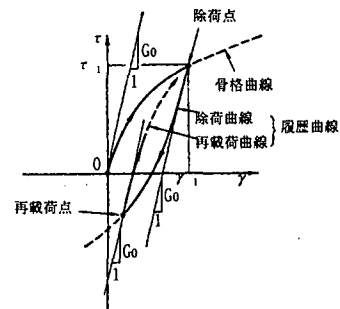


図-3.3.8 折返し点でのせん断弾性係数 G

(2) Ramberg-Osgood モデル

Ramberg-Osgood モデルは、もともと金属材料の動力学モデルとして提案されたものであるが、地盤の非線形動的解析では、これを土の動力学モデルに適用できるようにした龍岡ら¹³⁾による修正モデルがよく用いられている。

修正 Ramberg-Osgood モデルの骨格曲線は、次式で与えられる。

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} (1 + \alpha |\tau|^\beta) \quad (3.3.6)$$

ここに、 α, β : 定数である。Masing 則を適用すると、履歴曲線は次式のようにになる。

$$\gamma = \gamma^* + \frac{1}{G_0} (\tau - \tau^*) \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{|\tau - \tau^*|}{2} \right)^\beta \right\} \quad (3.3.7)$$

ここに、 τ^* : 折返し点のせん断応力 ($= \tau_1, -\tau_1$), γ^* : 折返し点のせん断ひずみ ($= \gamma_1, -\gamma_1$) である。

ところで、等価粘性減衰(履歴減衰)定数 h は、次式で定義される(図-3.3.9 参照)。

$$h = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta W}{W} \quad (3.3.8)$$

式(3.3.6)および式(3.3.7)を用い、式(3.3.8)を変形すると、次式のようにになる。

$$h = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\beta}{\beta + 2} \cdot \frac{\alpha \tau_1^\beta}{1 + \alpha \tau_1^\beta} \quad (3.3.9)$$

式(3.3.6)より、 $\tau = \tau_1, \gamma = \gamma_1$ の場合、次式が成立する。

$$\frac{1}{G} = \frac{\gamma_1}{\tau_1} = \frac{1}{G_0} (1 + \alpha |\tau_1|^\beta) \quad (3.3.10)$$

式(3.3.10)を式(3.3.9)に代入すると、次式のようにになる。

$$h = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\beta}{\beta + 2} \cdot \left(1 - \frac{G}{G_0} \right) \quad (3.3.11)$$

$G = 0$ の場合、すなわち $\gamma_1 = \infty$ での h を h_{\max} とすると、 β は次式のように表される。

$$\beta = \frac{2\pi \cdot h_{\max}}{2 - \pi \cdot h_{\max}} \quad (3.3.12)$$

次に規準ひずみ γ_r を用い、 $\gamma = \gamma_r, G/G_0 = 0.5, \tau = G \cdot \gamma$ を式(3.3.6)に代入して整理すると、 α は次式のように表される。

$$\alpha = \left(\frac{2}{\gamma_r \cdot G_0} \right)^\beta \quad (3.3.13)$$

$G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線から G_0, γ_r, h_{\max} を設定すれば、式(3.3.12)、式(3.3.13)より定数 α, β が決定でき、式(3.3.7)の履歴曲線が定義できることになる。 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線において、 G_0 の値は、近似的に微小せん断ひずみレベルである例えば $\gamma = 10^{-6}$ での G とすればよい。同様に、 h_{\max} の値についても、 $h \sim \gamma$ 曲線において近似的に h がほぼ一定値に収束する大ひずみレベルでの h とすればよい。

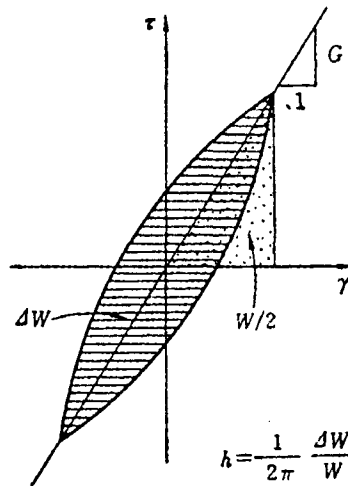


図-3.3.9 等価粘性減衰(履歴減衰)定数 h

(3) Hardin-Drnevich モデル

Hardin-Drnevich モデルの骨格曲線は、次式に示す双曲線関数として与えられる¹⁴⁾。

$$\tau = \frac{G_0 \cdot \gamma}{1 + \left| \frac{\gamma}{\gamma_r} \right|} \quad (3.3.14)$$

