

流砂研究を妨げてきたいくつかの課題と研究発展のための鍵

江頭進治

土木研究所 水災害・リスクマネジメント国際センター(ICCHARM)

s-egashira77@pwri.go.jp

- ・ 単粒子および砂粒子群(掃流砂層)の移動速度
- ・ 流砂量式の関数形は
- ・ 移動床と固定床の違い
- ・ 懸念し、あるいはあきらめの境地で解析している現象
- ・ DEM等マイクロメカニクス法による流砂解析に対する期待と要望

Unit-1 Mechanics of sediment transportation

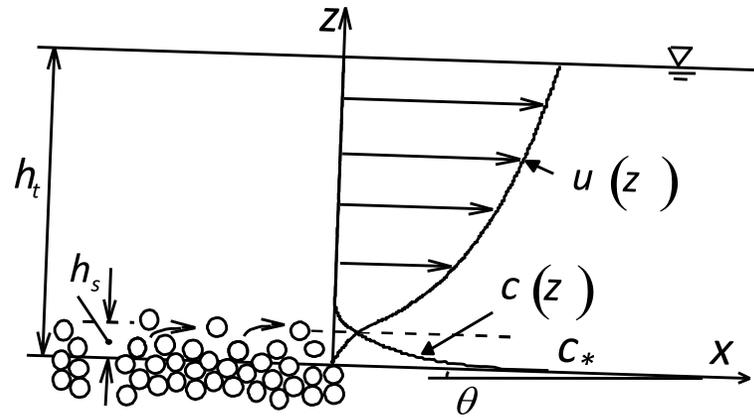
It is my memory that **subjects such as mechanics, dynamics, physics etc.** provided in the beginning stage, 1- 2 years of university could be learned normally.

However, **subjects associated with sediment transportation** may **be difficult** even for graduate students. I remembered it was uneasy for me to understand sediment hydraulics when **I was student**. It may be even now for me. One of the reason why **kinematics of sediment particles** such as rolling, sliding, jumping and suspension are usually discussed based on their own experiences and are treated without dynamic principles, **assuming**

- velocity of bed sediment is proportional to ---
- step length is proportional to ---
- bed load is composed of sediment particles in bed surface layer---

Bed surface layer? Definition of bed surface?---Many and many questions arise.

(数年前、イタリアのサルレノ大、大学院の集中講義の冒頭で用いられたスライドより。)



Where is the bed surface?

(1) 単粒子および砂粒子群の移動速度

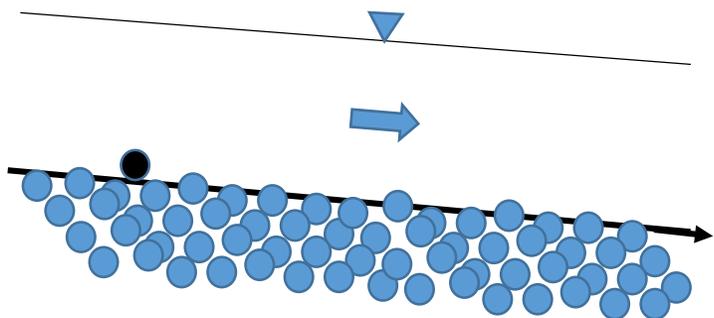


図1

滑動モデル(砂粒子)

$$(m + m_v) \frac{dv_s}{dt} = mg \sin \theta - N \tan \phi + \frac{1}{2} \rho C_D (v - v_s)^2 A$$

$$m = \sigma \frac{\pi}{6} d^3 \quad m_v = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi}{6} d^3 \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$N = (\sigma - \rho) \frac{\pi}{6} d^3 g \cos \theta$$

m 砂粒子の質量

m_v 砂粒子の仮想質量

ρ 水の質量密度

σ 砂粒子の質量密度

C_D 抗力係数

d 砂粒子の直径

A 粒子の射影面積

v 砂粒子に作用する水の流速

v_s 砂粒子の移動速度

N 粒子に作用する有効垂直応力

ϕ 摩擦角

$$dv_s / dt = 0 \text{ (定常解)}$$

$$v_s = v_d - \left[\frac{4 (\sigma / \rho - 1) g d \tan \phi}{3 C_D} \right]^{1/2}$$

ここで、 $v_d \approx A_r u_*$ (作用流速は摩擦速度に比例する) u_* 摩擦速度

$$v_s = u_* \left[A_r - \left\{ \frac{4 \tan \phi}{3 C_D \tau_*} \right\}^{1/2} \right] \quad (1)$$

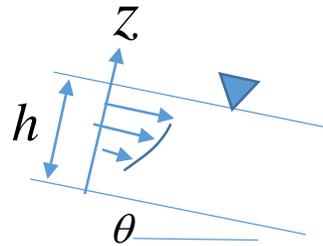
砂粒子の移動速度は、摩擦速度に比例する！

これは、どれくらい本当なの？

固定床における粒子滑動ならば許容できるのかも

移動床では？

ここで、開水路における平均流速と流動深と摩擦速度の関係を見ると、これらは次のようであった。



せん断力 $\tau = \rho g h \sin \theta (1 - z/h)$

摩擦速度 $u_* = \sqrt{g h \sin \theta}$

図2

構成則（せん断力～ひずみ速度の関係）

$\tau \sim (du/dz)$ のとき、 $\bar{u} = \int_0^h u dz / h \sim h^2 \sim u_*^4$ (2)

$\tau \sim (du/dz)^2$ のとき、 $\bar{u} = \int_0^h u dz / h \sim h^{3/2} \sim u_*^{5/2}$ (3)

