

第8章 柱

愛知工業大学

青木 徹彦

内容

- 8.1 概説
- 8.2 柱の挙動と不完全性
- 8.3 鋼柱の強度
- 8.4 鋼柱の基準耐荷力
- 8.5 弾性拘束された柱
- 8.6 局部座屈と全体座屈の連成強度
- 8.7 変断面柱
- 8.8 今後の展望

内容

- 細長比パラメータ
- Perry-Robertson型耐荷力式
- 複数強度曲線
- 有効座屈長
- 局部座屈と全体座屈の連成
- 今後の展望

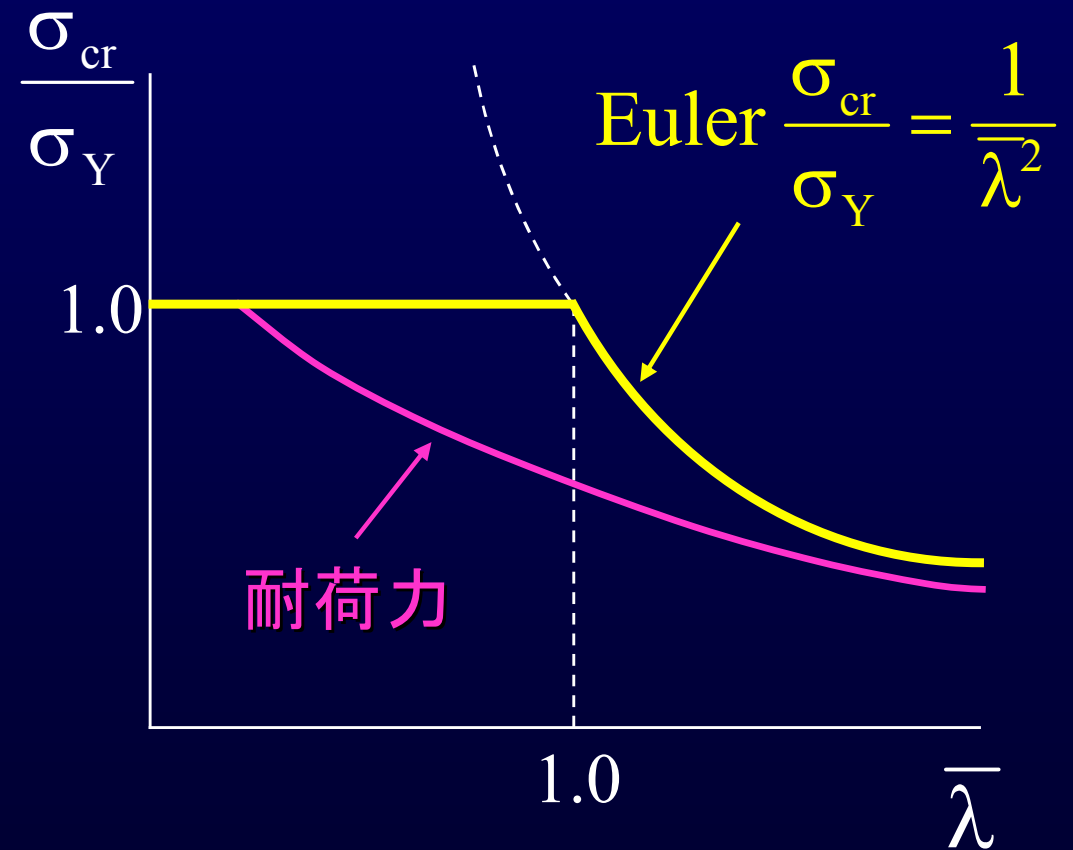
細長比パラメータ

オイラー座屈応力 (弾性座屈応力)

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(\lambda/r)^2}$$

細長比パラメータ

$$\begin{aligned}\bar{\lambda} &= \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cr}}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \frac{\lambda}{r} \\ &= \frac{(\lambda/r)}{(\lambda/r)_0}\end{aligned}$$



Perry—Robertson型耐荷力式

初期たわみ δ_0 のある柱で, $\sigma_{\max} = \sigma_Y$ となるときの $\sigma_{cr} = P/A$

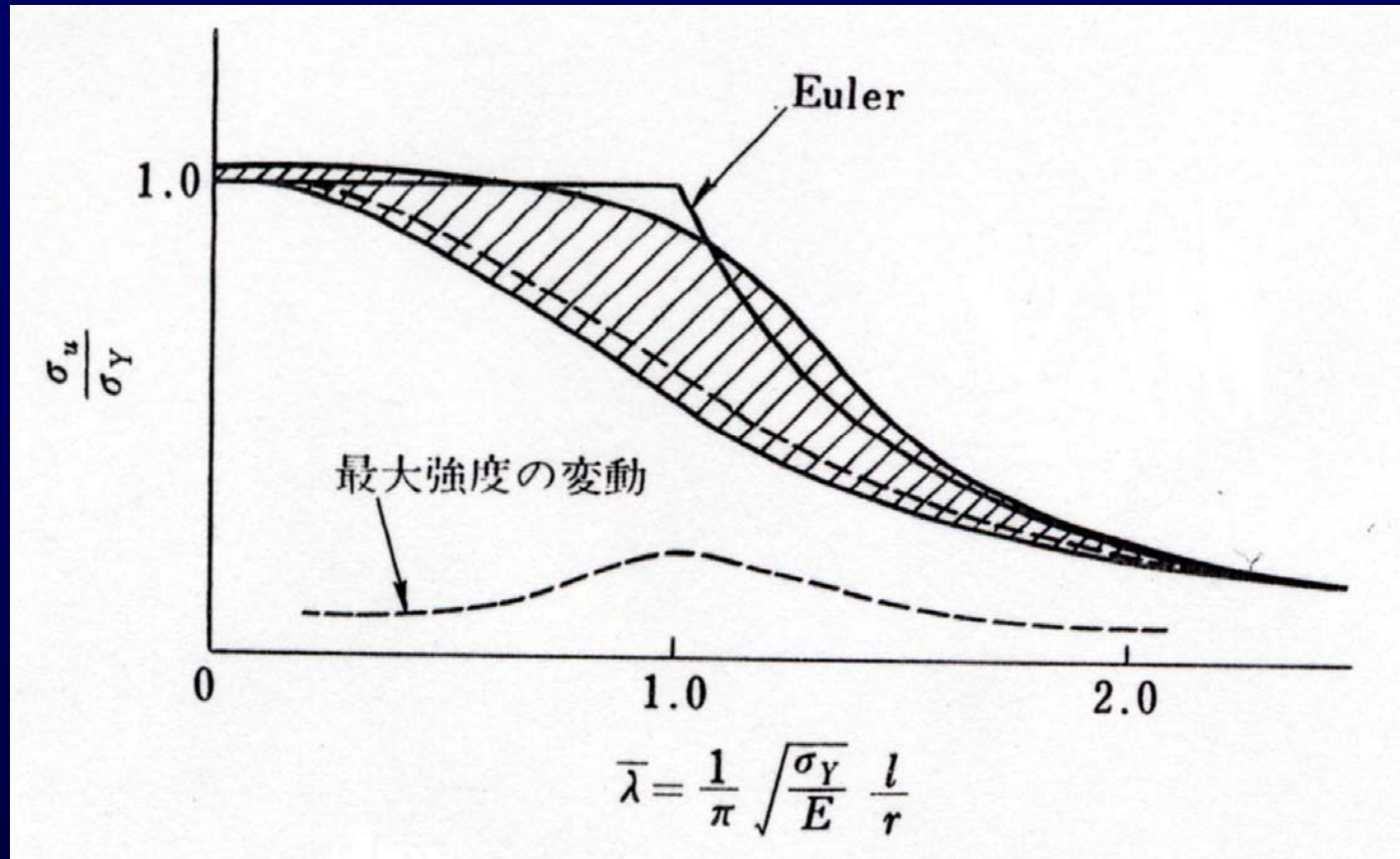
$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sigma_E}{\sigma_Y} (1 + \eta) - \sqrt{\{1 + (1 + \eta)\}^2 - 4 \frac{\sigma_E}{\sigma_Y}} \right]$$
$$= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1 + \eta}{\bar{\lambda}^2} - \sqrt{\{1 + (1 + \eta)\}^2 - \frac{4}{\bar{\lambda}^2}} \right]$$

η は初期たわみ δ_0 に関する量. η を $\bar{\lambda}$ の関数として表す.

$$\eta = \alpha (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)$$

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{\{1 + \alpha (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2\}^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right]$$

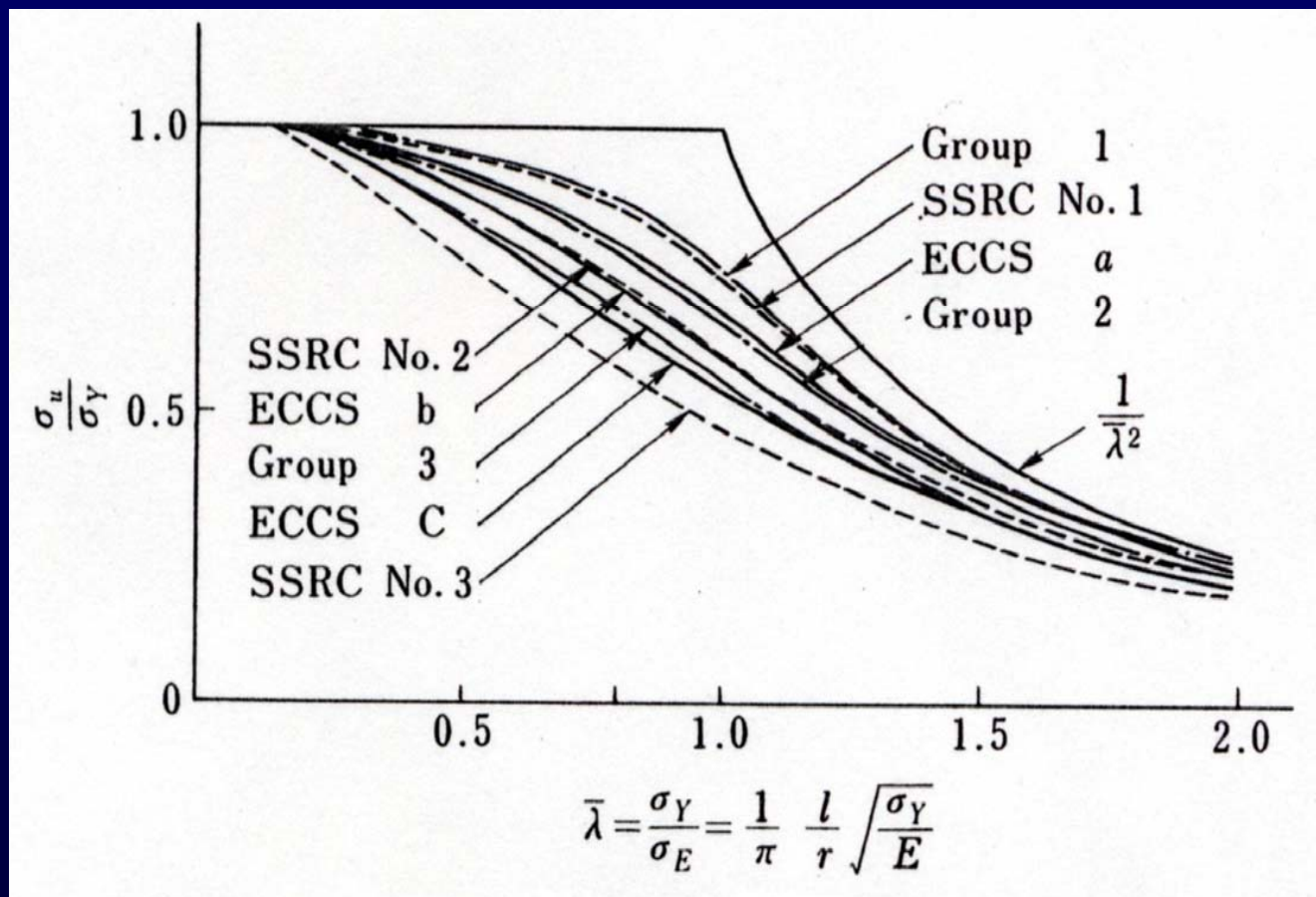
複数柱強度曲線



座屈実験結果の分布と変動

変動要因：鋼種，製作法，断面形，
座屈方向，初期不整量

複数柱曲線の断面区分



Perry—Robertson
型耐荷力式

$\lambda_0=0.2$

Group 1 $\alpha=0.089$

Group 2 $\alpha=0.224$

Group 3 $\alpha=0.432$

Group 1 : 箱形, パイプ, 圧延 I 型 ($t \leq 40\text{mm}$)