$\tau = G \cdot \gamma$ を式(3.3.14)に代入して整理すると、次式のようになる。

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \left| \frac{\gamma}{\gamma_r} \right|} \quad (3.3.15)$$

Hardin-Drnevich モデルは、元来骨格曲線のみが提案されており、国生ら¹⁵⁾がこれに Masing 則を適用し、履歴曲線の定義を行ったもので、修正 Hardin-Drnevich モデルと呼ばれている。修正 Hardin-Drnevich モデルの履歴曲線は次式のようになる。

$$\tau = \tau^* + \frac{G_0(\gamma - \gamma^*)}{1 + \frac{|\gamma - \gamma^*|}{2\gamma_r}} \quad (3.3.16)$$

式(3.3.16)を用い、 $h = 1/(2\pi) \cdot \Delta W/W$ を求めると、次式のようになる。

$$h = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{(1+X)}{(1-X)} + \frac{2X}{(1-X)^2} \cdot \ln X \right\}, \quad X = \frac{G}{G_0} \quad (3.3.17)$$

本モデルによる $h \sim G/G_0$ 関係は、式(3.3.17)に示すように一義的に決定される。 $G=0$ の場合、すなわち $\gamma_1 = \infty$ では $h = 2/\pi$ となり、本モデルには G/G_0 が小さい時に h が大きくなりすぎるという不自然さがある。

修正 Ramberg-Osgood モデルと同様、 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線から G_0 、 γ_r を設定すれば、式(3.3.16)より履歴曲線が定義できる。

図-3.3.10、既述の「港湾の施設の技術上の基準・同解説」¹¹⁾で規定されている砂の $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線(実験曲線と想定する)に対し、修正 Hardin-Drnevich モデル

で定義される曲線を重ね書きした結果を示す。同図には修正 Ramberg-Osgood モデルの曲線も併せて示す。これより、ひずみレベルによっては、実験曲線と各モデルとの間に大きな差異が生じていることがわかる。精度良い非線形解析結果を得るためには、解析上発生する最大ひずみレベルの範囲において、実験曲線にモデルの曲線が適合するように γ_r や h_{max} の値を適切に補正する必要がある¹⁶⁾。

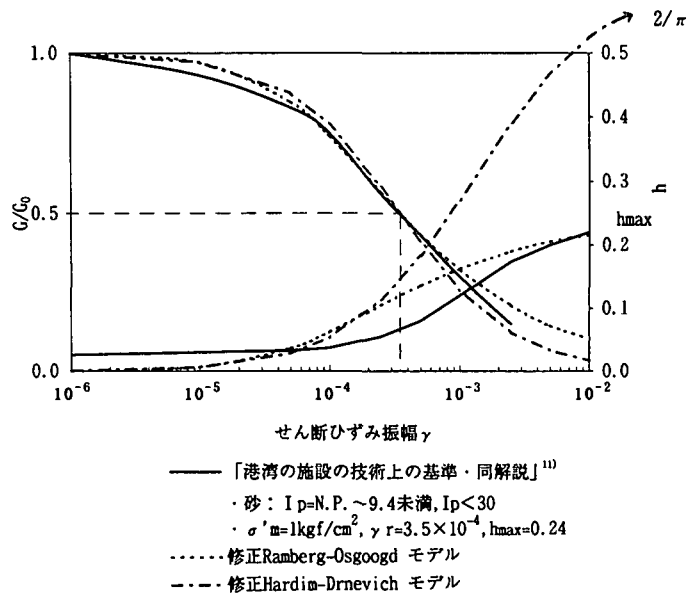


図-3.3.10 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線
(実験曲線, 修正 Ramberg-Osgood モデル, 修正 Hardin-Drnevich モデルの対比)