砂粒子群(掃流砂層)の移動体積と速度

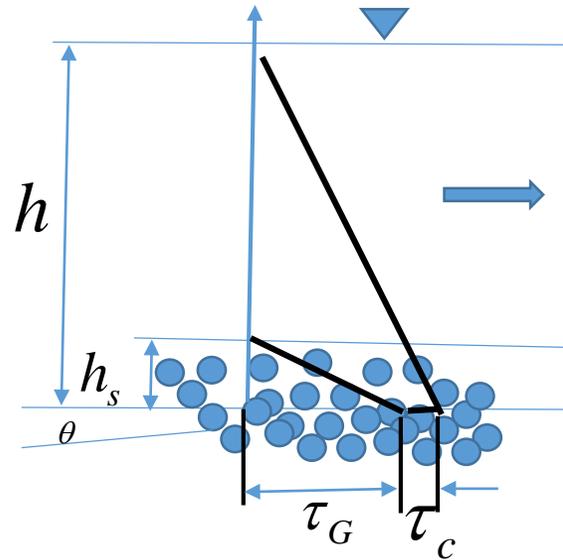


図3 芦田・道上の流砂モデル

(Bagnold 1966, Engelund & Hansen 1967,
芦田・道上 1972)

$$\tau_b = \tau_G + \tau_c \quad (4)$$

$$\tau_G = (\sigma - \rho)gV_G \cos \theta \tan \phi \quad (5)$$

: Grain-shear stress (Coulomb's shear stress)

V_G 砂粒子の移動体積

τ_c 限界掃流力

τ_b 河床せん断力

h_s 掃流砂の移動層厚、 c_s 移動層の土砂濃度として、

$V_G = c_s h_s$ と置いて、これを(4)に代入すれば、
移動層厚に関する次式を得る。

$$\frac{c_s h_s}{d} = \frac{1}{\cos \theta \tan \phi - \tan \theta} (\tau_* - \tau_{*c}) \quad (6)$$

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{(\sigma / \rho - 1)gd} \left(= \frac{h \sin \theta}{(\sigma / \rho - 1)d} \right)$$

粒子群の移動体積は、多分次式に従う。

$$\frac{V_G}{d} (= \frac{c_s h_s}{d}) = \frac{1}{\cos \theta} \frac{1}{\tan \phi - \tan \theta} \tau_* \quad (7)$$

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{(\sigma / \rho - 1)gd} (= \frac{h \sin \theta}{(\sigma / \rho - 1)d})$$

粒子群の流速分布 u

$$F_n(d, c, \sigma / \rho, e) \left(\frac{du}{dz} \right)^n = \tau(z) - \tau_y(z) \quad (8)$$

平均移動速度 \bar{v}_s は、図4の流れの場合

$$n = 1 \quad \bar{v}_s \sim h_s^2 \sim u_*^4$$

$$n = 2 \quad \bar{v}_s \sim h_s^{3/2} \sim u_*^{5/2}$$

一方、単粒子運動の場合、前述のように

$$v_s \sim u_*$$

モデル(考え方?)によって、こんなに違う!!!

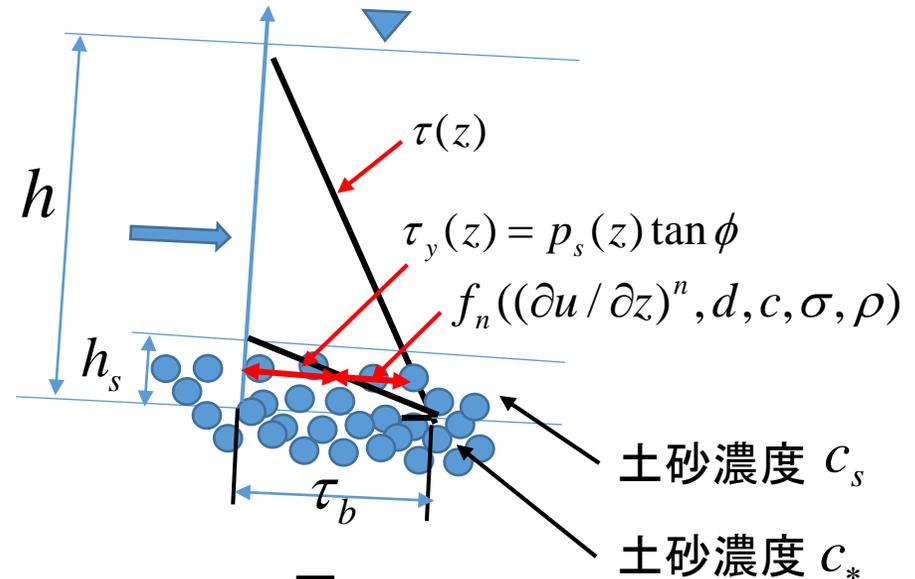
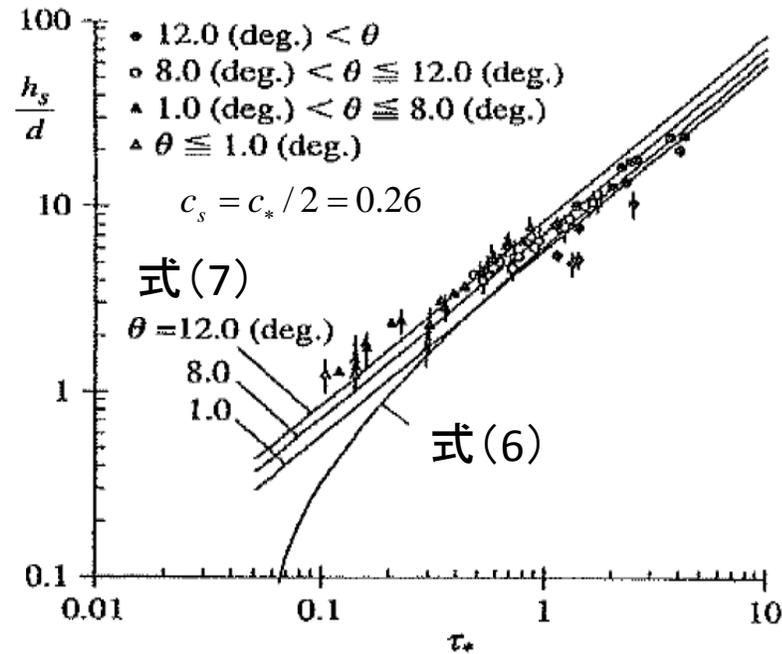


