

第11章 板要素

広島大学

藤井 堅

名古屋工業大学

後藤 芳顯

内容

- 11.1 概説
- 11.2 構造部材における板要素
- 11.3 板の座屈挙動
- 11.4 無補剛板の耐荷力
- 11.5 補剛板の耐荷力
- 11.6 組合せ荷重を受ける薄肉箱形断面部材の終局強度相関曲線
- 11.7 圧縮を受ける開口部を有する補剛板
- 11.8 まとめと今後の展望

内容

- 新たに追加した項目

- FEMに基づく板要素の強度解析における境界条件
- 後座屈挙動における変形の局所化
- 補剛材の必要剛比と最適剛比の定義の明確化
- 新に提案された板および補剛板の強度評価式
- 組合せ力での座屈強度評価
- 開口を有する補剛板の強度

- 旧版から割愛した項目

- 実験法

板要素(板, 補剛板)の座屈強度

(対象)

- 構造物の部材(柱、はり、桁など)を構成している板要素の局部座屈強度(圧縮, 曲げ)

(構造物の耐力との関係)

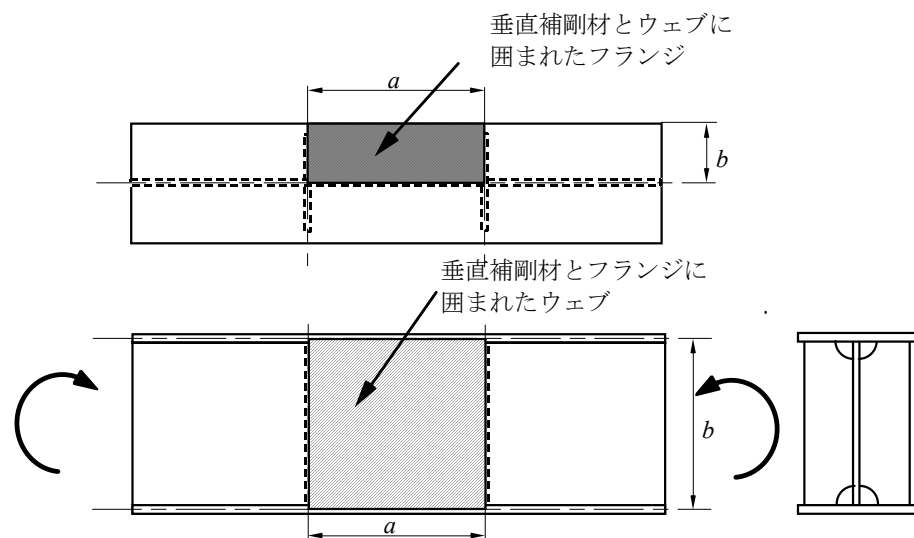
- 構造物の終局耐力は構造物全体の強度, 部材強度, 板要素の強度, 材料の強度に影響される

(設計との関係)

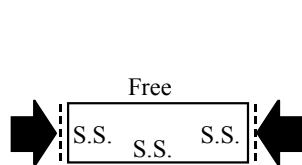
- はり要素を用いた骨組解析による設計で局部座屈を近似的に考慮するために使用
(局部座屈を考慮できるシェル要素を用いた複合非線形解析では不必要)

11.2 構造部材における板要素

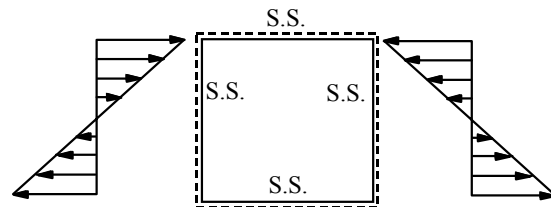
構造物における板要素と境界条件



a) 曲げを受けるH形断面はり

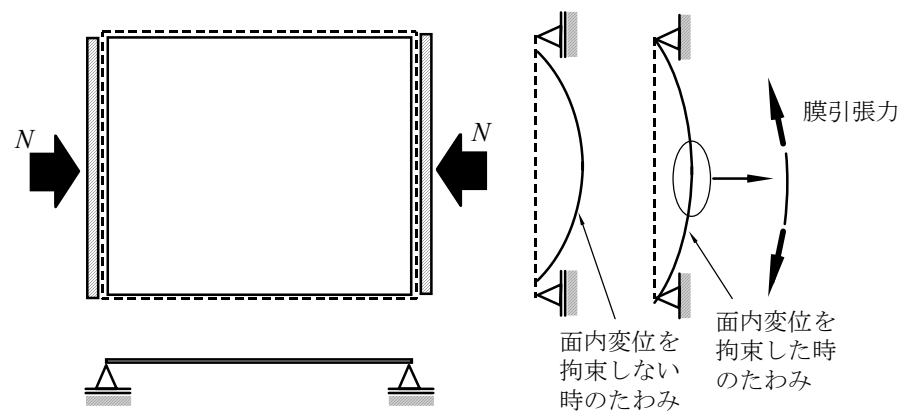


b) 3辺単純支持, 1辺自由の圧縮を受ける板



c) 周辺単純支持された曲げを受ける矩形板

FEMによる終局強度解析と境界条件



* 周辺の境界条件を実構造にできるだけ近いように設定する

* 面内変位の条件も重要

11.3 板の座屈挙動

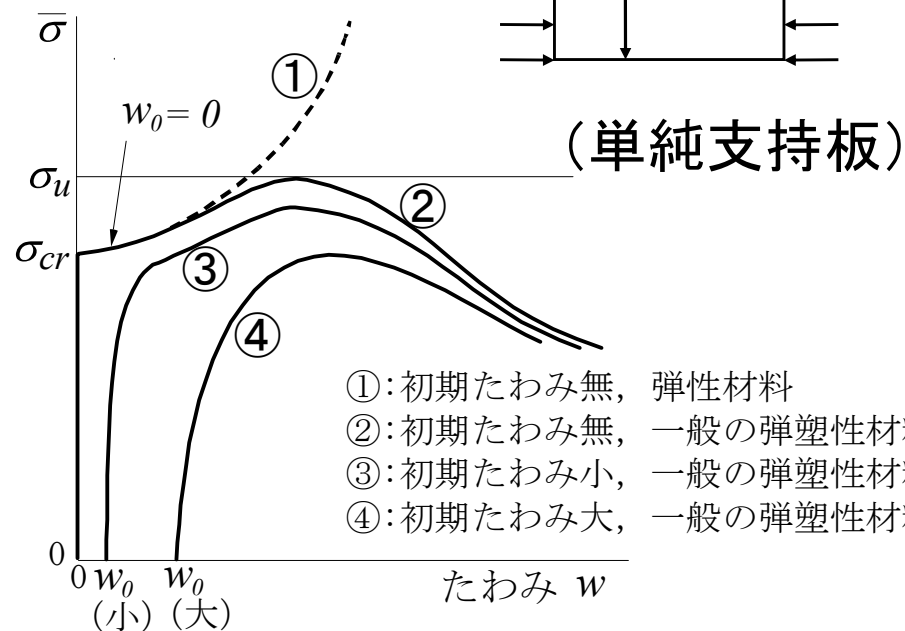
11.3.1 圧縮を受ける無補剛板

座屈荷重(分岐荷重)

$$\sigma_{cr} = k \sigma_e \quad \left(k: \text{座屈係数} (\alpha = a/b \text{ の関数}), \quad \sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \right)$$