3.3.3 地盤の非線形動的解析事例

田蔵¹⁶⁾は、軟弱地盤の非線形地震応答特性について、種々の解析的研究を実施している。地盤の非線形動的解析事例として、以下に田蔵の研究成果の一部を紹介する。

図-3.3.11 に示す均一地盤モデルを対象として、修正 Ramberg-Osgood モデルならびに修正 Hardin-Drnevich モデルを用いた逐次非線形解析と等価線形解析を実施している。そして、地表部の最大応答値に及ぼす地層分割数 N と有効ひずみ換算係数 η の影響度、ならびに両者の適切な値について検討している。解析モデルは、逐次非線形解析が1次元多質点ばね系モデル、等価線形解析が1次元重複反射解析モデルである。入力地震波は1940年 Imperial Valley 地震の El Centro 記録の NS 成分と1968年十勝沖地震の八戸記録の EW 成分の2波とし、入力最大加速度を100gal に規準化して用いている。各地層の規準ひずみ γ_r 、最大減衰定数 h_{max} ならびに等価線形解析における土の剛性低下曲線 ($G/G_0 \sim \gamma$ 曲線) および減衰増加曲線 ($h \sim \gamma$ 曲線) は、岩崎ら⁴⁾の実験曲線から定めている。

なお、等価線形解析では、地盤を線形と仮定し、各層の初期せん断弾性係数と減衰定数から線形解析を行って各層に発生する最大せん断ひずみを求める。そして、 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線から発生最大せん断ひずみに応じてせん断弾性係数と減衰定数を修正し、次のステップの応答計算を行う。こうした計算を繰り返し、地盤内に発生するひずみが一定の精度内に収まるまで収斂計算を行って解を求める。この場合、各ステップの解析で得られる最大せん断ひずみは、有効ひずみに換算して $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線が適用される。 $G/G_0 \sim \gamma$ 曲線および $h \sim \gamma$ 曲線は、一般には正弦波加振によって得られる実験値であり、解析で得られるひずみは不規則波であることから、曲線の適用に当たっては不規則波を正弦波と等価にするような補正が必要となる。有効ひずみ換算係数 η とは、補正のために最大せん断ひずみに乗ずる係数のことであり、通常0.65の値がよく用いられている。

解析結果を表-3.3.3、表-3.3.4、図-3.3.12、図-3.3.13 示す。解析は、実地盤モデルについても実施されており、地震観測記録との対比も行われている。一連の解析より、以下に示す興味深い結論が導かれている。

