

# 「構造物まわりの局所流の実用的解析法」

中央大学研究開発機構 内田龍彦

# 発表内容

## 1. 研究背景, 目的

氾濫解析における様々なスケールの計算対象

## 2. 流れと河床変動解析における二次元解析, 三次元解析の適用範囲

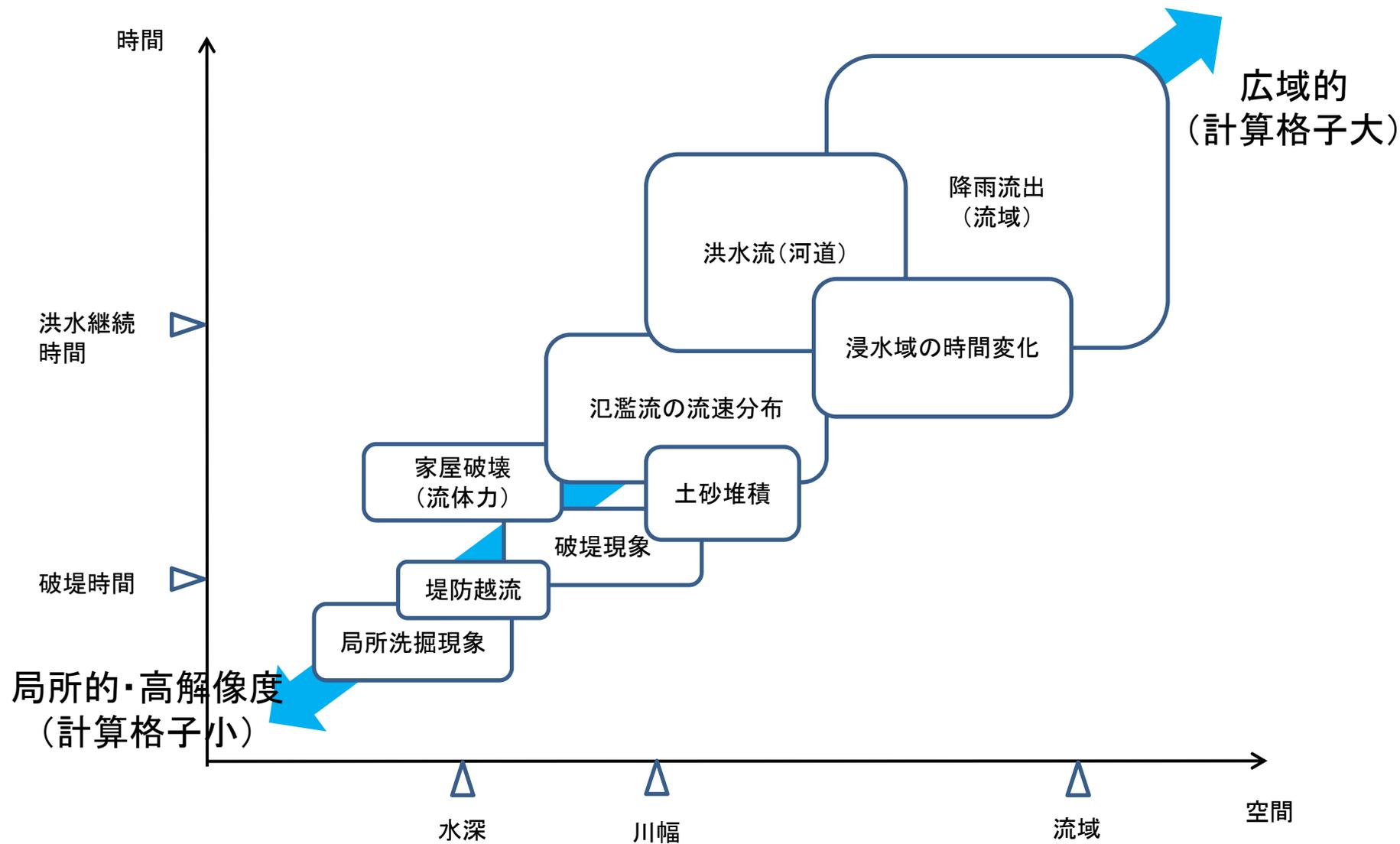
流れの水深スケールと水平スケールの比と流れと河床変動の関係の理論的導出  
二次元, 三次元解析の適用範囲と浅い流れの仮定を用いない準三次元解析法の必要性

## 3. 構造物まわりの局所流の実用的解析法の開発

既存の水深積分解析法の課題  
水深スケールの三次元流解析法  
鉛直方向流速と底面圧力の基礎方程式

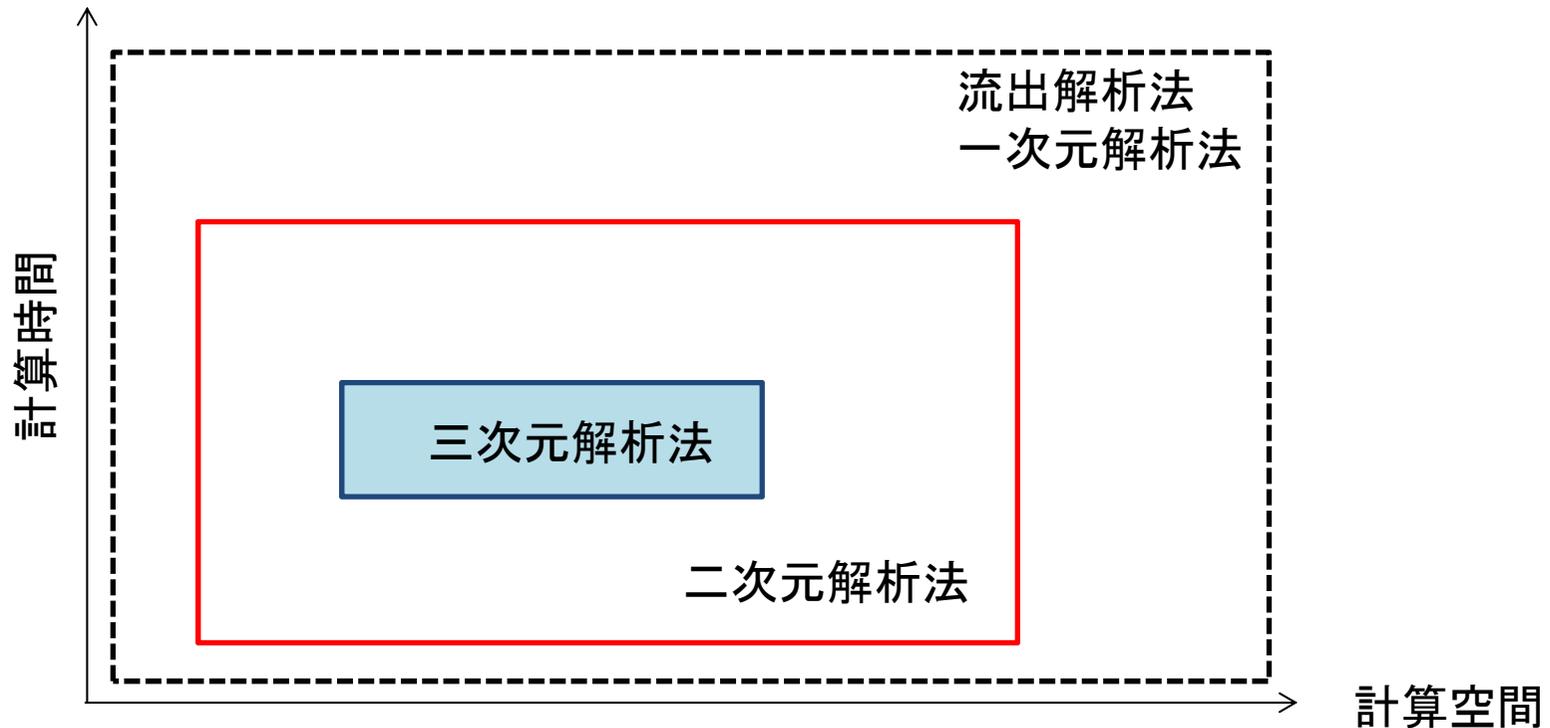
## 4. 結論と今後の課題

# 洪水氾濫流解析に関する様々なスケールの計算対象



# 大きなスケールの現象を考慮しつつ局所的な現象を解析するには？

様々なスケールの解析法を組み合わせた解析法(ネスティング, ハイブリッド法):



- ▶ 各解析法が解像できるスケールを明らかにする必要がある.
- ▶ 解析法の組み合わせるのがよいのかが不明である.  
(両者の適用範囲は連続的であるのかどうか) ⇒ 中間スケールの解析法の必要性？

# 研究目的

洪水流・氾濫流現象は様々なスケールの現象が複合している。

水理解析法は、コンピュータの能力で選ぶのではなく、対象とする現象に対して適切な解像度をもつ解析法を選ぶことが重要である。



各種水理解析法の解像できるスケールを明らかにし、局所流に関する適切な解析法の枠組みを検討する。



構造物まわりの局所流の実用的解析法を構築する

# 発表内容

## 1. 研究背景, 目的

氾濫解析における様々なスケールの計算対象

## 2. 流れと河床変動解析における二次元解析, 三次元解析の適用範囲

流れの水深スケールと水平スケールの比と流れと河床変動の関係の理論的導出

二次元, 三次元解析の適用範囲と浅い流れの仮定を用いない準三次元解析法の必要性

## 3. 構造物まわりの局所流の実用的解析法の開発

既存の水深積分解析法の課題

水深スケールの三次元流解析法

鉛直方向流速と底面圧力の基礎方程式

## 4. 結論と今後の課題

水工学分野で問題となっている現象スケールと解析法の再考

# 現象のスケールの定義

$$\begin{aligned} h_0 &: \text{流れ場の代表的な水深} \\ \frac{h_0}{L_0} &: \text{対象とする流れのスケール(水平方向)} \end{aligned}$$

水平スケールの例: 曲率半径, 水路幅やその変化量, 砂州波長, 河川構造物, 三次元乱流による渦

## 検討方法

水深平均流速, 底面流速の方程式を無次元化し, 各項のオーダーを流れのスケールと水深の比で表す.