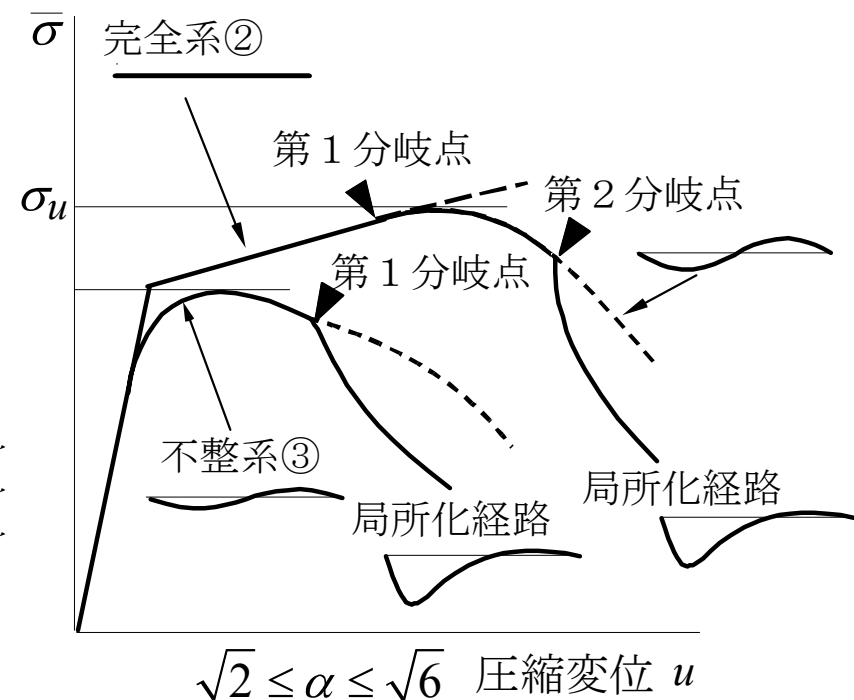
後座屈挙動

↓
耐荷力



変形の局所化

↓ $\alpha = a/b \geq \sqrt{2}$
変形能



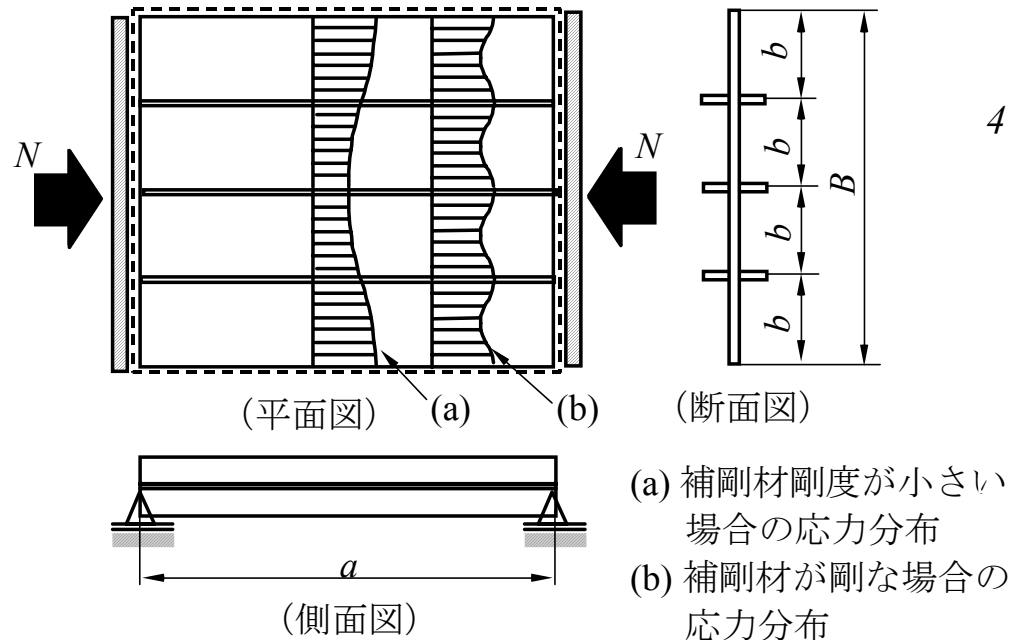
11.3 板の座屈挙動

11.3.2 圧縮を受ける補剛板

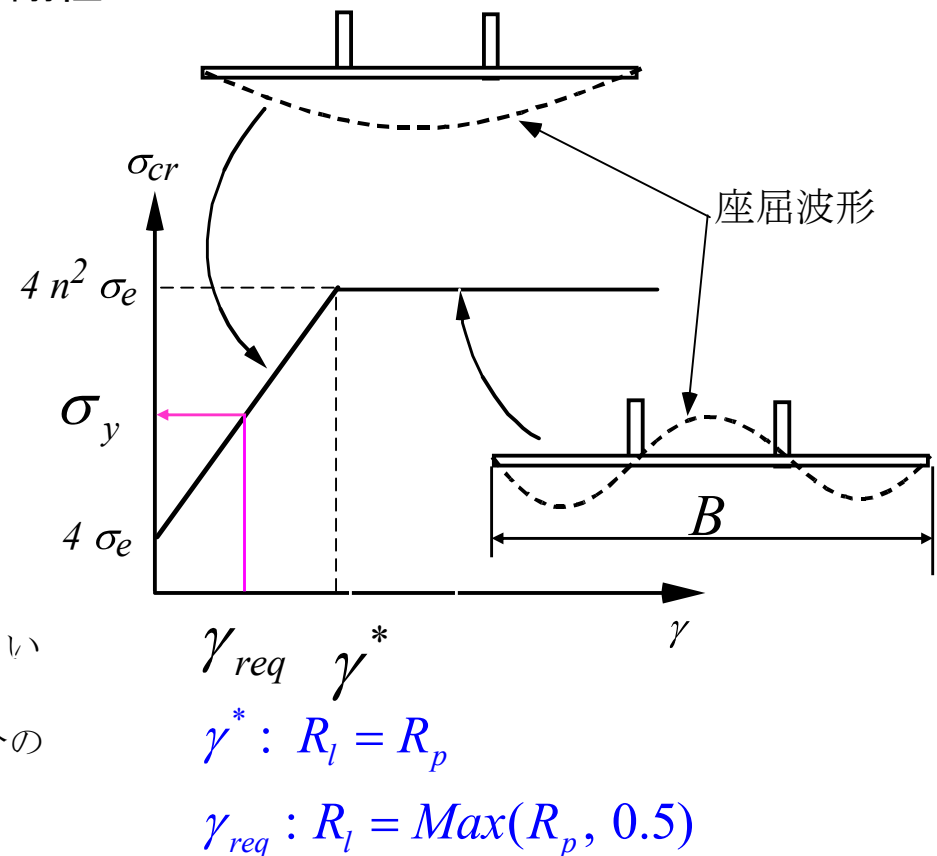
補剛材剛比と応力分布

$$\gamma = EI / BD$$

EI : 補剛材1本の曲げ剛性
 D : 板の曲げ剛性



補剛材の最適剛比 γ^* と必要剛比 γ_{req}

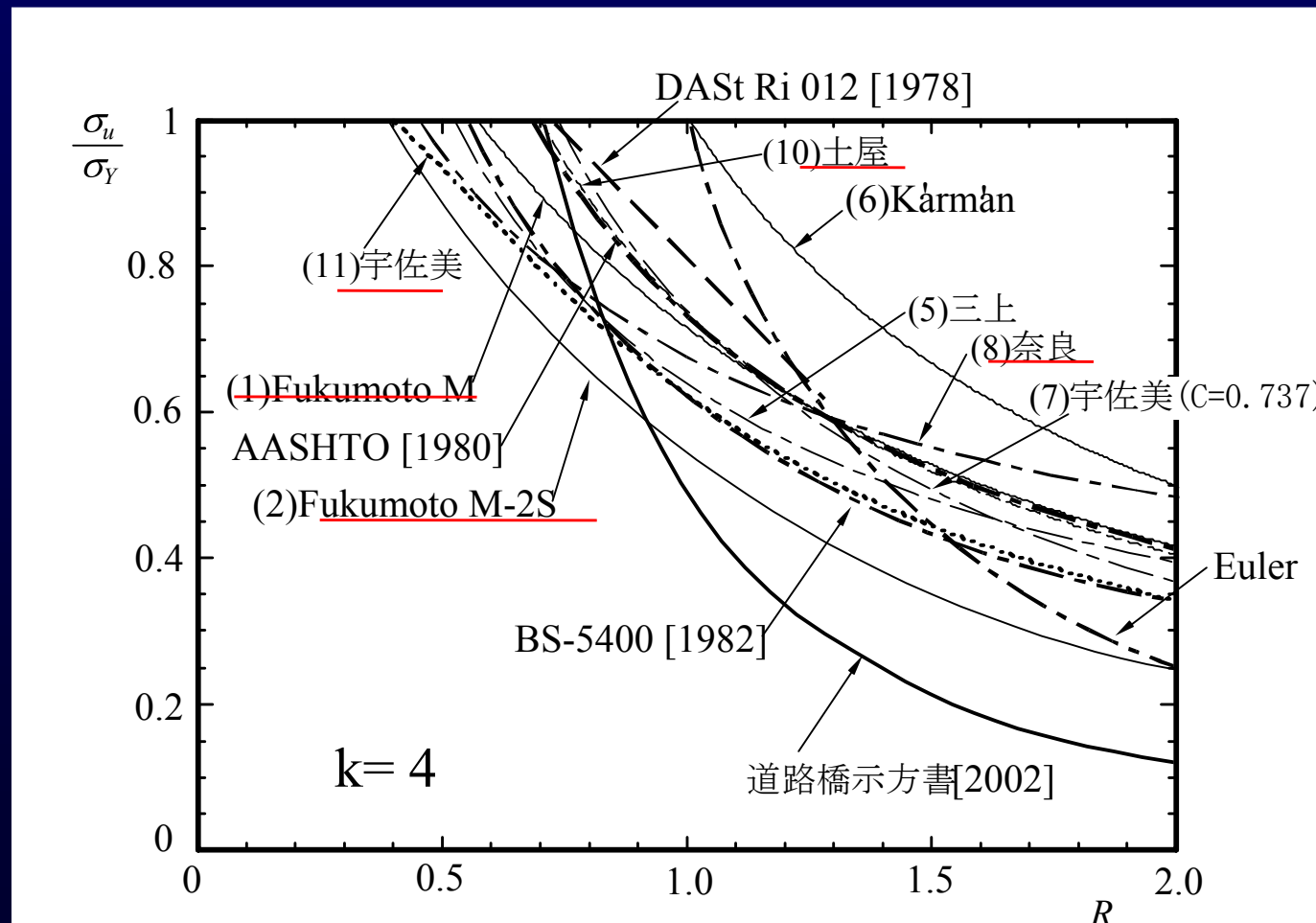


11.4 無補剛板の耐荷力

幅厚比パラメータ R

$$R = \frac{1}{\pi} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}$$

11.4.1 周辺単純支持板の終局強度



新しい終局強度式の追加

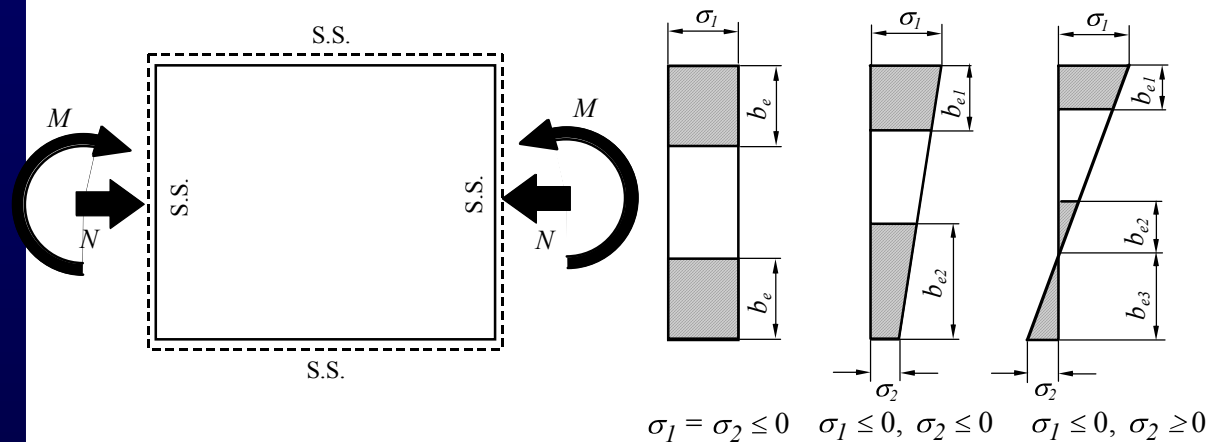
* ばらつきが大きい

道示[2002]はかなり
低い($R > 1.0$)