図4

粒子移動体積の評価式(式7)のチェック



$$\frac{c_s h_s}{d} = \frac{1}{\cos \theta} \frac{1}{\tan \phi - \tan \theta} (\tau_* - \tau_{*c}) \quad (6)$$

$$\frac{c_s h_s}{d} = \frac{1}{\cos \theta} \frac{1}{\tan \phi - \tan \theta} \tau_* \quad (7)$$

図5 掃流砂層の厚さ(粒子移動体積)(江頭・宮本・伊藤 1997)

(2) 流砂量式の関数形は $q_{b*} \sim \tau_*^{3/2}$ でよいのか

流砂量の定義

$$q_b = V_G \bar{v}_s = c_s h_s \bar{v}_s$$

.....この定義はok

移動体積 $V_G (= c_s h_s) \sim \tau_*$ ← (7)

.....この関係は多分ok

移動速度 $\bar{v}_s \sim u_*$ または $\bar{v}_s \sim u_*^4$ または $\bar{v}_s \sim u_*^{5/2}$ モデルによって多様

流砂量式は

$$\bar{v}_s \sim u_* \quad \longrightarrow \quad q_{b*} \sim \tau_*^{3/2}$$

Mayer-Peter & Muller (1948) $q_{b*} = 8(\tau_* - 0.047)^{3/2}$

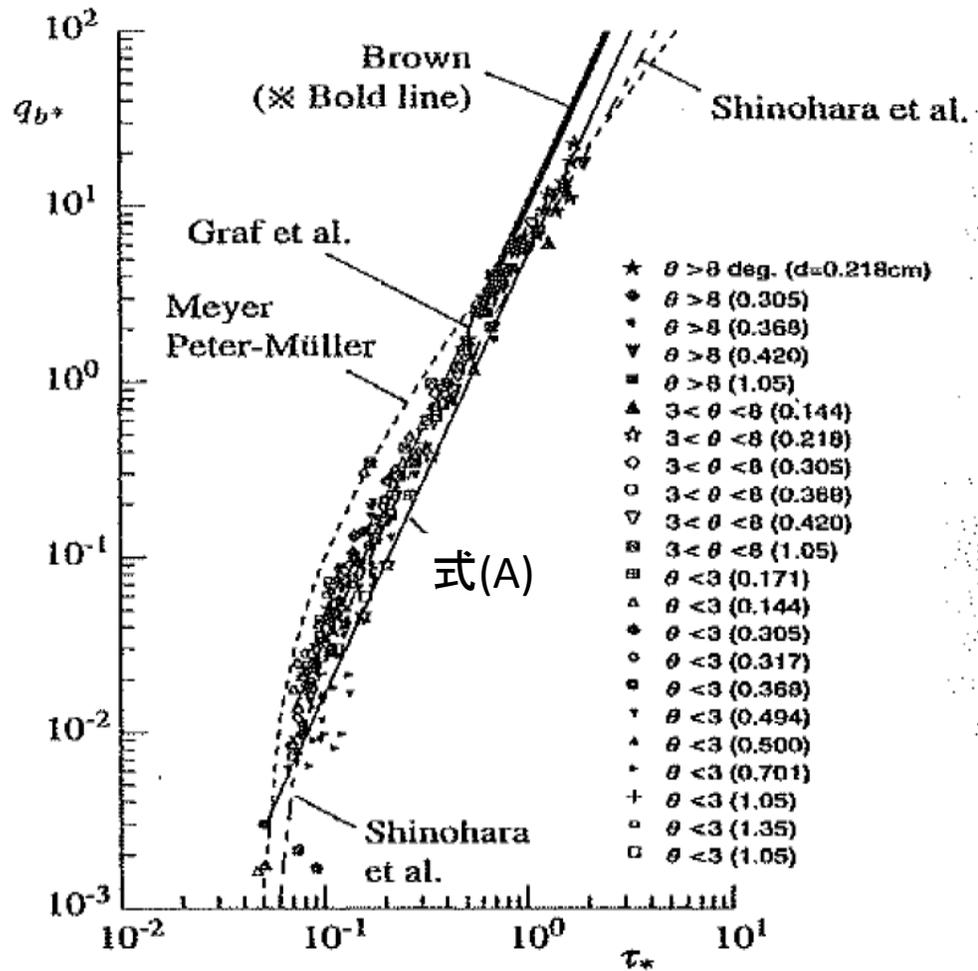
$$\bar{v}_s \sim u_*^{5/2} \quad \longrightarrow \quad q_{b*} \sim \tau_*^{5/2}$$

Bagnold (1954~1967)

芦田・道上 (1972) $q_{b*} = 17\tau_{*e}^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*}\right)$