水平方向流速と鉛直方向流速の比:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{U_0}{L_0} \left( \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} \right) + \frac{W_0}{h_0} \frac{\partial w'}{\partial z'} = 0 & \Rightarrow \frac{U_0}{L_0} = \frac{W_0}{h_0} \\ u' = u / U_0, \quad v' = v / U_0, \quad w' = w / W_0 & \\ x' = x / L_0, \quad y' = y / L_0, \quad z' = z / h_0 & \end{aligned}$$

# 水深平均流速場について

水平方向運動方程式:  
(レイノルズ応力方程式, 線形乱流モデル)

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \left( \rho g \frac{\partial z_s}{\partial x_i} + \frac{\partial dp}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\rho\nu_t S_{ij})$$

水深積分



水深平均流速に関する運動方程式:

$$\rho \left( \frac{\partial U_i h}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j h}{\partial x_j} \right) = - \left( \frac{\partial \rho g h^2 / 2}{\partial x_i} + \frac{\partial h dp}{\partial x_i} + dp_b \frac{\partial z_b}{\partial x_i} \right) - \rho g h \frac{\partial z_b}{\partial x_i} - \tau_{0i} + \frac{\partial h \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

慣性力項
圧力項
水平せん断応力項

静水圧成分
非静水圧成分
重力項

底面せん断応力項

水深平均水平せん断応力:

流速鉛直分布による運動量交換

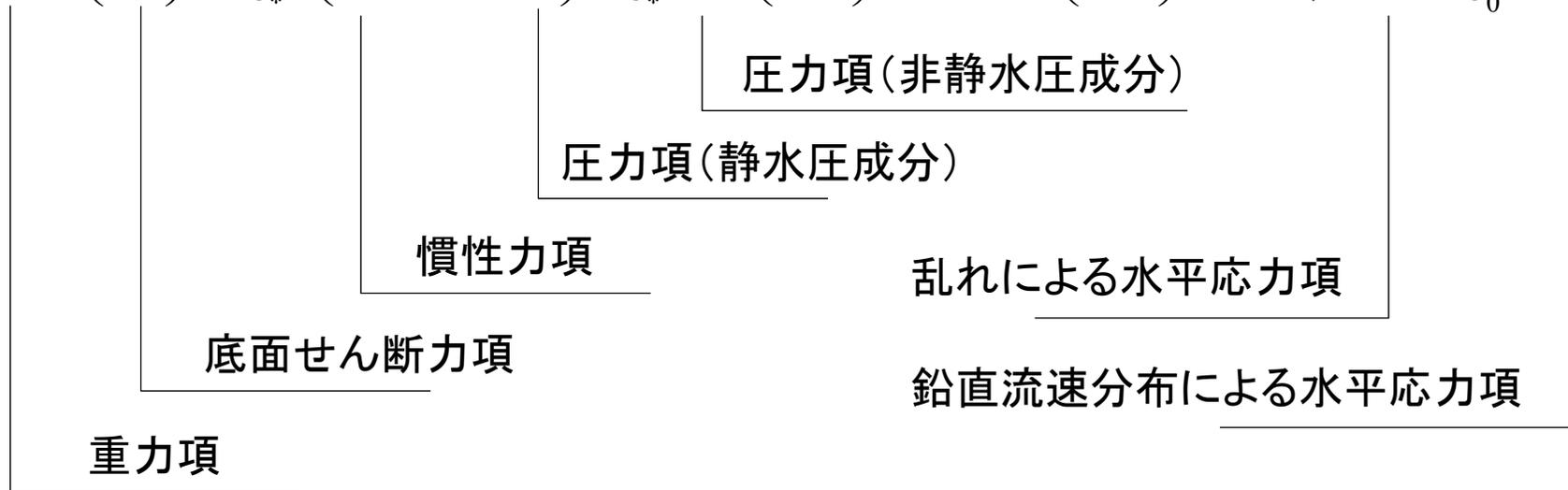
$$\tau_{ij} = 2\rho\nu_t S_{ij} - \rho \overline{u_i' u_j'}$$

乱れによる運動量交換  
(レイノルズ応力)

# 水深平均流速の決定要因

無次元化された水平方向運動方程式:

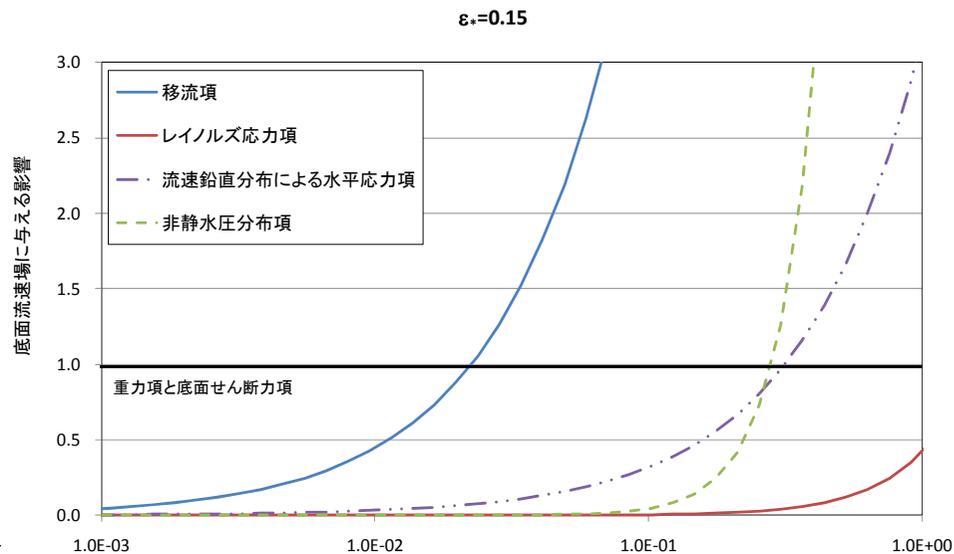
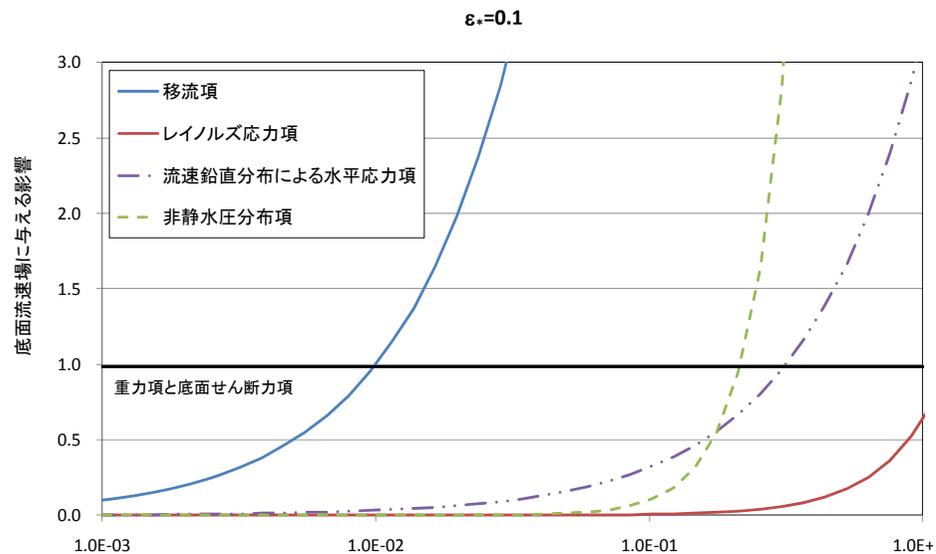
$$F_z + \left(\frac{\tau_{0i}}{h}\right)^* + \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_*^2} \left(F_c + \frac{1}{Fr^2} F_h\right) + \frac{\varepsilon_s^3}{\varepsilon_*^2} F_{dp} \left(\frac{dp_b}{h}\right)^* + Fr^2 \varepsilon_s^2 \left(\frac{dp_b}{h}\right)^* + \frac{\varepsilon_0^{1.2} \varepsilon_s^2}{\varepsilon_*} F_t + \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_0^{0.5}} F_{c\Delta} = 0$$



$$F_c = \left( U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^*, \quad F_h = \left( \frac{\partial h}{\partial x_i} \right)^*, \quad F_{dp} = \left( \frac{\partial h dp}{h \partial x_i} \right)^*, \quad F_z = \left( \frac{\partial z_b}{\partial x_i} \right)^*, \quad F_t = \left( \frac{\partial 2 \rho h v_i S_{ij}}{h \partial x_j} \right)^*$$

$$F_{c\Delta} = \left( \frac{\partial h \overline{u_i' u_j'}}{h \partial x_j} \right)^*, \quad Fr = \frac{U_0}{\sqrt{gh_0}}, \quad gh_0 i_0 = u_{*0}^2$$

$$\frac{\Delta U_0}{U_0} = \frac{3}{\kappa} \frac{u_{*0}}{U_0} = \frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_0^{0.8}}, \quad \varepsilon_0 = 0.1, \quad \varepsilon_* = \frac{u_{*0}}{U_0}, \quad \varepsilon_s = \frac{h_0}{L_0}$$

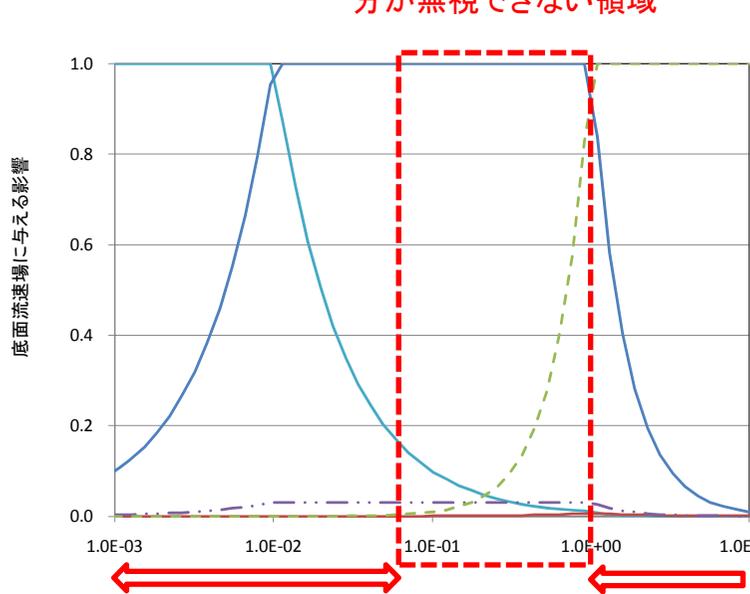


**準三次元解析**

水深平均流速の移流が支配的かつ流速鉛直分布による応力や静水圧からの偏差成分が無視できない領域

**心力項に対する各項のオーダー**

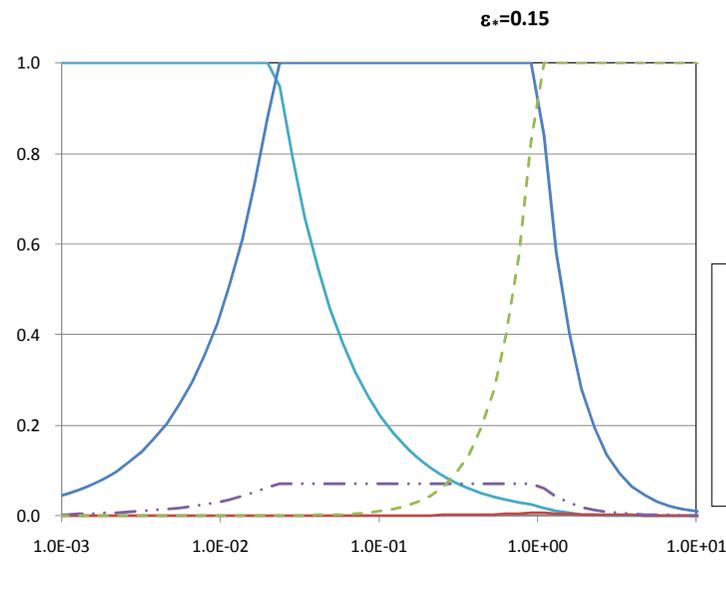
$$\varepsilon_s = H_0/L_0$$



二次元解析

$$\varepsilon_s = H_0/L_0$$

三次元解析



$$\varepsilon_s = H_0/L_0$$

**支配的な項に対する各項のオーダー**

# 底面流速場について

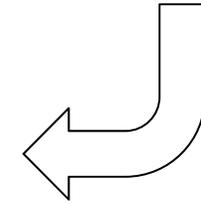
渦度の定義

$$\omega_j = \varepsilon_{ij3} \left( \frac{\partial u_i}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x_i} \right)$$