11.4 無補剛板の耐荷力

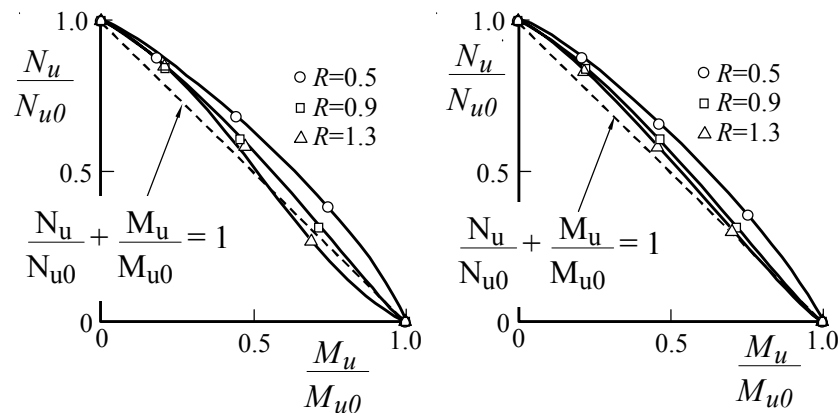
11.4.3 面内曲げと圧縮を受ける周辺単純支持板

有効幅を用いた評価



* 有効幅領域 b_e では σ_y に達するまで有効

相関曲線を用いた評価



a) 残留応力有り
 $\sigma_{rc} / \sigma_Y = 0.4$

b) 残留応力なし
 $\sigma_{rc} / \sigma_Y = 0$

$$\left(\frac{N_u}{N_{u0}} \right)^p + \left(\frac{M_u}{M_{u0}} \right)^q = 1$$

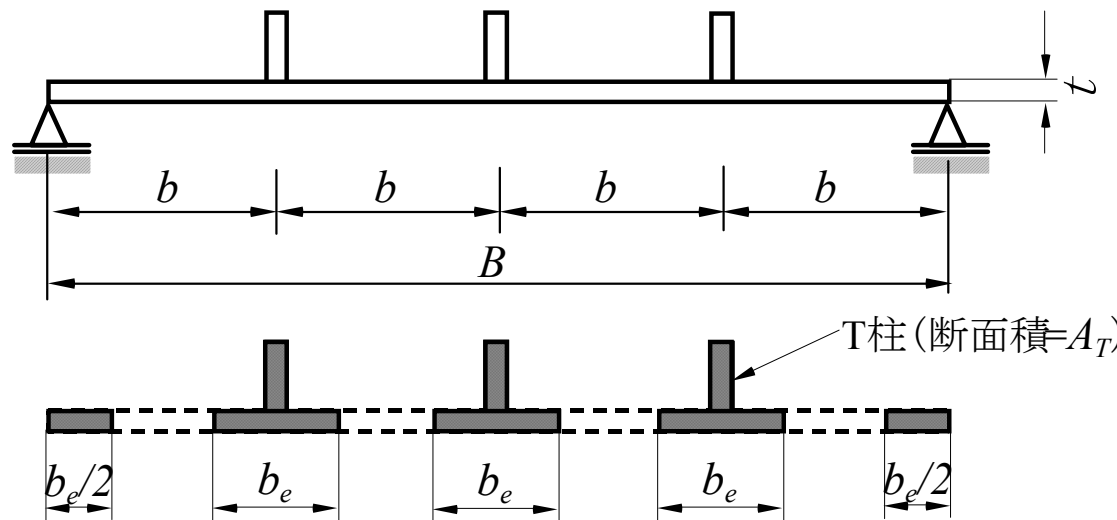
N_{u0} : 純圧縮耐荷力

M_{u0} : 純曲げ耐荷力
(R の関数として与えられている)

11.5 補剛板の耐荷力

11.5.1 圧縮を受ける周辺単純支持補剛板の終局強度

柱モデルアプローチ



終局圧縮耐力

$$N_u = \left\{ \frac{\sigma_u}{\sigma_y} n A_T + \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_y} \right)_{\text{plate}} b_e t \right\} \sigma_y$$

柱部分の耐力

板部分の耐力

・有効幅 b_e の評価

・柱部分の耐力評価

・板部分の耐力評価

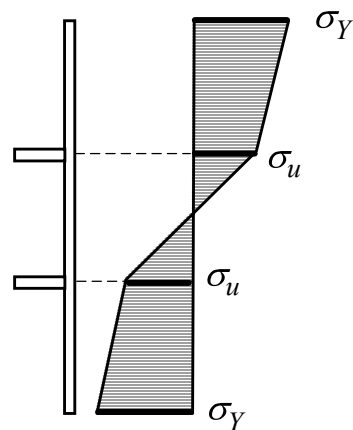
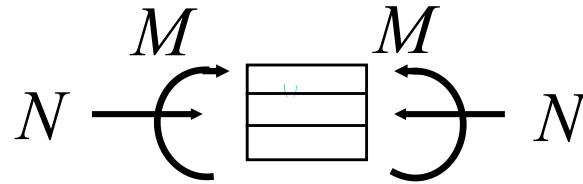
・各部分の耐力の総和

11.5 補剛板の耐荷力

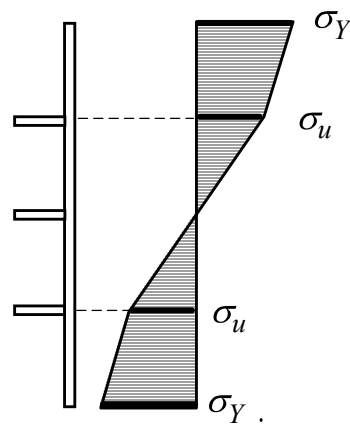
11.5.2 圧縮と面内曲げを受ける周辺単純支持補剛板

終局強度相関式

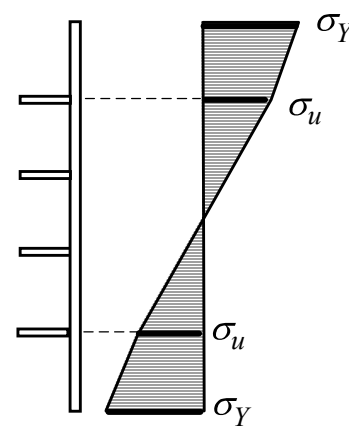
$$\left(\frac{N}{N_u} \right)^p + \left(\frac{M}{M_u} \right)^q = 1$$



a) $n=2$



b) $n=3$



c) $n=4$

N_u : 純圧縮の耐荷力

M_u (純曲げの耐荷力)
の算定

- ・リブは必要剛比満足
- ・補剛板の上下縁 = σ_y
- ・端補剛材
= 多リブモデルにより計算される
終局強度の平均圧縮応力 σ_u

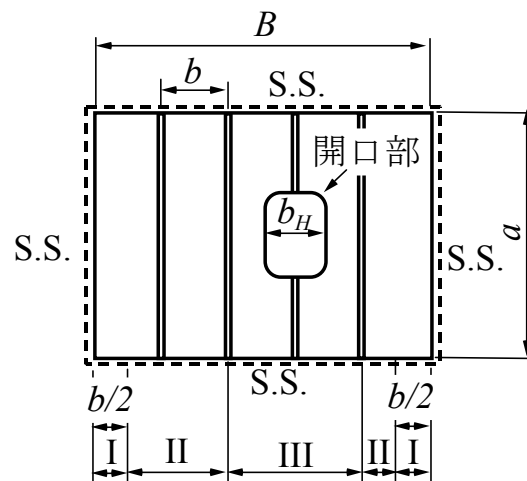
11.7 圧縮を受ける開口部を有する補剛板

静的終局強度(補剛材3本以上)

$$P_g = (\underbrace{\sigma_p A_p + \sigma_{spm} A_{spm}}_{\text{領域I, II 柱モデルアプローチ}} + \underbrace{\sigma_{hsp} A_{hsp}}_{\text{領域III}})$$

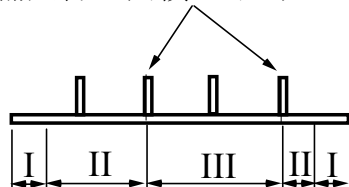
領域I, II 柱モデルアプローチ

領域III

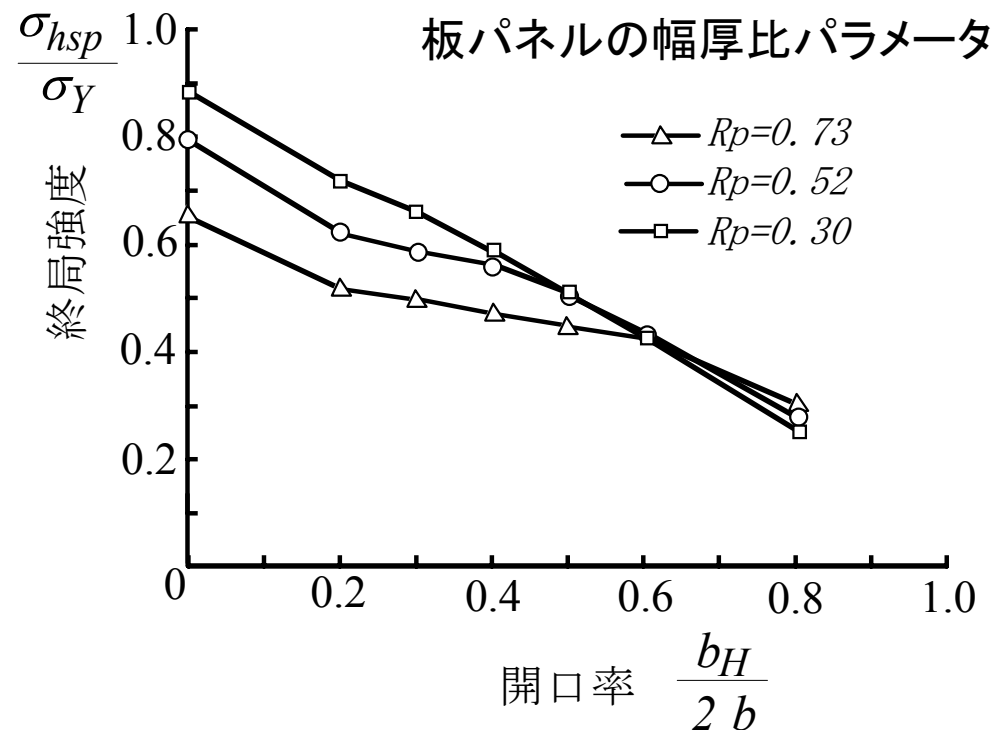


(a) 平面図

補剛材は面積を1/2ずつ半分に分ける.



