

空気混入流の水理特性と計測法 ～階段状水路流れを例として～

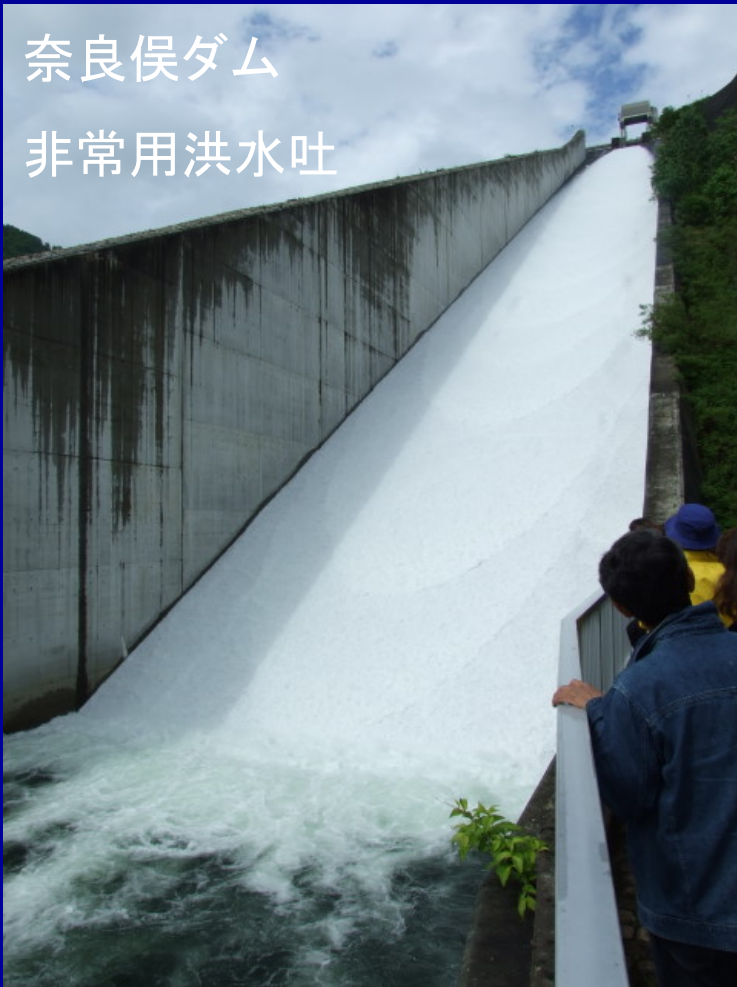


日本大学理工学部
高橋正行

空気混入流の紹介

奈良俣ダム

非常用洪水吐

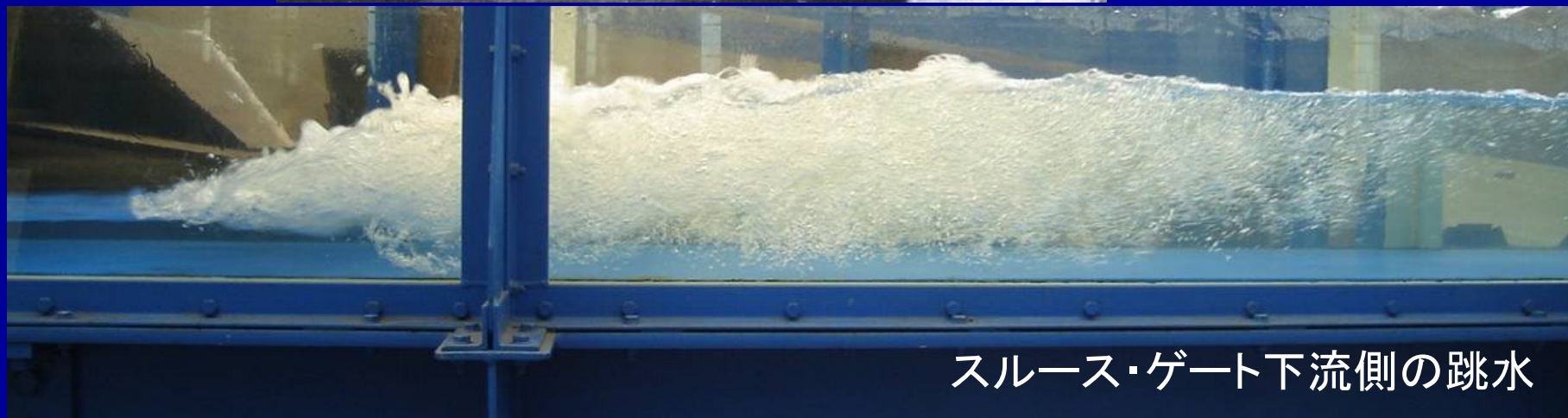
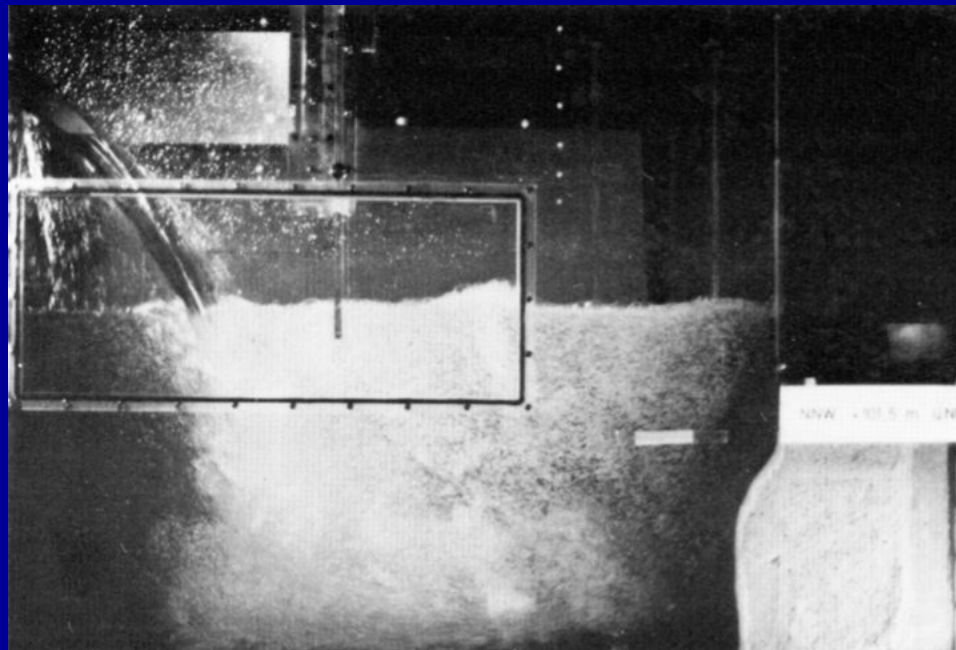


湯滝



空気混入流の紹介

Plunging jet flow



スルース・ゲート下流側の跳水

空気混入流の紹介

流水美デザインへの応用

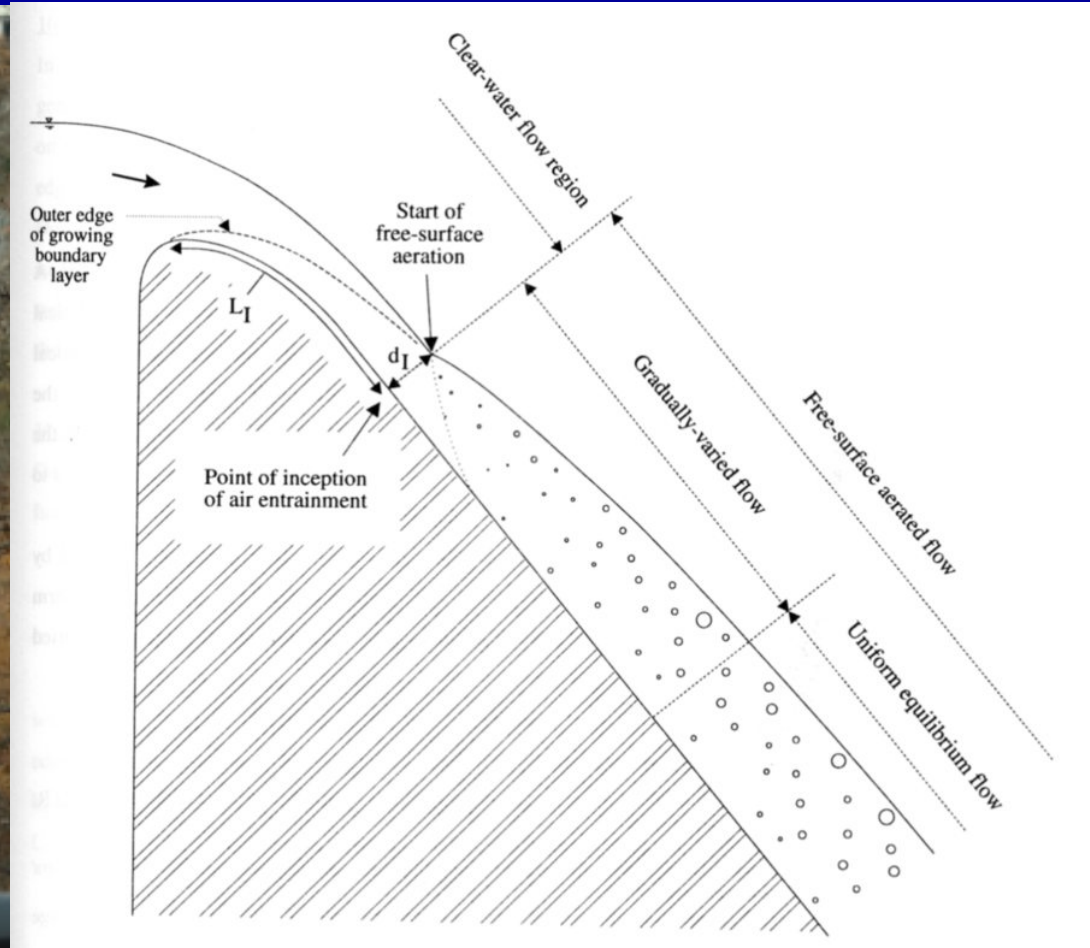


空気混入のメカニズム

- Self-aerated flow



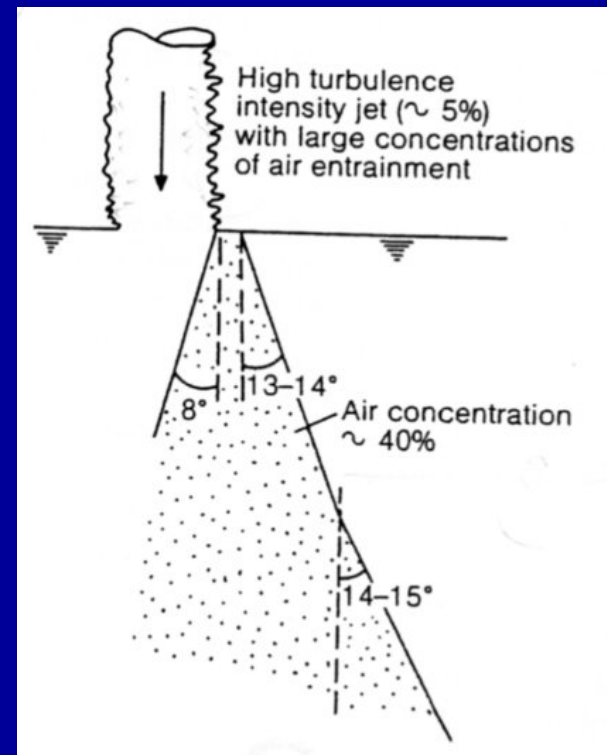
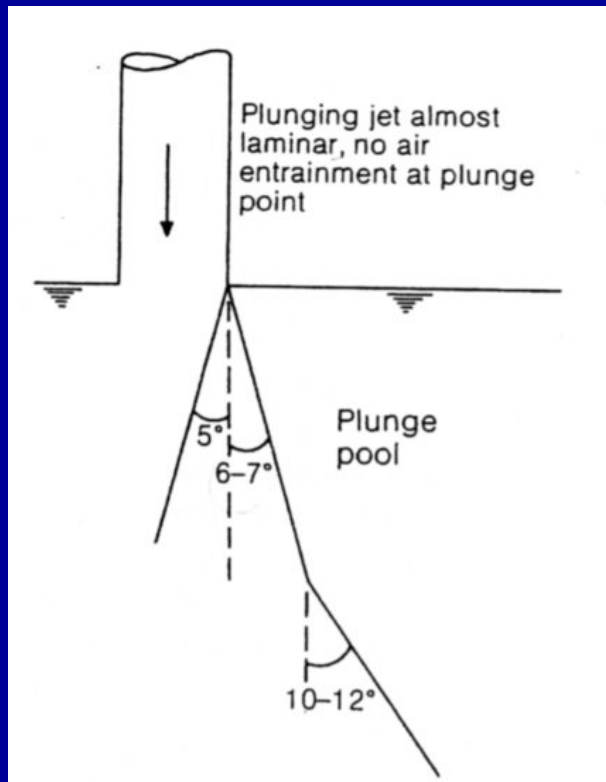
広瀬ダム