Group 2 : 溶接 I 型 ($t \leq 40\text{mm}$), 圧延 L 型, T 型

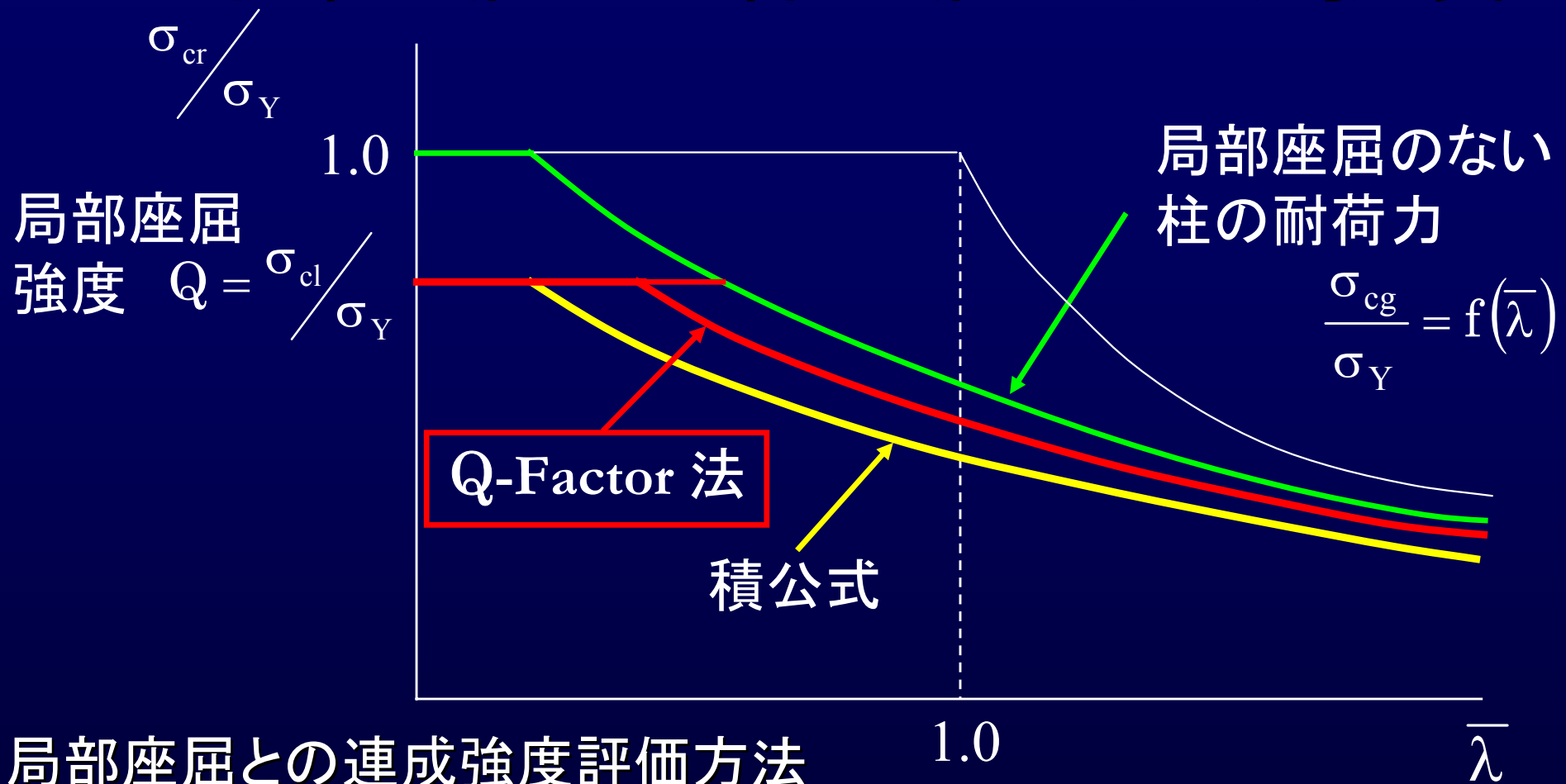
Group 3 : 圧延・溶接 I 型 ($t > 40\text{mm}$),

種々の境界条件と座屈係数 (有効座屈長)

境界条件	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	境界条件の説明
							$\left(\begin{array}{l} \theta = \text{回転} \\ u = \text{移動} \end{array} \right)$ $\theta = 0,$ $u = 0$ $\theta : \text{自由},$ $u = 0$ $\theta = 0,$ $u = \text{自由}$ $\theta = \text{自由},$ $u : \text{自由}$
Kの理論値	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0	
SSRCの推奨値	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0	

※有効座屈長の算定は各構造物の章を参照

局部座屈と全体座屈の連成強度



局部座屈との連成強度評価方法

- ① $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \min \left\{ \frac{\sigma_{cg}}{\sigma_Y}, \frac{\sigma_{cl}}{\sigma_Y} \right\}$
- ② $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = Q \cdot f(\bar{\lambda})$ 積公式 (道示)
- ③ $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = Q \cdot f(\sqrt{Q} \cdot \bar{\lambda})$ Q-Factor 法

まとめと今後の展望

1. 複数曲線を設計式に採用する方向であるが、基礎となる信頼性の高い実験データの少ない断面がある。実験試験体の寸法が全般的に小さい。
2. 数値解析で初期たわみ量の仮定には注意が必要。実験値との直接的比較や、特に信頼性設計でばらつきを問題にするときには現実の初期たわみ量が必要。
3. 数値解析に用いる残留応力量の実測データが不十分な鋼種、断面がある。
4. 上記の2, 3を踏まえた数値解析による耐力力計算の標準化。
5. 既存構造物の腐食等の経年劣化とそれに伴う座屈強度の低下。劣化を見据えた安全係数の見直し、既存構造部材の適切、合理的な補修、補強方法が今後の課題。

第9章 はり

瀧上工業

織田 博孝

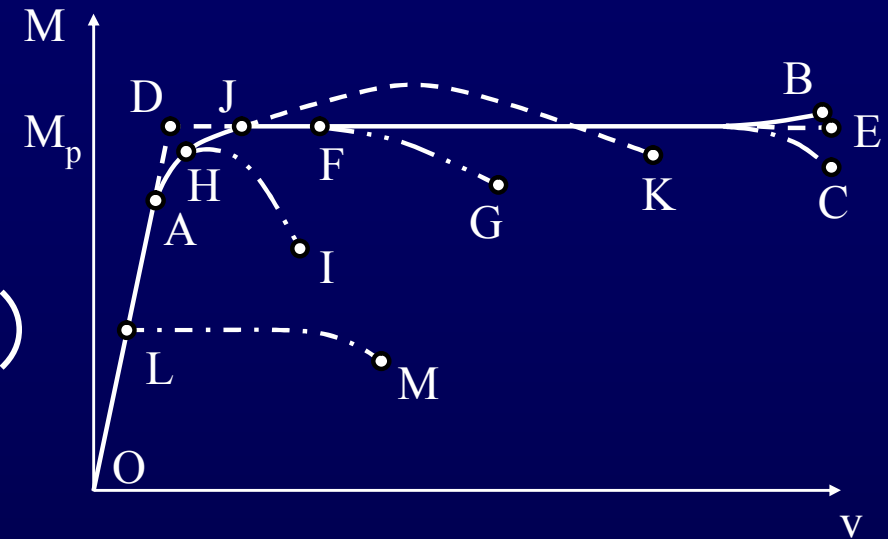
内容

- 9.1 概説
- 9.2 はりの曲げ挙動
- 9.3 はりの弾性横ねじれ座屈
- 9.4 はりの非弾性横ねじれ座屈
- 9.5 桁の全体横ねじれ座屈
- 9.6 まとめと今後の展望

内容

はり部材の破壊

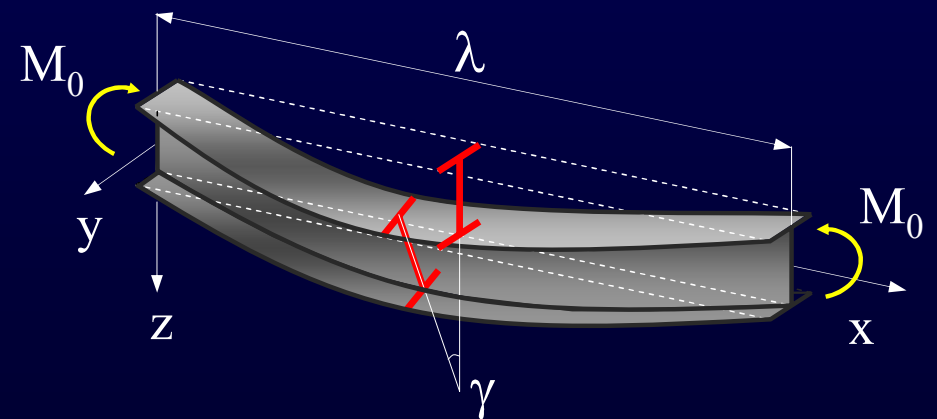
- ・塑性曲げ破壊(B,C,E,K点)
- ・横ねじれ座屈(G,I,M点)
- ・局部座屈と
横ねじれ座屈の連成



はりの荷重－たわみ曲線

構造物の横ねじれ座屈

- ・2主桁橋の
全体横ねじれ座屈



I形断面はりの横ねじれ座屈

断面の全塑性強度

はり断面の強度区分

- I 塑性設計適用断面 : M_p 到達, 塑性ヒンジ回転
- II 塑性強度断面 : M_p 到達, 塑性ヒンジ非回転
- III 降伏強度断面 : M_y 到達
- IV 座屈強度断面 : 局部座屈による曲げ耐力

コンパクト
ノンコンパクト

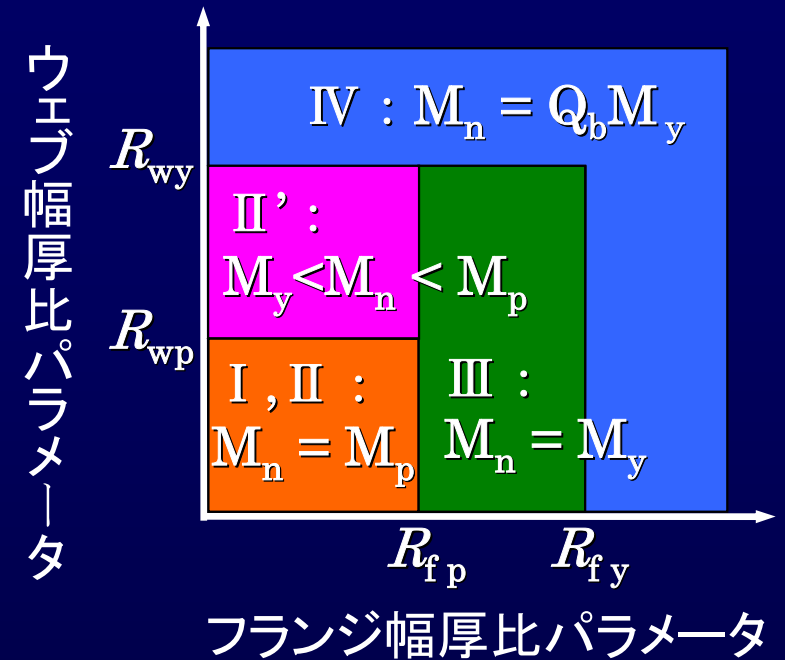
I 形断面での条件	フランジ幅厚比 パラメータ R_f	ウェブ幅厚比 パラメータ R_w
塑性設計適用限界	0.55	0.50
塑性強度限界	0.60	0.60