(b) 断面図 (領域区分)



まとめ

- ・板の座屈強度は構造物設計における基本強度の一つとして位置づけらる.
- ・現在は、板単独ではなく、シェル要素を用いた数値計算により部材あるいは構造全体の終局強度解析が可能
→ 連成座屈(全体+局部座屈)も考慮できる利点がある.
- ・複合非線形解析では境界条件や初期不整の扱いに十分な注意が必要である.
- ・板の座屈強度評価式が種々提案されているのは初期たわみや残留応力, 降伏応力あるいは応力-ひずみ関係式のモデル化などの違いに起因する.

今後の展望

- ・2主桁橋のフランジなどへ使用される100mm程度の極厚板の座屈強度の検討

極厚板の初期たわみ

板厚方向への材料特性の変化

板厚方向に分布する残留応力

- ・種々の機能に対応した新しい板材の座屈耐荷力の検討
異種金属からなるクラッド鋼板(防食)
板厚が変化するテーパ付き鋼板

第12章

プレートガーダー・ボックスガーダー

東北学院大学 中沢正利
信州大学 清水 茂
瀧上工業 織田博孝

内容

12.1 概説

12.2 プレートガーダーの耐荷力と座屈設計法

12.3 ボックスガーダーの耐荷力と座屈設計法

12.4 まとめと今後の展望

旧版

9. 1 概説

9. 2 プレート・ガーダーの耐荷力と設計法

9. 3 板パネルの極限強度

9. 4 直交異方性板への換算

9. 5 部分パネルの極限強度

9. 6 全体パネルの極限強度

9. 7 プレート・ガーダーの耐荷力の照査

9. 8 腹板の補剛材

9. 9 ボックス・ガーダーの耐荷力

9. 10 今後の展望

新版

12.1 概説

12.2 プレートガーダーの耐荷力と座屈設計法

12.3 ボックスガーダーの耐荷力と座屈設計法

12.4 まとめと今後の展望

プレートカーター・ホックスカー ダー

全体を見れば → はり構造

細部を見れば → 板の組み合わせ



本書 第9章「はり」・第11章「板要素」

ただし

はり・板としては表現できない挙動

本書12.4 まとめと今後の展望より

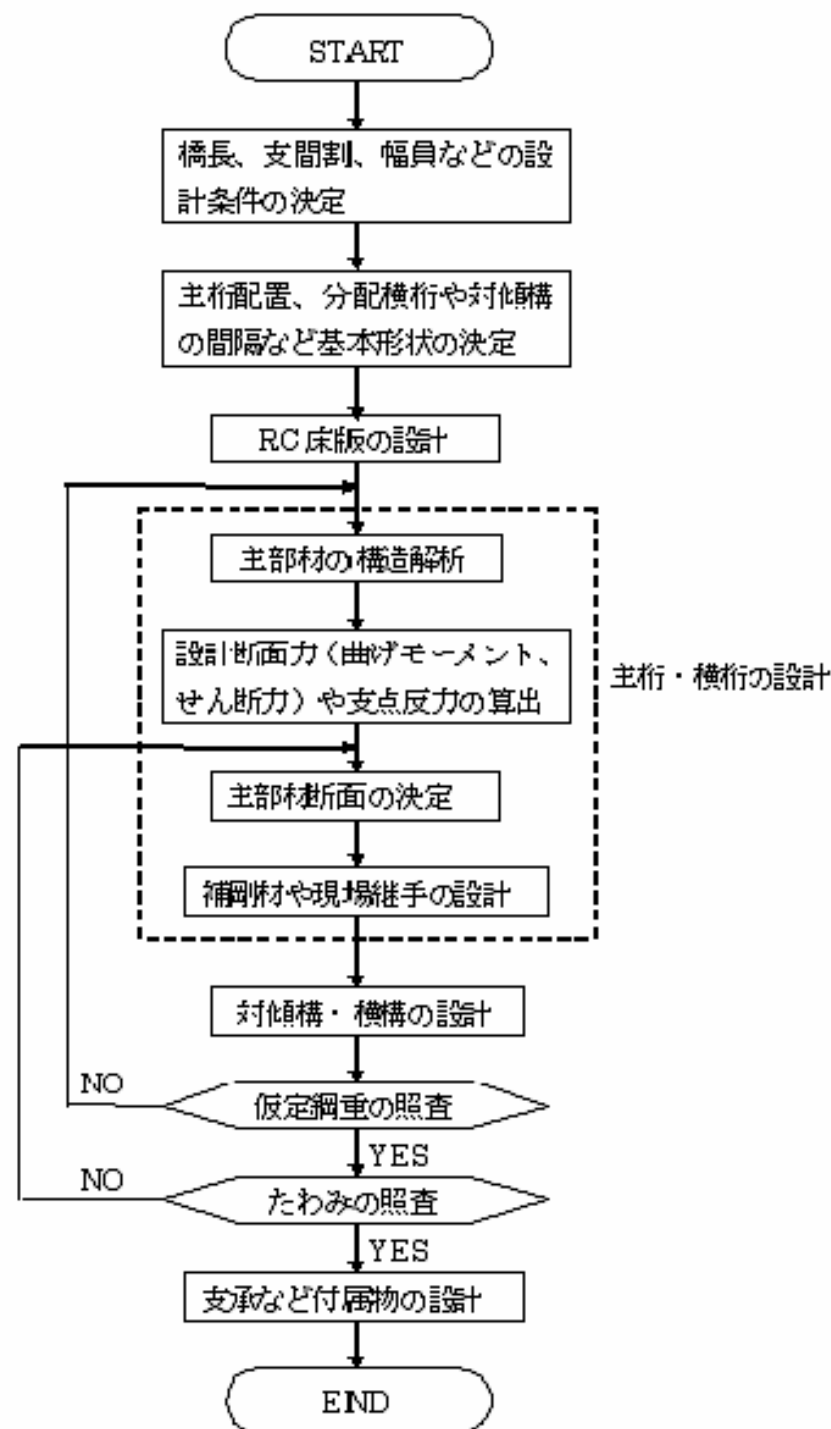
図12. 2. 1

プレートガーダーの 設計フロー (性能照査型設計)

曲げ
 せん断
 曲げ・せん断

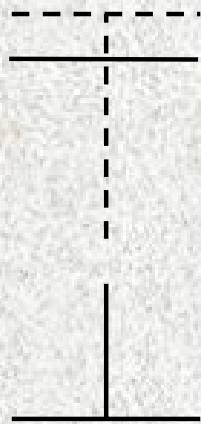
} 座屈強度

これまでの研究成果として
 得られている
 終局強度(耐荷力) 理論の
 考え方を解説



プレートガーダーの曲げ強度

- 腹板の曲げ座屈強度→道示: 最小腹板厚規定
- 圧縮フランジの必要量



(a) 垂直座屈



(b) 水平座屈→補

(c) 横ねじれ座屈 → ニエウ, Bajerの曲り耐荷方式.
曲線 I 桁橋 → 中井らの式.

プレートガーダーのせん断強度

- せん断座屈強度→腹板の縦横比 <1.5
- せん断耐荷力→斜め張力場理論を基礎.

(a) せん断座屈前: **純せん断**

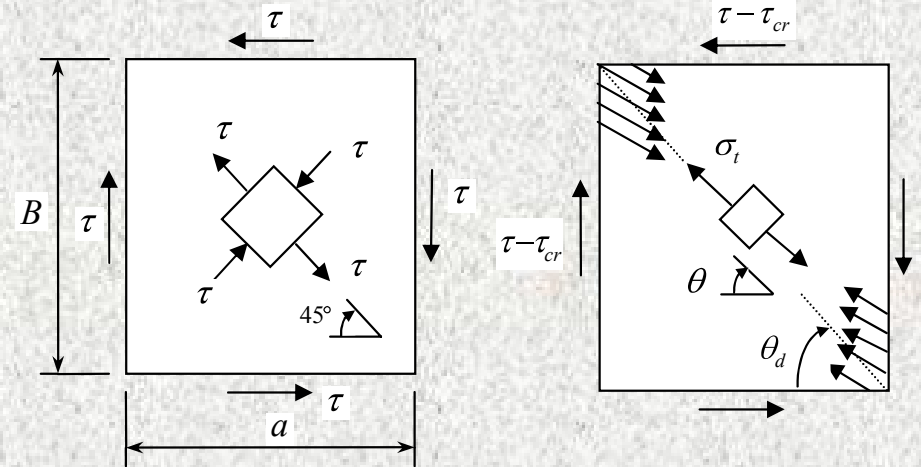
(b) 座屈後は**斜め引張応力**

$\sigma_t \rightarrow$ 後座屈強度

(c) 座屈後の応力状態を記述

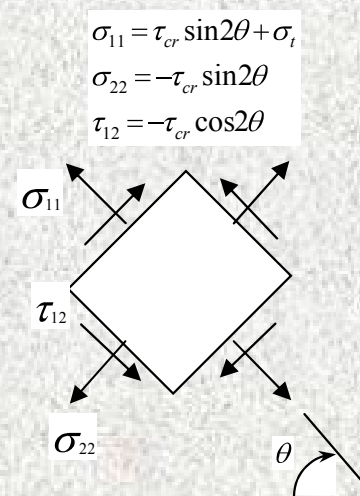
(d) フランジに**塑性ヒンジ**

→最終的な崩壊メカニズム
→せん断耐荷力式の導出

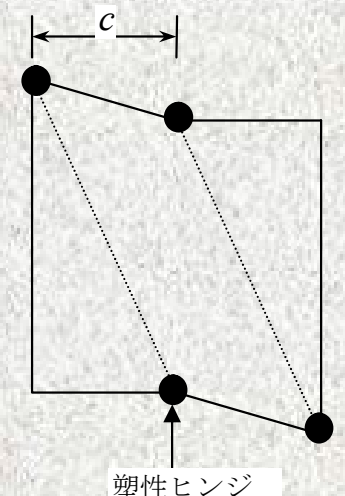


(a) 座屈前の純せん断状態

(b) 座屈後の斜め引張応力の発生



(c) せん断座屈後の応力状態



(d) 崩壊メカニズムの形成

プレートガーダーの曲げ・せん断強度

- 曲げとせん断の連成座屈強度
→ 道示: 垂直補剛材間隔の規定

$$\left(\frac{\sigma_{cr}^*}{\sigma_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{cr}^*}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1.0$$

- 曲げとせん断の終局強度相関式

$$\left(\frac{M}{M_{ult}}\right)^4 + \left(\frac{V}{V_{ult}}\right)^4 = 1.0$$

- 設計への便宜を考慮して、
変化する曲げモーメントを等
曲げに換算する位置を三上
が与えている.