Brown (1950) $q_{b*} = 10\tau_*^{5/2}$

篠原・椿 (1959) $q_{b*} = 25\tau_{*e}^{2.3} \left(1 - 0.8 \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*e}}\right)$



$$q_{b*} = \frac{4}{15} \frac{K_1^2 K_2}{\sqrt{f_d + f_f}} \tau_*^{5/2} \quad (A)$$

$$K_1 = \frac{1}{\cos \theta} \frac{1}{\tan \phi - \tan \theta}$$

$$K_2 = \frac{1}{c_s} \left(1 - \frac{h_s}{h}\right)^{1/2}$$

$$f_d = k_d (1 - e^2) (\sigma / \rho) c_s^{1/3}, (k_d = 0.0828)$$

$$f_f = k_f (1 - c_s)^{5/3} / c_s^{2/3}, (k_f = 0.16)$$

$$c_s = c_* / 2, (c_* = 0.52)$$

$$e = 0.85$$

图6 流砂量(江頭・宮本・伊藤 1997) $q_{b*} = f_n(\tau_*)$

m=3/2 よりも m=5/2 の方が合理的な例

$$B_0 h_0 v_0 = B h v \quad v = \frac{1}{n} i^{1/2} h_0^{2/3}$$

$$B_0 q_{b0} = B q_b \quad q_{b*} \sim \tau_*^m$$



$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{B}{B_0}\right)^{\frac{3(2m-1)}{7m}}$$

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{B}{B_0}\right)^{\frac{24}{35}} \quad (m = 5/2)$$

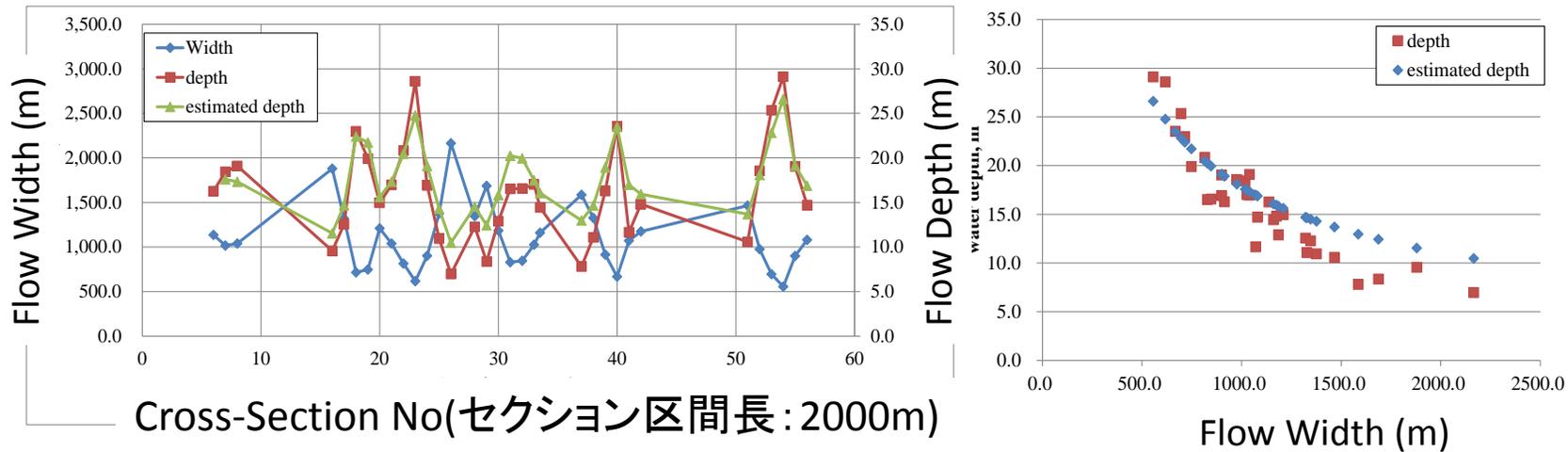


図7 メコン川における川幅～水深 (工藤ら、水工学論文集、2016)
(プノンペン～カンポンチャム区間)

(3) 移動床と固定床の違い

$$\frac{V_G}{d} (= \frac{c_s h_s}{d}) = \frac{1}{\cos \theta} \frac{1}{\tan \phi - \tan \theta} \tau_* \quad (7) \quad \dots\dots\dots \text{これは移動床における移動体積、あるいは移動層厚の式}$$

1) 移動床の河床面(基準面)

- a. 河床面において流動応力が0となる。
- b. 砂粒子断面平均濃度は、河床面において流動応力が0となる条件から定まる。すなわち、式(7)に $c_s h_s = \bar{c} h = \int_0^h c(z) dz$