(Chanson 1996)

空気混入のメカニズム

- Plunging jet flow

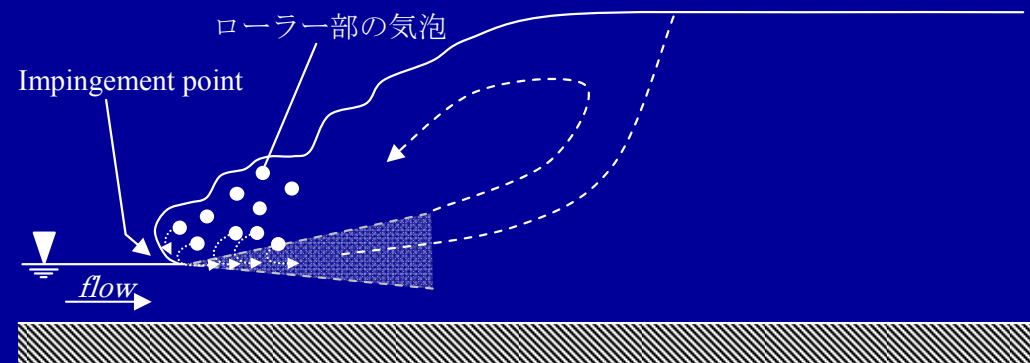
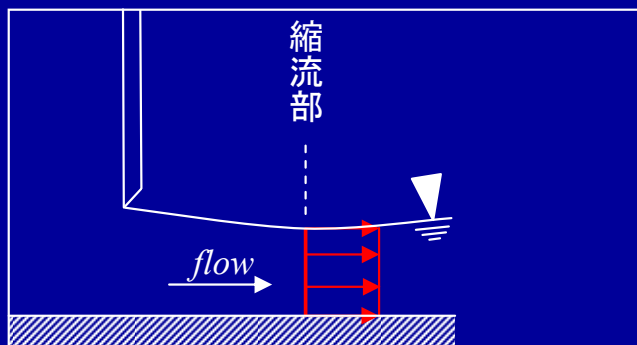


Ervine and Falvey (1987)

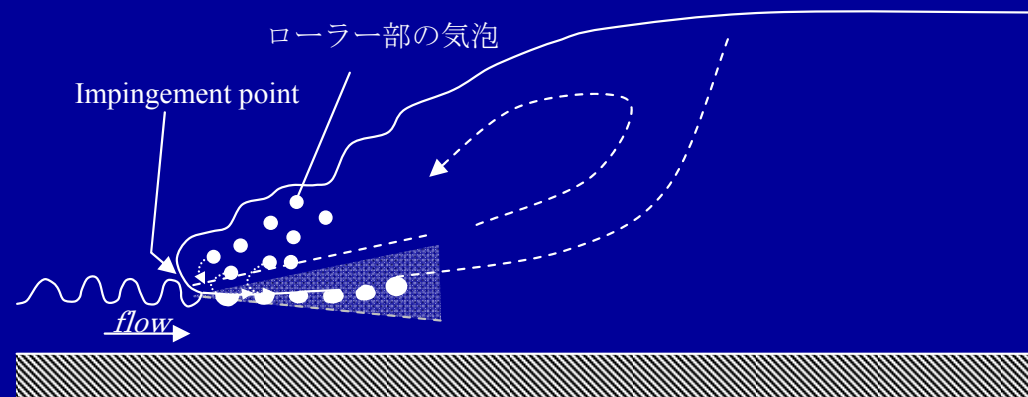
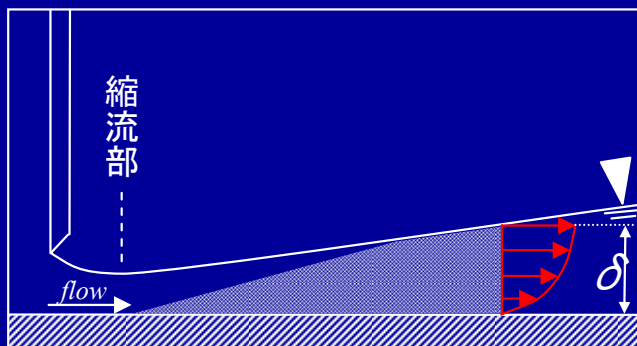
空気混入のメカニズム

- 跳水内部への空気混入

Undeveloped inflow



Fully Developed inflow



Takahashi and Ohtsu (2009)

今回対象とする空気混入流

- Free surface shear flowに空気を取り込まれた場合を対象とする。

階段状水路流れに空気を取り込まれた場合

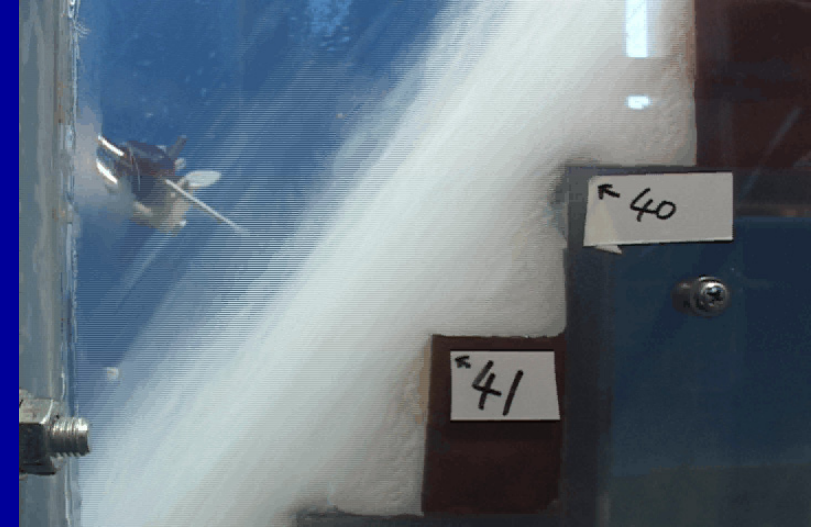


開水路流に気泡が混入すると 何が問題か？

- 空気混入流の水面

目視観察による水面決定ができない
ため、ポイントゲージを用いてair-
water mixture flowの水面の決定が
困難

超音波式、サーボ式、容量式波高計
では、air-water mixture flowの水面
の測定が困難



開水路流に気泡が混入すると 何が問題か？

- 空気混入流の流速測定が困難

ピトー管、プロペラ、レーザー流速計、超音波流速計、PIV, PTVを用いた流速評価が困難



空気混入流の水面の定義

- 空気混入率 $C=0.9$ となる高さを空気混入流の界面と定義する。

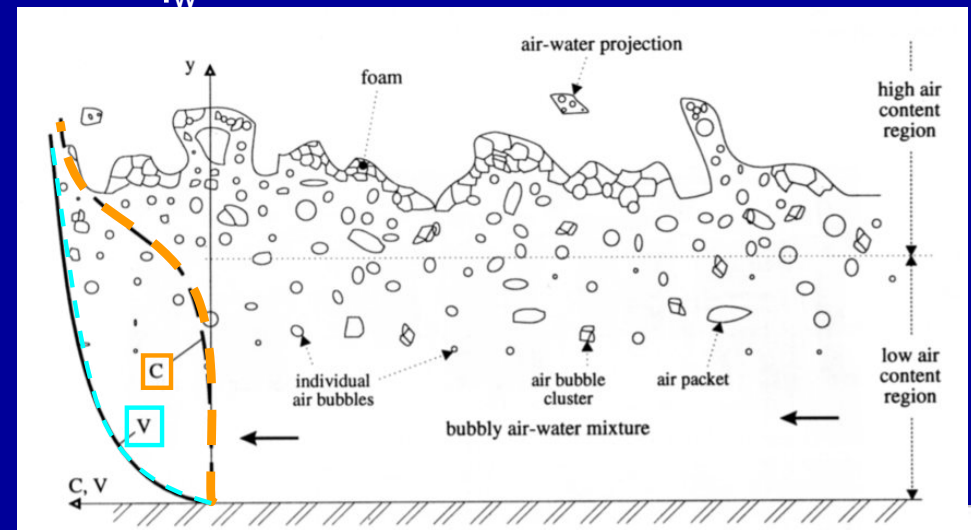
$$q_w = \int_0^{y_{0.9}} (1-C) u dy$$

$$\text{空気混入率(体積比)} C = \frac{\text{空気の体積}}{\text{空気の体積} + \text{水の体積}}$$

ここに、 C は空気混入率、 u は空気混入流の流速、 q_w は水のための単位幅流量

$C < 0.9$ の場合、空気混入率分布、流速分布が連続的に変化し、混合体として取り扱うことができる。(Cain and Wood 1981, Chanson 1996, Boes and Hager 2003, Ohtsu et al. 2004)

$C > 0.9$ の場合、水滴が飛散しており、水滴は重力の影響を受けて加速し、大気よりも流速が大きくなり、混合体としては取り扱えない(Chanson 1996)。



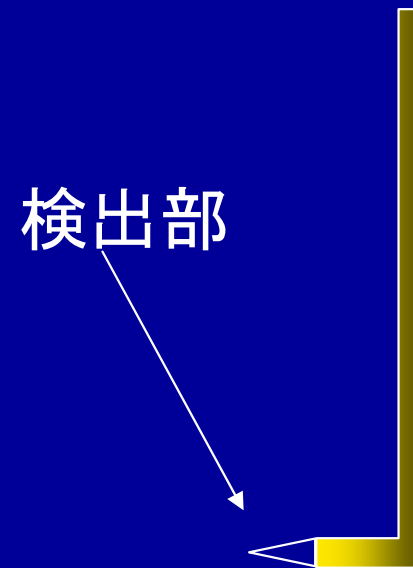
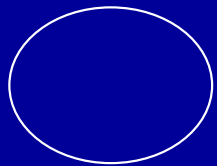
(Chanson 1996)