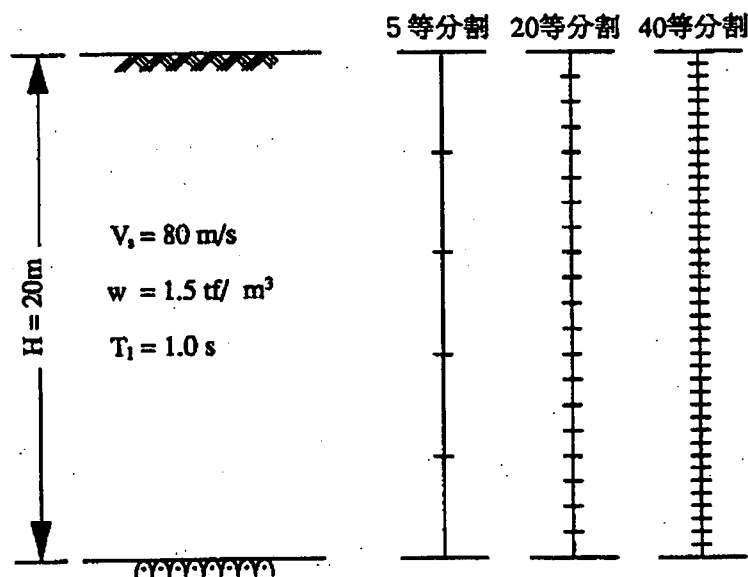


図-3.3.11 均一地盤モデルおよび地層分割¹⁶⁾

- ① 逐次非線形解析の場合、地層の分割数Nによって、地表部の最大加速度はかなり変動する。修正 Ramberg-Osgood モデルによる El Centro 波入力の結果では、5等分割モデルと40等分割モデルの場合で約35%の差が発生している。最大速度および最大変位に関しては、それぞれ修正 Hardin-Drnevich モデルの八戸波入力の結果で、最大3%および7%となっており、地層の分割数Nの影響は小さい。最大せん断ひずみについて、地層分割の粗いモデルのひずみは、地層分割の細かいモデルのひずみの平均的な値になっており、地層の分割数Nに依存して大きく変化しない。
- ② 等価線形解析の場合、地層の分割数Nが地表部の最大加速度、最大速度および最大変位に与える影響は非常に小さい。しかし、有効ひずみ換算係数 η によってかなり変動し、最大加速度は η の値が大きいほど小さくなっているが、八戸波入力の結果で、 $\eta=0.50$ としたときの最大加速度は $\eta=1.00$ としたときの値に対して約60%の差が生じている。また、同様にして、El Centro 波入力の結果で、最大速度および最大変位はそれぞれ10%、30%程度の差が生じている。せん断ひずみに関しても、 η によって変動し、概ね η の値に対して比例的に大きくなる。
- ③ 逐次非線形解析を行う場合、せん断弾性波速度や単位体積重量等の地盤物性が変化していて解析上必ず分割しなければならない地層を、さらに2分割する程度の地層分割を行えばある程度精度良い解析結果が得られる。また、最適な有効ひずみ換算係数 η を一義的に定めることは困難であるが、本解析結果からは $\eta=0.40\sim 0.65$ が最適値である。

表-3.3.3 逐次非線形解析による地表の最大応答値¹⁶⁾

応答	地層分割数	El Centro 記録		十勝沖地震八戸記録	
		修正H-Dモデル	修正R-Oモデル	修正H-Dモデル	修正R-Oモデル
最大加速度 (Gal)	5	31.9	35.5	42.2	50.9
	20	36.4	41.7	40.4	57.1
	40	37.3	48.0	38.6	59.3
最大速度 (kine)	5	13.4	13.8	22.6	28.1
	20	13.4	13.9	21.9	28.1
	40	13.4	13.9	21.9	28.3
最大変位 (cm)	5	4.3	4.3	8.7	9.9
	20	4.0	4.2	9.3	9.7
	40	4.0	4.2	9.3	9.6

表-3.3.4 等価線形解析による地表の最大応答値¹⁶⁾

応答	地層分割数	El Centro 記録				十勝沖地震八戸記録			
		$\eta=0.50$	$\eta=0.65$	$\eta=0.80$	$\eta=1.00$	$\eta=0.50$	$\eta=0.65$	$\eta=0.80$	$\eta=1.00$
最大加速度 (Gal)	5	57.6	49.6	45.6	42.3	78.4	67.2	57.4	48.4
	20	57.8	49.6	45.6	42.2	78.4	67.4	57.5	49.4
	40	57.7	49.4	45.4	42.2	78.5	67.4	57.5	49.5
最大速度 (kine)	5	14.2	13.3	14.0	14.9	29.8	31.7	30.4	28.5
	20	14.2	13.3	14.0	14.9	29.8	31.7	30.4	28.6
	40	14.2	13.3	14.0	14.9	29.8	31.7	30.4	28.6
最大変位 (cm)	5	3.5	4.2	4.5	4.6	8.6	9.4	10.0	10.3
	20	3.5	4.2	4.5	4.6	8.6	9.4	10.0	10.3
	40	3.5	4.2	4.5	4.6	8.6	9.4	10.0	10.3