河床変動に影響を与える底面流速場の方程式を検討する。

底面流速場の方程式：

$$u_{bi} = u_{si} - \varepsilon_{ij3} \left( \Omega_j h + \frac{\partial Wh}{\partial x_j} - w_s \frac{\partial z_s}{\partial x_j} + w_b \frac{\partial z_b}{\partial x_j} \right)$$



水深積分



無次元化

$$(u_{bi})^* = (u_{si})^* - \varepsilon_{ij3} \left\{ \frac{\Delta U_0}{U_0} (\Omega_j h)^* + \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \left( \frac{\partial Wh}{\partial x_j} \right)^* \right\}$$

渦度の水深積分値

水表面流速

# 渦度の水深積分値と水表面流速に関する方程式の無次元化

無次元化された渦度方程式:

$$(\Omega_i h)^* = (\Omega_{ei} h)^* + \frac{1}{2\kappa} \left( \frac{U_0}{u_{*0}} \right) \left( \frac{h_0}{L_0} \right) \left( F_{\omega 1} + \frac{\Delta U_0}{U_0} F_{\omega 2} + \frac{\alpha u_{*0}}{U_0} \frac{h_0}{L_0} F_{\omega 3} \right)$$

渦度の輸送項

平衡状態の渦度  
(等流の流速分布)

水深平均流速

流速鉛直分布

乱流

無次元化された水表面流速の方程式:

$$(u_{si})^* = (u_{sei})^* - \frac{1}{24\alpha C_{ps}} \frac{U_0}{u_{*0}} \frac{h_0}{L_0} \left[ F_{sc} + F_{s\tau} + \frac{F_h}{Fr^2} \left\{ 1 + Fr^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 F_{sr} \right\} \right]$$

平衡状態の渦度  
(等流の流速分布)

移流項

非平衡状態の流速分布に対するせん断力項

水面曲率項

# 底面流速場の決定要因

無次元化された底面流速場の式:

$$(u_{bi})^* = (u_{sei})^* - \frac{1}{24\alpha C_{ps}} \frac{U_0 h_0}{u_{*0} L_0} \left[ F_{sc} + F_{s\tau} + \frac{F_h}{Fr^2} \left\{ 1 + Fr^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 F_{sr} \right\} \right]$$

$$- \varepsilon_{ij3} \frac{\Delta U_0}{U_0} \left\{ (\Omega_{ei} h)^* + \frac{1}{2\kappa} \left( \frac{U_0}{u_{*0}} \right) \left( \frac{h_0}{L_0} \right) \left( F_{\omega 1} + \frac{\Delta U_0}{6U_0} F_{\omega 2} + \frac{\alpha u_{*0} h_0}{U_0 L_0} F_{\omega 3} \right) \right\} - \varepsilon_{ij3} \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \left( \frac{\partial Wh}{\partial x_j} \right)^*$$



底面流速場のパターン:

水深平均流速場のパターン

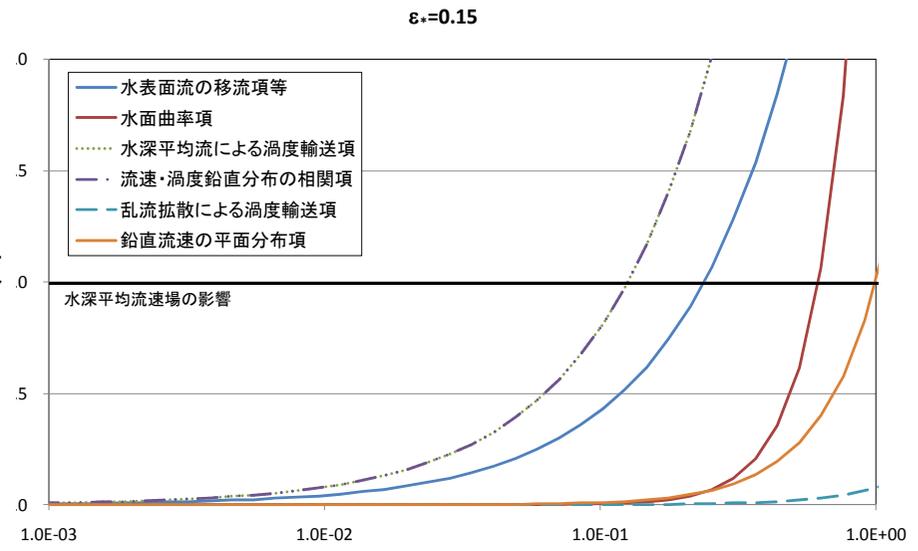
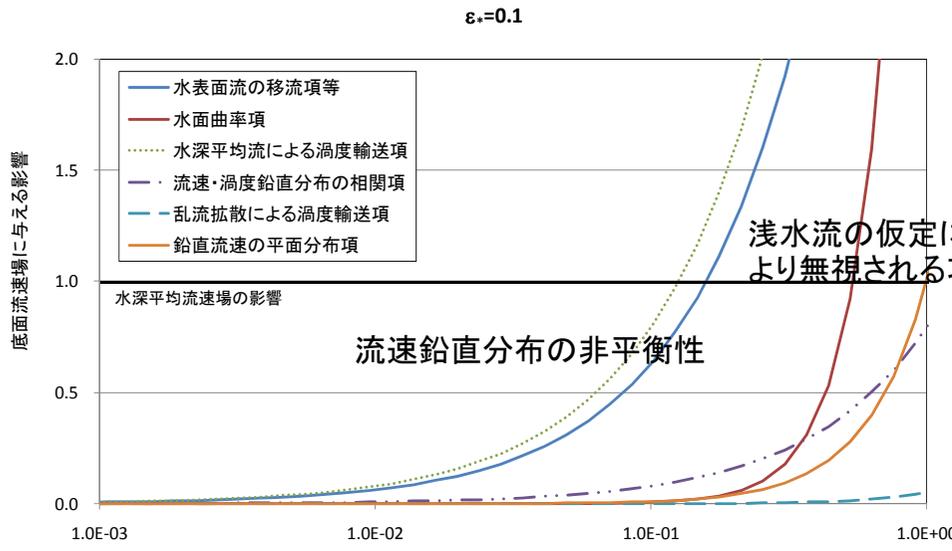
$$(u_b)^* = (U)^*$$

鉛直方向流速の空間変化のパターン

$$+ \varepsilon_0^{0.2} \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_*} \left[ F_{sc} + F_{s\tau} + \frac{F_h}{Fr^2} \left\{ 1 + Fr^2 \varepsilon_s^2 F_{sr} \right\} \right] + \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_0^{0.9}} \left( F_{\omega 1} + \varepsilon_* F_{\omega 2} + \varepsilon_s \varepsilon_* \varepsilon_0^{1.2} F_{\omega 3} \right) + \varepsilon_s^2 F_w$$

水表面流速の非平衡パターン

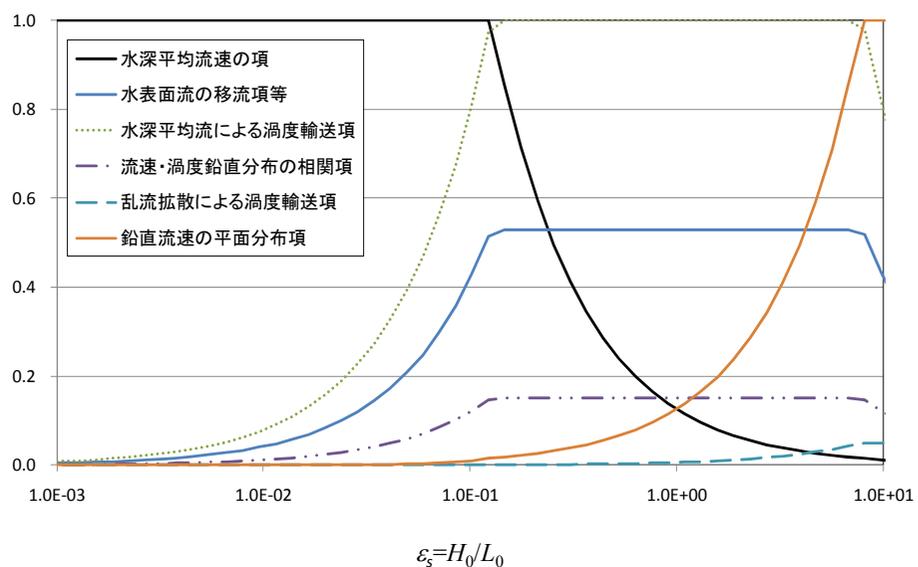
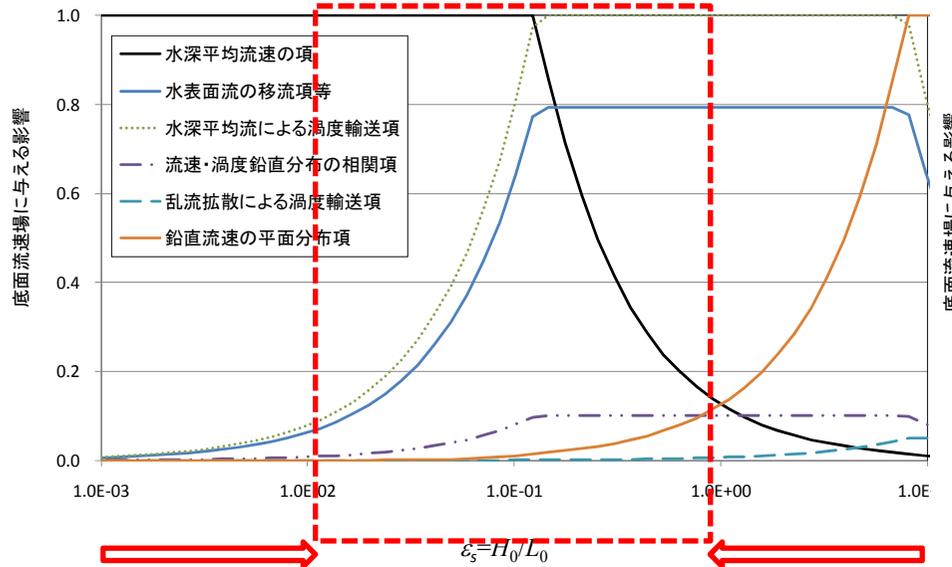
水深積分渦度の非平衡パターン