なる関係を適用すれば、断面平均濃度は、

$$\bar{c} = \frac{1}{(\sigma / \rho - 1) \tan \phi - \tan \theta} \quad (8)$$

- c. 相対質量密度及び内部摩擦角が与えられると、断面平均濃度は勾配のみによって定まる。

以上、物理的には、上述 a. も b. も c. も同じことを意味している。

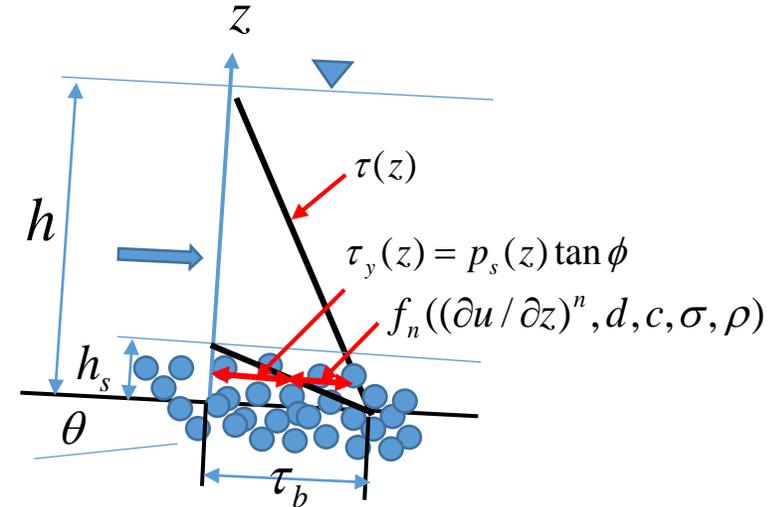


図8 移動床

断面平均濃度の評価式(8)の妥当性を実験データで検証することは困難、しかし、間接的には可能。

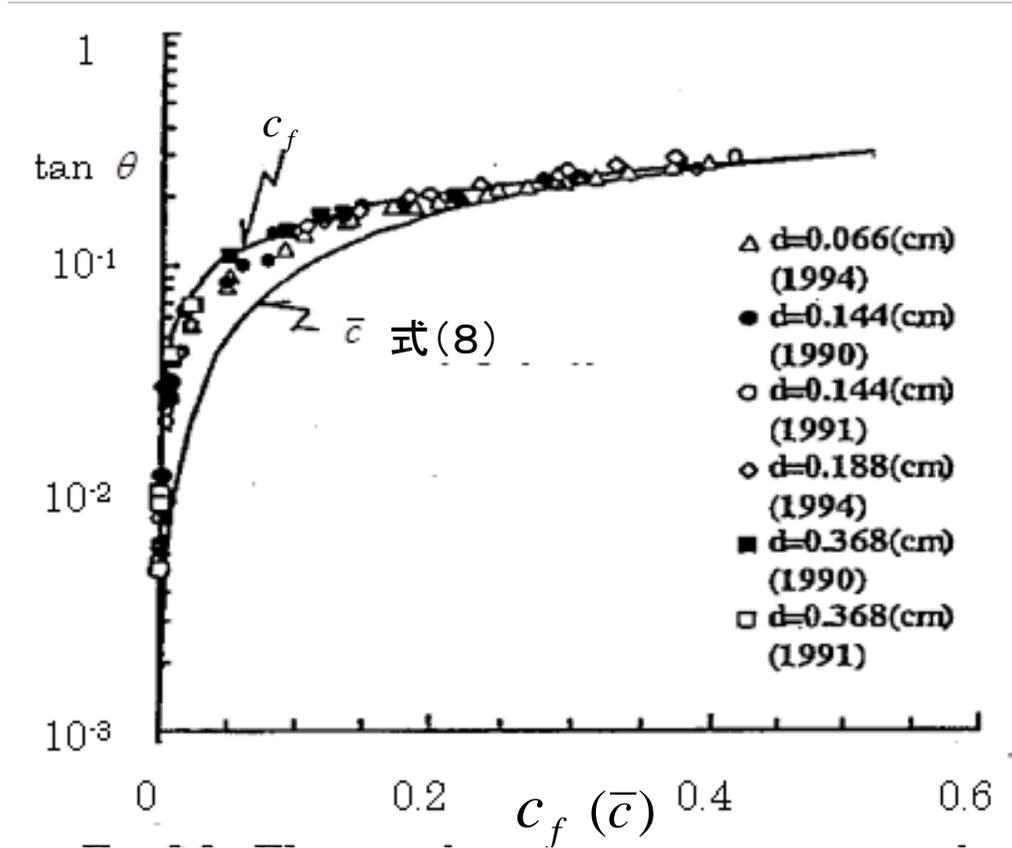


図9 河床勾配と土砂濃度、輸送土砂濃度 (江頭・宮本・伊藤 1997)

$$\bar{c} = \frac{1}{(\sigma/\rho - 1)} \frac{\tan \theta}{\tan \phi - \tan \theta} \quad (8)$$

$$c_f = \frac{\int_0^h c(z)u(z)dz}{\int_0^h u(z)dz} = \frac{q_b}{q_w + q_b}$$

c_f 輸送土砂濃度

- ・実験データは輸送土砂濃度
- ・計算曲線は $c(z)$ 及び $u(z)$ の積の積分値。濃度分布及び流速分布の計算において、式(8)の条件を用いている。

式(8)は、**信頼できる合理的な式**である。しかし、不当にも輸送濃度のデータと比較され、適合度が悪いとして、多くの場合捨て去られている。

2) 固定床の条件

固定床の条件は、土砂輸送能力が土砂の移動体積を越えることである。この条件は、図8を参照すれば、

$$\tau_b - \tau_y > 0 \quad (9)$$

(河床面において流動応力が正)

これを移動体積(式(7))および平均濃度(式(8))の条件を用いて記述すれば、それぞれ次のようである。

$$\frac{c_s h_s}{d} < \frac{1}{\cos \theta} \frac{1}{\tan \phi - \tan \theta} \tau_* \quad (10)$$

$$\bar{c} < \frac{1}{(\sigma / \rho - 1)} \frac{\tan \theta}{\tan \phi - \tan \theta} \quad (11)$$