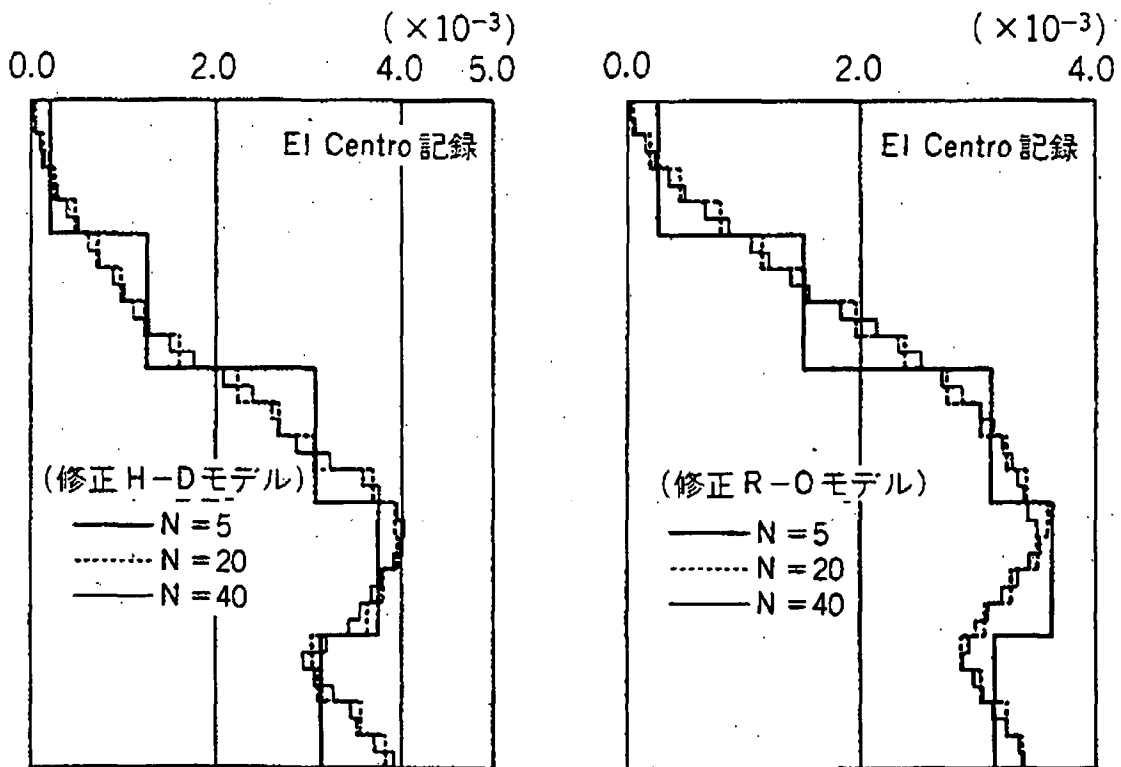


図-3.3.12 逐次非線形解析による最大せん断ひずみ分布¹⁶⁾
 (地層分割数 N の違いによる比較)

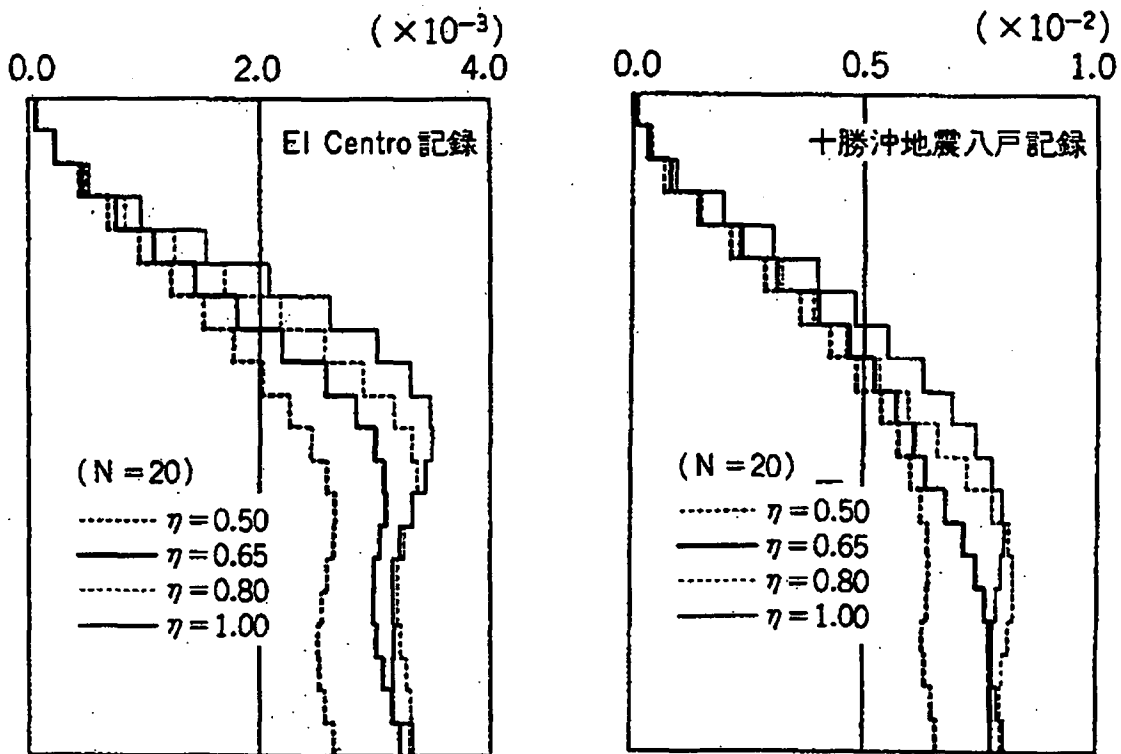


図-3.3.13 等価線形解析による最大せん断ひずみ分布¹⁶⁾
 (有効ひずみ換算係数 η の違いによる比較)