※残留応力の影響, せん断力・ねじりモーメントの影響, ハイブリッド断面梁
はテキスト参照

局部座屈を考慮した断面の強度

断面強度区分

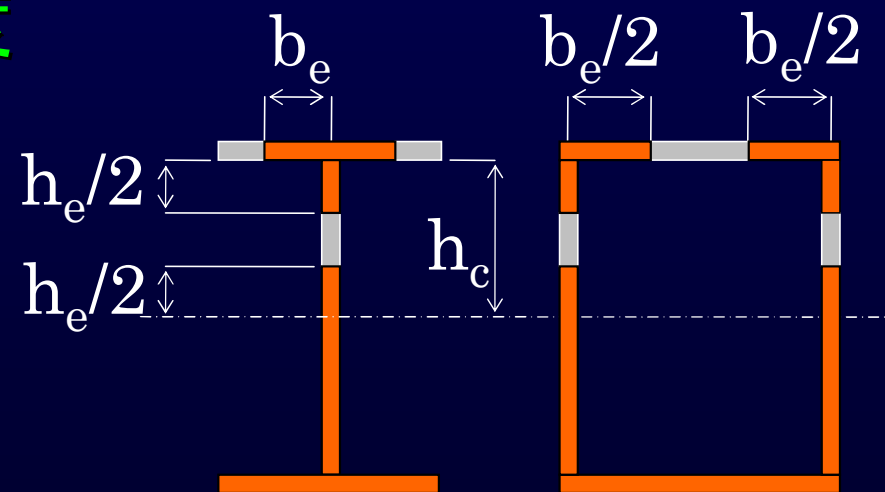
局部座屈に関する 限界幅厚比パラメータ	フランジ R_f (自由突出板)	ウェブ R_w (周辺支持板)
	ウェブ幅厚比パラメータ	
塑性強度限界 R_p	0.6	0.6
降伏強度限界 R_y	0.7	1.0



局部座屈を考慮した曲げ強度

$$M_n = Q_b M_y$$

$$Q_b = W_e / W$$



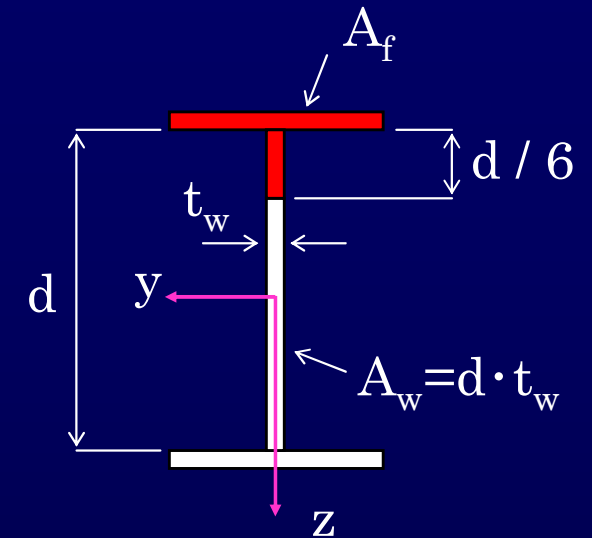
局部座屈に対する有効断面

弾性横ねじれ座屈強度の一般式

両端単純支持の2軸対称断面はり

$$M_{ocr} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{1 - (I_z/I_y)}} \sqrt{EI_z GJ \left(1 + \frac{EI_\omega}{GJ} \frac{\pi^2}{\lambda^2} \right)}$$
$$\approx \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{EI_z GJ \left(1 + \frac{EI_\omega}{GJ} \frac{\pi^2}{\lambda^2} \right)} \approx \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \sqrt{I_z I_\omega}$$

$I_z \ll I_y$ $J \ll I_\omega$

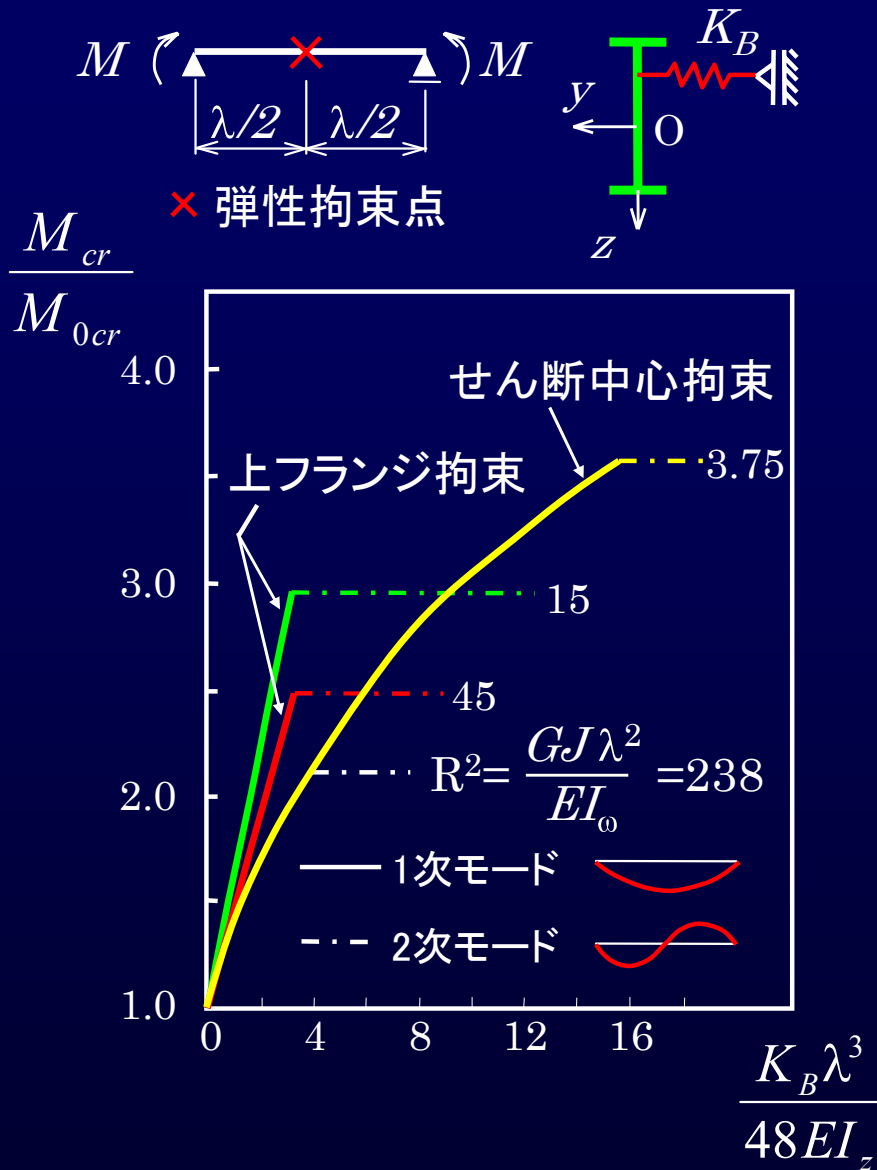


横ねじれ座屈に
対する等価T形柱断面

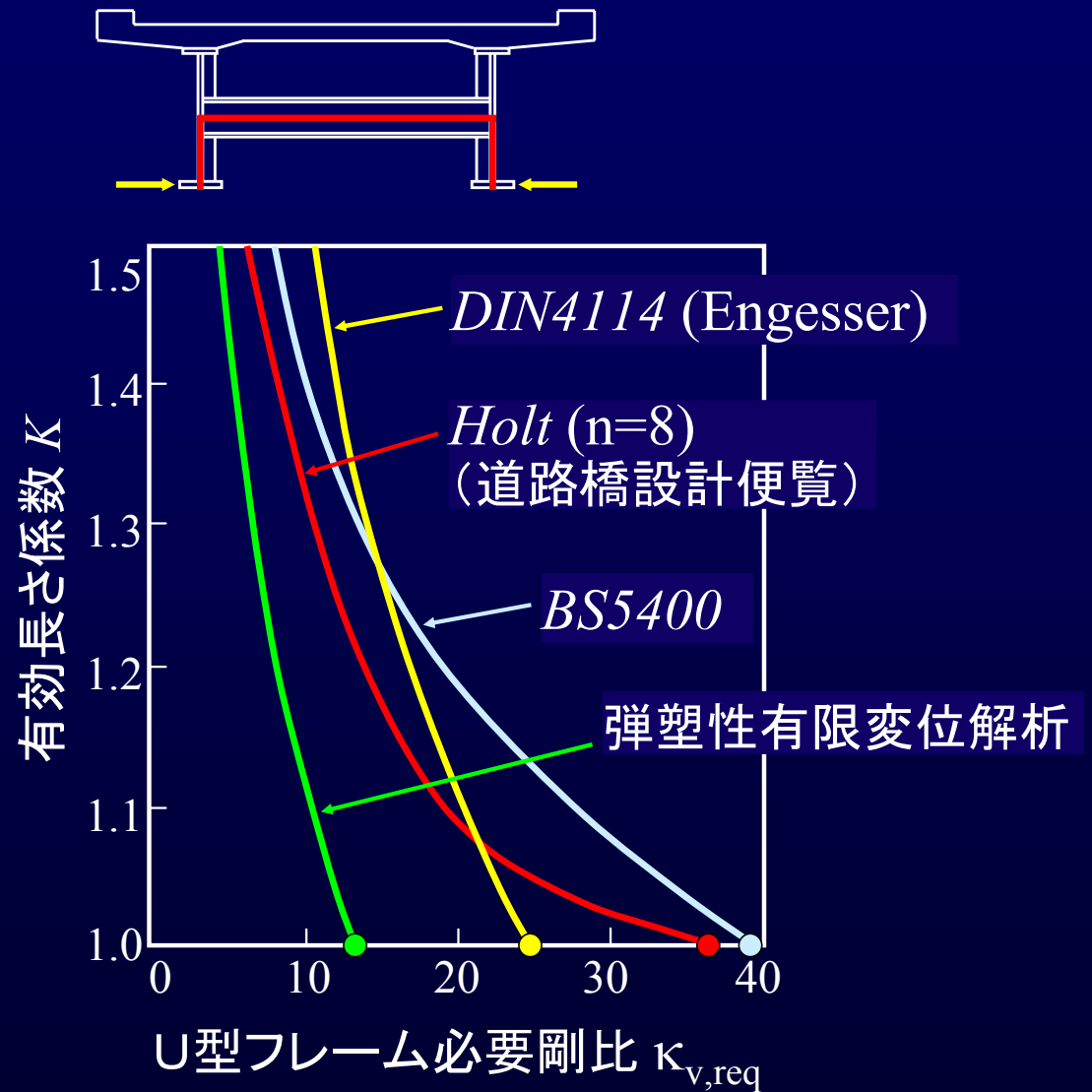
道示の細長比パラメータ
(2軸対称 I 形断面はり)

$$\lambda_b = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{\sigma_Y (\lambda/r)^2}{\pi^2 E}}$$
$$= \frac{2}{\pi} \sqrt{3 + \frac{A_w}{2A_f}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \frac{\lambda}{b}$$