空気混入流の特性量の計測法

- 空気混入率測定法

探針式ボイド率計概念図

気泡の模式図



$$\text{空気混入率(体積比)} c = \frac{\text{空気の体積}}{\text{空気の体積} + \text{水の体積}}$$

空気混入流の特性量の計測法

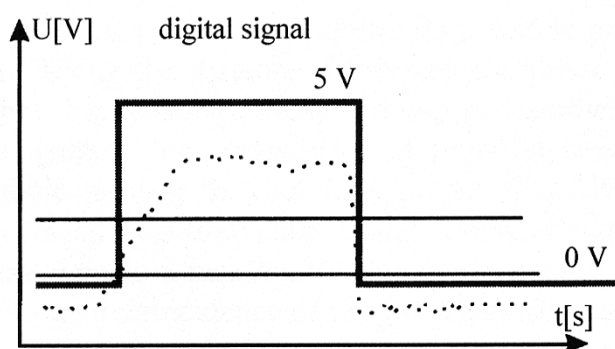
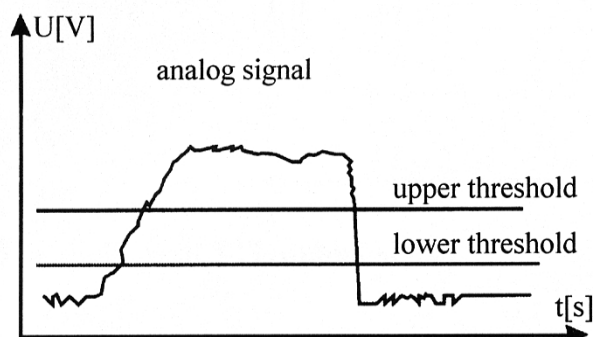
空気混入流の流速測定法



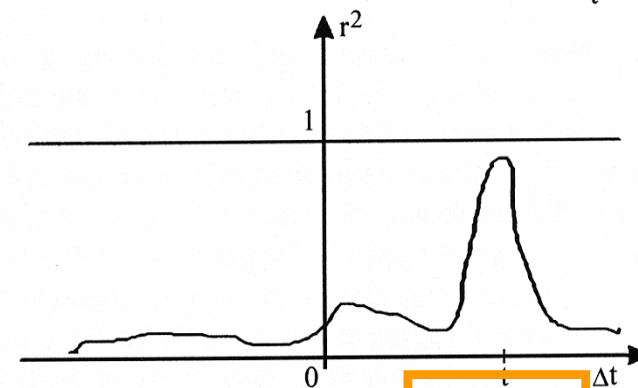
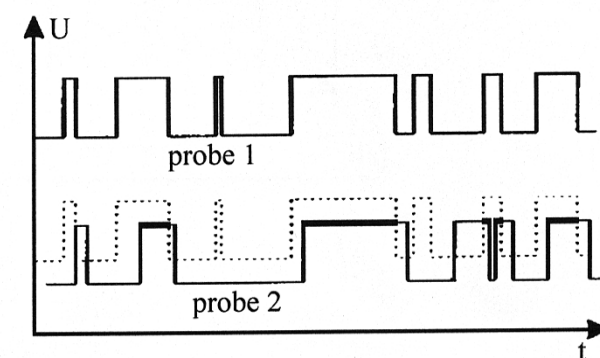
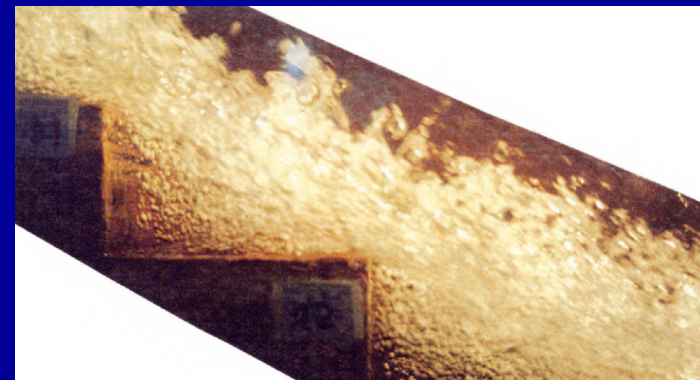
Double-Conductive probe

$$\Delta l$$

$$u = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$



a)

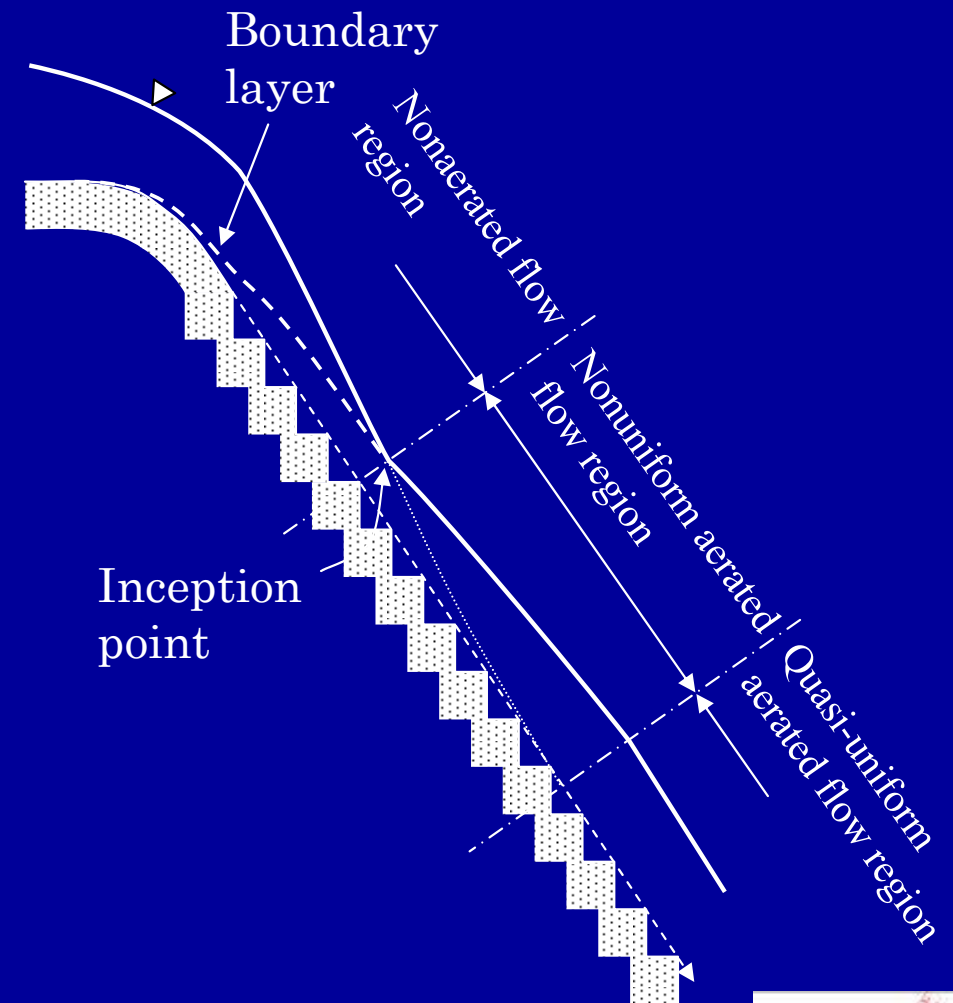
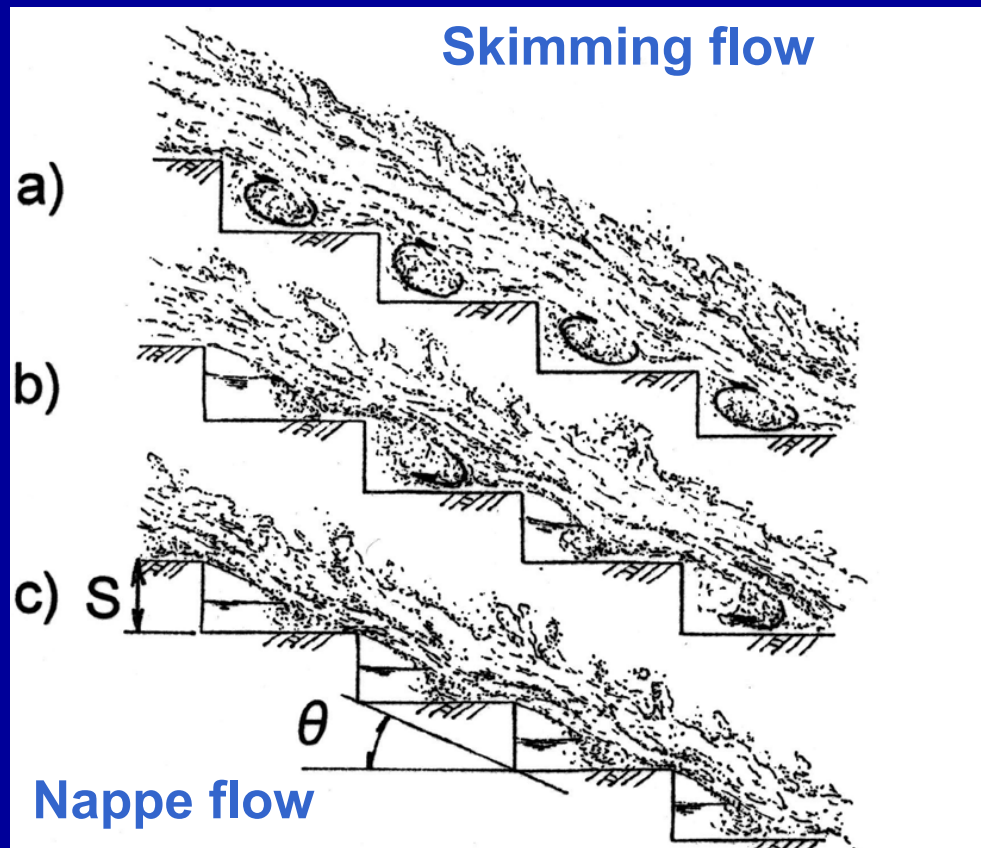


b)

Fig. 2: a) Transfer of analog into digital signal; b) upper part: Double-probe signal (— gaseous phase at probe 1 and 2, reference probe 1, probe 2 shifted), lower part: cross correlation

階段状水路における空気混入流特性

- 階段状水路を例として

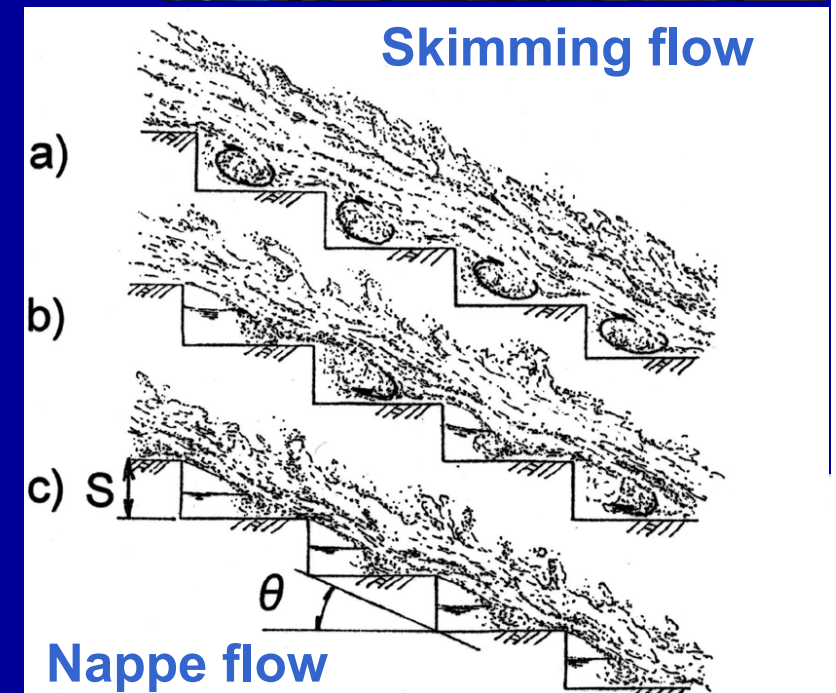


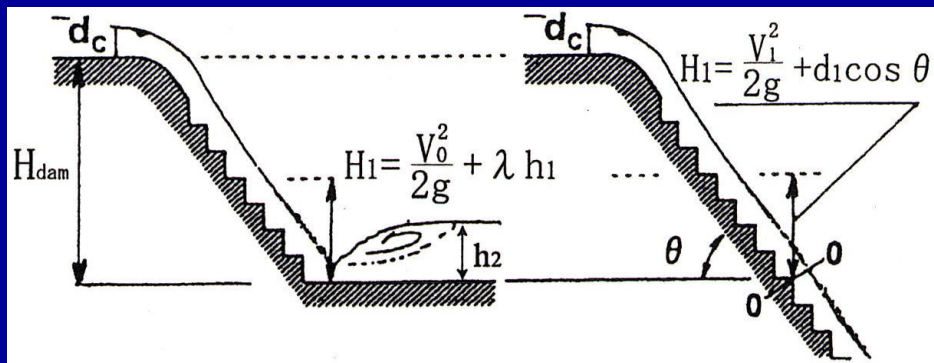
階段状水路における流れの領域区分

目的

階段状水路の擬似等流区間のSkimming flowを対象に広範囲な水路傾斜角度 θ および相対ステップ高さ S/d_c に対して空気混入流の流速・空気混入率を測定しその内部特性を明らかにする.