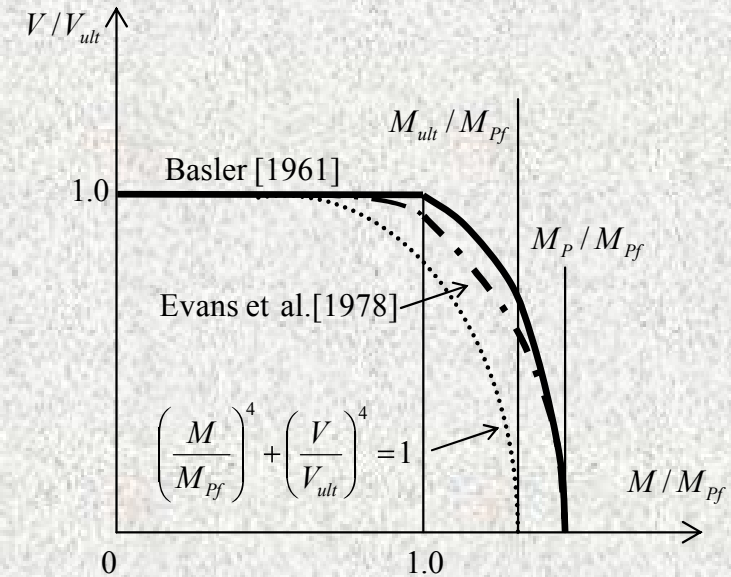


図 終局曲げ・せん断強度の相関曲線

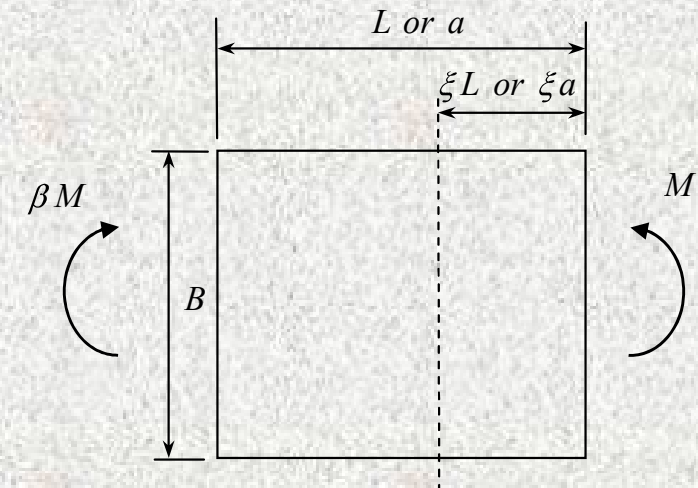
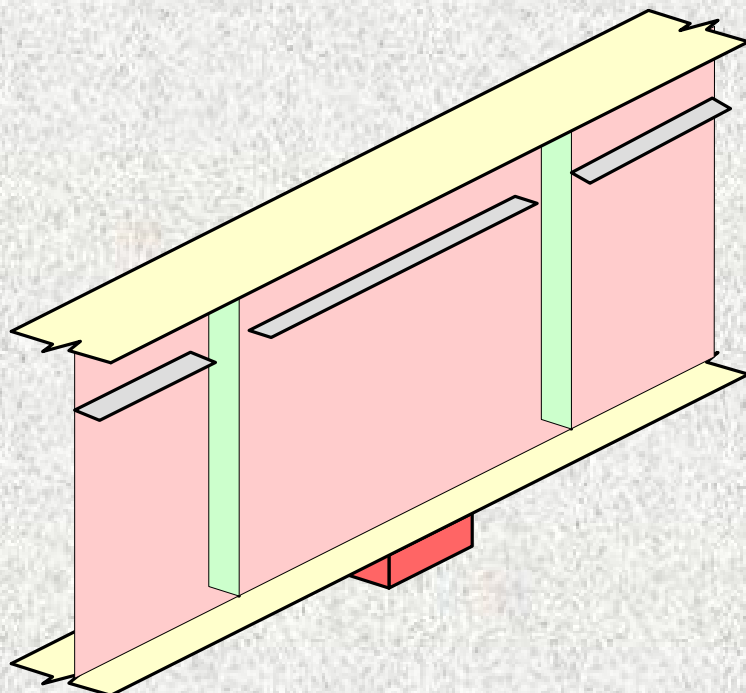