荷重および境界条件の影響 – 弾性拘束



弾性拘束されたはり



2主桁橋における弾性拘束
(ポニートラスによる近似)

実験および解析に基づく耐荷力曲線

Perry-Robertson型公式

$$\frac{M_u}{M_n} = \frac{Z - \sqrt{Z^2 - 4\lambda_b^2}}{2\lambda_b^2} \leq 1$$

$$Z = 1 + \alpha(\lambda_b - \lambda_{b0}) + \lambda_b^2$$

細長比パラメータ

$$\lambda_b = \sqrt{M_n / M_E}$$

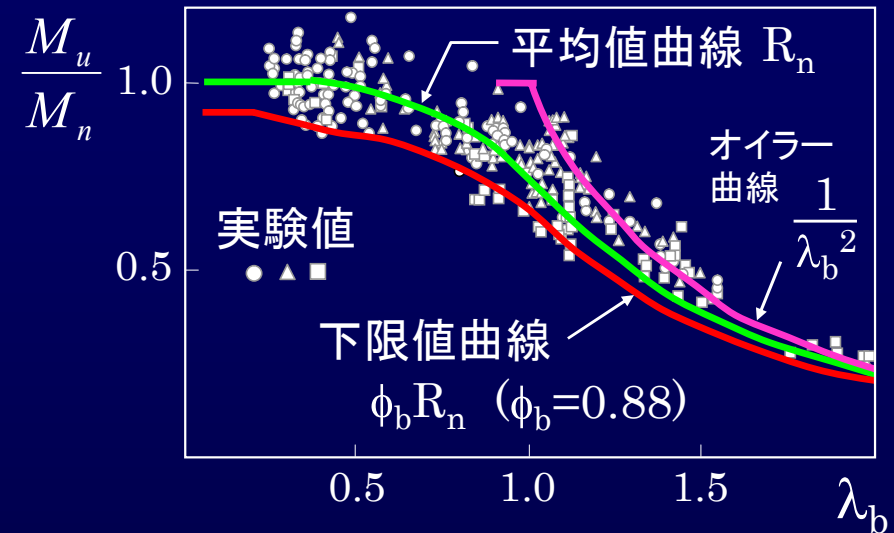
限界細長比パラメータ

$$\lambda_{b0} = 0.4$$

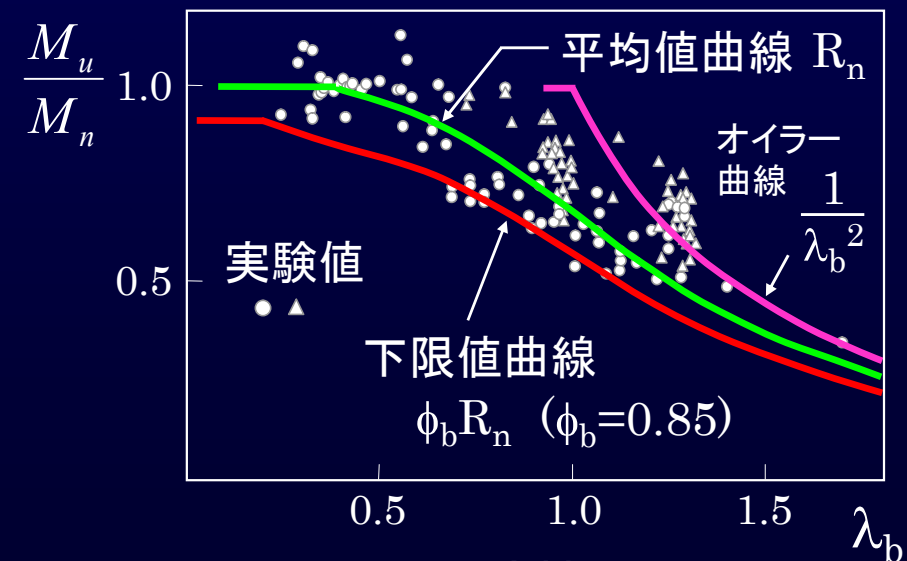
初期不整係数

$$\alpha = 0.15 \quad (\text{圧延はり})$$

$$\alpha = 0.25 \quad (\text{溶接はり})$$



(a) 圧延はり



(b) 溶接はり

耐荷力曲線の比較

道示の細長比パラメータ

$$\lambda_b = \sqrt{\frac{\sigma_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{\sigma_y (\lambda/r)^2}{\pi^2 E}}$$

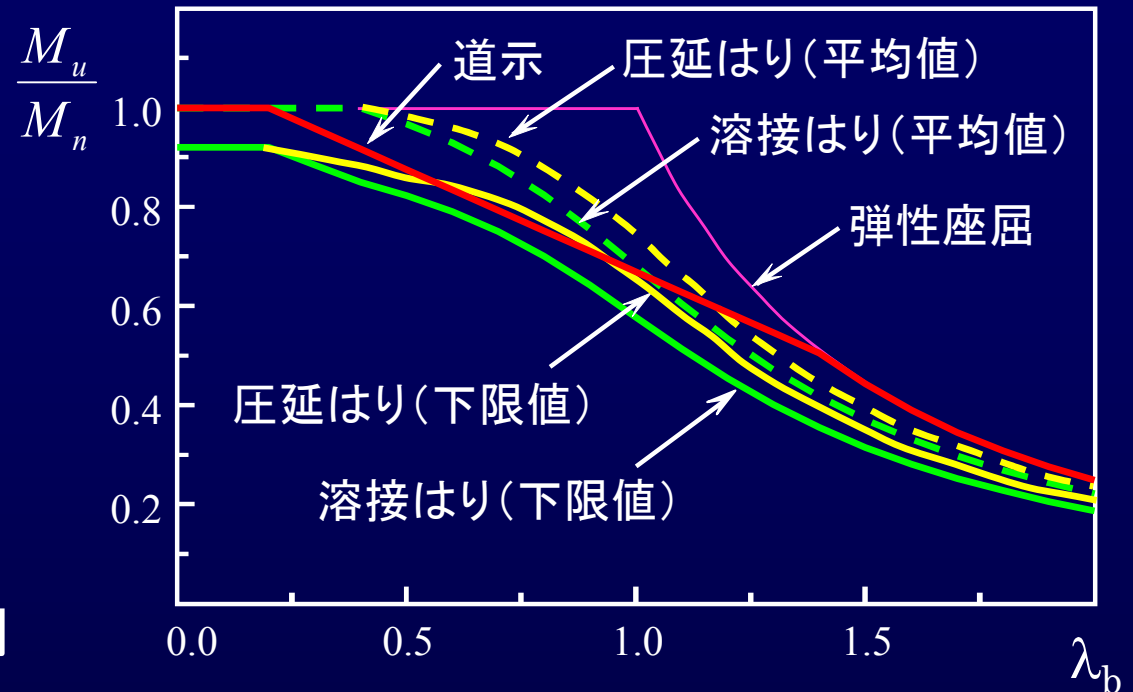
$$= \frac{2}{\pi} \sqrt{3 + \frac{A_w}{2A_f}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{\lambda}{b}$$

(座屈パラメータとして意味は同じ)

道示の耐荷力式

$$\frac{M_u}{M_{yc}} = 1.0 - 0.412(\lambda_b - 0.2) \quad \Lambda \quad 0.2 < \lambda_b \leq \sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{\lambda_b^2} \quad \Lambda \quad \sqrt{2} < \lambda_b$$



※初期不整(残留応力, 初期たわみ)の影響関数→テキスト参照

局部座屈との連成強度

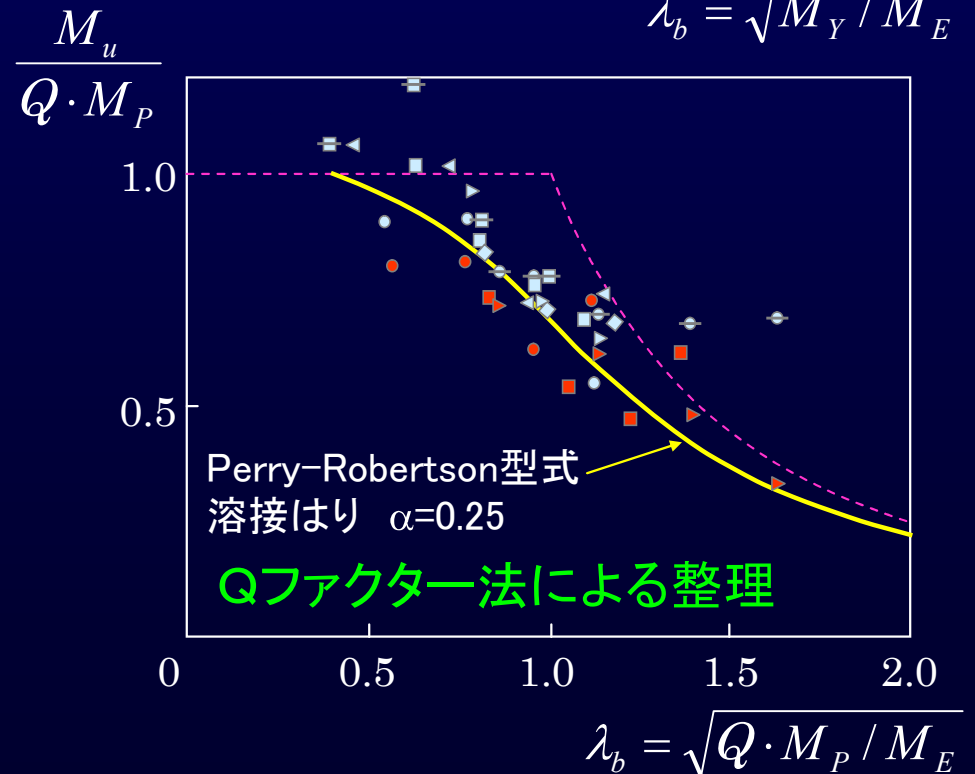
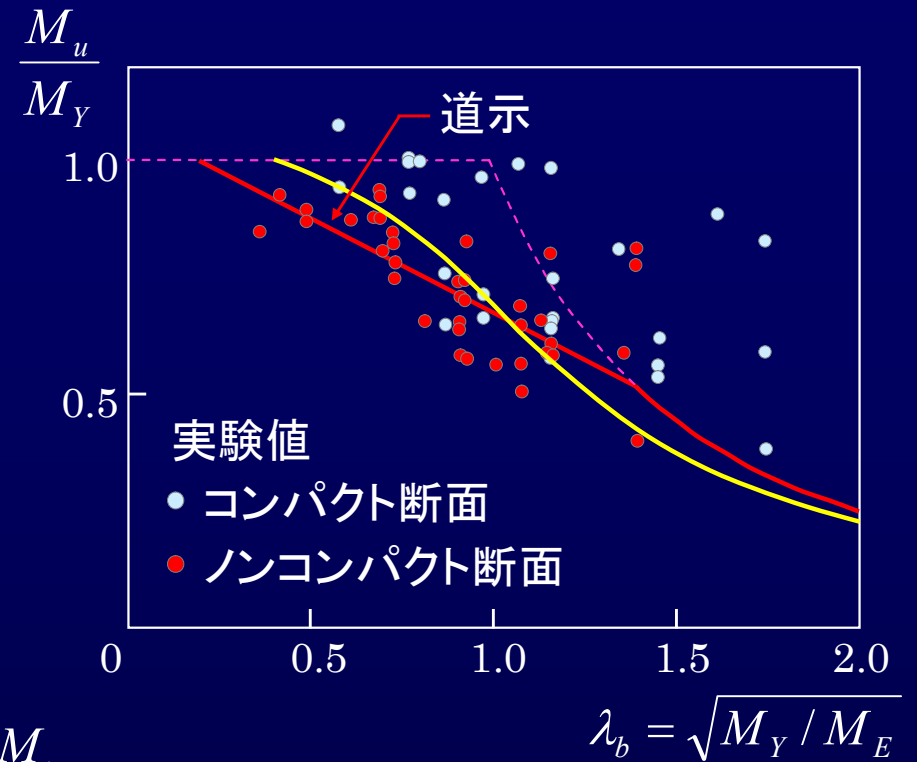
Qファクター法