3.4 おわりに

1995年の兵庫県南部地震以後、地盤の液状化問題に注目が集められている。地盤の液状化挙動を予測、評価するためには、有効応力解析が有用である。本章では、土粒子骨格すなわち固体相に係る地盤の非線形性のみについて議論したが、液状化挙動の予測、評価のためには、地盤の負のダイレイタンスによる間隙水圧の上昇によって有効応力が低減するといった液体相に係る挙動評価が不可欠である。有効応力解析は、固体相と液体相の二相系を連成させた非線形動的解析法であり、これまでの固体相のみの非線形性を扱った全応力解析に比して、より精緻な解析法である。とりわけレベル2地震(巨大地震)における地盤の液状化挙動を予測、評価しようとする場合に、全応力解析の適用には限界があり、今後ますます有効応力解析の適用が図られていくものと考えられる。兵庫県南部地震以後に改訂された一部の設計基準には有効応力解析の適用が規定されており、本章の「付録」に紹介する。なお、有効応力解析の詳細については、次章「第4章 地盤の液状化・流動化」に述べる。

参考文献

- 1) 社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説，V耐震設計編，pp.43～48，平成8年12月。
- 2) Bolt, B.A. : Nuclear Explosions and Earthquakes, Freeman and Company, 1976.
- 3) P. B. Schnabel, J. Lysmer and H. B. Seed : SHAKE, A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites, Report No. EERC 72-12, Dec., 1972, Berkeley California.
- 4) 岩崎敏男，龍岡文夫，高木義和：地盤の動的変形特性に関する実験的研究(Ⅱ)―広範囲なひずみ領域における砂の動的変形特性―，土木研究所報告，第153号，pp.57～121，1980年3月。
- 5) 岩崎敏男，龍岡文夫，高木義和：Shear Moduli of Sands under Cyclic Torsional Shear Loading, Soils and Foundations, Vol.18, No.1, Mar., 1978.
- 6) 岩崎敏男，龍岡文夫，高木義和：Hysteretic Damping of Sands under Cyclic Loading and its Relation to Shear Modulus, Soils and Foundations, Vol.18, No.2, June, 1978.
- 7) 岩崎敏男，龍岡文夫，横田耕一郎：不攪乱粘性土の変形係数についての室内実験結果，第12回土質工学研究発表会講演概要集，pp.433～437，1977年。
- 8) 岩崎敏男，常田賢一，吉田精一，龍岡文夫：粘性土の動的変形特性に関する実験，第14回土質工学研究発表会講演概要集，pp.629～633，1979年。
- 9) 岩崎敏男，常田賢一，吉田精一，龍岡文夫：沖積粘性土の動的変形・強度特性について，第15回土質工学研究発表会講演概要集，pp.625～629，1980年。
- 10) 例えば，(社)土木学会：地震動・動的物性，動的解析と耐震設計，第1巻，pp.84～113，1995年7月。
- 11) (社)日本港湾協会：港湾の施設の技術上の基準・同解説，平成元年6月。
- 12) Pyke, R. : Nonlinear soil models for irregular cyclic loadings, Jour. of the GE Div., Proc. of ASCE, Vol. 105, No. GT6, pp. 715～726, June, 1979.
- 13) 龍岡文夫，福島伸二：砂のランダム繰返し入力に対する応力～歪関係のモデル化について，生産研究，1978年9月。
- 14) Hardin, B. O. and V. P. Drnevich : Shear modulus and damping in soils, Proc. of ASCE, Vol. 98, No. SM7, pp. 603～624, 1972.
- 15) 国生剛治，桜井彰雄：Modified Hardin-Drnevich モデルについて，土木学会第33回年次学術講演会概要集，1978年。
- 16) 田蔵 隆：軟弱地盤の非線形地震応答特性とそれを考慮した杭基礎構造物の地震応答解析法に関する研究，中央大学学位論文，1993年3月。
- 17) 土岐憲三：構造物の耐震解析，新体系土木工学11，土木学会編，1985年6月。
- 18) 小坪清真：土木振動学，1981年9月。
- 19) 田治見 宏：建築振動学，pp.114～119，昭和56年7月。
- 20) 足立紀尚，龍岡文夫：土の力学Ⅲ，圧密・せん断・動的解析，新体系土木工学18，土木学会編，1981年8月。