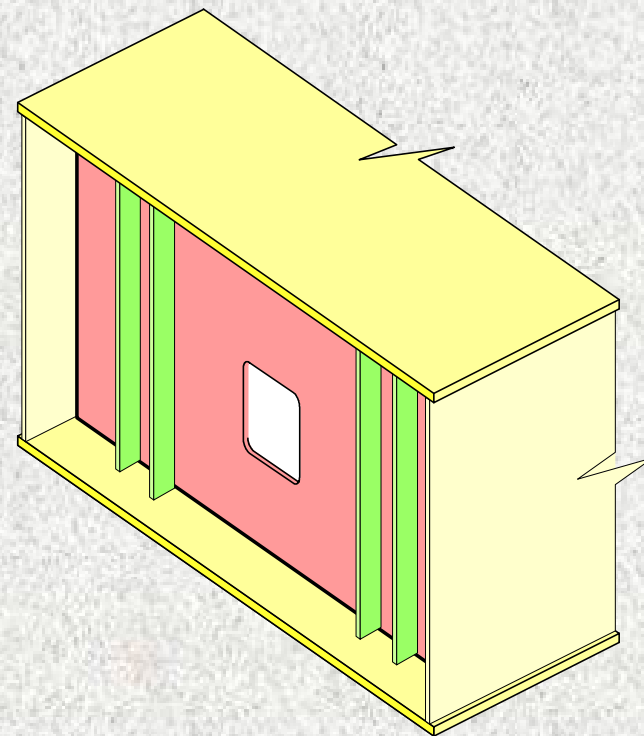
図 変化する曲げモーメントを等曲げに換算

厳しい応力状態

新 版



局所荷重を受ける桁



支点上ダイヤフラム

厳しい応力状態！

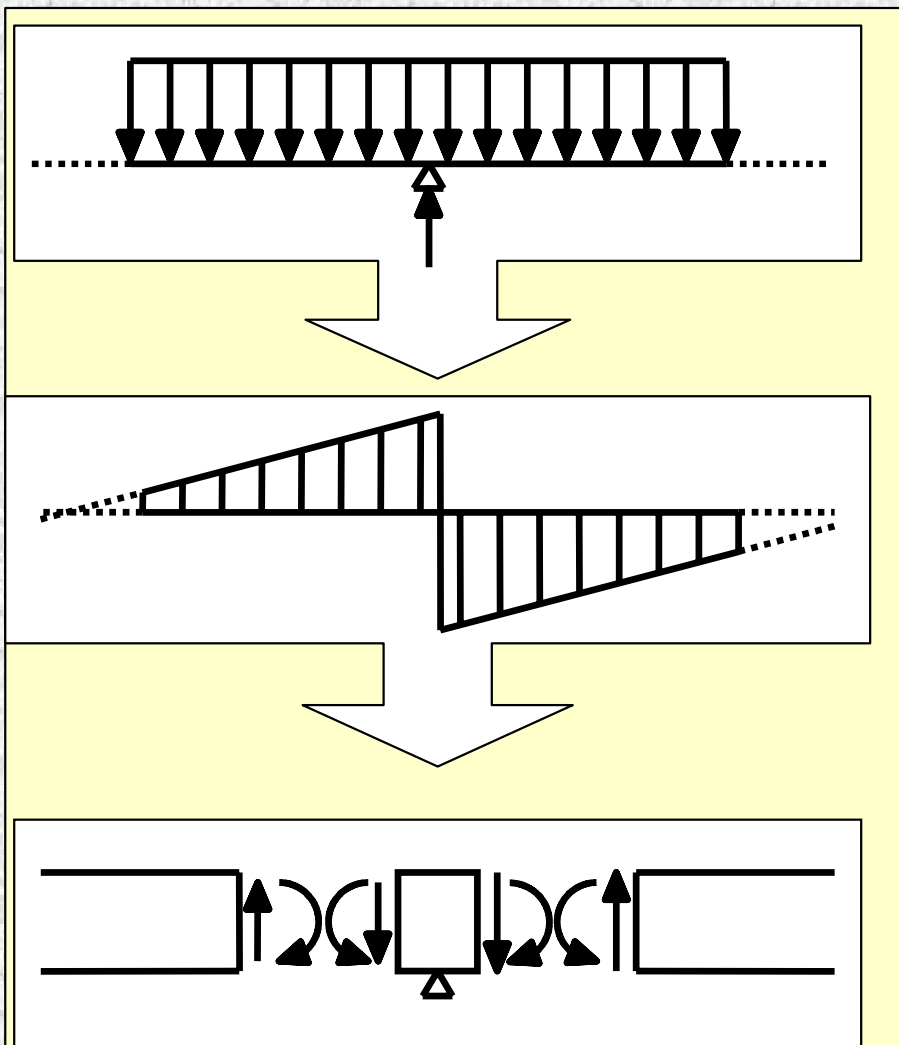


図12.2.12

局所荷重

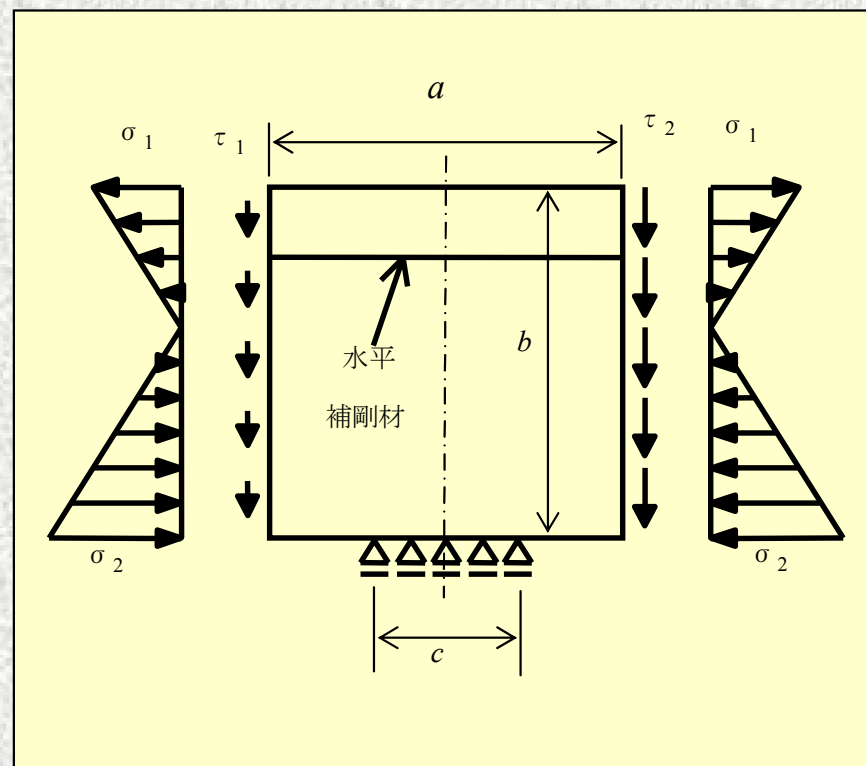
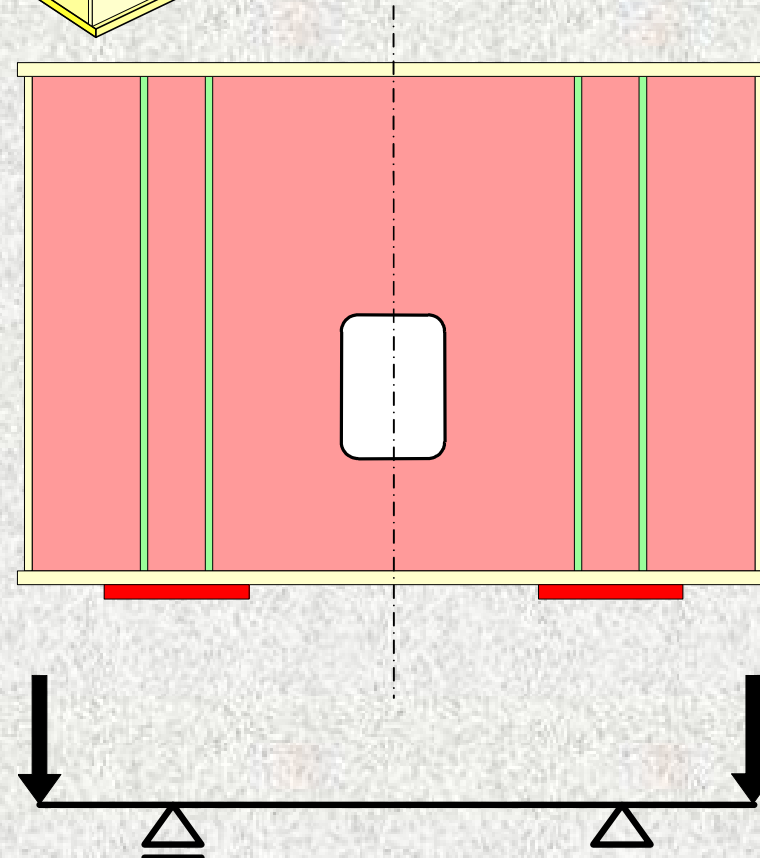
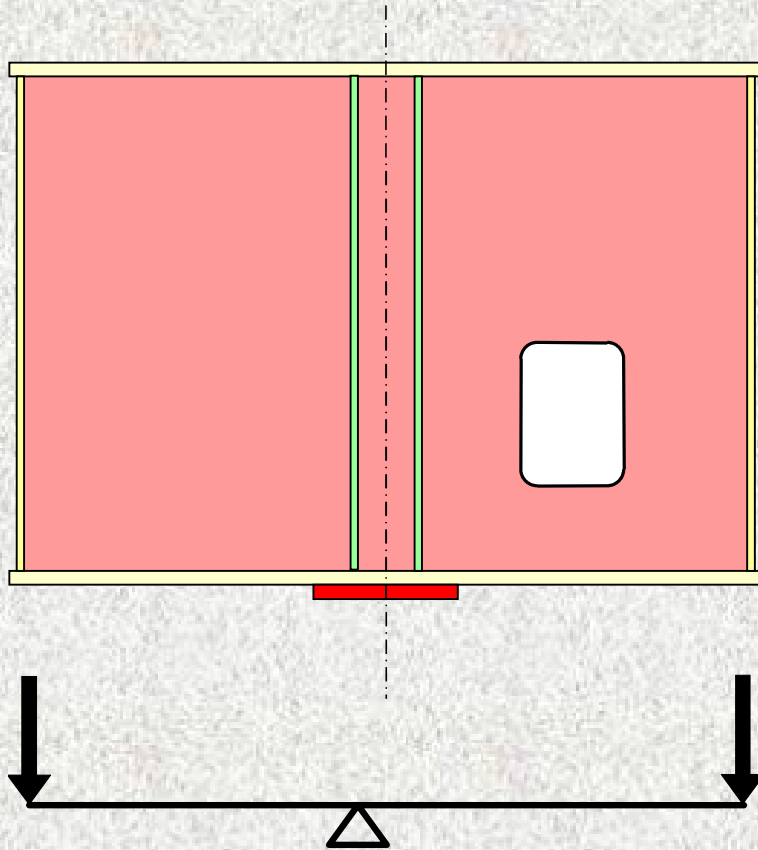
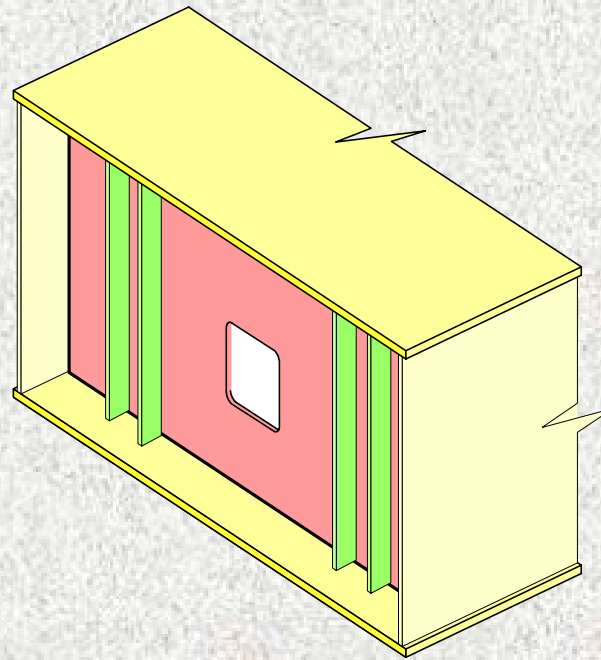


図12.2.13

支点上ダイヤフラム1



支点上ダイヤフラム2

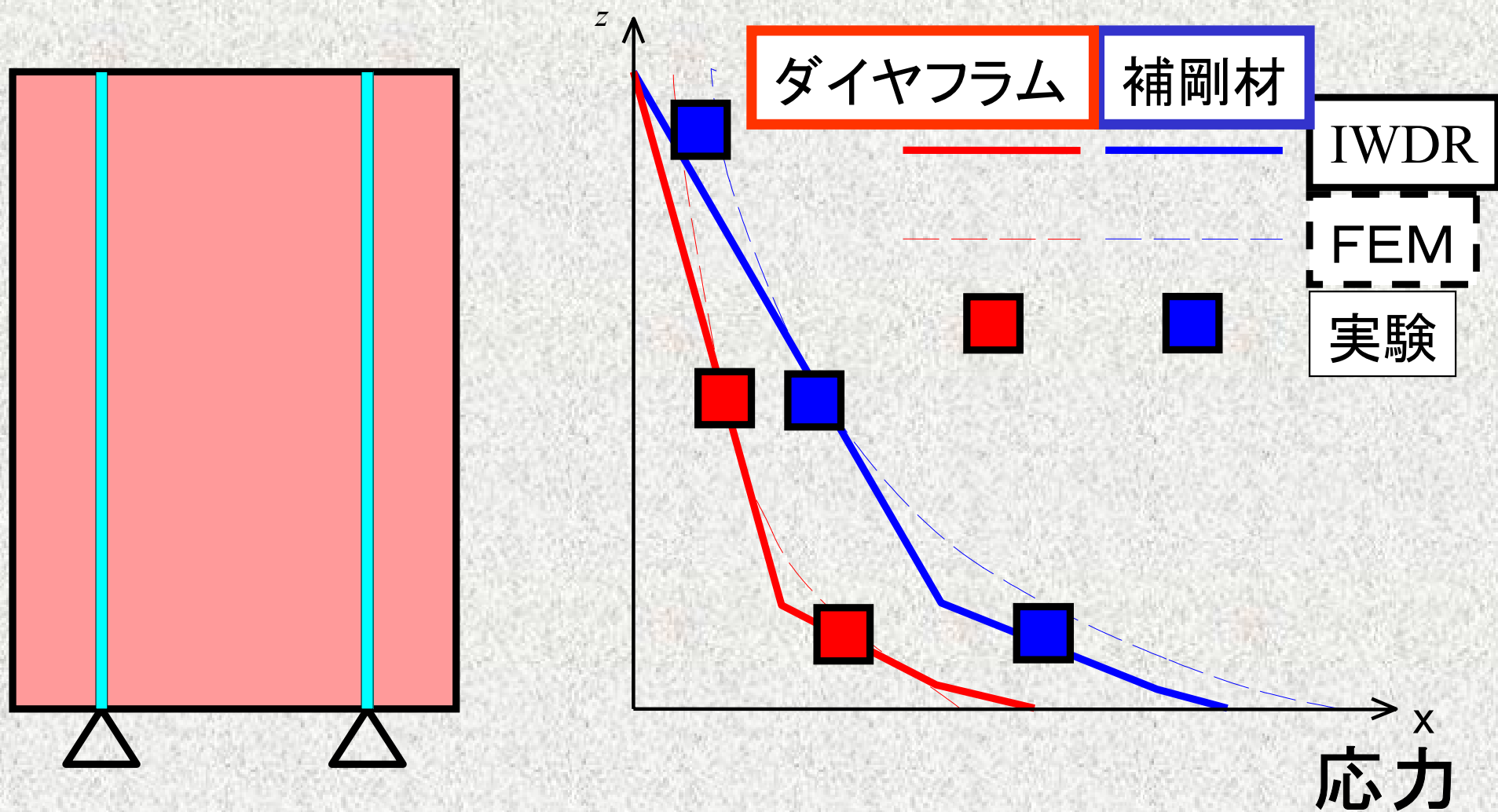


図12. 3. 3

新形式橋梁

- (1) 上下非対称桁 ・ ・ 合成桁
- (2) LP鋼板
- (3) 斜め補剛材を有するプレートガーダー
- (4) 変断面
- (5) 少数
- (6) 開断面
- (7) 細幅相桁
- (8) ハイブリッド桁
- (9) ゴム支承