**準三次元解析**

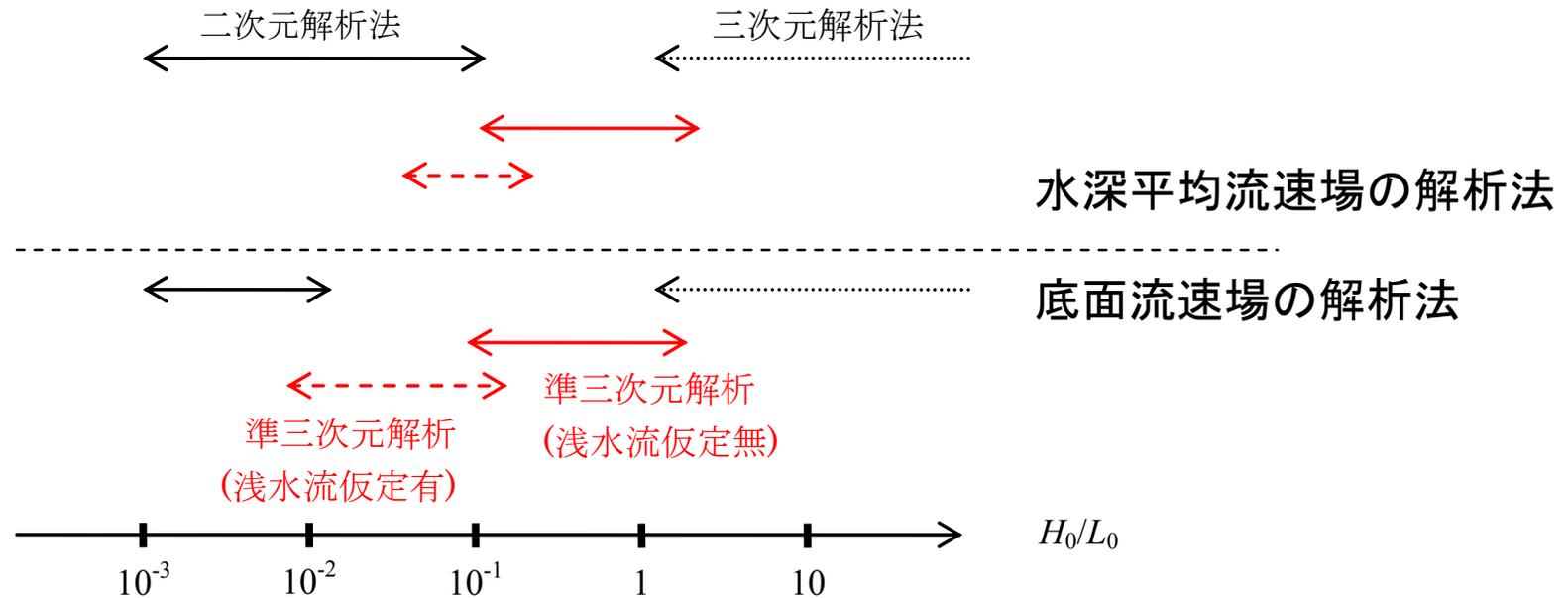
底面流速場に対して水表面流速や渦度の水深積分値の移流項や圧力の非静水圧成分が無視できない範囲

分布の非平衡性が底面流速に与える影響



底面流速場に対して支配的な項に対する各項の底面流速場に与える影響

# 水深平均流速場と底面流速場に関する解析法の適用範囲



左側の限界はその解析法が必要ないこと右側の限界はその解析法では十分ではないことを示している。

水深平均流速場の解析においては平面二次元解析法の適用範囲は比較的広いが、底面流速場の解析では流速鉛直分布の変形の効果比較的浅い条件でも現れる。

このため、底面流速場の解析においては、二次元解析と三次元解析をつなぐ準三次元解析法が特に必要である。また  $0.1 < H_0/L_0 < 1$  の範囲では、水深平均流速、底面流速の解析に関わらず、浅水流の仮定を用いない準三次元解析法が必要である。

# 発表内容

## 1. 研究背景, 目的

氾濫解析における様々なスケールの計算対象

## 2. 流れと河床変動解析における二次元解析, 三次元解析の適用範囲

流れの水深スケールと水平スケールの比と流れと河床変動の関係の理論的導出

二次元, 三次元解析の適用範囲と浅い流れの仮定を用いない準三次元解析法の必要性

## 3. 構造物まわりの局所流の実用的解析法の開発

既存の水深積分解析法の課題

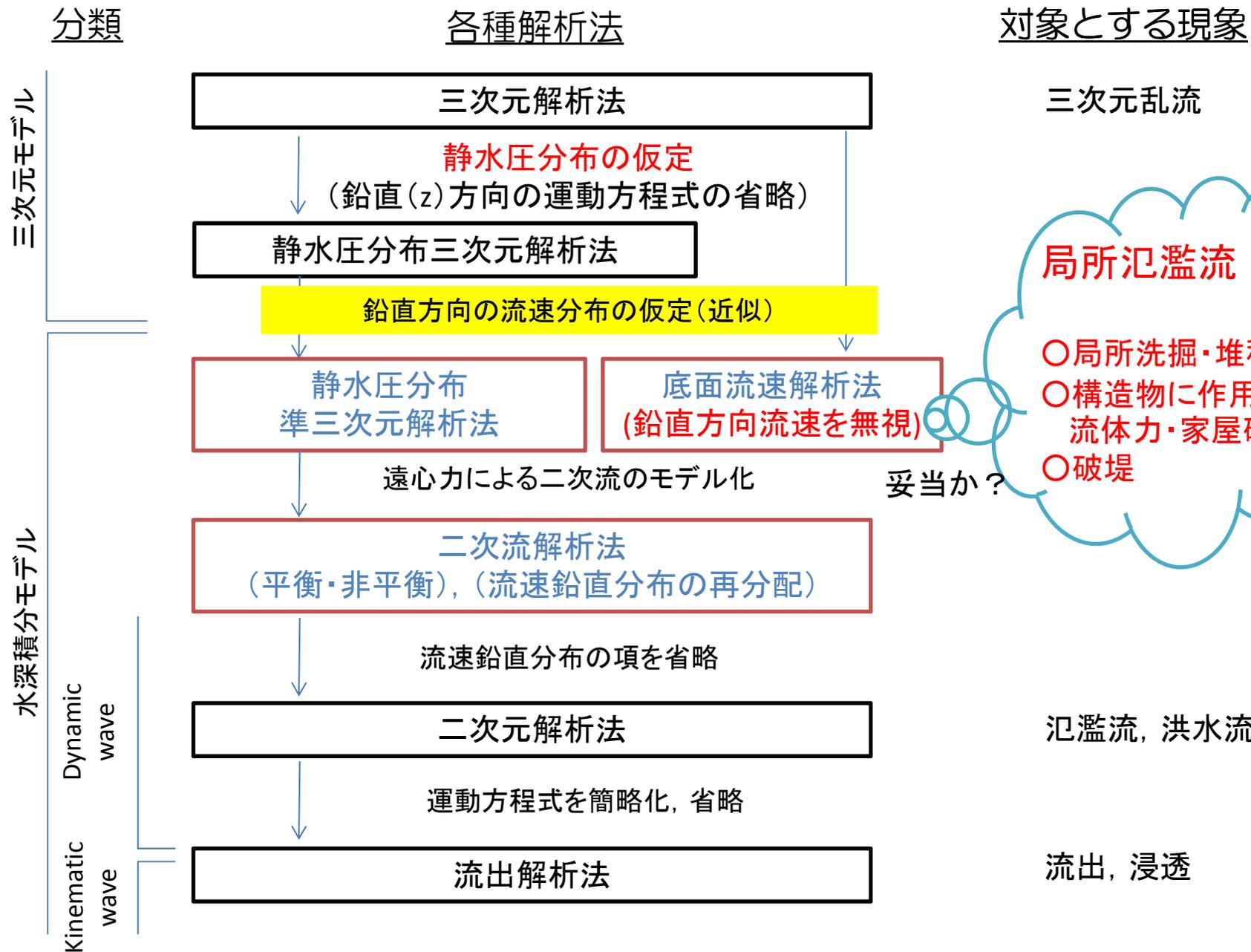
水深スケールの三次元流解析法

鉛直方向流速と底面圧力の基礎方程式

## 4. 結論と今後の課題

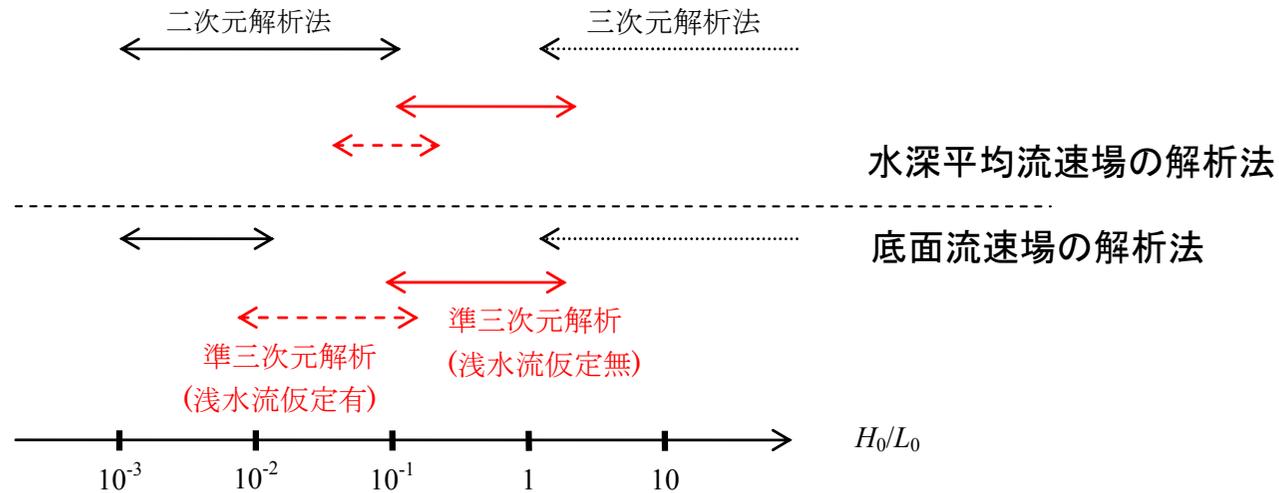
水工学分野で問題となっている現象スケールと解析法の再考

# 種々の水理解析モデルと対象スケール



**局所氾濫流**

- 局所洗掘・堆積
- 構造物に作用する流体力・家屋破壊
- 破堤



従来の水深積分解析法はどこかで浅水流場の仮定が用いられているため、水深スケールの流速分布を仮定する流速鉛直分布関数の解像度よりも、この仮定が適用限界を決定付ける。