改めて、式(10)と(11)は、物理的には同じで、表現が違うだけである。

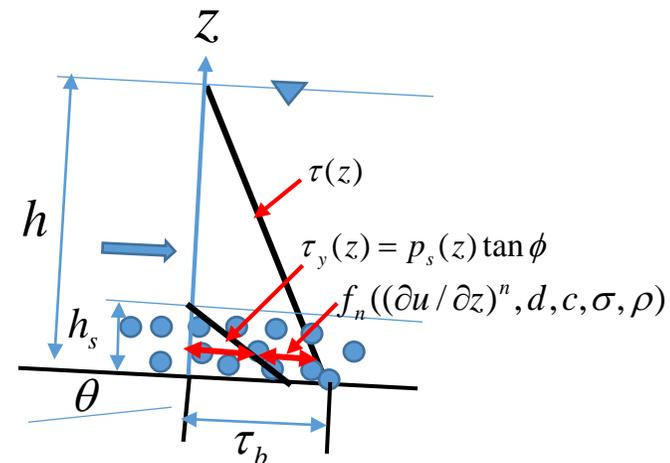
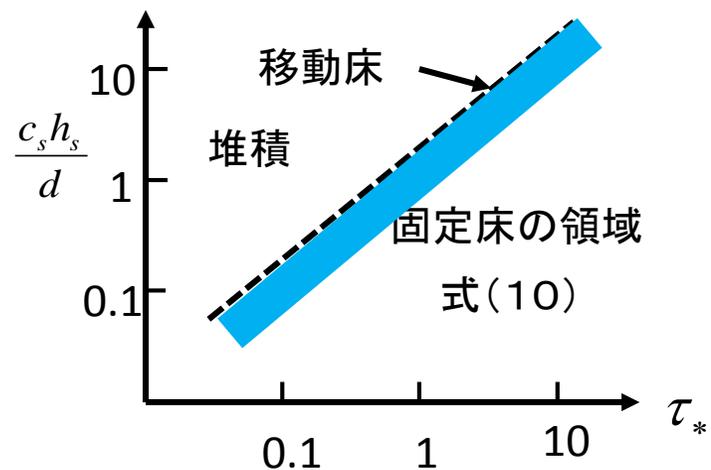


図10 固定床



($\tan \phi \gg \tan \theta$; $\cos \theta = 1$; $\phi = 37^\circ$; $\sigma / \rho = 2.65$)

図11 固定床の発生領域

3) 固定床(軟岩)の侵食問題 ……固定と移動床の違いを明らかにすることにより、
軟岩の侵食問題に容易に迫ることができる

軟岩の侵食率は、表面近傍において軟岩に対して
流砂(砂粒子群)のなす仕事率に依存するものとする。

表面近傍において、単位時間に流砂のなす仕事は

$$W = (\tau_y + \tau_d)u_\delta = \{(p_s + p_d) \tan \phi\}u_\delta \quad (12)$$

ここで、 $\phi' = \phi$ と置いている。

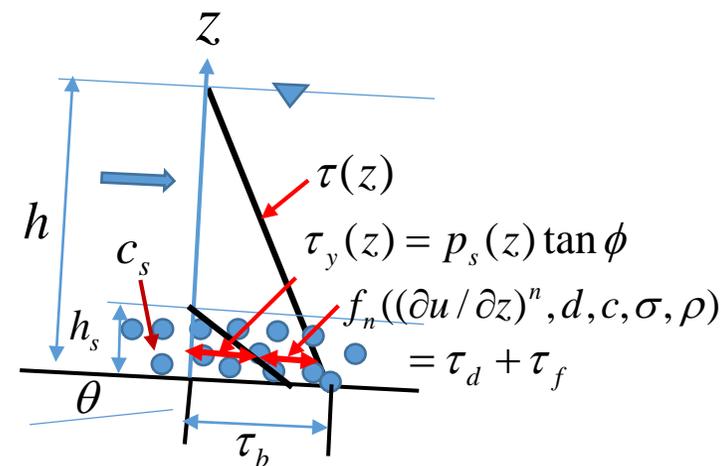
u_δ は、 $z=\delta$ における流砂の流速で、これはせん断応力分布

$\tau(z) = \tau_y(z) + F_n(d, c, \sigma / \rho, e)(\partial u / \partial z)^2$ を用いると、

$$u_\delta = (\partial u / \partial z)|_{z=0} \delta = \left[\frac{\tau_b - \tau_y(0)}{F_n(d, c, ,)} \right]^{1/2} \delta \quad (13)$$

一方、等流の運動量保存則の z 成分から

$$\begin{aligned} p_s(0) + p_d(0) &= \int_0^{h_s} \rho(\sigma / \rho - 1)cg \cos \theta dz \\ &= \rho(\sigma / \rho - 1)c_s h_s g \cos \theta \end{aligned} \quad (14)$$



$\tau_d = p_d \tan \phi'$ 粒子衝突に伴う応力

τ_f 粒子間隙の乱れによる応力

p_s 粒子間接触に伴う圧力

p_d 粒子間衝突に伴う圧力

図12 固定床近傍の応力分布

式(12)、(13)を用いると仕事率は次のように表現される。

$$W = [\rho(\sigma / \rho - 1)c_s h_s g \cos \theta \tan \phi] \left[\frac{\tau_b - \tau_y(0)}{F_n(d, c, ,)} \right]^{1/2} \delta \quad (15)$$