断面の基準曲げ強度 M_n に
局部座屈による低減を考慮する

$$\frac{M_u}{Q \cdot M_n} = \frac{Z - \sqrt{Z^2 - 4\lambda_b^2}}{2\lambda_b^2} \leq 1$$

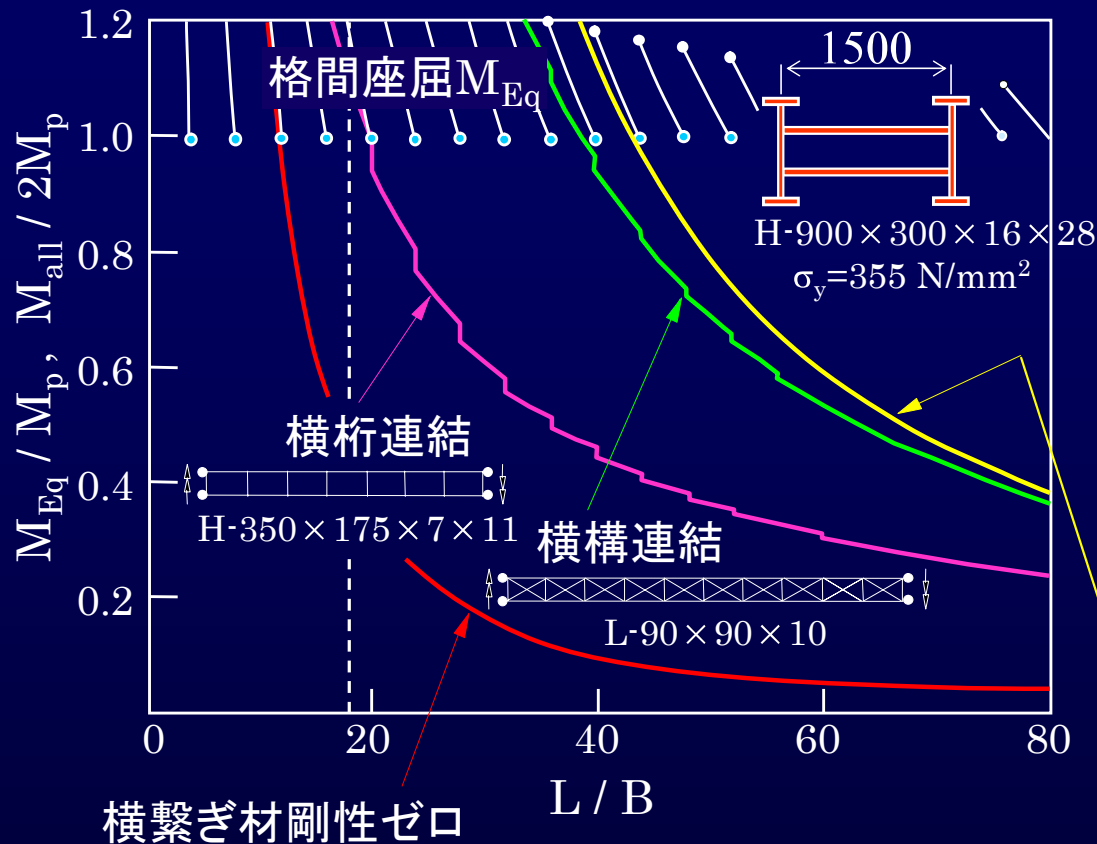
$$Z = 1 + \alpha(\lambda_b - \lambda_{b0}) + \lambda_b^2$$

$$\lambda_b = \sqrt{Q \cdot M_n / M_E}$$



桁の全体横ねじれ座屈

格間横ねじれ座屈のみ考慮する範囲



横繋ぎ 形式	(L / B) _{cr}	
	コンクリート 床版打設時	送り出し 架設時
横桁	18	20
下横構 対傾構	25	—

横繋ぎ材
剛性無限大

全体横ねじれ座屈強度の評価式

横繋ぎ材剛性無限大(Vlasov薄肉はり弾性横ねじれ座屈)一道路橋設計便覧

横繋ぎ材の弾性変形を考慮した式一テキスト参照

まとめと今後の展望

- コンパクト断面の適用範囲
- 局部座屈を考慮した断面の曲げ強度評価方法
- 弾性横ねじれ座屈強度式
 - 横ねじれ座屈の基礎
- 弾性拘束の影響
 - 2主桁橋のU型フレームによる拘束
- 実験に基づく横ねじれ耐荷力の統一評価
 - Perry-Robertson型公式, 抵抗係数の評価
- 局部座屈との連成座屈強度の評価方法
- 2主桁橋の全体横ねじれ座屈の評価方法

桁橋(合成桁橋, 連続桁橋)では横ねじれ座屈に対する照査は重要. 横補剛システムの合理化が1つの課題.

第10章 はりー柱

金沢大学

前川 幸次

内容

- 10.1 概説
- 10.2 軸力と曲げを受ける断面（短柱）の強度
- 10.3 はりー柱の部材強度
- 10.4 今後の展望

内容：はり一柱（軸力と曲げを受ける部材）の 強度相関式の分類（表

10.1.1)

断面強度

- 弾性限強度
- 全塑性強度
- 局部座屈強度

部材強度

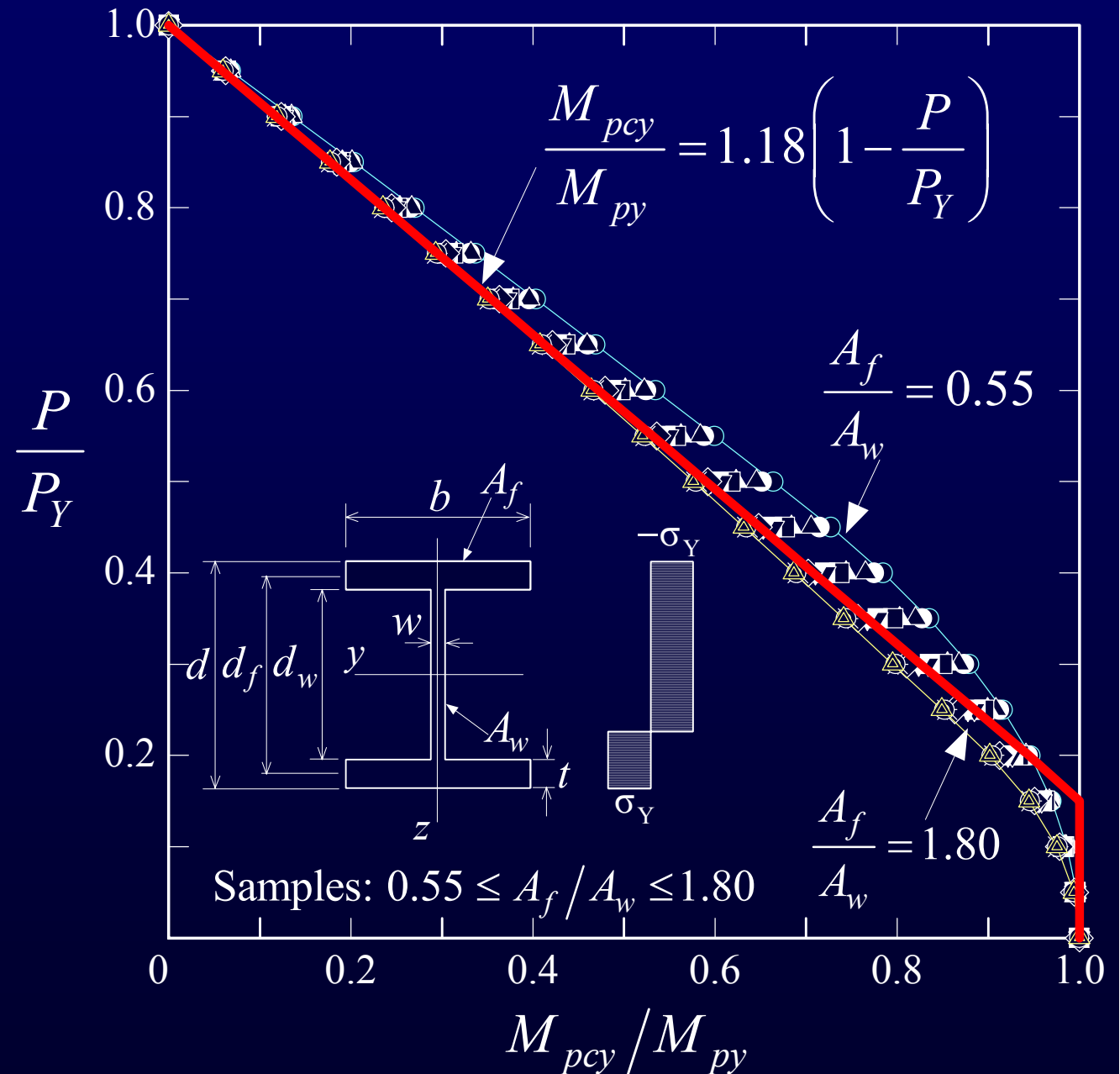
- 弾性限強度
- 弾性横ねじれ座屈強度
- 終局強度

- 面内強度
- 面外強度
- 2軸曲げ強度
- 側方変位($P\Delta$ 効果)
- 変断面はり一柱
- 面内連成強度

例：H形断面（軸力と強軸曲げ）

軸力と1軸曲げ

- 矩形
(10.2.4)
- H形[強軸]
(10.2.5), (10.2.7),
(10.2.10)
- H形[弱軸]
(10.2.6), (10.2.8),
(10.2.9), (10.2.11)
- 箱形
(10.2.7)