構造物まわりの局所流解析法のために、浅水流場の仮定を用いない水深積分解析法(底面流速解析法)を検討する。

# 渦度を用いた底面流速解析法

渦度の定義：

$$\omega_x = -\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\omega_y = +\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$$

水深積分して底面流速を求める

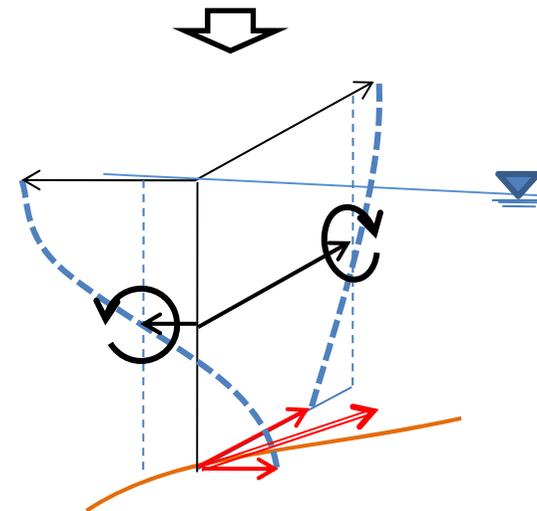
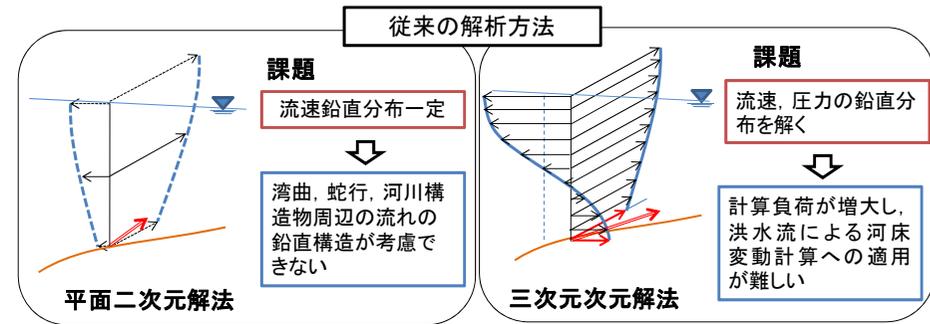
底面流速の式：

$$u_b = u_s - \Omega_y h - \left( \frac{\partial W h}{\partial x} - w_s \frac{\partial z_s}{\partial x} - w_b \frac{\partial z_b}{\partial x} \right)$$

$$v_b = v_s + \Omega_x h - \left( \frac{\partial W h}{\partial y} - w_s \frac{\partial z_s}{\partial y} + w_b \frac{\partial z_b}{\partial y} \right)$$

底面流速解析法：

実用的な河床変動解析法を構築するために、流砂運動を引き起こす底面近傍の流速(底面流速)を半直接的に評価する。このために水深積分渦度方程式を解き、渦度の定義式を水深積分することによって得られる底面流速の式を用いて、底面流速を解析する。



# 底面流速解析法の種類と課題

水表面流速の運動方程式

水深積分した渦度方程式

水深平均鉛直方向流速の方程式？

底面流速の式：

$$u_{bi} = u_{si} - \varepsilon_{ij3} \Omega_j h - \left( \frac{\partial W h}{\partial x_i} - w_s \frac{\partial z_s}{\partial x_i} - w_b \frac{\partial z_b}{\partial x_i} \right)$$



浅水流の仮定  
 $h/L \ll 1$

浅水流場の底面流速解析法：

$$u_{bi} = u_{si} - \varepsilon_{ij3} \Omega_j h$$



水表面流速の仮定  
(流速鉛直分布がそれほど大きく変化しない)

水表面流速を計算しない  
底面流速解析法：

$$u_{bi} = U_i - \frac{2}{3} \varepsilon_{ij3} \Omega_j h, \quad u_{si} = U_i + \frac{1}{3} \varepsilon_{ij3} \Omega_j h$$

水深積分運動方程式：

$$\rho \left( \frac{\partial U_i h}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j h}{\partial x_j} \right) = - \left( \frac{\partial \rho g h^2 / 2}{\partial x_i} + \frac{\partial h dp}{\partial x_i} + dp_b \frac{\partial z_b}{\partial x_i} \right) - \rho g h \frac{\partial z_b}{\partial x_i} - \tau_{0i} + \frac{\partial h \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

静水圧分布の仮定  $dp=0$

$$P = p + \frac{2}{3} k = g(z_s - z) + dp$$

# 水深平均鉛直方向流速の方程式

n+1ステップにおける水面と底面の流速差の式(水深積分渦度の定義式):

$$\delta u_i^{n+1} = u_{si}^{n+1} - u_{bi}^{n+1} = \varepsilon_{ij3} (\Omega_y h)^{n+1} + \frac{\partial (Wh)^{n+1}}{\partial x_i} - w_s^{n+1} \frac{\partial z_s^{n+1}}{\partial x_i} + w_b^{n+1} \frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial x_i} \quad (1)$$

nステップのWhを用いた水面と底面の流速差の予測式

$$\delta u_i^P = \varepsilon_{ij3} (\Omega_y h)^{n+1} + \frac{\partial (Wh)^n}{\partial x_i} - w_s^{n+1} \frac{\partial z_s^{n+1}}{\partial x_i} + w_b^{n+1} \frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial x_i} \quad (2)$$

$$\varepsilon(\delta u_i) = \frac{\partial \phi}{\partial x_i}, \quad \phi = (Wh)^{n+1} - (Wh)^n, \quad \varepsilon(\delta u_i) = \delta u_i^{n+1} - \delta u_i^* \quad (3)$$

式(3)の発散:

$$\frac{\partial \varepsilon(\delta u_x)}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon(\delta u_y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (4)$$

連続式:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

鉛直方向流速の時間変化に関するポアソン方程式:

$$k_1 \frac{\partial}{\partial x_k} \left( h^2 \frac{\partial \phi}{\partial x_k} \right) + \phi^P - \phi = 0, \quad \phi^P = (Wh)^P - (Wh)^n, \quad k_1 = 1/20 \quad (6)$$

# 底面圧力方程式

鉛直方向運動方程式:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u_j \frac{\partial w}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial dp}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \quad (7)$$

静水圧分布からの偏差成分dpの定義:

$$P = p + \frac{2}{3}k = g(z_s - z) + dp \quad (8)$$

↓ 水深積分

$$\frac{\partial hW}{\partial t} + \frac{\partial hWU_k}{\partial x_k} = \frac{dp_b}{\rho} + \frac{\partial hT_{zk}}{\partial x_k} - \tau_{bk} \frac{\partial z_b}{\partial x_k}, \quad T_{zk} = -\overline{w'u'_k} + \overline{\tau_{zk}} \quad (9)$$

↓ 簡略化

簡略化した底面圧力方程式:

$$\frac{\partial hWU_k}{\partial x_k} = \frac{dp_b}{\rho} - \tau_{bk} \frac{\partial z_b}{\partial x_k} \quad (10)$$

偏差圧力の水深平均値

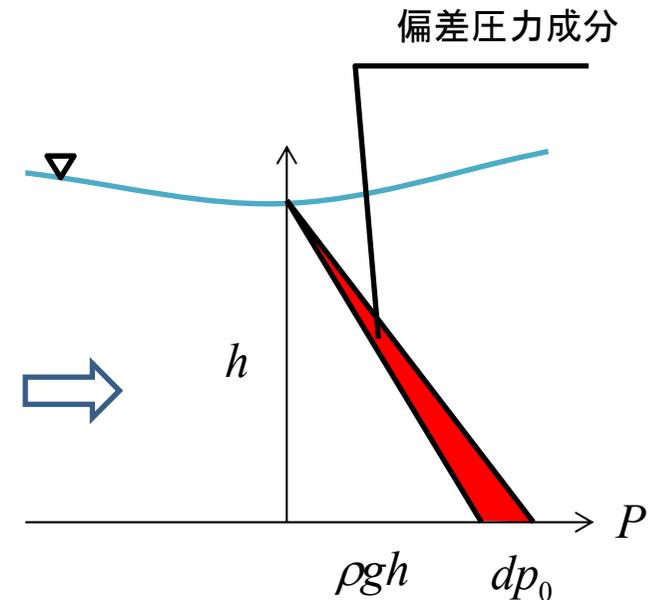
$$\frac{dp_0}{\rho} = \frac{1}{2} \frac{dp_b}{\rho} \quad (11)$$

鉛直方向圧力勾配:

$$\left( \frac{\partial P}{\partial z} \right)_s = -g + \frac{dp_b}{h} \quad (12)$$

水深積分された運動方程式

水表面の運動方程式



鉛直方向の圧力直線分布の仮定

# 圧力偏差を考慮した流れの基礎方程式

水深積分された運動方程式:

$$\frac{\partial U_i h}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_k h}{\partial x_k} = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x_i} + \frac{\partial T_{ik} h}{\partial x_k} + f_i$$

$$T_{ik} = \tau_{ik} - \overline{u'_i u'_k}$$

$$f_i = \tau_{si} - \tau_{bi} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial h dp_0}{\partial x_i} - \frac{dp_b}{\rho} \frac{\partial z_b}{\partial x_i}$$

静水圧分布からのずれの項

水表面流速の運動方程式:

$$\frac{\partial u_{si}}{\partial t} + u_{sj} \frac{\partial u_{si}}{\partial x_j} = -g^* \frac{\partial z_s}{\partial x_i} + P_{si}$$

$$P_{si} = \frac{2\nu_t}{h^2} \{12C_{ps} (u_{sei} - u_{si}) - (3\delta u_i - 6\Delta u_i)\}$$

$$g^* = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_s = g \frac{dp_b}{h}$$