何とか
設計
できる

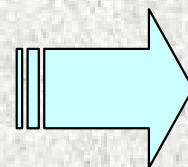
≠

挙動が
解明
されている

まとめと今後の展望

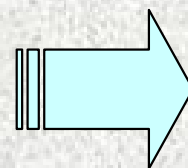
12章 → 内容を整理・わかりやすく

プレートガーダーの
耐荷力と座屈設計法



- ・設計のフロー
- ・曲げ・せん断・曲げせん断
- ・局所荷重
- ・新形式橋梁

ボックスガーダーの
耐荷力と座屈設計法



- ・曲げ・せん断・曲げせん断
- ・支点上ダイヤフラム

未解明

補剛設計・新形式

構造解析手法の発達

第13章 パイプ・シェル

広島大学 中村 秀治

名古屋工業大学 後藤芳顯

内容

- 13.1 概説
- 13.2 パイプおよび円筒シェルの静的座屈
- 13.3 曲面板およびシェル状構造物の座屈
- 13.4 曲り管の耐荷力
- 13.5 補剛円筒シェルの座屈
- 13.6 数値解析による座屈荷重・座屈モードの算定
- 13.7 今後の展望

内容

- (1) パイプ・円筒シェルの各種荷重作用下における弾塑性座屈強度評価法*
- (2) 曲面板, 曲り管, 補剛円筒シェルの座屈強度評価法
- (3) シェル要素を用いた数値計算による弾塑性座屈解析の指針*

13.2 パイプおよび円筒シェルの静的座屈

13.2.2 軸圧縮座屈の場合(その1)

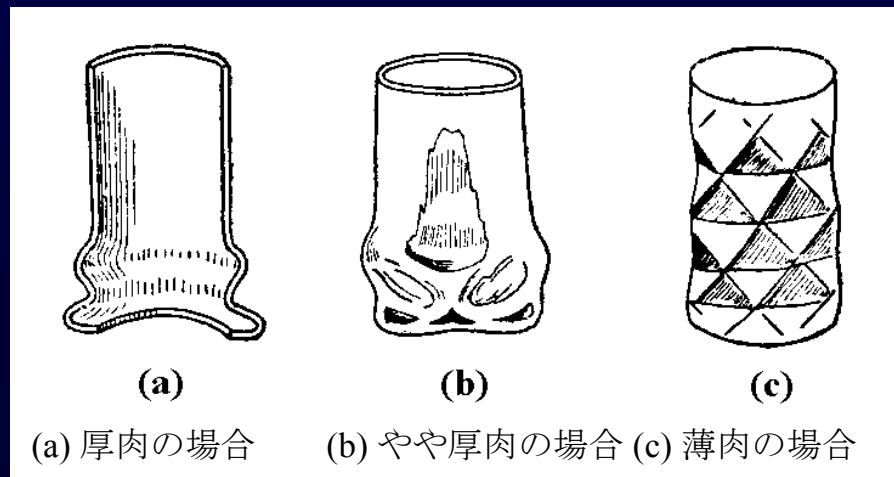
①古典的座屈理論値：座屈前の変形無視した線形座屈理論による弾性座屈理論値

$$\sigma_{cl} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cdot \frac{Et}{R} = 0.605 \frac{Et}{R}$$

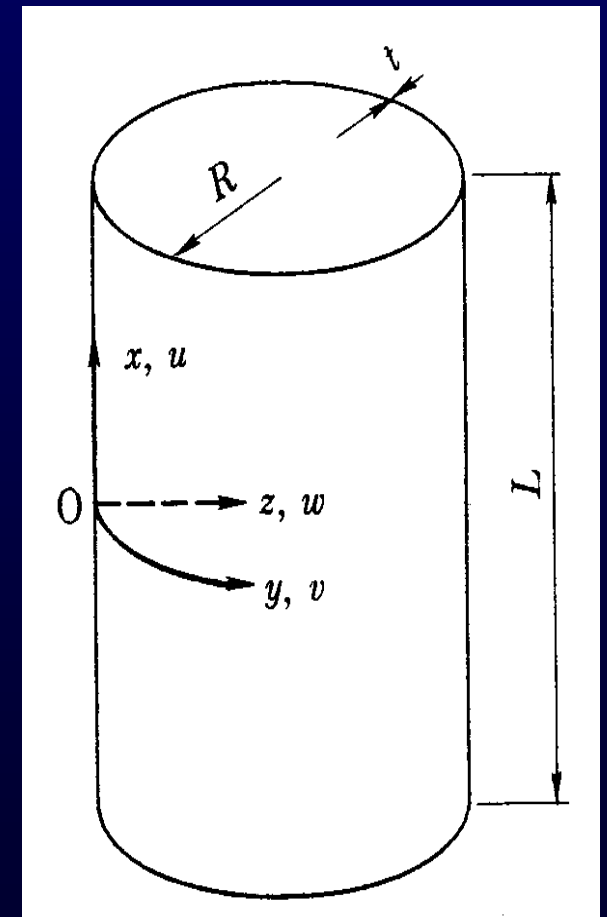
座屈係数

②：座屈前の変形を考慮した詳細な弾性座屈解析

↓
境界条件や形状などにより古典的理論値の50～90%
程度まで、座屈荷重が低下することが判明



種々の軸圧縮座屈モード

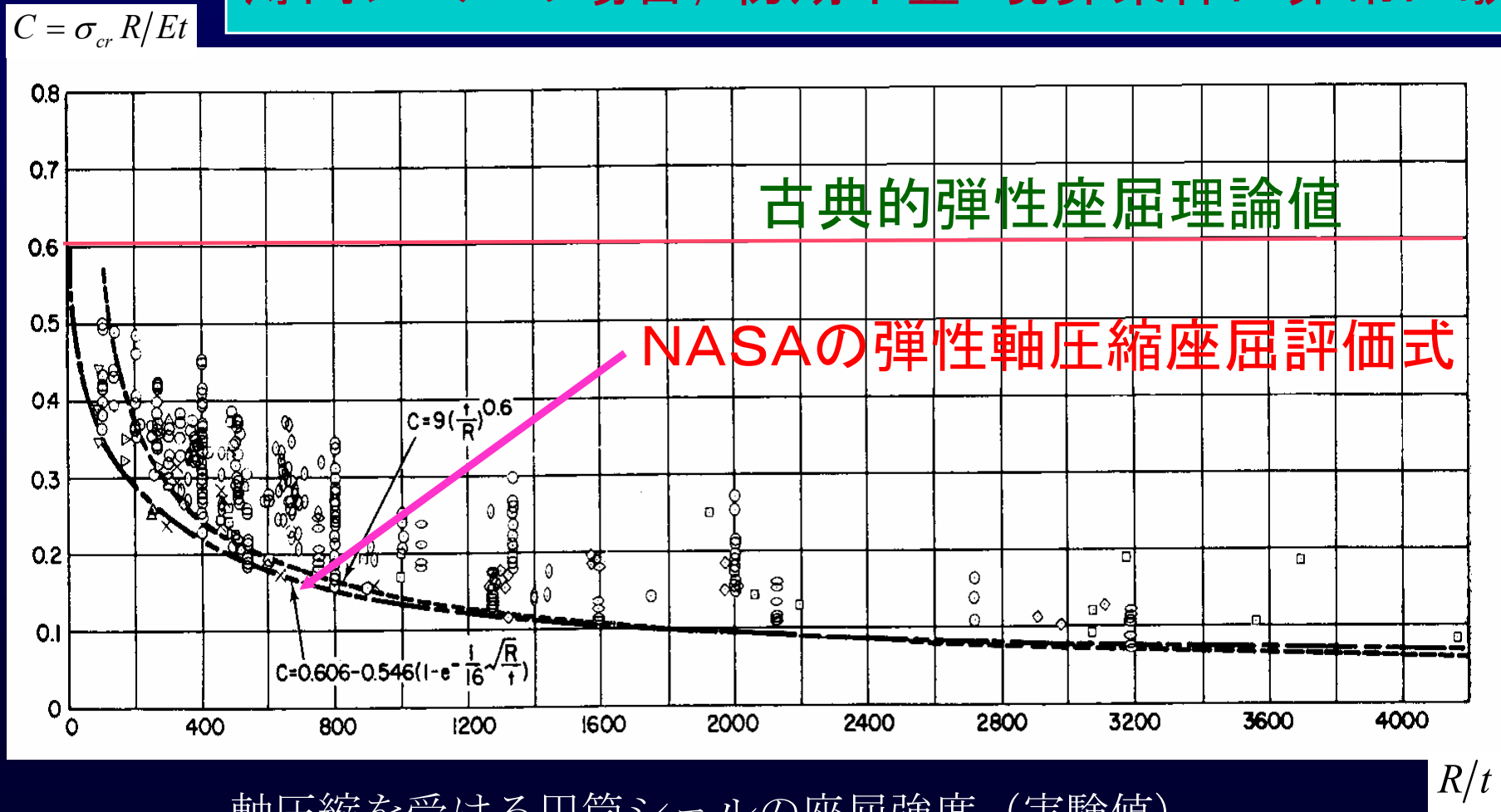


記号の規約

13.2.2 軸圧縮座屈の場合(その2)

実験条件の明確な、初期不整の少ない座屈実験データを整理しても、なお、**実験値は理論値よりも遥かに低い**

薄肉シェルの場合、初期不整・境界条件に非常に敏感



軸圧縮を受ける円筒シェルの座屈強度 (実験値)

[Weingarten, et.al., 1965]

13.2.2 軸圧縮座屈の場合(その3)

設計での実務的立場から、実験条件の明確な座屈実験値の下限を検討(米国)