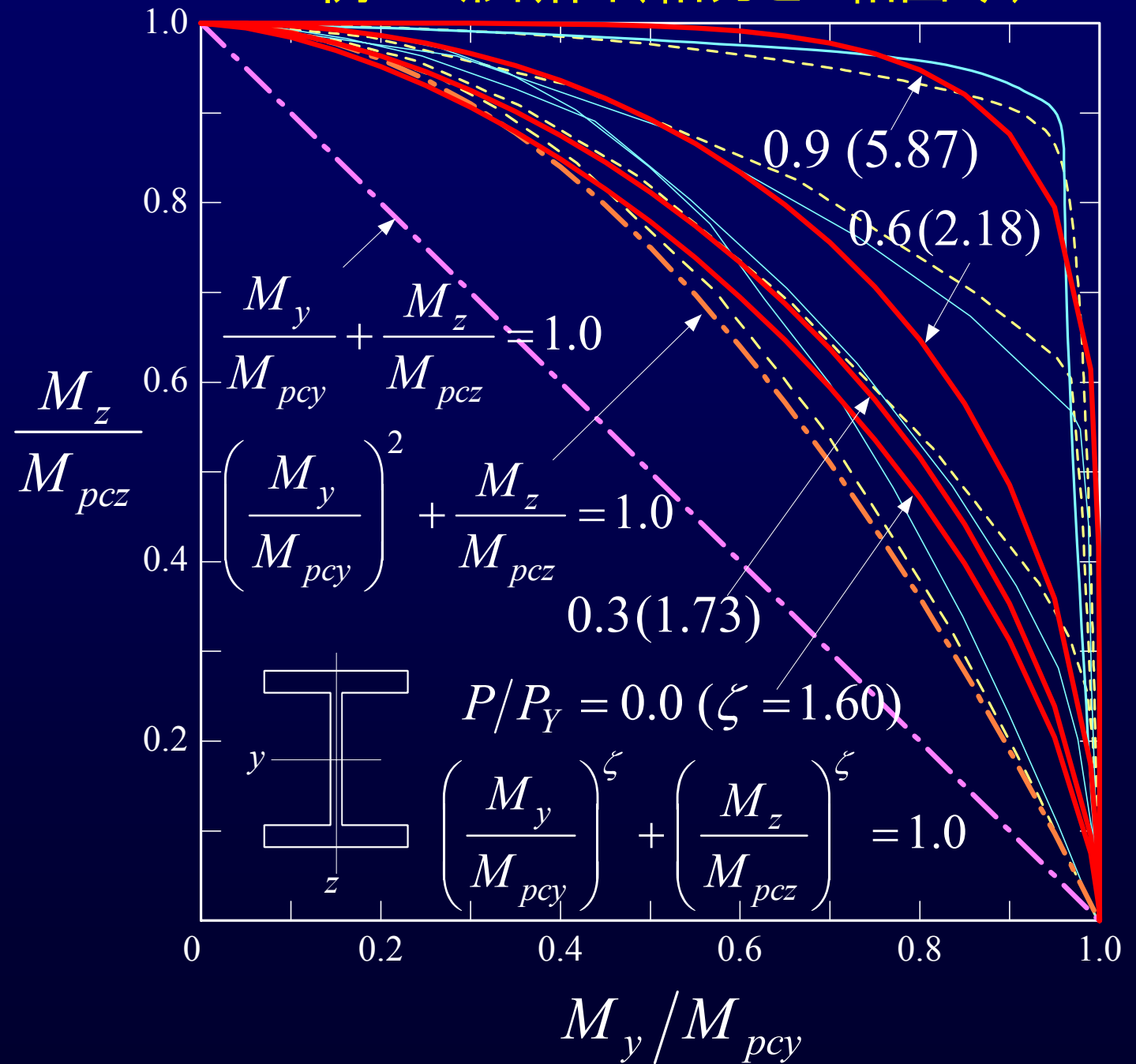


➤全塑性強度の相関式

例：H形断面（軸力と2軸曲げ）

軸力と2軸曲げ

- 円管
(10. 2. 12)
- H形
(10. 2. 13),
(10. 2. 15),
(10. 2. 17)
- 箱形
(10. 2. 14),
(10. 2. 15),
(10. 2. 18)



ねじりモーメントの影響 (10. 2. 21)

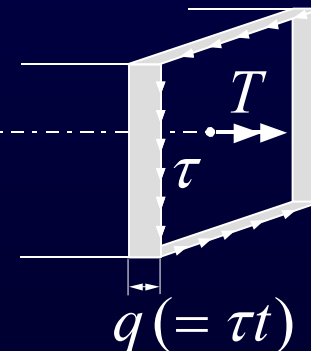
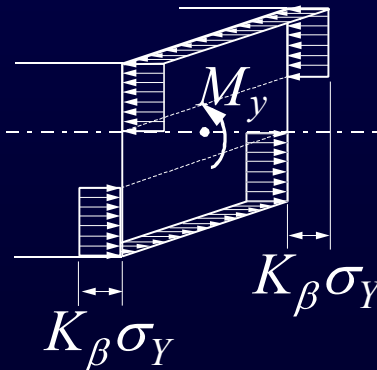
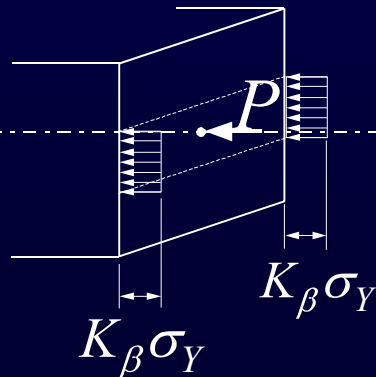
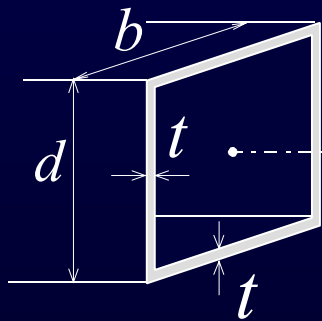
見かけの降伏点 $K_\beta \sigma_Y$ を用いて全塑性強度を評価

$$K_\beta = \sqrt{1 - (T/T_p)^2}, \quad T_p = 2q_Y \Omega : \text{全塑性ねじりモーメント}$$

$$M_{py}^* = K_\beta M_{py}, \quad P_Y^* = K_\beta P_Y, \quad \Omega : \text{肉厚中心線の囲む面積}$$

$$0 \leq \frac{P}{P_Y^*} \leq \frac{A_w}{A} : \quad \frac{M_y}{M_{py}^*} = 1.0 - \frac{A^2}{8tZ_y} \left(\frac{P}{P_Y^*} \right)^2$$

$$\frac{A_w}{A} \leq \frac{P}{P_Y^*} \leq 1.0 : \quad \frac{M_y}{M_{py}^*} = \frac{A^2}{4bZ_y} \left(1 - \frac{P}{P_Y^*} \right) \left\{ \frac{2bd}{A} - \left(1 - \frac{P}{P_Y^*} \right) \right\}$$



(a) 断面

(b) 軸力による応力

(c) 曲げによる応力

(d) ねじりによる応力

➤ 局部座屈を伴う連成強度

軸力と1軸曲げ

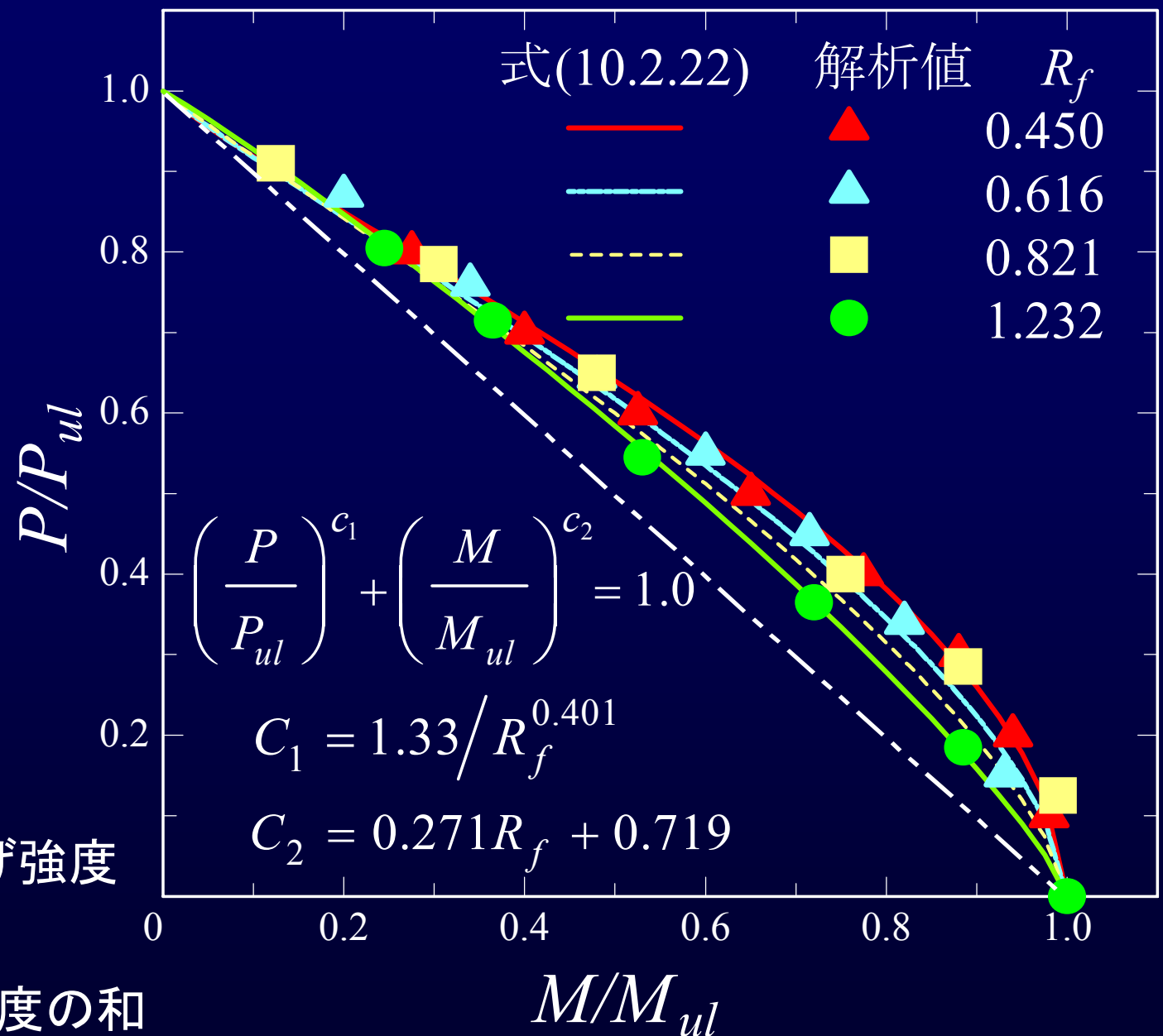
- H形, 箱形
(10.2.22)
- 箱形
(10.2.24)
- H形
(10.2.25)

M_{ul} = 有効幅による曲げ強度

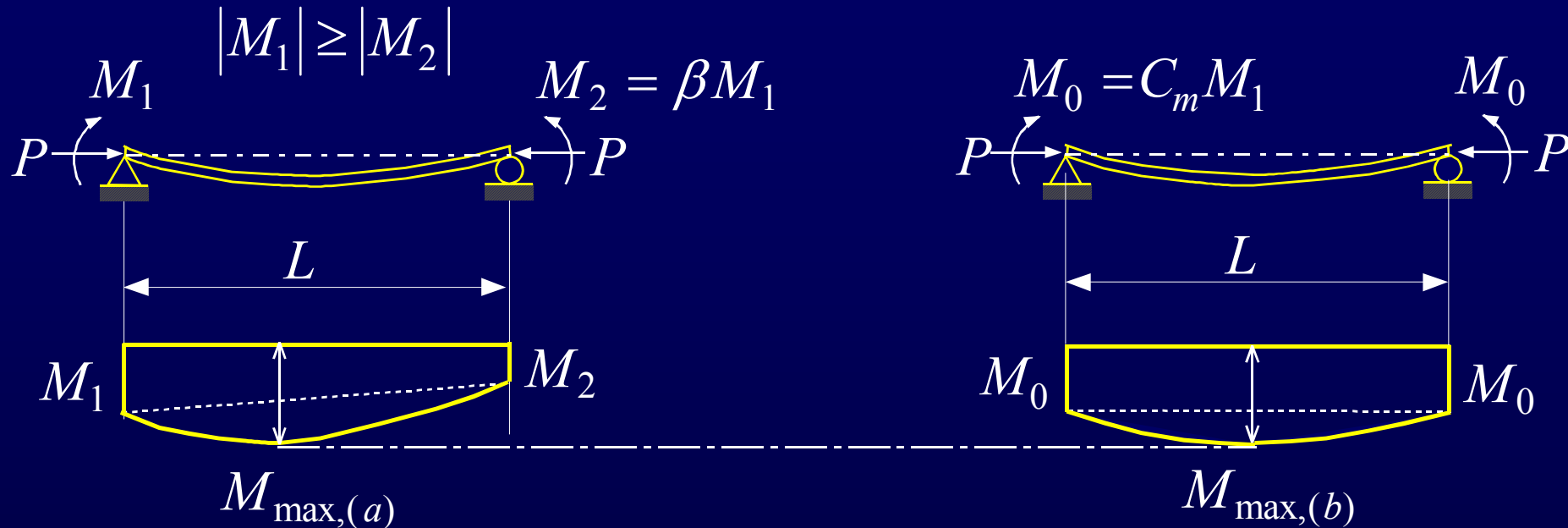
$$P_{ul} = \sum P_{ui}$$

= 各板要素の終局強度の和

R_f = フランジの幅厚比パラメータ



➤ モーメント増幅係数 A_F ・ モーメント修正係数 C_m
($P\delta$ 効果) (不等端モーメント荷重)