付録：レベル2地震動に対する岸壁・護岸の耐震設計の考え方

1995年の兵庫県南部地震以後、特にレベル2地震動を念頭として各種土木構造物の耐震設計基準が改訂されている。平成9年8月28日の運輸省港湾局の通達^{付1)}により、土構造物の一つである岸壁・護岸の地震時安定性評価について、「港湾の施設の技術上の基準・同解説」¹¹⁾が一部暫定改訂された(以後、「改訂港湾基準」と称する)。

ここでは、トピックスとして、当該基準の改訂内容について紹介する。紹介する内容は、従来基準では取扱われていなかったレベル2地震動に対する規定で、耐震強化施設(耐震強化岸壁および防災拠点等として耐震化が必要である護岸)と呼ばれる重要岸壁・護岸を対象とした規定についてである。なお、当該基準の本格改訂は、平成11年度に予定されている。

(1) 設計水平震度

「改訂港湾基準」では、レベル2地震動に対する耐震強化施設の設計水平震度 K_h は、次式により算定するように規定されている。

$$K_h = \frac{\alpha}{g} \quad (\alpha \leq 200\text{Gal}) \quad (\text{付1})$$
$$K_h = \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha}{g} \right)^{1/3} \quad (\alpha > 200\text{Gal})$$

ここに、 α ：地表面加速度(Gal)

g ：重力加速度(980Gal)

設計対象地震が直下の大地震の場合、式(付1)で求めた値が0.25を下回る時には $K_h=0.25$ とする。設計対象地震が直下の大地震でない場合、式(付1)と次式から求めた値より総合的に判断して K_h を決定する。

$$K_h = \text{地域別震度} \times \text{地盤種別係数} \times \text{重要度係数}(1.5)$$

式(付1)は、野田ら^{付2)}による提案式であり、重力式岸壁の地震被害事例に基づき、強震観測記録との対応から推定された K_h と α の関係式である。 α は地盤応答計算により算出し、応答計算には土の応力～ひずみ関係を等価線形化した重複反射モデルを使用してよいこととされている。なお、地盤応答計算に用いる入力地震動(レベル2地震動)の設定に関しては、運輸省港湾局の通達^{付1)}を参照されたい。岸壁・護岸の安定は、従来基準どおり、式(付1)より求められた K_h を用い、転倒、滑動および支持力について照査を行えばよい。

(2) 変形照査

「改訂港湾基準」では、レベル2地震動に対し、耐震強化施設は初期の機能を保持することを目標とする観点から、有効応力解析をはじめとする信頼性の高い動的解析法または模型振動実験により、変形照査を行うこととされている。地震後の施設の暫定利用を可能とする変位の目安については、付表-1、付表-2のように整理されている。

付表-1 供用の観点からの変形量の目安^{付1)}

被災変形量：最大はらみ出し量または最大エプロン沈下量(cm)				
岸壁水深 供用可能 供用制限	重力式係船岸		矢板式係船岸	
	-7.5m 以上	-7.5m 未満	-7.5m 以上	-7.5m 未満
	30	20	30	20
100	50	50	30	

付表-2 機能上の観点からの変形量の目安^{付1)}

構造物本体	エプロン全体の沈下量	20~30cm
	傾斜	3~5度
	法線の出入り	20~30cm
エプロン	沈下 エプロン上の段差	3~10cm
	エプロンと背後地の段差	30~70cm
	傾斜 順勾配	3~5%

参考文献(付録)

付1) 運輸省港湾局：港湾の施設の耐震設計に係る当面の措置(その2)，通達，平成9年8月28日。

付2) 野田節男，上部達生，千葉忠樹：重力式岸壁の震度と地盤加速度，港湾技術研究所報告，第14巻，第4号，pp.67~111，1975年12月。