空気混入流の流水抵抗・エネルギーを示す.





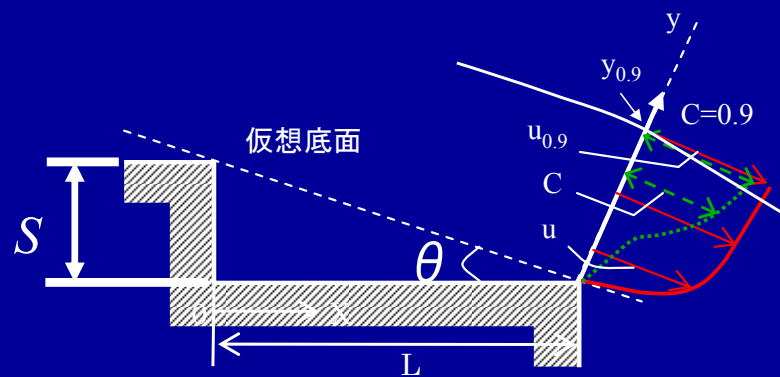
従来(2000年頃まで), 階段状水路直下に形成させた跳水を利用して, 階段状水路のエネルギーの大きさを求めていた.



2000年頃から空気混入流の空気混入率と流速の測定が可能になった.

階段状水路の空気混入流の内部特性、流水抵抗、エネルギーに対する水路傾斜角度の影響については不明な点が多い。

実験



定義図

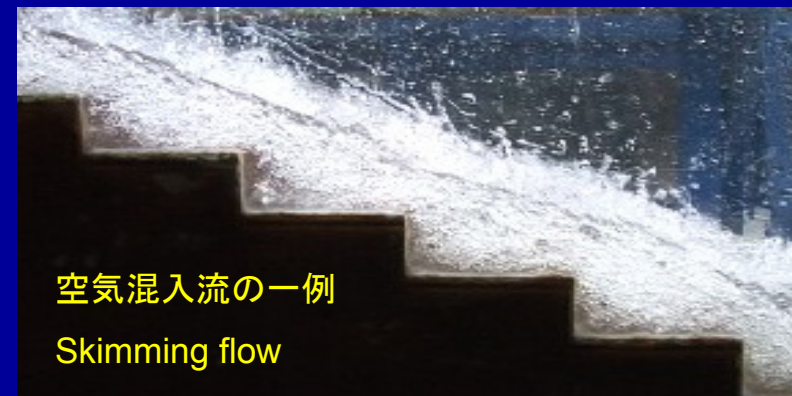
θ : 水路傾斜角度, B : 水路幅, S/d_c : 相対ステップ高さ,
 S : ステップ高さ, d_c : 限界水深 ($d_c = \sqrt[3]{q_w^2/g}$), $y_{0.9}$: $C=0.9$ での y ,
 C : 空気混入率, u : 時間平均流速, Re : レイノルズ数 ($Re = q_w/\nu$),
 q_w : 水の単位幅流量

$$\text{空気混入率 } C = \frac{\text{空気量}}{\text{空気量} + \text{水の量}}$$

- ・Cとuの測定には二点電極型ボイド率計を用いた
- ・擬似等流状態を対象とする
- ・測定断面をステップエッジとする

- ・ステップ水平面上の圧力測定は、
圧力出し孔を用いる

θ	S/d_c	Re
[deg.]		$[\times 10^{-4}]$
19	0.3~0.98	2.6~12.3
30	0.3~1.0	4.2~14.7
55	0.3~1.1	2.4~6.4



Dimensional Consideration

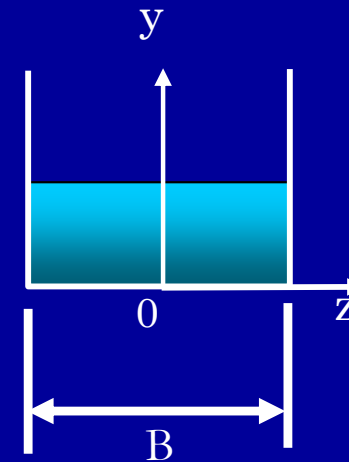
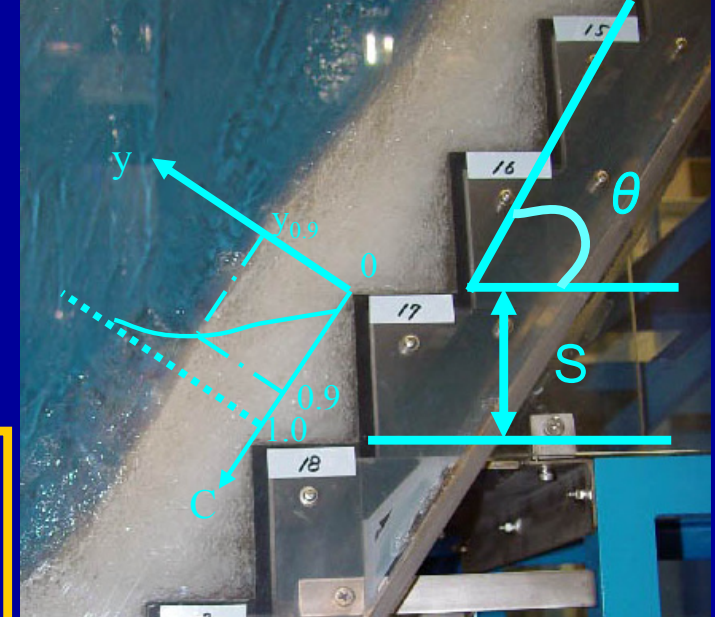
$0 \leq y \leq y_{0.9}$, quasi-uniform flow region

$$C = \text{func} \left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{z}{(B/2)}, R_e, W_e, F_r, \frac{S \cos \theta}{d_w}, \theta \right)$$

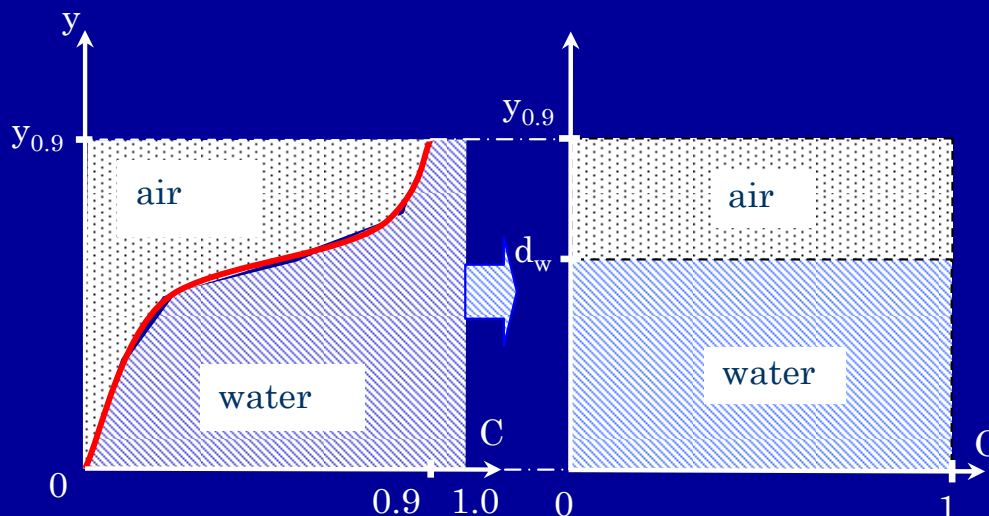
$$R_e = \frac{q_w}{\nu_w}, W_e = \frac{V_w \sqrt{\rho_w d_w}}{\sqrt{\sigma_{wa}}}, F_r = \frac{V_w}{\sqrt{g d \cos \theta}} = \left(\frac{d_c}{d_w} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{\cos \theta}}$$

$$W_e = (\rho_w \sigma_{wa}^3 / g \mu_w) (F_r^2 R_e^4)^{1/6}$$

$$\rho_w \sigma_{wa}^3 / g \mu_w (\doteq \text{const}) = W_e^6 / (F_r^2 R_e^4)$$



S: step height
 d_c : critical flow depth [$d_c = (q_w^2 / g)^{1/3}$]
 $R_e = q_w / \nu$
 q_w : discharge per unit width
 ν : kinematic viscosity



$$d_w = \int_0^{y_{0.9}} (1 - C) dy$$

$$V_w = q_w / d_w$$

$$\frac{d_w}{d_c} = \text{func} \left(F_r, R_e, W_e, \frac{S \cos \theta}{d}, \theta \right)$$

$$= \text{func} \left(F_r, R_e, W_e, \frac{S}{d_c} \frac{d_c}{d} \cos \theta, \theta \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{S \cos \theta}{d_w} &= \frac{S}{d_c} \frac{d_c}{d_w} \cos \theta \\ &= \frac{S}{d_c} F_r^{\frac{2}{3}} \cos^{\frac{4}{3}} \theta \end{aligned}$$

$$F_r = \left(\frac{d_w}{d_c} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{\cos \theta}} \quad \therefore \frac{d_w}{d_c} = \text{func} \left(\frac{S}{d_c}, \theta, F_r, R_e, W_e \right)$$

$$C = \text{func} \left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{z}{(B/2)}, R_e, W_e, F_r, \frac{S \cos \theta}{d_w}, \theta \right)$$