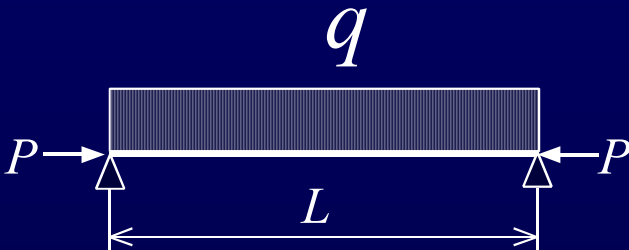
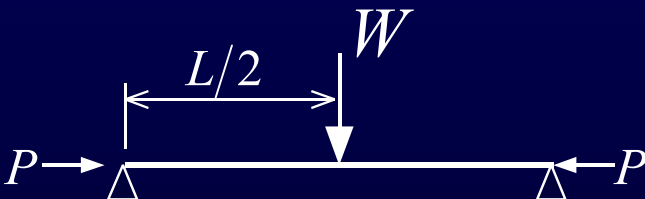
$$M_{\max, (a)} = M_{\max, (b)} \Rightarrow C_m = \frac{M_0}{M_1} = \sqrt{\frac{\beta^2 - 2\beta \cos kL + 1}{2(1 - \cos kL)}} \quad , \quad k = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{P}{P_E}}$$

$$M_{\max} \doteq A_F M_1 \quad , \quad A_F = \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \geq 1.0$$

$$C_m \doteq 0.6 + 0.4\beta \quad , \quad C_m \doteq \sqrt{0.3\beta^2 + 0.4\beta + 0.3} \quad \text{など}$$

➤ 中間荷重が作用する場合の C_m

AISCマニュアルに準じて旧版の表を修正 (表10.3.1)

No.	構造・荷重状態	M_m	C_m
(1)		$\frac{qL^2}{8}$	1.0
•			
(4)		$\frac{WL}{4}$	$1.0 - 0.2 \frac{P}{P_E}$
•			

$$P\delta \text{ 効果による } M_{\max} = M_m \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \quad M_m \text{ は横荷重による最大曲げモーメント}$$

$$\frac{P}{P_Y} + A_{Fy} \frac{M_y}{M_{Yy}} + A_{Fz} \frac{M_z}{M_{Yz}} = 1.0$$

$$A_{Fy} = \frac{C_{my}}{1 - (P / P_{Ey})} \geq 1.0$$

1軸曲げ を 2軸曲げ へ拡張

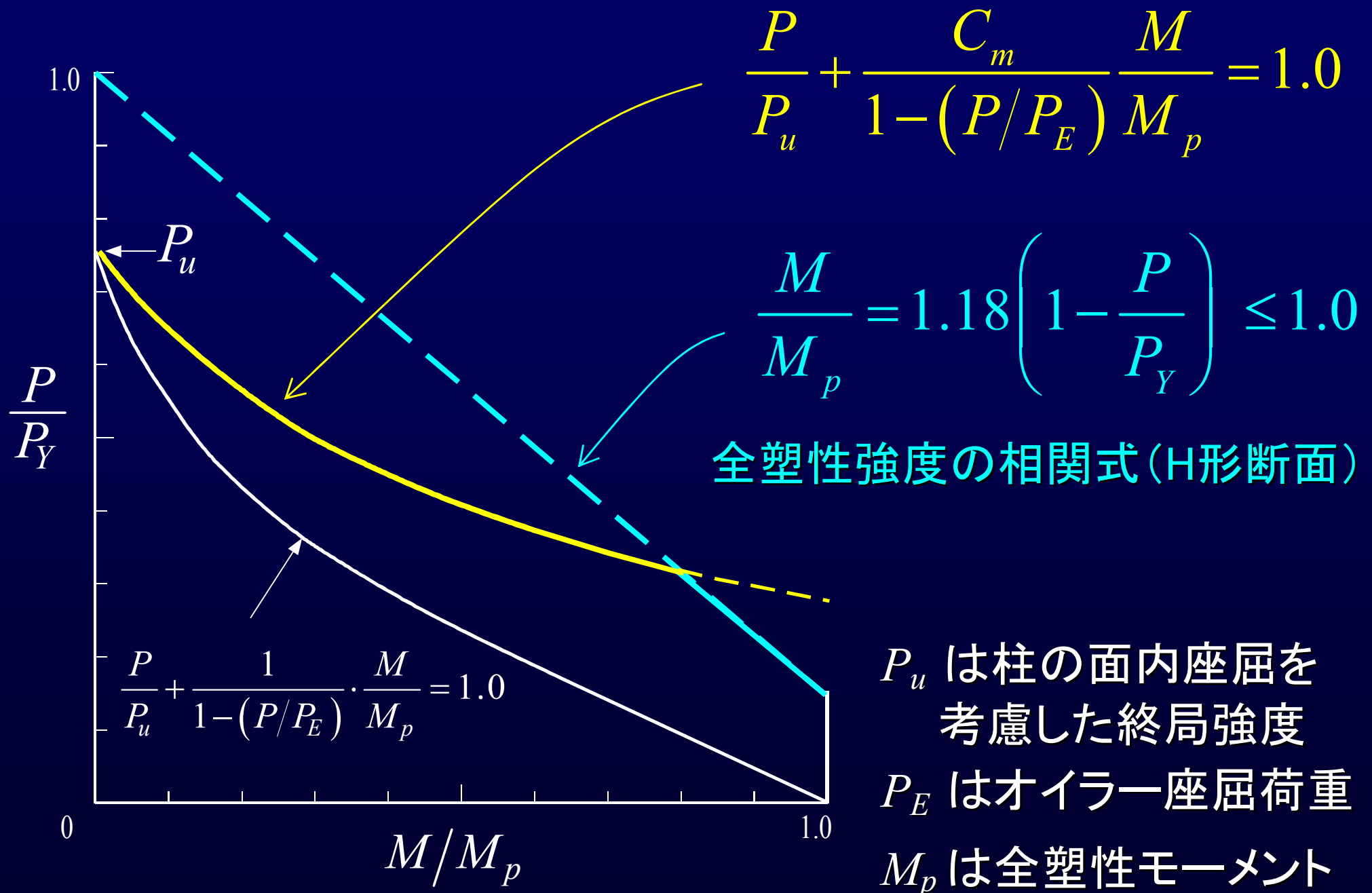
$$A_{Fz} = \frac{C_{mz}}{1 - (P / P_{Ez})} \geq 1.0$$

- ◆ 各軸の最大曲げモーメントは同じ断面で生じることを前提
- ◆ 最大曲げモーメントの位置が極端に異なる場合, 合理的ではないが安全側の評価

P_Y は降伏軸力, P_{Ey} と P_{Ez} はオイラー座屈荷重

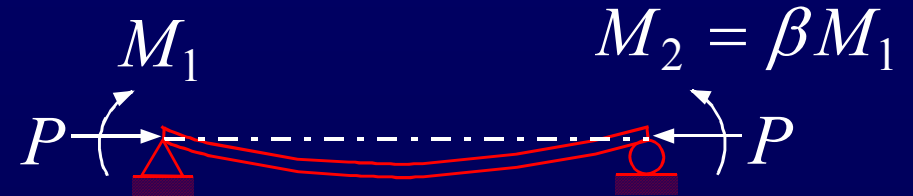
M_{Yy} と M_{Yz} は降伏モーメント

M_y と M_z は1次曲げモーメントの最大値



◆ 弾性横ねじれ座屈強度相関式 (不等端モーメント荷重)

$$\frac{P}{P_{Ez}} + \frac{1}{1 - (P/P_{Ey})} \frac{M_{y1}}{C_b M_{0cr}} = 1.0$$



M_{0cr} = 一様曲げを受けるはりの弾性横ねじれ座屈モーメント

$$C_b = 1.75 - 1.05\beta + 0.3\beta^2 \leq 2.56 \quad (\text{等価換算モーメント係数})$$

$$1/C_b \doteq 0.6 + 0.4\beta = C_m \quad (\text{モーメント修正係数})$$

◆ 面外終局強度相関式へ拡張

$$\frac{P}{P_{cuz}} + \frac{C_m}{1 - (P/P_{Ey})} \frac{M_{y1}}{M_{uy}} = 1.0$$

P_{cuz} = 柱の終局強度

M_{uy} = 弾塑性横ねじれ
座屈の基本強度

横ねじれ座屈の影響を過大評価する傾向

◆ 1軸曲げの面

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M}{M_u} \leq 1$$

M_{uy} , M_{uz} は、は
弱軸曲げによる

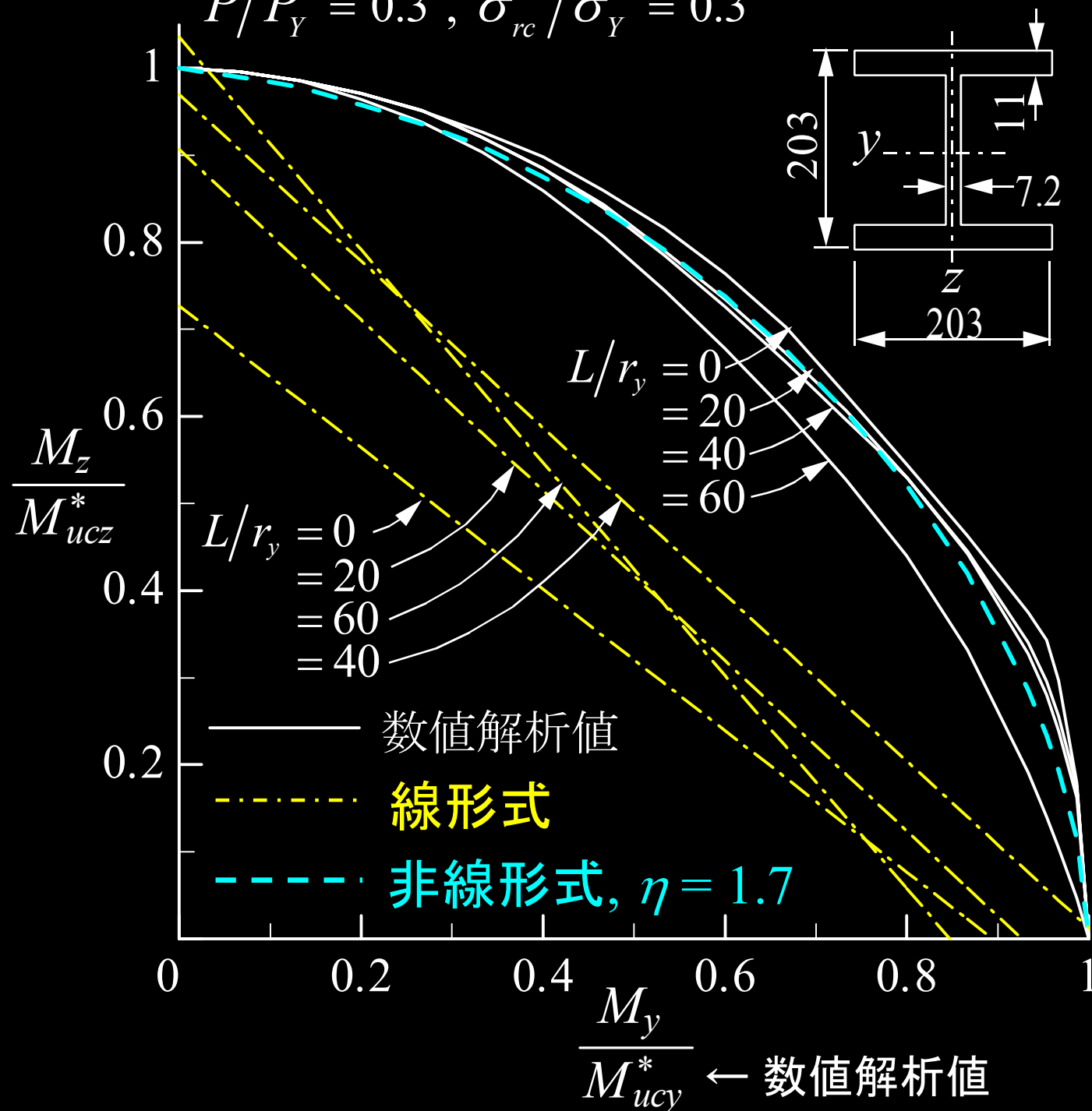
◆ 数値解析値に

$$\left(\frac{M_y}{M_{ucy}} \right)^\eta + \left(\frac{M_z}{M_{ucz}} \right)^\eta \leq 1$$