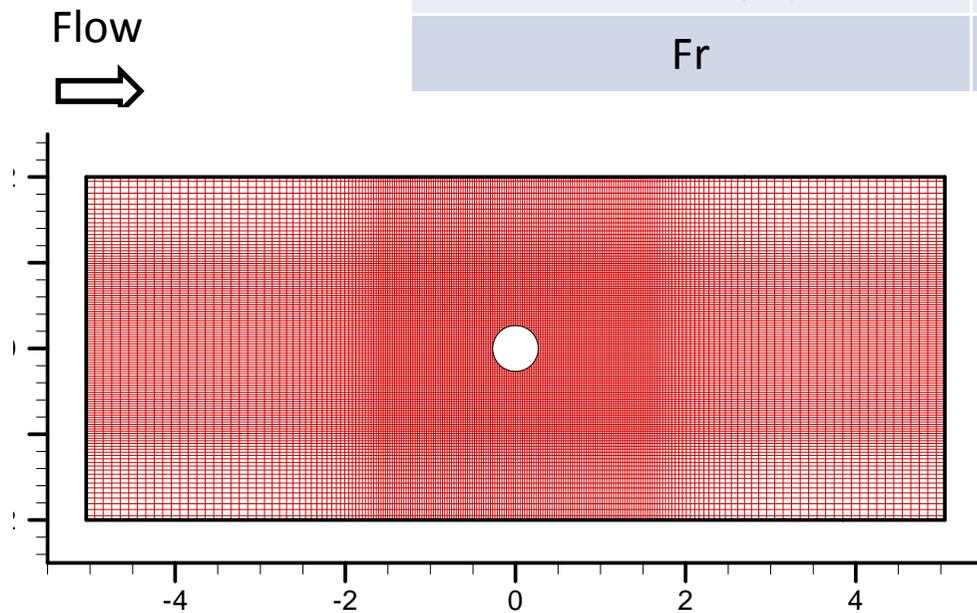
静水圧分布からのずれの項

# 浅水流の仮定を用いない底面流速解析法の適用

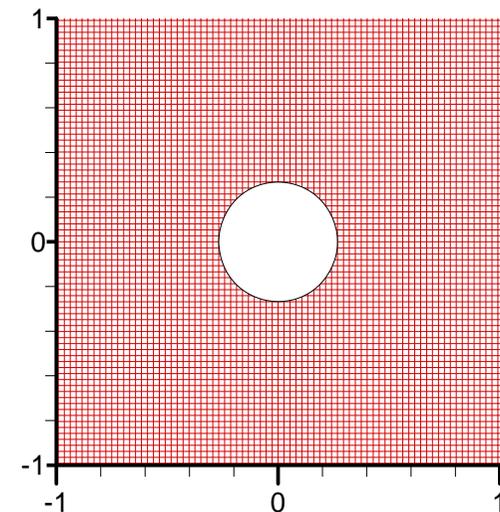
## 計算対象

### 粗面固定床実験 (Roulund et al., 2005)

橋脚直径 $D$ (m)	0.536
平均水深 (m)	0.54
平均流速 (m/s)	0.326
水路幅 (m)	4.0
$Fr$	0.14

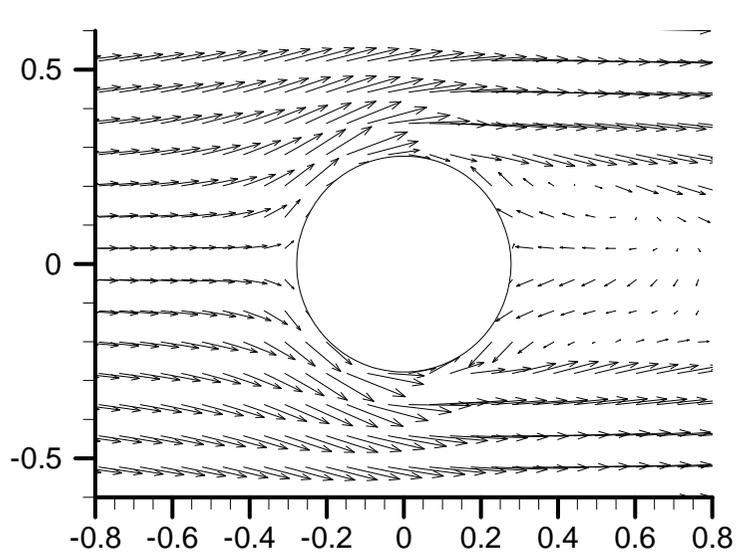


計算領域の計算格子配置

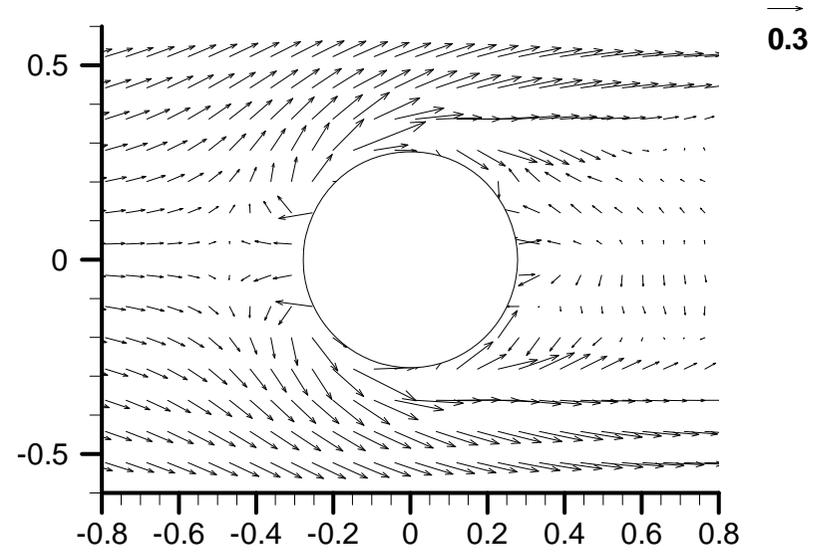


橋脚周りの計算格子配置  
 $dx=dy=D/40$

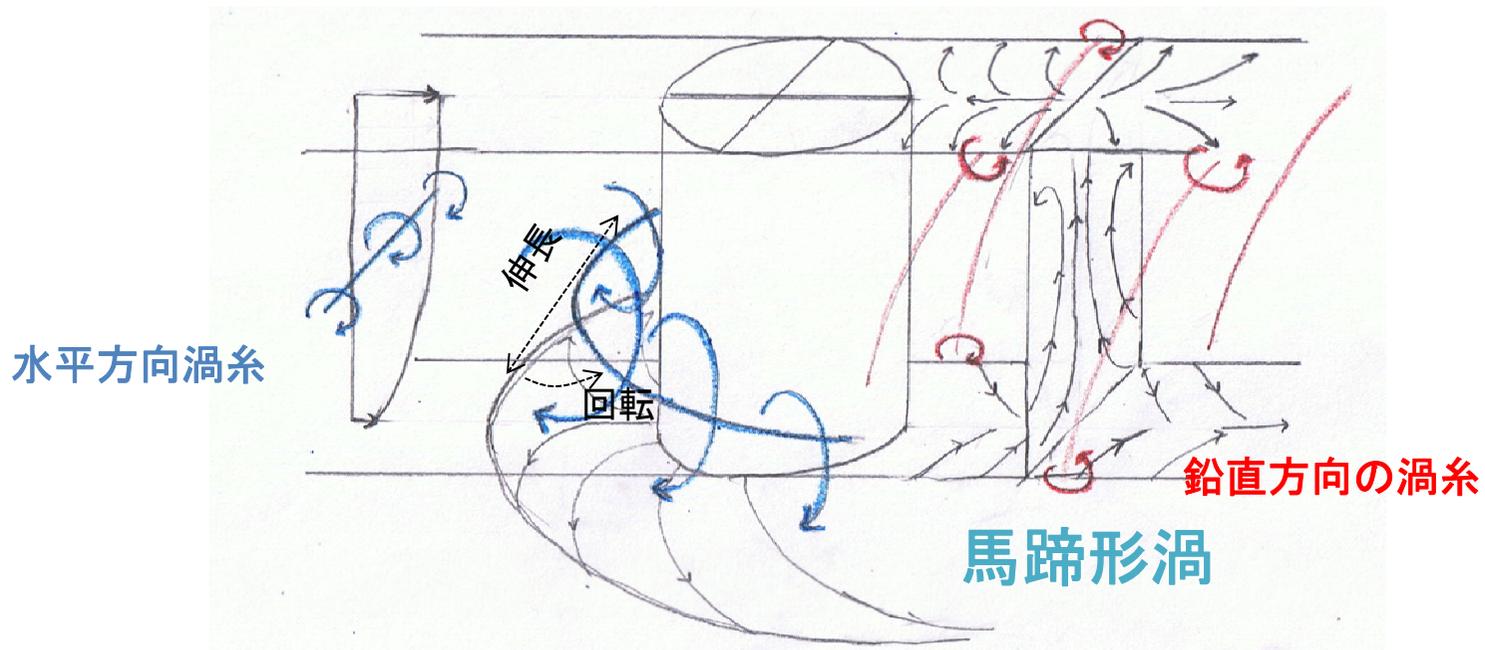
# 解析結果(瞬間値)