$$F_r = \text{func} \left(\frac{S}{d_c}, \theta, R_e, W_e \right)$$

$$W_e = \text{const} (F_r^2 R_e^4)^{1/6}$$

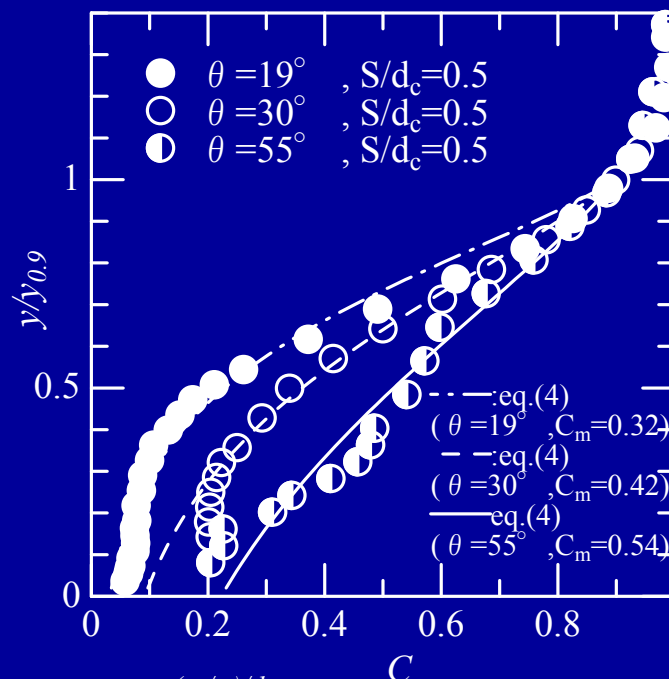
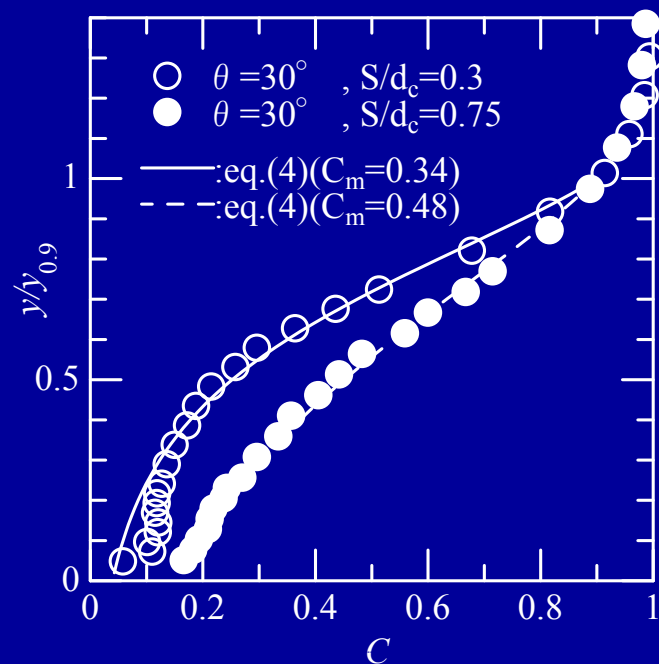
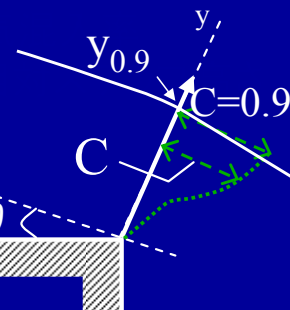
$$C = \text{func} \left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{z}{(B/2)}, R_e, \frac{S}{d_c}, \theta \right)$$

$R_e \geq 3.0 \times 10^4$ の場合 (Takahashi et al.2005)

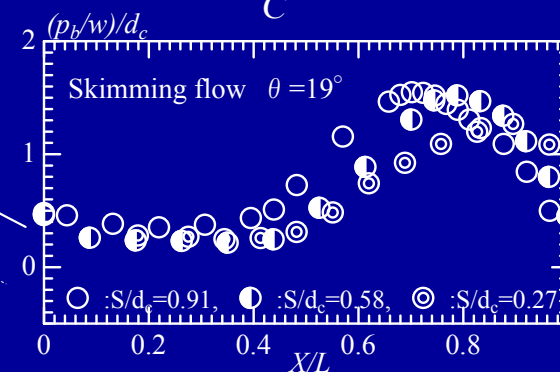
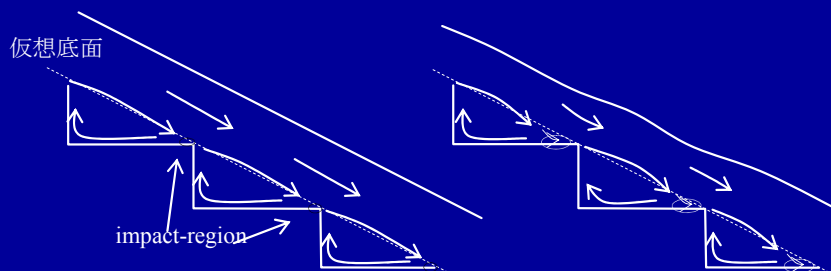
空気混入率 $C = \frac{\text{空気量}}{\text{空気量} + \text{水の量}}$

$$C = \text{func} \left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{S}{d_c}, \theta \right)$$

仮想底面



$S/d_c \rightarrow \text{大}$
 $C \rightarrow \text{大}$



主流の乱れが
大きくなった

$\theta \rightarrow \text{大}$
 $C \rightarrow \text{大}$

乱れが大きくなり、水面から混入した空気が底面付近まで輸送されたため

20

断面平均空気混入率 C_m

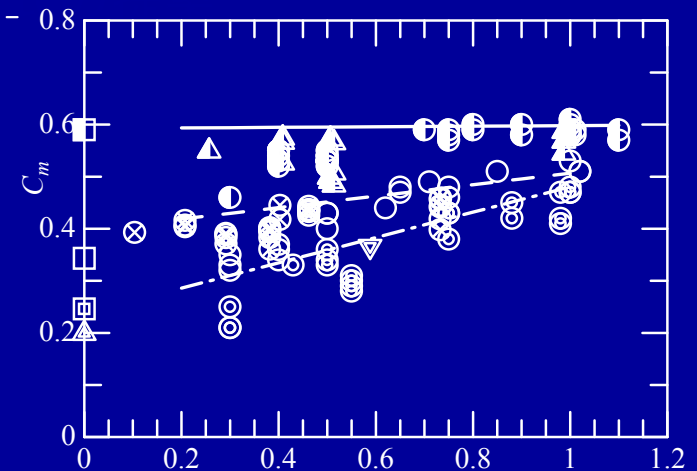
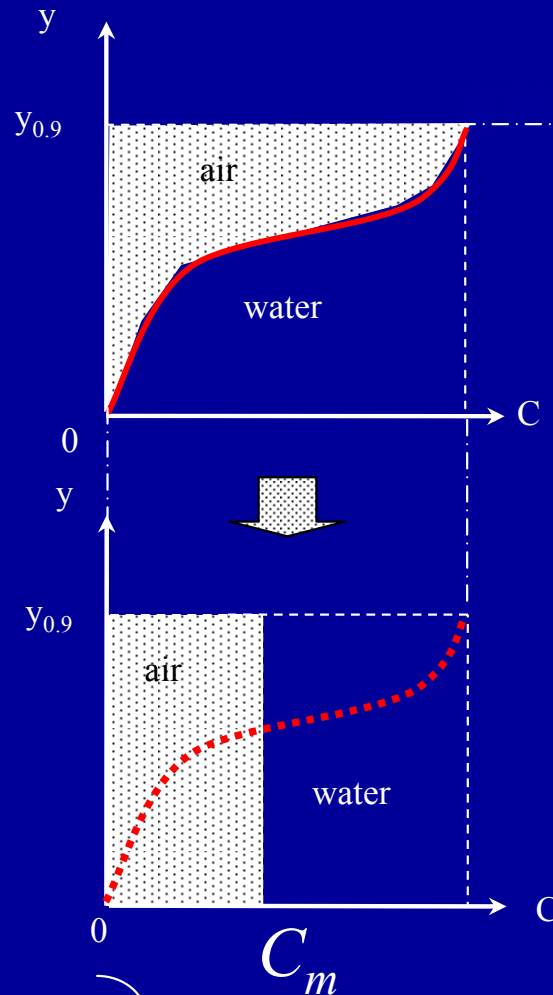
$$C_m = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy$$

$$C_m = F\left(\frac{S}{d_c}, \theta\right)$$

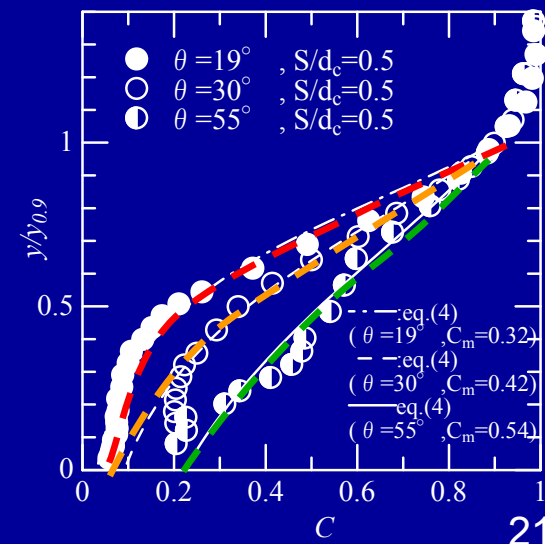
$$C_m = \left(\frac{6.9}{\theta} - 0.12\right) \frac{S}{d_c} + 0.656 \left\{1 - e^{-0.0356(\theta - 10.9)}\right\} + 0.073$$

($19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$, $0 \leq S/d_c \leq (S/d_c)_s$,
 $R_2=0.88$, θ in degree)
 高橋・大津(2010)

Chanson(1996)によって提案
 された気泡の拡散モデル

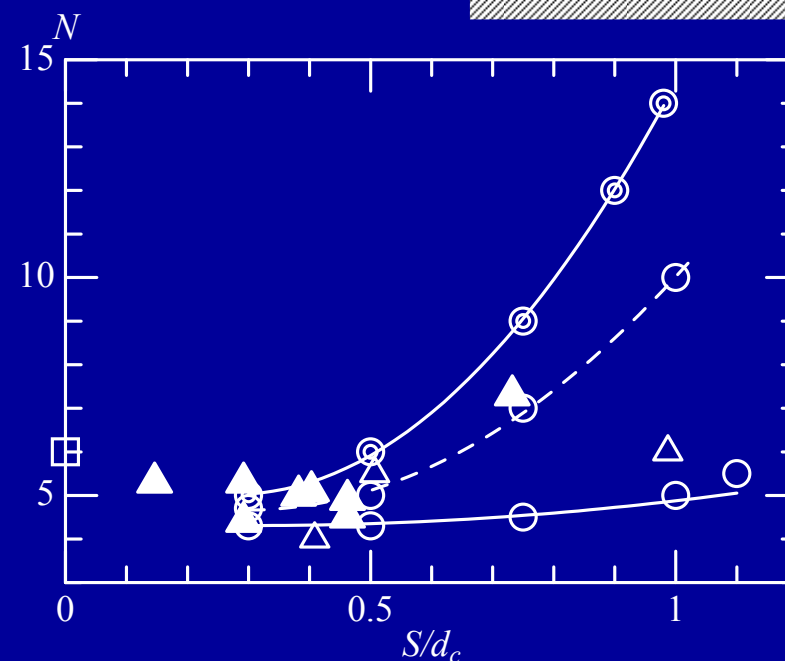
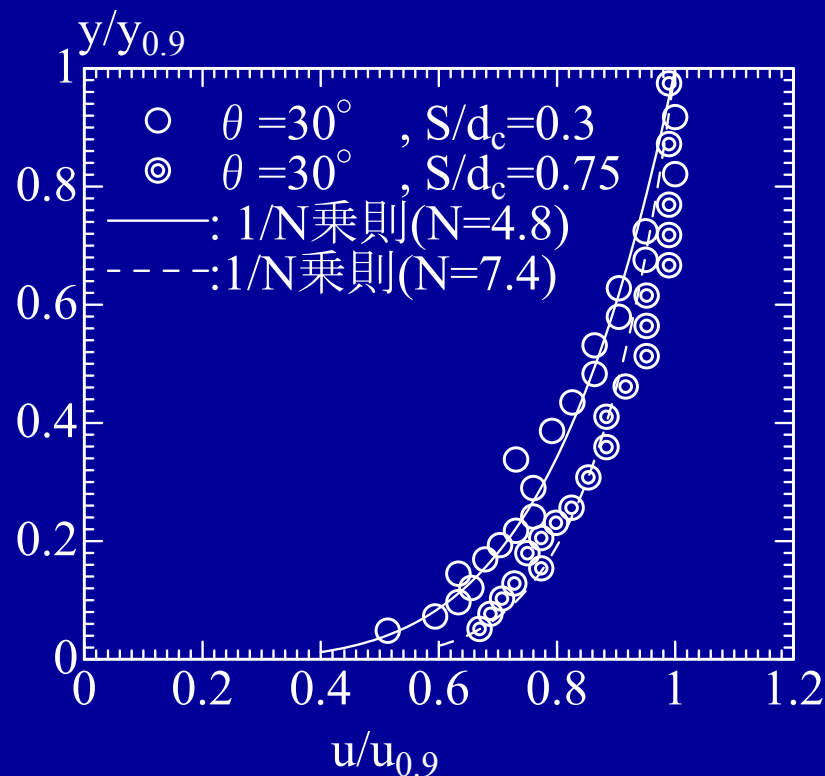
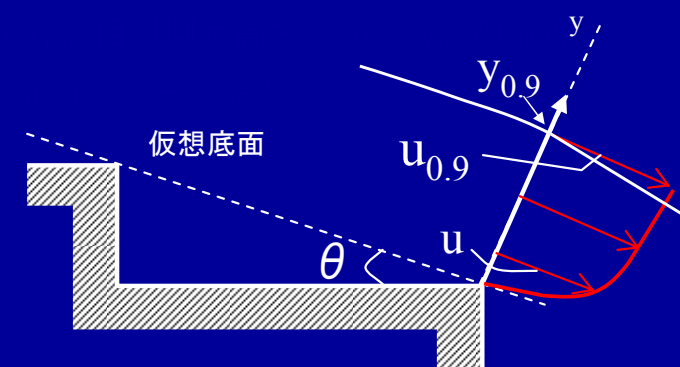