$$M_{uci} = M_{ui} \left(\frac{M_{ui}}{M_{uci}} \right)^{\frac{1}{\eta}}$$

W8×31 (H-203×203×7.2×11)

$$P/P_Y = 0.3, \sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.3$$



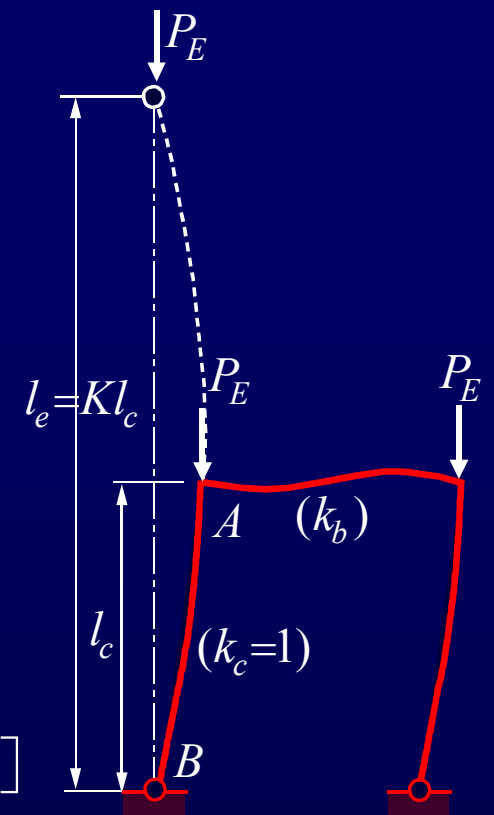
側方変位のある はり一柱

◆ 2次弾性解によるモーメント増幅係数を基礎

$$\frac{P}{P_u} + \frac{\bar{C}_m}{1 - (P/P_{EK})} \frac{M_A}{M_p} = 1.0 \quad \bar{C}_m = 1 - 0.18 \frac{P}{P_{EK}}$$

P_u および P_{EK} = 有効座屈長さを $l_e = Kl_c$ とした柱の
終局強度およびオイラー座屈強度

$\bar{C}_m = 0.85$ [AISC] , $\bar{C}_m = 1.0$ [鋼構造塑性設計指針]

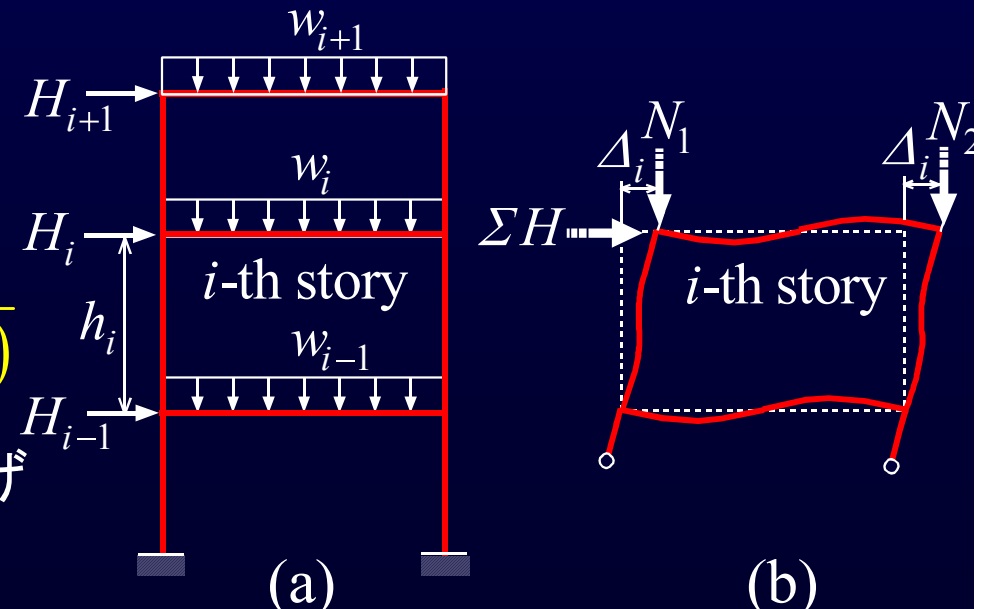


◆ 部材曲げ [$P\delta$ 効果] と側方変位 [$P\Delta$ 効果] から照査モーメントを算定 (AISC-LRFD 規準)

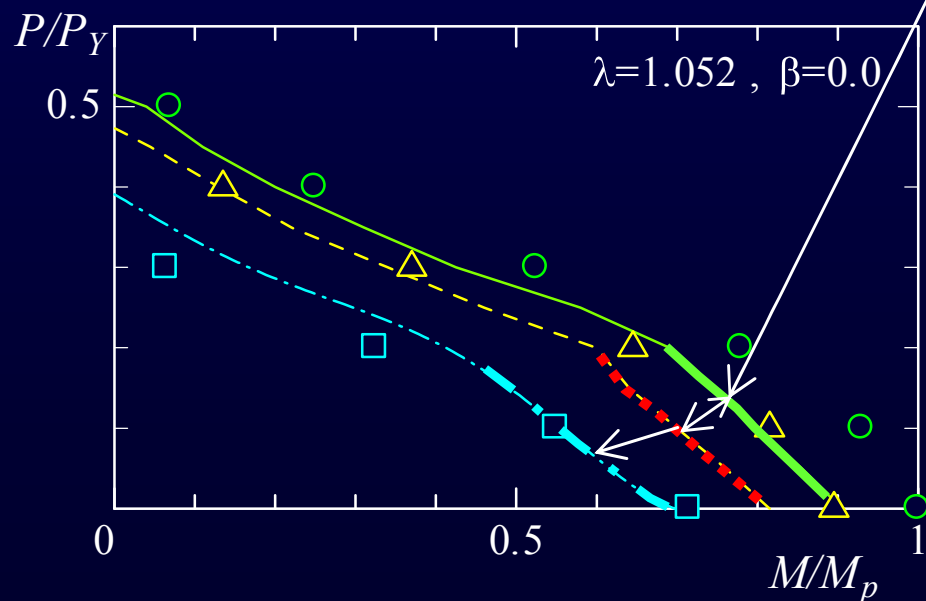
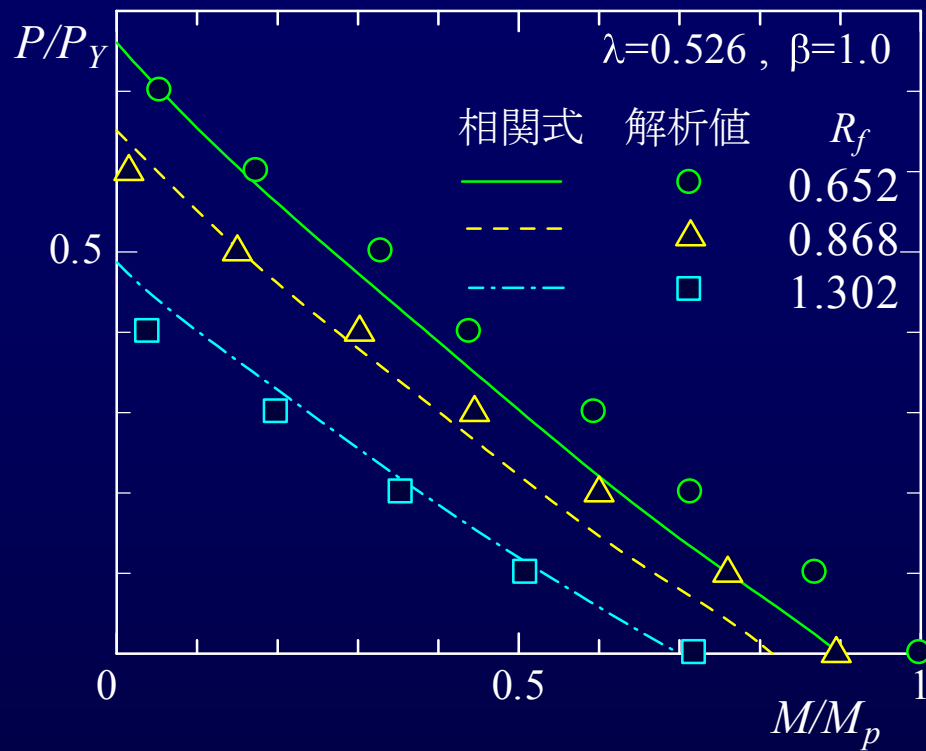
$$M = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (N/N_{EK})} \geq 1.0 \quad B_2 = \frac{1}{1 - (\Sigma N \Delta_{io} / \Sigma H h)}$$

M_{nt} (M_{lt}) は鉛直 (水平) 荷重による1次の曲げ
モーメント, Δ_{io} は層 i の1次の側方相対変位



➤ 面内連成強度相関式



$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \frac{M_1}{Q_b M_p} = 1.0$$

$$\frac{P}{P_{ul}} + \frac{M_1}{M_{ul}} = 1.0$$

曲げが支配的な範囲

$$P_u = P_Y \cdot Q_c \cdot f(\sqrt{Q_c} \cdot \bar{\lambda})$$

$$\left. \begin{aligned} Q_b &= M_{ul} / M_p \\ Q_c &= P_{ul} / P_Y \end{aligned} \right\} \text{Qファクター}$$

$f(\cdot)$: 柱の基準強度式

$$\bar{\lambda} = \sqrt{P_Y / P_E}$$

$P_{ul} = \Sigma P_{ui}$: 各板要素の終局強度の和

M_{ul} : 有効幅による曲げ強度

➤有限変位解析適用時の注意

- 有限変位解析を実施する場合は、解析の中でP-δ効果が考慮されるので、部材強度の照査は不要で、断面強度の照査のみでよい。
- 要素分割が粗い場合は、節点間を有効座屈長として、部材強度相関式による照査を実施する。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \frac{M}{M_p} = 1.0$$

有効座屈長



まとめと今後の展望

はり一柱の強度相関式の分類を中心に

- (1)断面(短柱)の強度相関式と部材の強度相関式
- (2)局部座屈を考慮した連成強度相関式
- (3) 部材曲げの $P\delta$ 効果, 側方変位の $P\Delta$ 効果, およびモーメント増幅係数の概説

今後の検討課題

- (1)局部座屈と横ねじれ座屈を伴う面外連成強度相関式
- (2)パイプ断面の連成強度相関式や $R_f > 0.8$ の大型補剛断面の連成強度相関式
- (3)曲げとねじりを受けるはり一柱の部材挙動と強度