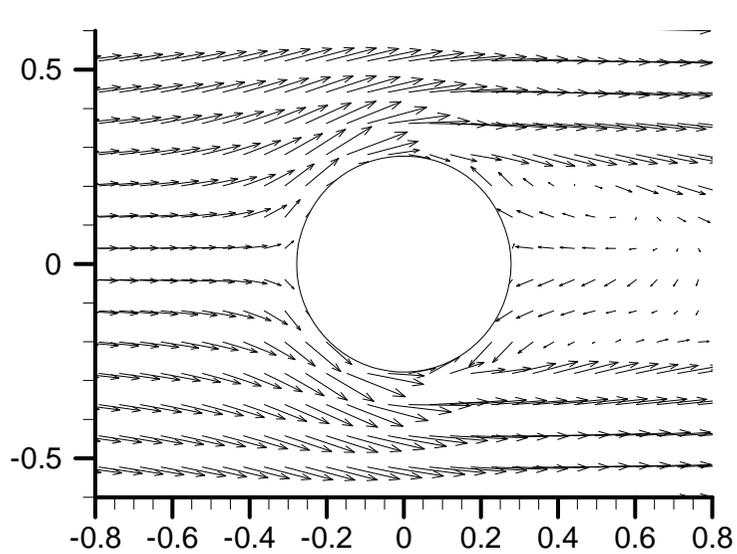
水表面流速ベクトル



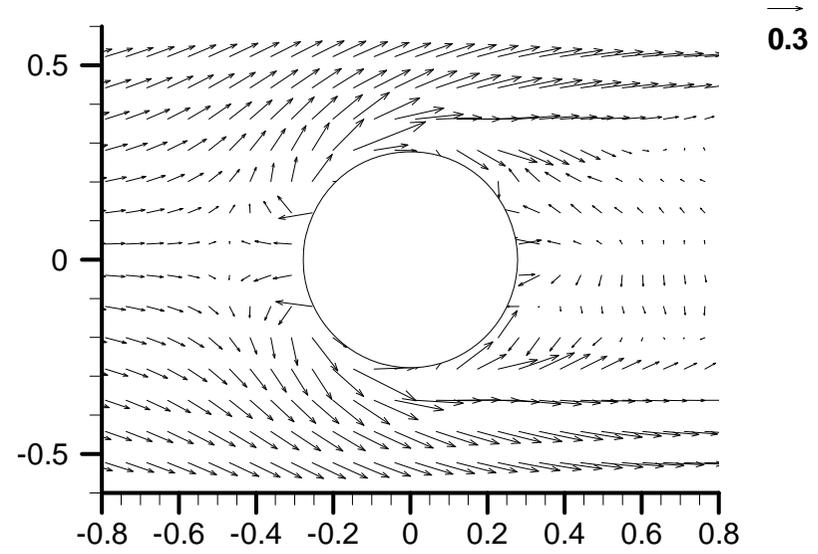
底面流速ベクトル



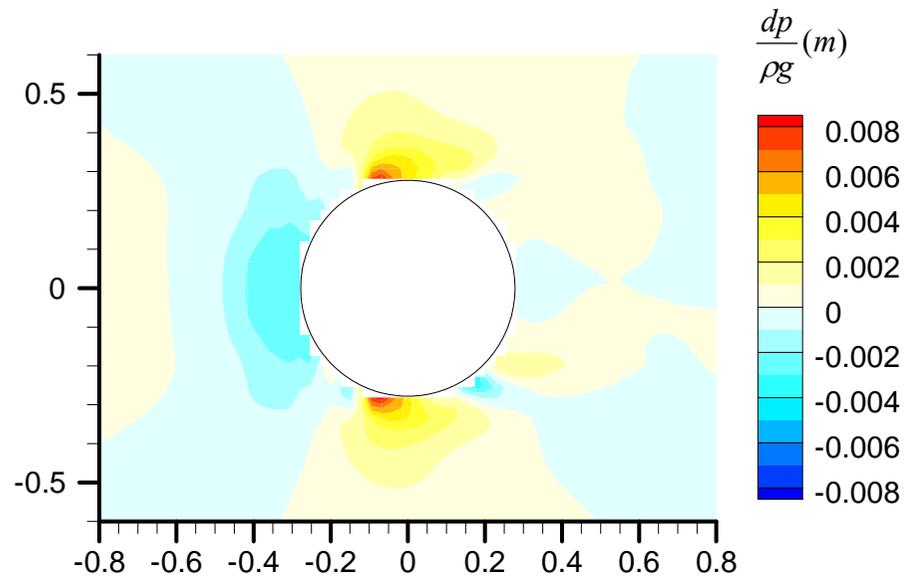
# 解析結果(瞬間値)



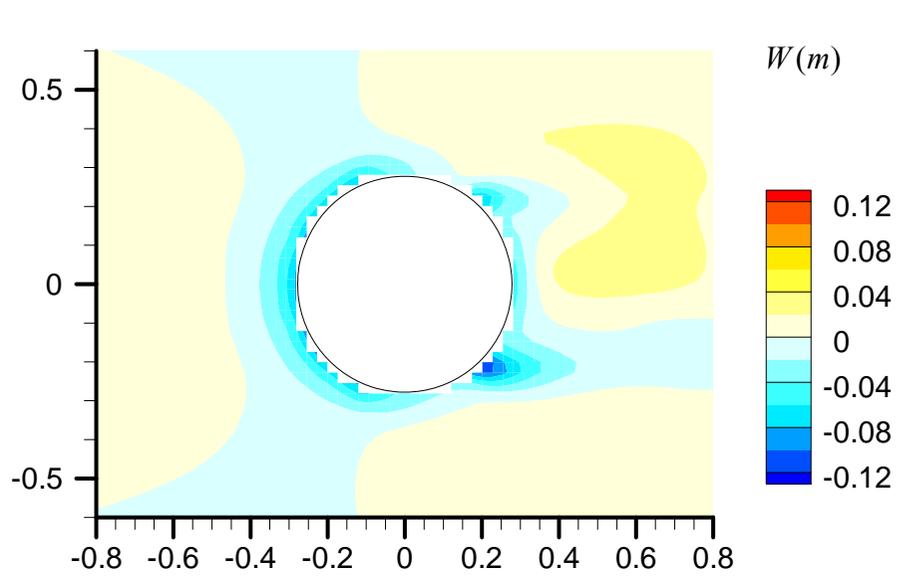
水表面流速ベクトル



底面流速ベクトル

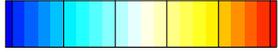


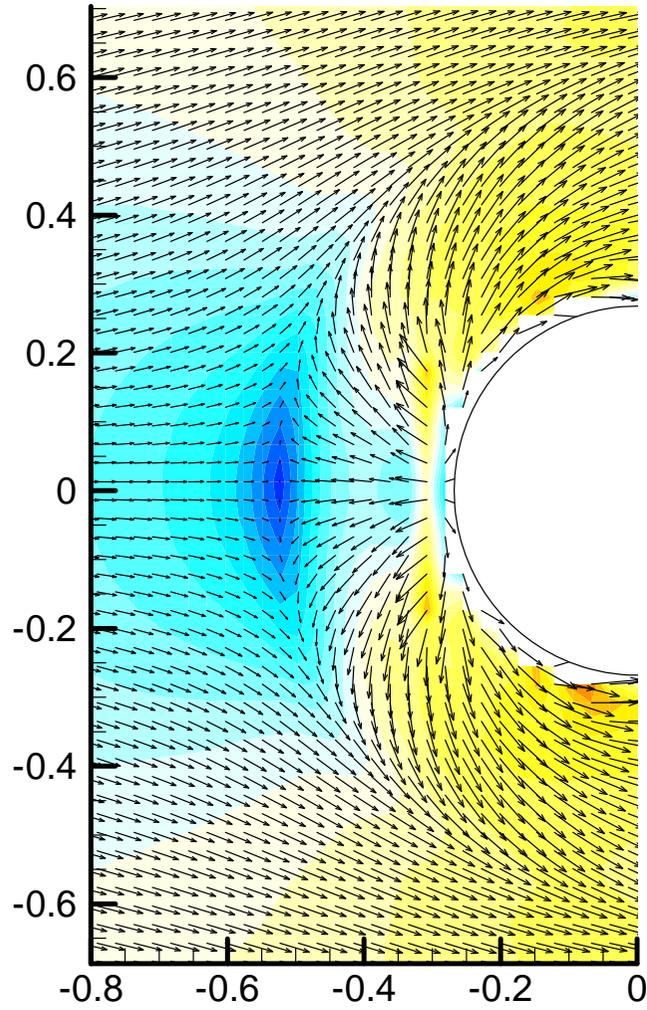
底面圧力偏差



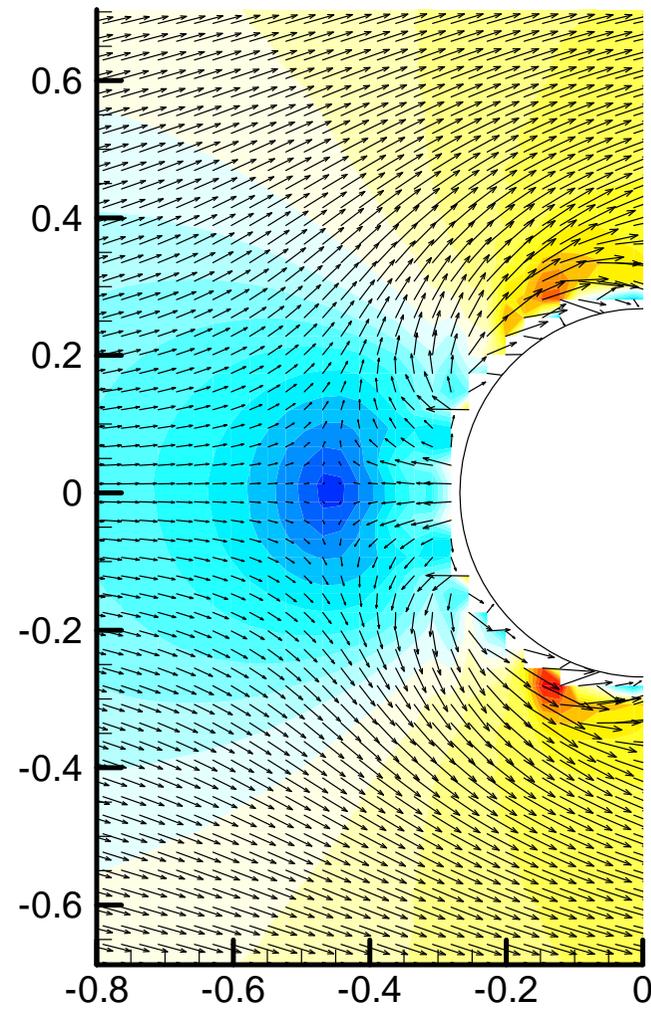
水深平均鉛直方向流速

# 浅水流場の仮定が解析結果に与える影響

$\sqrt{u_{bi}u_{bi}}$  (m/s)   
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5