- : $\theta = 55^\circ$, ---eq.(3) ($\theta = 55^\circ$)
- : $\theta = 30^\circ$, ---eq.(3) ($\theta = 30^\circ$)
- ⊙ : $\theta = 19^\circ$, ---eq.(3) ($\theta = 19^\circ$)
- ▽ : Yasuda and Chanson ($\theta = 15.9^\circ$)
- ⊗ : Boes ($\theta = 30^\circ$)
- ▲ : Boes ($\theta = 50^\circ$)
- : Wilhelms and Gulliver ($\theta = 52.5^\circ$)
- : Wilhelms and Gulliver ($\theta = 30^\circ$)
- ⊠ : Wilhelms and Gulliver ($\theta = 22.5^\circ$)
- △ : Wilhelms and Gulliver ($\theta = 15^\circ$)



空気混入率分
 布を予測可能

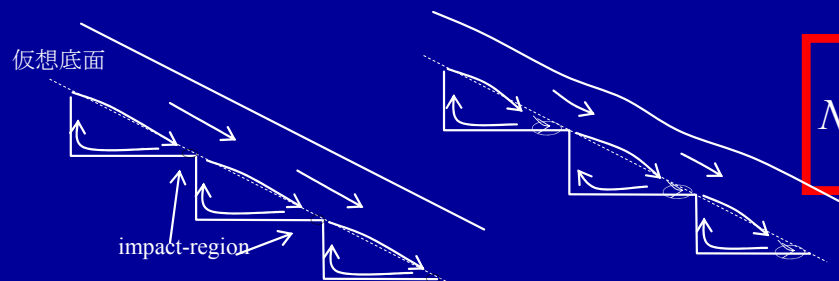
$$\frac{u}{u_{0.9}} = \text{func}\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad \frac{u}{u_{0.9}} = \left(\frac{y}{y_{0.9}}\right)^{\frac{1}{N}}$$



$S/d_c \rightarrow \text{大}$ $N \rightarrow \text{大}$
 $\theta \rightarrow \text{小}$ $N \rightarrow \text{大}$

衝突領域の影響でNが変化

- ◎ : $\theta = 19^\circ$, — : (9)式 ($\theta = 19^\circ$)
- : $\theta = 30^\circ$, - - - : (9)式 ($\theta = 30^\circ$)
- : $\theta = 55^\circ$, — : (9)式 ($\theta = 55^\circ$)
- ▲ : Boes ($\theta = 30^\circ$)
- : Cain and Wood ($\theta = 45^\circ$)
- △ : Boes ($\theta = 50^\circ$)



$$N = (-0.45\theta + 25.7) \left(\frac{S}{d_c}\right)^2 + (0.25\theta - 14.2) \frac{S}{d_c} - 5.5\theta \times 10^{-2} + 7.6$$

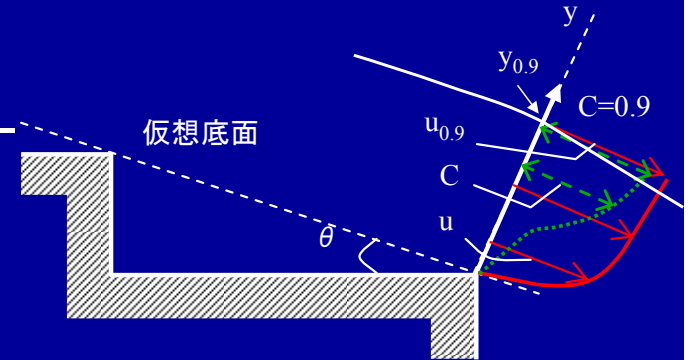
高橋・大津(2010)

Nの実験式より $\theta = 19^\circ \sim 55^\circ$ のSkimming flowにおいて流速分布を予測することができる

Aerated flowのエネルギー水頭

$$E = \frac{\int_0^{y_{0.9}} (\rho g y \cos \theta) u dy + \int_0^{y_{0.9}} p u dy + \int_0^{y_{0.9}} \left(\frac{1}{2} \rho u^3 \right) dy}{\int_0^{y_{0.9}} \rho g u dy}$$

位置エネルギー 圧力のなす仕事 運動エネルギー



・空気混入率の変化を密度変化で表す 空気混入流の密度 $\rho = (1 - C) \rho_w$ $p = \int_y^{y_{0.9}} \rho g \cos \theta dy$

$$E = C_p d_w \cos \theta + C_v \frac{V_w^2}{2g}$$

ここに、 C_p と C_v は補正係数である。

$$d_w = \int_0^{y_{0.9}} (1 - C) dy$$

V_w : 水のみに変換した水深 d_w から求められる断面平均流速 ($V_w = q_w / d_w$; q_w = 水のみ単位幅流量)

$$C_p = \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left[(1 - C) y + \int_y^{y_{0.9}} (1 - C) dy \right] u dy}{d_w \int_0^{y_{0.9}} (1 - C) u dy}$$

$$C_v = \frac{\int_0^{y_{0.9}} (1 - C) u^3 dy}{V_w^2 \int_0^{y_{0.9}} (1 - C) u dy}$$

$$\frac{E}{d_c} = C_p \sqrt[3]{\frac{f}{8 \sin \theta}} \cos \theta + \frac{C_v}{2} \left(\frac{8 \sin \theta}{f} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$f = 8 \left(\frac{d_w}{d_c} \right)^3 \sin \theta$$

23

補正係数 C_v, C_p

$$C_v = \frac{\int_0^{y_{0.9}} \frac{1}{2} \rho u^2 u dy}{\rho_w q_w \frac{1}{2} V_w^2}$$

C_v は断面を通過する空気混入流の運動エネルギーとclear waterの運動エネルギーの比と解釈される。

$$C_p = \frac{\int_0^{y_{0.9}} (\rho g y \cos \theta + p) u dy}{\int_0^{d_w} (\rho_w g y \cos \theta + p_w) V_w dy}$$

C_p は断面を通過する空気混入流のポテンシャルエネルギーと圧力のなす仕事の和とclear water flowのそれらの和との比と解釈される。

p_w はclear water flowの圧力

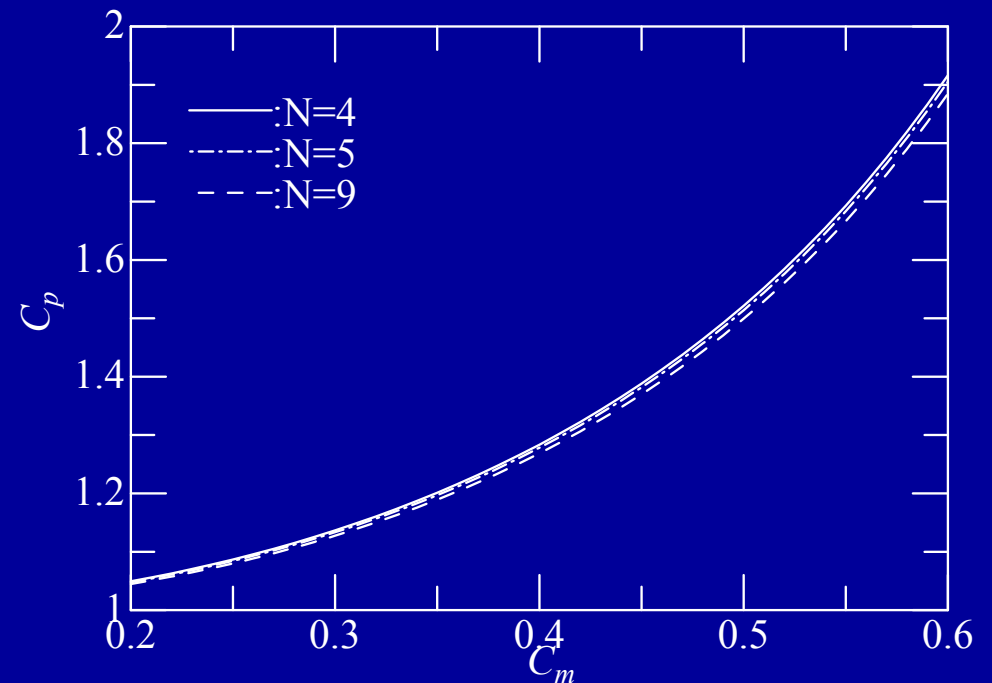
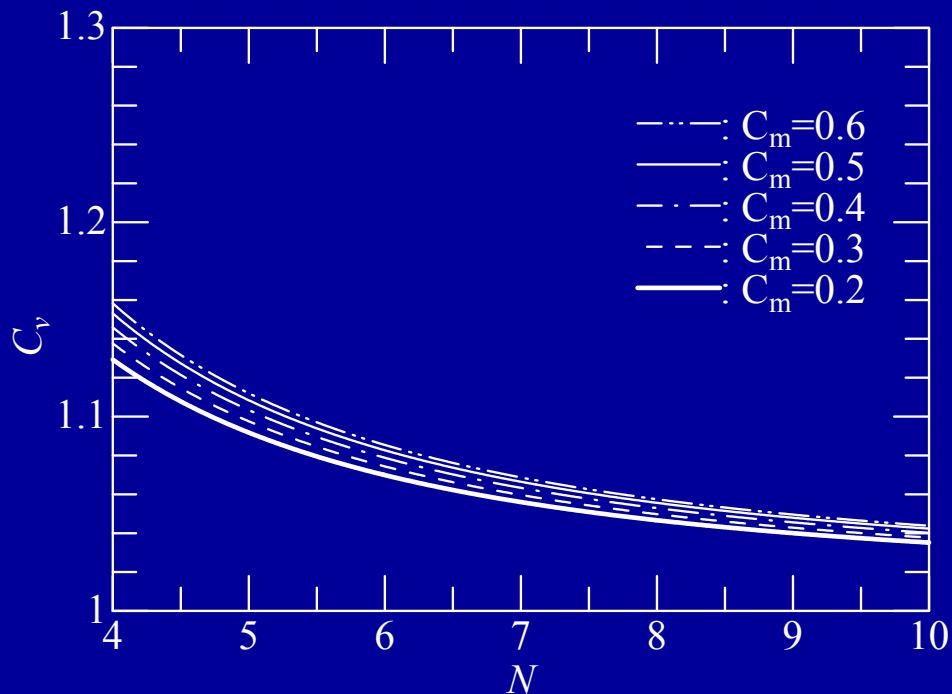
$$\left(p_w = \int_y^{d_w} \rho_w g \cos \theta dy \right)$$

p はエネルギー評価断面での空気混入流中の圧力であり, ρ は空気混入流の密度
[$\rho = (1-C) \rho_w$; ρ_w は水の密度]