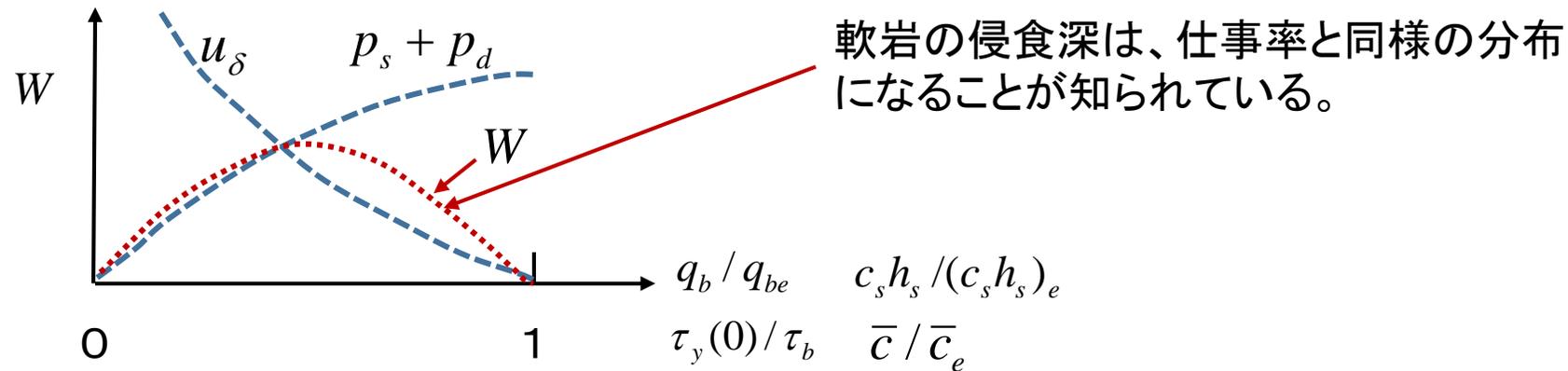
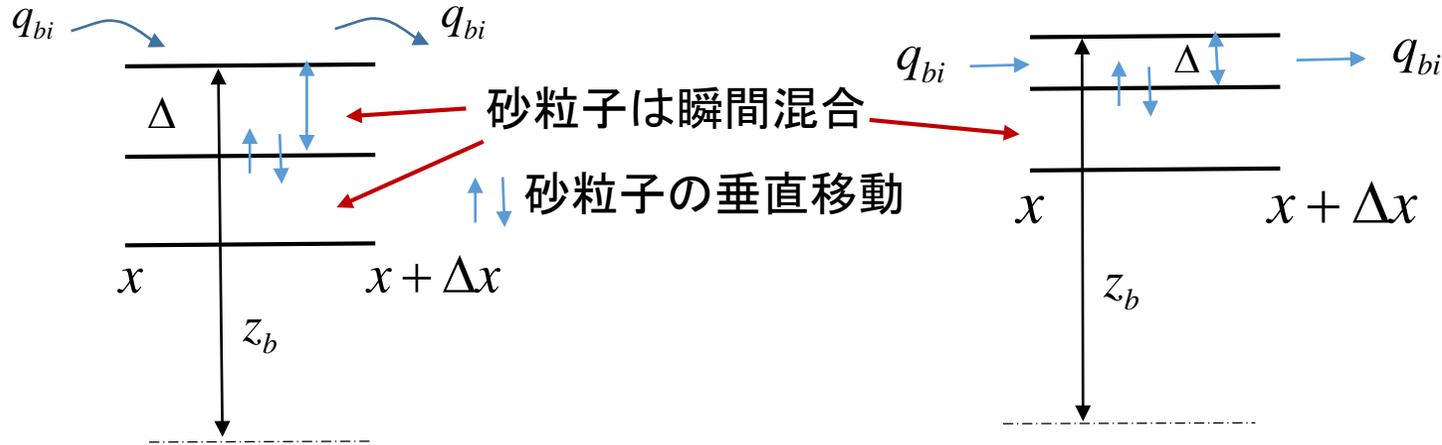



図13 軟岩表面に対する粒子群の仕事率

(横軸の無次元量は固定床の変数を移動床のもので基準化している。添え字 e は、移動床における変数である。たとえば、 \bar{c}_e は式(8)による断面平均濃度である。)

(4) 懸念し、あるいはあきらめの境地で解析している現象

1) 河床材料の水平分級



- △ 交換層厚:一定、目的に応じて、平均粒径、最大粒径、河床波の波高など。交換現象の時間スケールは、マチマチ。
- ・ 粒度分布の伝播過程は Δ の厚さに依存
- ・ 砂粒子の垂直移動は $\partial q_{bi} / \partial x$ による。

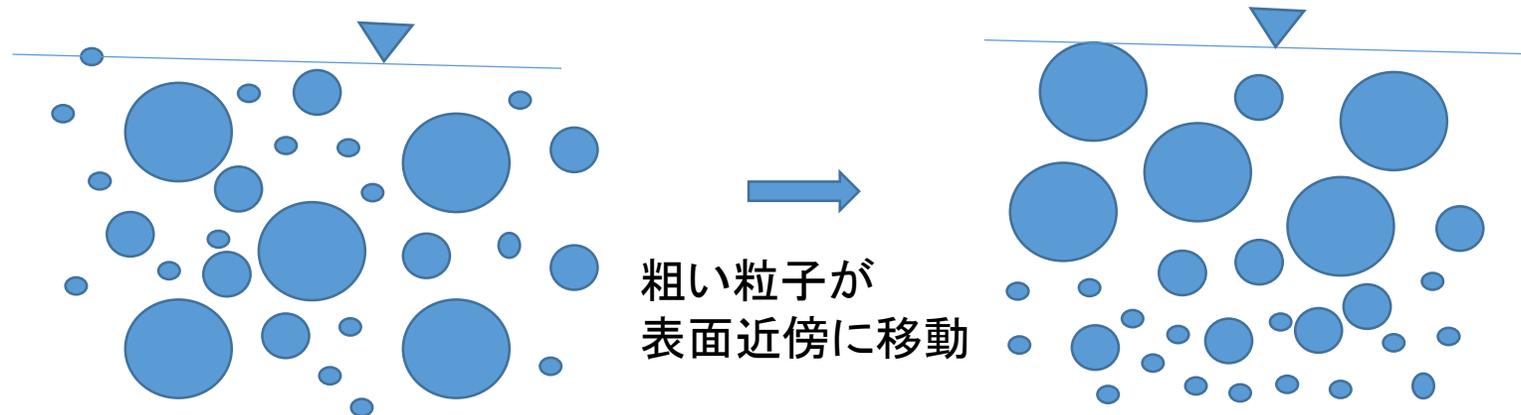
図14 平野の提案(1971)をベースとした交換層モデル

- △ 流砂の移動層厚, 掃流力の関数
- ・ 粒度分布の伝播過程は第2層の厚さに依存
- ・ 砂粒子の垂直移動は $\partial q_{bi} / \partial x$ と掃流力の時間変化による。