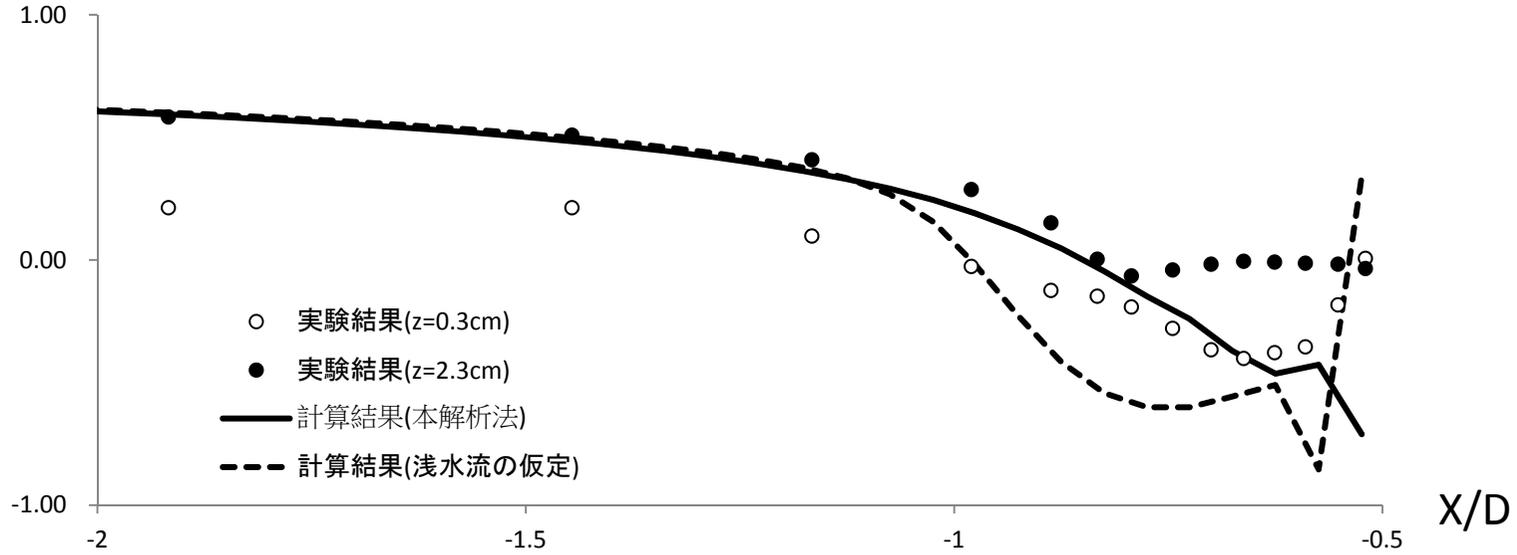
浅水流場の底面流速解析法



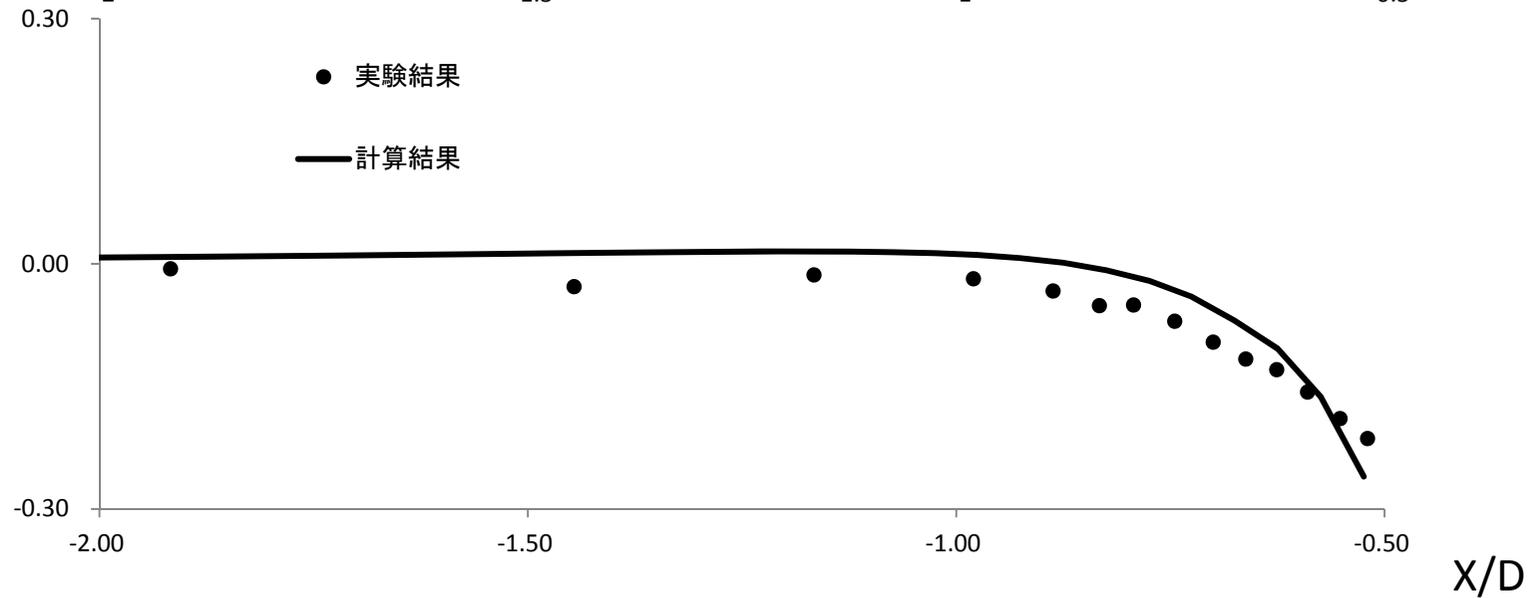
一般底面流速解析法

# 橋脚中央縦断面の流れ場の比較

$U_b/U_0$



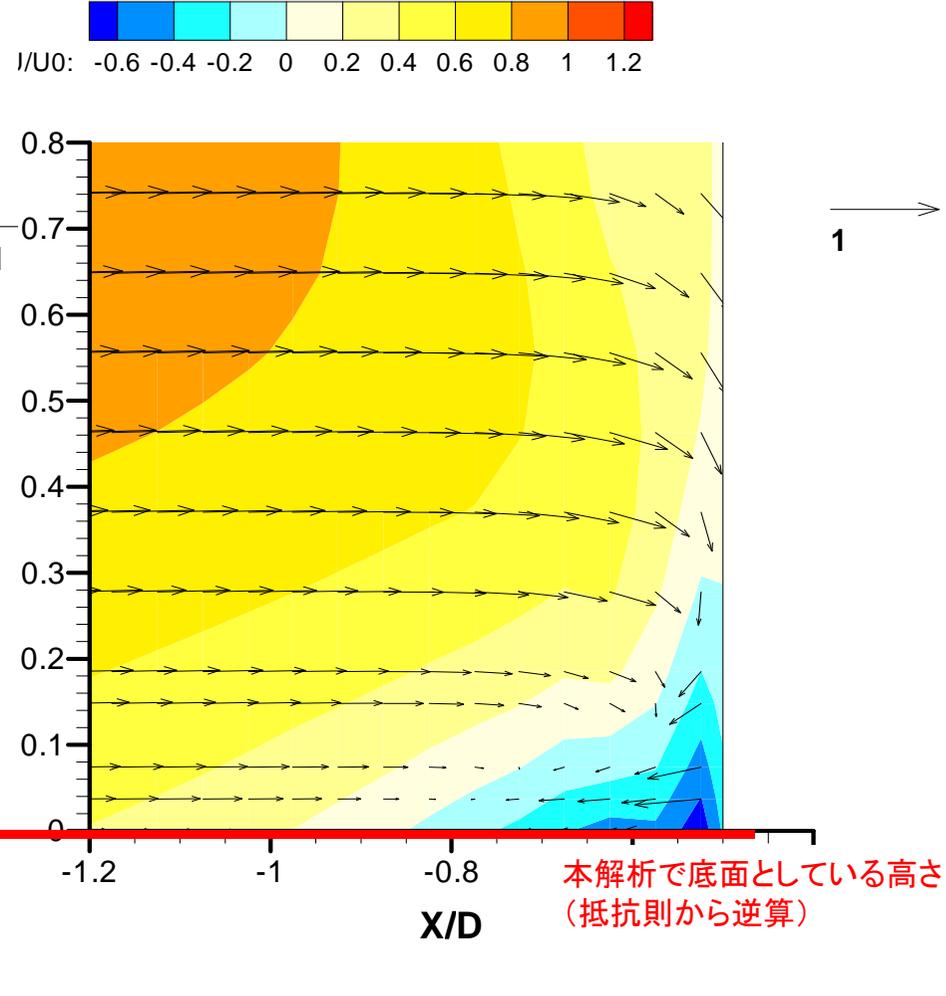
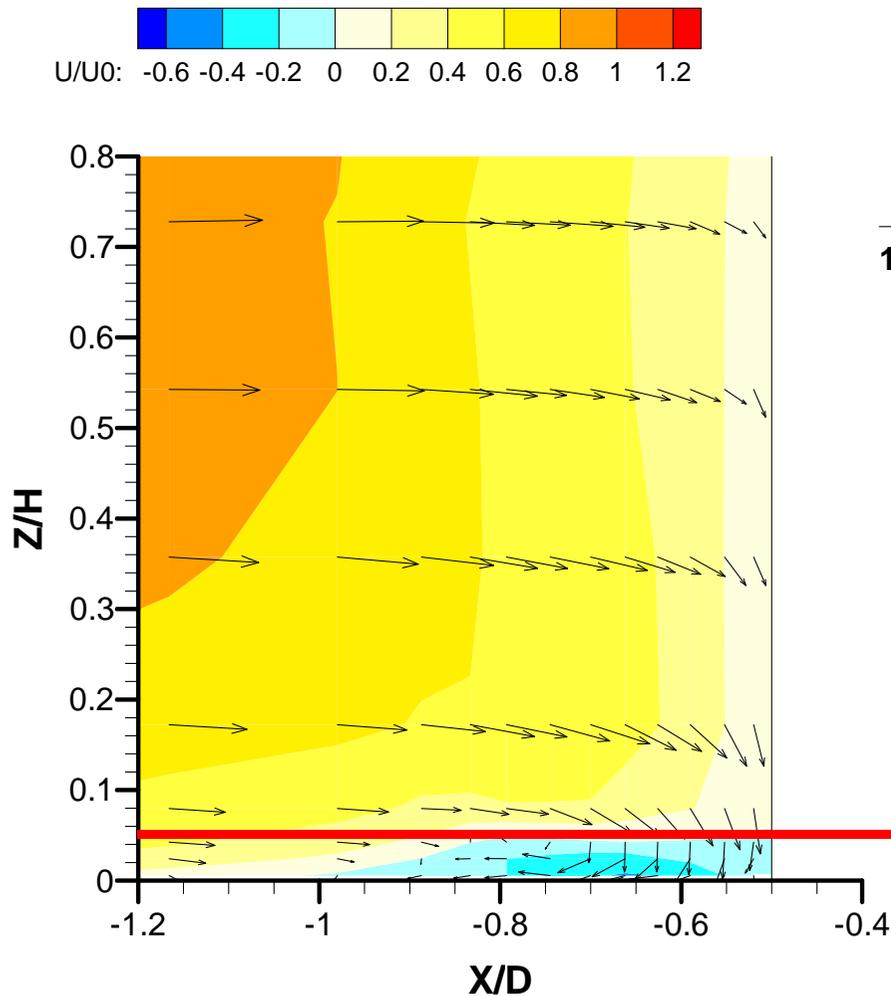
$W/U_0$



# 抵抗則と底面の定義の課題

実験結果

計算結果



$$u_* = c_b u_b, \quad c_b = f(k_s, z_b, \dots)$$

$$1/c_b = 8.5 + \frac{1}{\kappa} \ln(z_b / k_s)$$

$k_s/z_b \ll 1$  の場合では、底面の渦層で流速分布が大きく変形するため、底面流速とせん断応力の線形関係方程式では表せない。→ 実際重要か？

# 結論

水深平均流速場の解析においては平面二次元解析法の適用範囲は比較的広いが、底面流速場の解析では流速鉛直分布の変形の効果が比較的浅い条件でも現れる。

底面流速場の解析においては、二次元解析と三次元解析をつなぐ準三次元解析法が特に必要である。

$0.1 < H_0/L_0 < 1$ の範囲では、水深平均流速、底面流速の解析に関わらず、浅水流の仮定を用いない準三次元解析法が必要である。

浅い流れの仮定を用いない底面流速解析法を開発するために、鉛直方向流速のポアソン方程式とその解析法を示した。

浅い流れの仮定を用いない一般底面流速解析法を橋脚回りの流れ場の実験に適用し、本解析法の妥当性を示した。

本解析法で定義される底面渦層に比べて粗度が極めて小さい場合には、底面流速によるせん断応力評価法をさらに検討する必要があることがわかった。