$y / y_{0.9} = Y$ と $u / U_{0.9} = U$ を用いると, C_p と C_v は次のように整理される

$$C_v = \frac{\left(1 - \int_0^1 C dY\right)^2 \int_0^1 (1-C) U dY}{\left[\int_0^1 (1-C) U dY\right]^3}$$

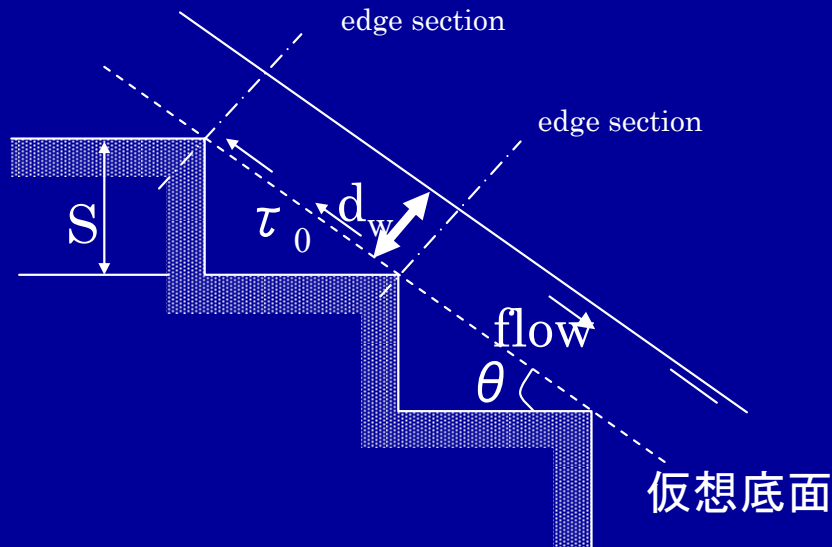
$$C_p = \frac{\int_0^1 \left[(1-C) Y + \int_Y^1 (1-C) dY \right] U dY}{\left(1 - \int_0^1 C dY\right) \int_0^1 (1-C) U dY}$$



Air-bubble diffusion model $C = F(Y, C_m)$

1/N th power law $U = (Y)^{1/N}$

流水抵抗



仮想底面に作用するせん断応力を τ_0
 仮想底面上の流体を検査部を選び
 流下方向の運動量方程式を適用する

$$\tau_0 = \rho_w g d_w \sin \theta \quad (10)$$

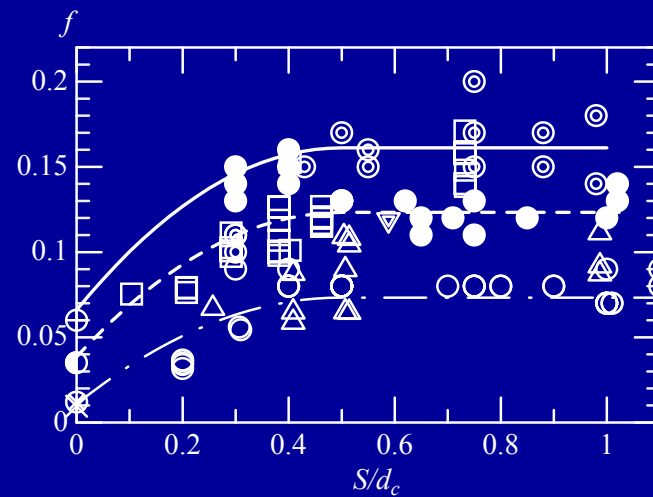
抵抗係数 f は次式で定義される

$$f = 4 \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho_w V_w^2} \quad (11)$$

(10) 式と (11) 式より

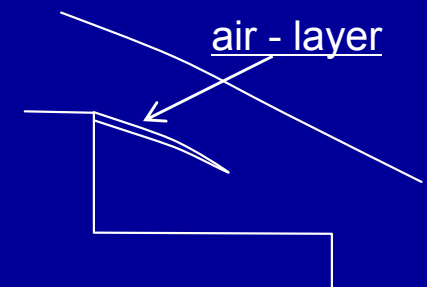
$$f = 8 \left(\frac{d_w}{d_c} \right)^3 \sin \theta$$

$$f = \text{func} \left(\frac{S}{d_c}, \theta \right)$$



- ⊙ : $\theta = 19^\circ$, ● : $\theta = 30^\circ$, ○ : $\theta = 55^\circ$,
- : Boes ($\theta = 30^\circ$), △ : Boes ($\theta = 50^\circ$),
- ▽ : Yasuda and Chanson ($\theta = 15.9^\circ$),
- ⊕ : Straub and Anderson ($\theta = 22.5^\circ$),
- : Straub and Anderson ($\theta = 30^\circ$),
- ⊗ : Straub and Anderson ($\theta = 45^\circ$),
- × : Straub and Anderson ($\theta = 60^\circ$),
- : eq.(16), $\theta = 19^\circ$,
- - : eq.(16), $\theta = 30^\circ$,
- · - : eq.(16), $\theta = 55^\circ$

$S/d_c \geq 0.5$ の場合
 air-layer が間欠的に
 形成される
 主流と渦との
 interaction は小さい



水のみに換算した水深

$$d_w = \int_0^{y_{0.9}} (1 - C) dy$$

水のみに換算した
 断面平均流速

$$V_w = q_w / d_w$$

q_w : 水の単位幅流量

$$f = 4\theta^2 \times 10^{-5} - 5.4\theta \times 10^{-3} + 0.249$$

$$- \left(6\theta^2 \times 10^{-6} - 4\theta \times 10^{-3} + 0.455 \right) \left(0.5 - \frac{S}{d_c} \right)^2$$

($19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$, $0 \leq S/d_c \leq 0.5$, θ in degree)

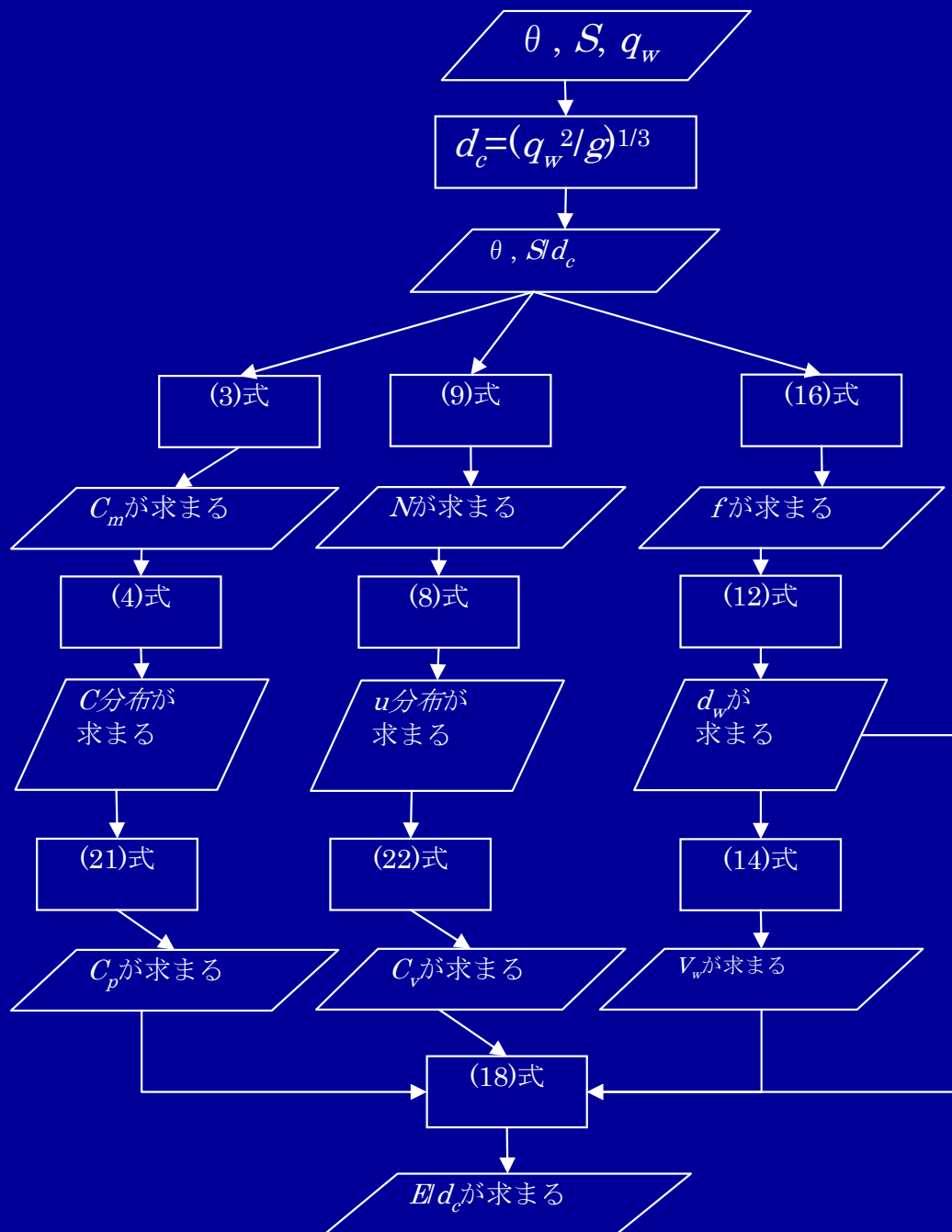
$$f = 4\theta^2 \times 10^{-5} - 5.4\theta \times 10^{-3} + 0.249$$

($19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$, $0.5 \leq S/d_c \leq (S/d_c)S$, θ in degree)
 高橋・大津(2010)

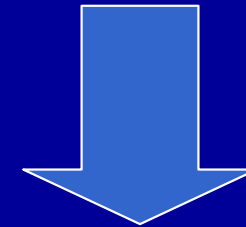
平坦な傾斜水路の f の値と
 階段状水路の f の値を比較

階段状水路の f の値が3倍程度大きい²⁶

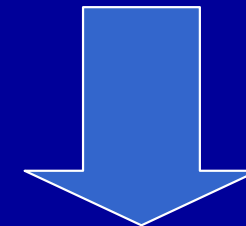
E/d_c算出フローチャート



水路傾斜角度 θ , ステップ高さ S ,
単位幅流量 q_w が与えられる



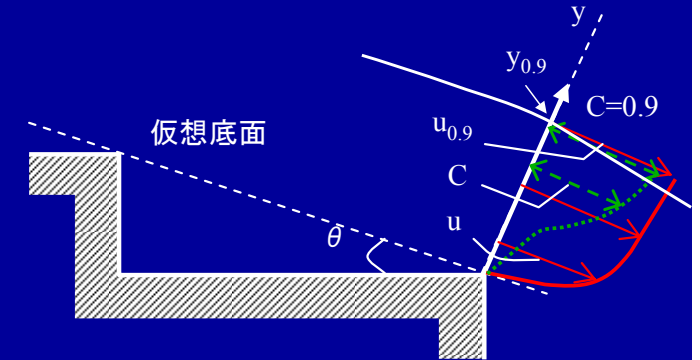
左のフローチャート(高橋・大津2010)
を用いる



抵抗係数 f , 空気混入流水深
 $y_{0.9}$, 平均流速 V_{ave} , aerated
flowのエネルギー水頭 E が算
定できる

Aerated flowのエネルギー水頭

$$\frac{E}{d_c} = C_p \sqrt[3]{\frac{f}{8 \sin \theta}} \cos \theta + \frac{C_v}{2} \left(\frac{8 \sin \theta}{f} \right)^{\frac{2}{3}}$$