定評の高いNASAの弾性軸圧縮座屈応力の評価式

$$\sigma_{a,cr}^e = 0.6 \left[1 - 0.901 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{1}{16} \sqrt{\frac{R}{t}} \right) \right\} \right] \frac{Et}{R} \quad \left(100 \leq \frac{R}{t} \leq 4000, \quad 0.5 \leq \frac{L}{R} \leq 5.0 \right)$$

弾塑性座屈，塑性座屈に対しては
以下の塑性修正

$$\frac{\sigma_{a,cr}^p}{\sigma_{a,cr}^e} + \left(\frac{\sigma_{a,cr}^p}{S_y} \right)^2 = 1$$

S_y : 設計降伏応力

塑性修正された軸圧縮座屈応力

概略の目安

弾性座屈

(座屈発生時，すべての部位が弾性範囲)

$R/t=400$ 以上

弾塑性座屈

(座屈発生部位の一部が塑性範囲)

$50 < R/t < 400$

土木分野 $R/t < 100$

塑性座屈

(座屈発生部位のほとんどが塑性範囲)

$R/t=50$ 以下

13.2.2 軸圧縮座屈の場合(その4)

* $R/t \leq 150$ 鋼構造物設計指針（土木学会）における強度評価式
（比較的厚肉）

短鋼管の実験結果による

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{a,cr}^p &= \sigma_y & (R_t \leq 0.119) \\ \sigma_{a,cr}^p &= \left(0.723 + \frac{0.0330}{R_t} \right) \sigma_y & (0.119 < R_t \leq 0.355) \end{aligned} \right\}$$

ここで,

$$R_t = 1.65 \left(\sigma_y / E \right) \cdot (R/t) \quad : \text{径厚比パラメータ}$$

13.2.3 曲げ座屈の場合(局部座屈)

* 弾性曲げ座屈応力の評価式(NASA)

$$\sigma_{b,cr}^e = 0.6 \left[1 - 0.731 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{1}{16} \sqrt{\frac{R}{t}} \right) \right\} \right] \frac{Et}{R}$$

弾塑性座屈, 塑性座屈に対してはこれに適切な塑性修正を行う.

* 鋼構造物設計指針における強度評価式 (比較的厚肉 $R/t \leq 150$)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{a,cr} &= 1.20 \sigma_y & (R_t \leq 0.099) \\ \sigma_{a,cr} &= \left(0.867 + \frac{0.0330}{R_t} \right) \sigma_y & (0.099 < R_t \leq 0.279) \end{aligned} \right\}$$

ここで,

$$R_t = 1.65 \left(\sigma_y / E \right) \cdot (R/t) : \text{径厚比パラメータ}$$

13.2.4せん断座屈の場合

* 弾性せん断座屈応力の評価式[松浦・中村ら, 1994]

$$\tau_{cr}^e = 0.8 \cdot \frac{4.82}{\left(\frac{L}{\sqrt{Rt}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.0239 \left(\frac{L}{\sqrt{Rt}}\right)^3} \frac{Et}{R}$$

塑性修正

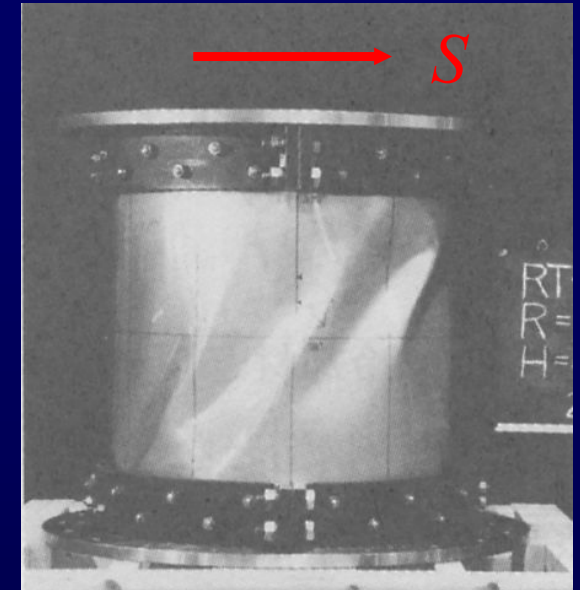
$$\frac{\tau_{cr}^p}{\tau_{cr}^e} + \left(\frac{\sqrt{3}\tau_{cr}^p}{1.27S_y} \right)^2 = 1$$

* 鋼構造物設計指針における強度評価式(比較的厚肉 $R/t \leq 150$)

$$\left. \begin{aligned} \tau_{cr}^p &= \tau_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} & (R_\tau \leq 0.682) \\ \tau_{cr}^p &= \frac{0.57}{R_\tau^{1.25}} \tau_y = \frac{0.57}{R_\tau^{1.25}} \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} & (0.682 < R_\tau \leq 1.50) \end{aligned} \right\}$$

ここで,

$$R_\tau = 2.63 \left(\sigma_y / \sqrt{3} E \right)^{0.8} \cdot (R/t) : \text{径厚比パラメータ}$$



13.2.6 軸力・曲げモーメントとせん断力による連成座屈

$$F \leq 0: \left(\frac{Q}{Q_{cr}} \right)^3 + \left(\frac{M}{M_{cr}} - \frac{F}{F_{cr}} \right)^3 < 1$$

(圧縮)

$$F \geq 0: \left(\frac{Q}{Q_{cr}} \right)^3 + \left(\frac{M - \frac{W}{A} F}{M_{cr}} \right)^3 < 1$$

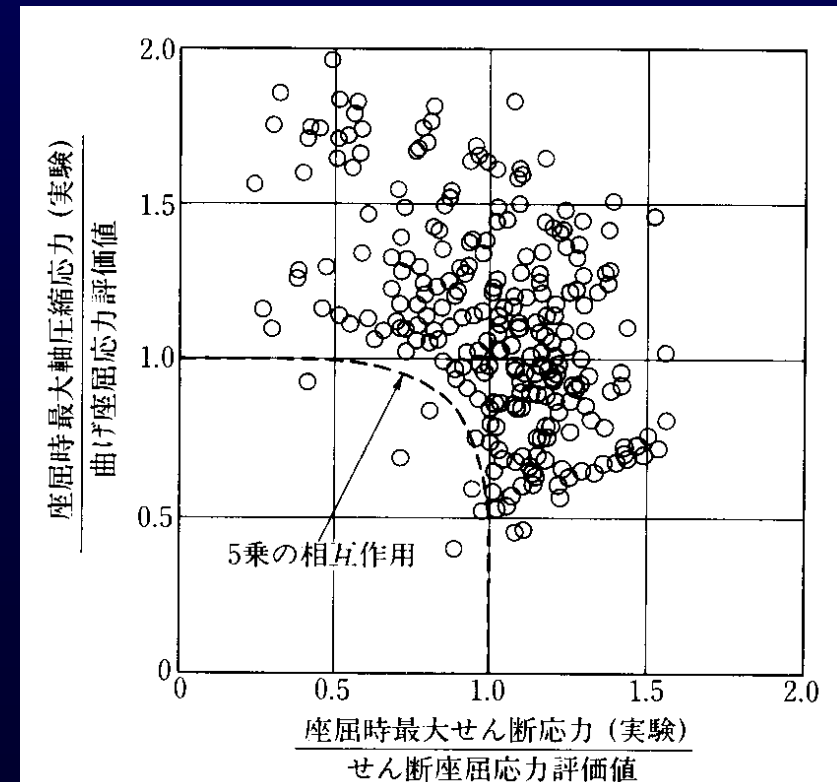
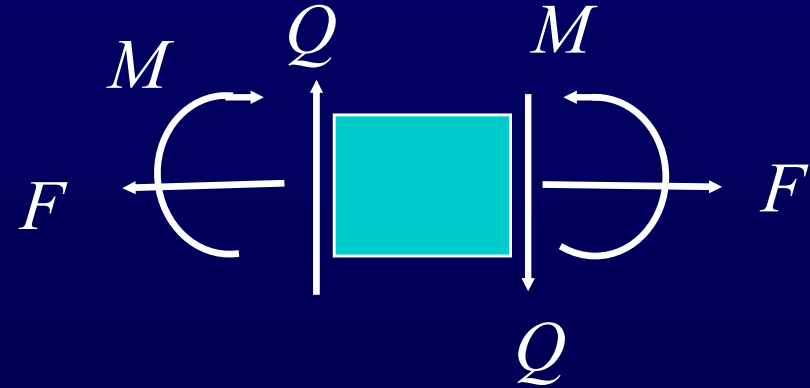
(引張り)

$$100 \leq R/t \leq 1300$$

A = 断面積

W = 断面係数

Q_{cr}, F_{cr}, M_{cr} = 単独の座屈荷重



13.6 数値解析による座屈荷重・座屈モードの算定

13.6.1 座屈解析の内容・項目(その1)

数値解析の重要性

- ・ 計算機・有限要素解析コードの発達
- ・ 汎用的な解析の容易さ

解析の種類

- (1)固有値解析→座屈荷重と座屈モードの解析
- (2)弾塑性大変形解析→終局挙動の解析

13.6.1 座屈解析の内容・項目(その2)

シェル要素を用いた数値計算の特徴と注意事項

- 解析精度は要素分割，境界条件などモデル化の影響大
- シェルの座屈は初期不整に非常に敏感
- 高次非線形挙動

13.6.2 座屈解析のガイドライン(その3)

FEMによる円筒殻の座屈解析でのガイドライン

- (1) 材料物性値の設定
- (2) 降伏条件と構成式
- (3) 解析モデルに採用する要素の選択
- (4) 要素分割
- (5) 境界条件、荷重条件
- (6) 増分量の選択、収束条件
- (7) 不整の導入

まとめと今後の展望

パイプの座屈のまとめ

(1) R/t の大きな範囲における弾性座屈については過去の解析的・実験的検討による多くの蓄積がある。

(2) 土木鋼構造物に多く見られる $R/t \leq 100$ の範囲は(弾)塑性座屈の領域である。近年、耐震設計法の整備やコンピュータ技術と実験装置精度向上を背景に、近年多くの検討がなされた。

展望

(1) 強い地震や台風に見舞われる我が国においては、今後、更に動的座屈問題が重要になると思われる。

(2) 性能照査型設計への移行に伴い、多くの課題が生じるものと思われる。