図15 竹林ら(2006)の交換層

2) 河床材料、流砂層における垂直分級

- ・ダイナミックシービング (Dynamic Sieving)
- ・大きい間隙への細粒子の落ち込み



土石流における材料の分級 (Takahashi 1980; Miyamoto et al 1985; Satofuka et al 2007, 原田ら 2015)
移動性アーマーコート (Parker 1986, 芦田ら(1989), Egashira et al 1990)

(5) DEMをはじめとしたマイクロメカニクス法による流砂解析への期待と要望

1) 移動床と固定床上の流れの違い

- a. 間隙水圧が水深のみによって決まる(砂粒子が砂粒子によって支えられている)場合、土石流も掃流砂を伴う流れにおいても、土砂濃度は次式のように勾配によって定まる。

$$\bar{c} = \frac{1}{(\sigma/\rho - 1) \tan \phi - \tan \theta} \tan \theta \quad \bar{c} = \int_0^h c(z) dz / h \quad (8)$$

実験では輸送濃度 c_f に関するデータは容易に得られるが、土砂濃度 \bar{c} に関するデータを得るのは容易でない。一方、 c_f に関するデータと理論値を比較するためには、次の積分をする必要がある。

$$c_f = \int_0^h c(z) u(z) dz / \int_0^h u(z) dz \quad (16)$$

連続体をベースとした研究においても、マイクロメカニクスをベースとした研究においても、急勾配の流砂研究の進展には、**式(8)を直接検証**するとか、**式(16)の積分**を行って、理論と実験を比較しながら、考えをめぐらすことが重要である。

b. 濃度の逆転現象(濃度が水面に向かって大きくなる現象)は固定床上の流れだけで見られる。

- ・連続体をベースとした解析によれば、濃度の逆転現象は、固定床の流れだけに形成されることが判明している。このことは、水理実験でも確かめられているが、実験の難しさのため、ごく限られた実験数である。
- ・DEM等を用いた方法による濃度の逆転現象の再現は、DEMの進展にも連続体手法改善にも必要である。

2) 定常等流の計算

- ・移動床における定常流の流速分布、濃度分布
- ・流速分布及び濃度分布に対する勾配の影響や砂粒子の粒径、質量密度、内部摩擦角などの影響

連続体手法による解析結果とDEM等マイクロメカニクス法による解析結果を比較することによって、両手法の課題を抽出できる。

(6) むすび

研究発展の鍵

- ・ 単粒子ではなく砂粒子群の移動速度に着目
- ・ 流砂量式の関数形に疑問を持つこと
- ・ 河床近傍の応力構造は移動床と固定床では全く異なることに着目
- ・ 懸念し、あきらめの境地で解析している現象にチャレンジ
- ・ DEM等、マイクロメカニックスの手法に基づく解析結果と連続体的手法に基づく解析結果の情報交換

参考文献

- 芦田・道上(1972): 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究、土木学会論文集、206、59-69.
- 芦田・江頭・高村(1989): 移動床のアーミング機構に関する研究、京大防災研究所年報、32B-2、517-526.
- 江頭・宮本・伊藤(1997): 掃流砂量に関する力学的解釈、水工学論文集、41、789-794.
- 工藤・萬矢・Perera・小関・岩見・中津川(2016): メコン川下流域の洪水氾濫に対する観測結果を反映した河道条件の影響分析、水工学 論文集、Vol. 60.

- 原田・和田・古谷・中谷・水山・里深 (2015): 土石流先頭部における大粒子の集積過程に関する基礎的な実験, 砂防学会誌, 68, No. 1, 39-43.
- 平野宗夫 (1971) : Armoring を伴う河床低下について、土木学会論文集、No. 195, 55-65.
- 山野(宮本)・大同 (1985): The mechanism of granular flow of mixed diameter composed of two diameters, Proc. JSCE, No. 357/ II -3, 25-34. (in Japanese)
- Bagnold, R. A. (1966): An approach to the sediment transport problem from general physics, U. S. Geol. Survey Prof. Paper: 422-J, 1-37.
- Egashira, S., Miyamoto, K. and Itoh, T. (1997): Constitutive equations of debris flow and their applicability, Proc. of 1st International Conference on Debris-flow Hazards Mitigation, Chen C. L.(eds), ASCE, 340-349.
- Egashira, S. and Ashida, K. (1990): Mechanism of armoring phenomena, International Journal of Sediment Research, Vol. 5, No. 1, 49-55.
- Engelund, F. and Hansen, E. (1967): A monograph on sediment transport in alluvial streams, Technical Forlag, Copenhagen, 1-62.
- Parker, G. (1986): On Armoring, Proc. Japan Society of Civil Eng., No. 375, II -6, 17-27.
- Satofuka, Y., T. IIO, and T.Mizuyama (2007): Sediment sorting in stony debris flow, Proc. of 4th International Conference on Debris-Flow Hazards Mitigation, CD-ROM.
- Shinohara, K. and Tsubaki, T. (1959): On the characteristics of sand waves formed upon the beds of open channels and rivers, Reports of Research, Institute of Applied Mechanics, Kyusyu University, 7(25), 15-45.
- Takahashi, T. (1980): Debris flow on prismatic open channel, Journal of Hydraulic Division, Vol.106, No. HY3, 381-396.
- Xuan Loc Luu, Egashira, S. and Takebayashi, H. (2006): A new treatment of exchange layer thickness to evaluate sediment sorting and armoring, Journal of Applied Mechanics, Vol. 9, 1025-1030.

以上