・空気混入率の変化を密度変化で表す

空気混入流の密度 $\rho = (1 - C) \rho_w$

$$p = \int_y^{y_{0.9}} \rho g \cos \theta dy$$

$$\frac{E}{d_c} = \text{func} \left(\frac{S}{d_c}, \theta \right)$$

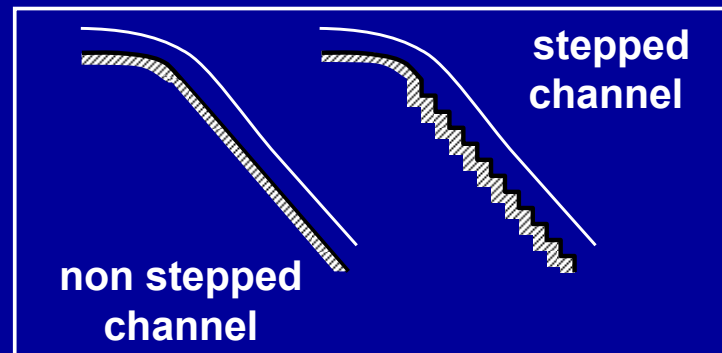
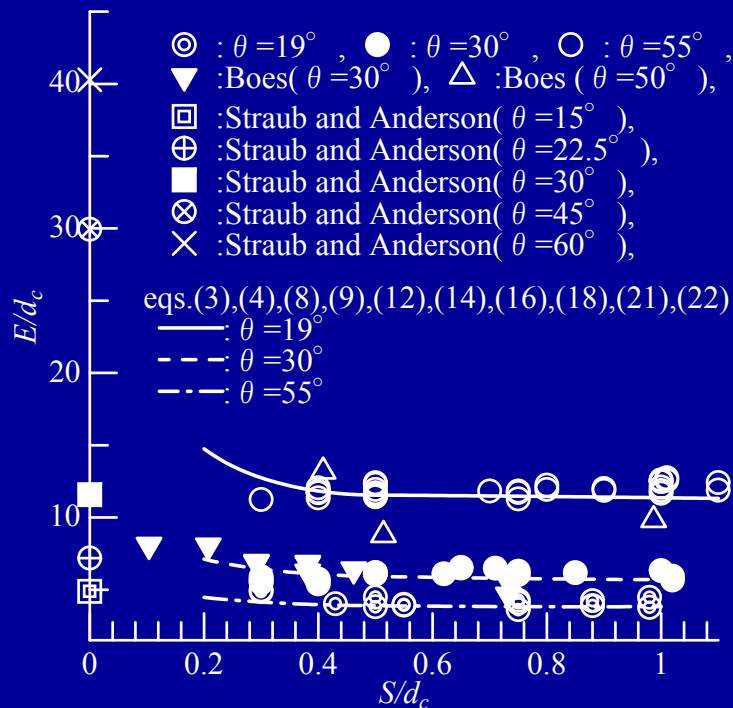
$\theta = \text{const.}$

$S/d_c \geq 0.5$ の場合, S/d_c に関わらず $E/d_c = \text{const.}$

S/d_c が小さくなると E/d_c は大きくなる

$S/d_c = \text{const.}$

$\theta \rightarrow \text{大}, E/d_c \rightarrow \text{大}$



$S/d_c \geq 0.5$ の場合の
階段状水路と
平坦な傾斜水路との
エネルギー比は
0.3~0.6

階段状水路のエネルギー減勢効果を定量的に示した

階段状水路における擬似等流状態の skimming flowの空気混入流特性のまとめ

広範囲な水路傾斜角度 $19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$, 相対ステップ高さ $S/d_c \geq 0.3$ の階段状水路における擬似等流状態の skimming flow に対して, aerated flow の空気混入率分布, 流速分布, および抵抗係数を明らかにすることができた. また, エネルギー水頭に対する θ と S/d_c の影響を明らかにした.

・空気混入率

水路傾斜角度 θ と相対ステップ高さ S/d_c が大きくなると C は大きくなる.
断面平均空気混入率 C_m の実験式を提案した. また, 気泡の拡散モデルを用いて空気混入率分布が求められる.

・流水抵抗

抵抗係数 f は, $S/d_c \leq 0.5$ の場合, S/d_c を大きくすると f は大きくなる. また, $S/d_c \geq 0.5$ の場合, S/d_c の変化に関わらず f の値は一定となる.

抵抗係数 f の実験式を提案した.

・流速

$1/N$ 乗則で近似できることを示した.
 N の値は θ と S/d_c によって変化することを明らかにした.

N の実験式を提案した.

・空気混入流のエネルギー

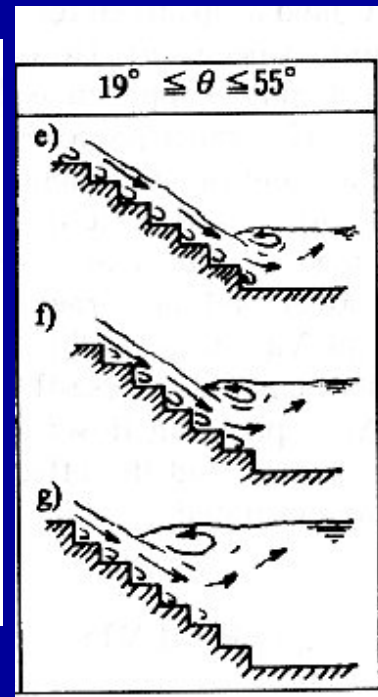
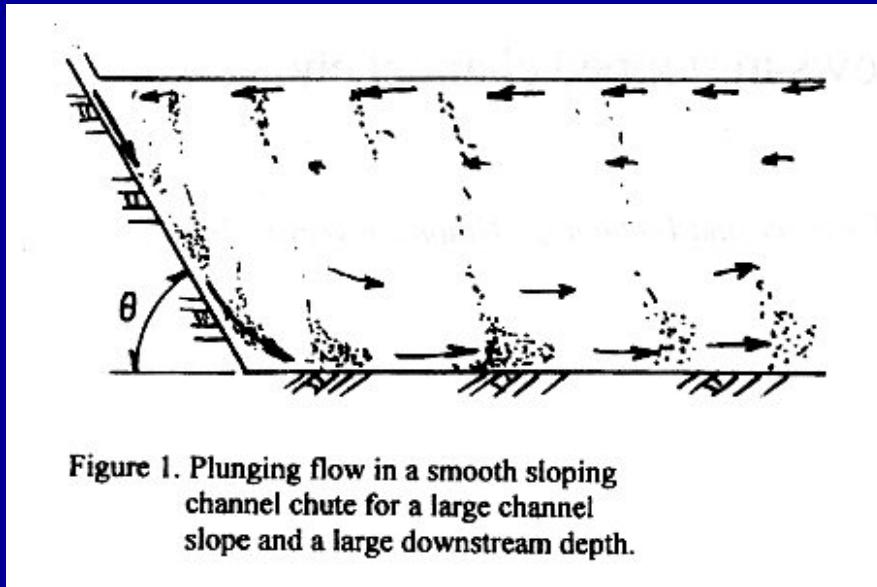
空気混入流のエネルギー評価法を提案した.

水路傾斜角度 θ が大きくなると E/d_c は大きくなる.

C_m 、 N 、 f の実験式より空気混入流のエネルギーは求められる.

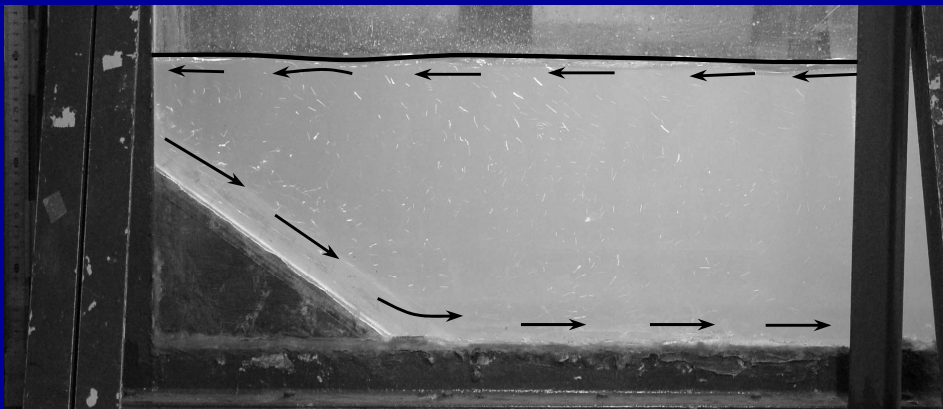
平坦な傾斜水路のエネルギーに比べて階段状水路のエネルギーは小さくなり、階段状水路の有効性を示した.

空気混入流の利用



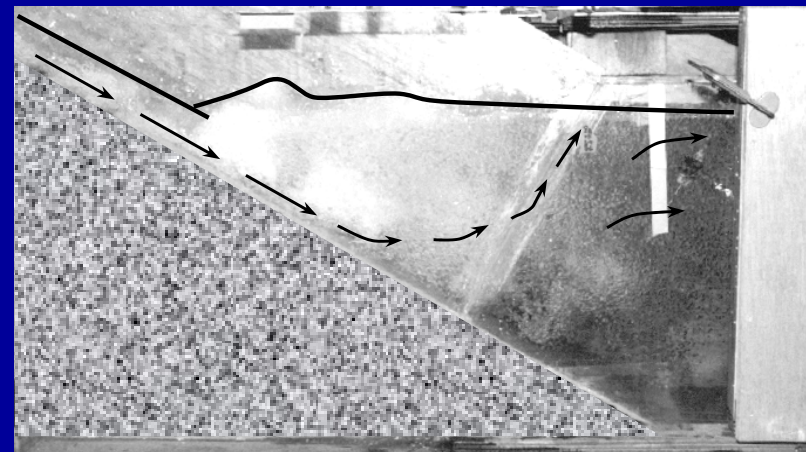
Yasuda and Ohtsu(2000)

$$\theta=30^\circ \quad h_d/h_2=3.7 \quad C_m=0$$



潜流が形成される流況

$$\theta=30^\circ \quad h_d/h_2=4.2 \quad C_m=0.38$$



水路傾斜面上で跳水が形成される流況

Yasuda et al.(2007)

30

References

- Boes R.M. and Hager, W.H. (2003). *Two-Phase Flow Characteristics of Stepped Spillways*, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 129(9), 661-670.
- Cain, P. and Wood, I. R. (1981). *Measurements of Self-aerated Flow on a Spillway*, *J. Hydr. Div.*, ASCE, 107(11), 1444-1524.
- Chanson, H. (1996). *Air Bubble Entrainment in Free-Surface Turbulent Shear Flows*, Academic Press.
- Irvine, D.A. and Falvey, H.T. (1987). *Behaviour of Turbulent Water Jets in the Atmosphere and in plunge pools*, *Proc. Instn. Civ. Engrs. Part 2*, 83, 295-314.
- Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M. (2004). *Flow Characteristic of Skimming Flows in Stepped Channels*, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 130(9), 860-869.
- Takahashi, M., Yasuda, Y., and Ohtsu, I. (2005). Effect of Reynolds Number on Characteristics of Skimming Flows in Stepped Channels, *Proc. 31st IAHR Cong.*, 2880-2889.
- Takahashi, M. and Ohtsu, I. (2009). *Effect of Inflow Condition on Air Entrainment Characteristics in Hydraulic Jump*, *Proc. 33rd IAHR Cong.*, 4971-4929.
- 高橋正行, 大津岩夫. (2010). 階段状水路の空気混入流特性に対する水路傾斜角度の影響, *水工学論文集*, 土木学会, 54, 1057-1062.
- Yasuda, Y. and Ohtsu, I. (2000). *Characteristics of Plunging Flows in Stepped Channel Chutes*, *Hydraulics of Stepped Spillways*, (Ed.) Minor, H.-E and Hager, W.H., A.A. Balkema, 147-152.
- Yasuda, Y., Ohtsu, I., and Takahashi, M. (2007). *Effect of Aerated Inflows on Characteristics of Plunging Flows in Steep Sloping Channels*, *Proc. 32nd IAHR Cong.*, CD-ROM.