

非平衡流砂モデルを用いた 河床波の形成過程と 水制周辺の局所洗掘 に関する数値解析

京都大学 音田慎一郎

内容

- ☆ モデルの分類(流れ, 土砂輸送モデル)
- ☆ 小規模河床波の形成過程
- ☆ 固定床下流部の局所洗掘
- ☆ 水制周辺の局所洗掘

1. モデルの分類

–流れのモデル–

☆ 水深積分モデル(静水圧, 鉛直加速度を考慮)
(Boussinesq方程式)

☆ 多次元モデル
乱流モデル(RANS, LES)

-土砂輸送モデル-

☆ 平衡流砂モデル

- 主流・横断方向流砂量

(流砂の非平衡性)

- ✓ 底面せん断応力の変化
- ✓ step lengthの変化
- ✓ 局所勾配の影響

☆ 非平衡流砂モデル

- pick-up rateとstep length
- 砂粒群の運動方程式を考慮

☆ 個別要素法 (DEM)

☆ 土粒子の運動方程式 (Saltation Model)

2. 小規模河床波の形成過程

- ☆ 水深積分モデル(鉛直加速度を考慮)
- ☆ 非平衡流砂モデル
 - pick-up rateとstep length

- ✧ 河床波の発達過程における非定常特性
- ✧ 平衡状態での河床波の形状特性
- ✧ 流れの抵抗特性

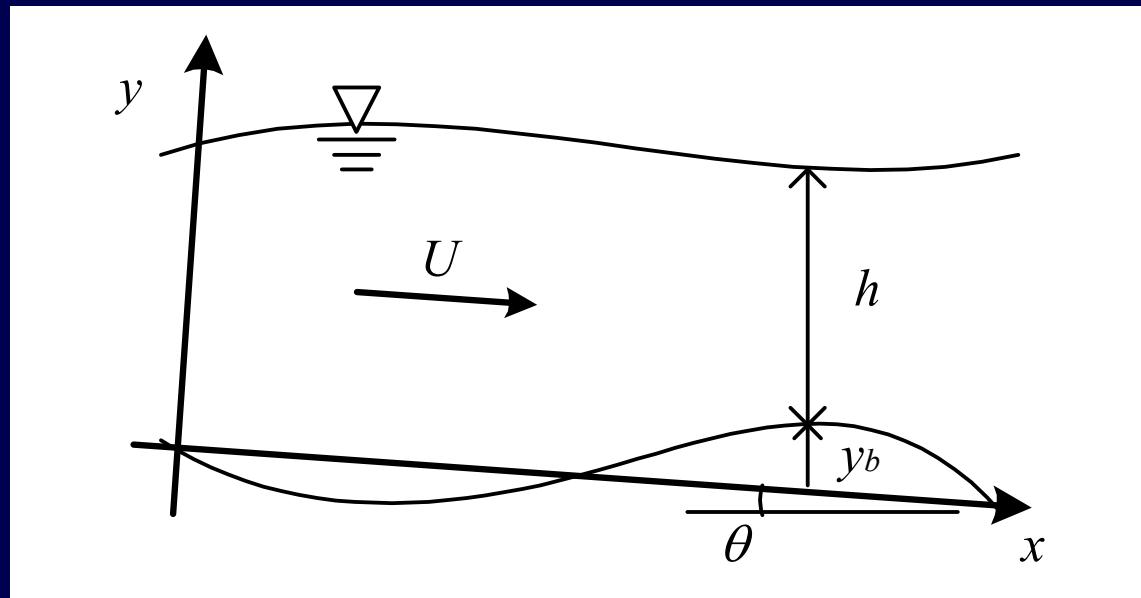


2.1 基礎式

a) 鉛直加速度を考慮した水深積分モデル

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{h} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{gh^2}{2} \cos \theta \right) - \frac{d}{dx} \left\{ \frac{q^2}{3h} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 \right\} + \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{3} \frac{d^2 h}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{2h} \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{2} \frac{d^2 y_b}{dx^2} \right)$$

$$+ \frac{dy_b}{dx} \left\{ gh \cos \theta - \frac{U^2}{2} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 - U^2 \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} + \frac{U^2 h}{2} \frac{d^2 h}{dx^2} + U^2 h \frac{d^2 y_b}{dx^2} \right\} = gh \sin \theta - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{d}{dx} \left(\alpha h^2 U \frac{dU}{dx} \right)$$



小規模河床波の発生過程に関する不安定解析

(Kennedy, Hayashi, Nakagawa & Tsujimoto)

小規模河床波の発生過程を説明するには、

- ☆ 路床近傍の流速と流砂量の位相差を導入することが必要
(ポテンシャル流れ)
- ☆ 流速と底面せん断応力の位相差は局所流速に加速・減速効果の考慮ことで評価できる

b) 底面せん断応力の評価

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = f u_b^2 \left(1 - \Gamma \frac{dh}{dx} + \Delta \frac{dy_b}{dx} \right) \quad \Gamma = 2, \Delta = 1$$

b-1) 路床近傍の流速

$$u_b = \frac{q}{h} + \frac{q}{3h} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 + \frac{q}{h} \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} - \frac{q}{6} \frac{d^2 h}{dx^2} - \frac{q}{2} \frac{d^2 y_b}{dx^2}$$

b-2) ポテンシャル流れにおける流速分布

$$u = \frac{q}{h} + \frac{q}{h} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 \left(\frac{1}{3} - n^2 \right) + \frac{q}{h} \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} (1 - 2n) - q \frac{d^2 h}{dx^2} \left(\frac{1}{6} - \frac{n^2}{2} \right) - q \frac{d^2 y_b}{dx^2} \left(\frac{1}{2} - n \right)$$

$$n \equiv (y - y_b) / h$$

波状路床上流れの実験結果との比較

c) 路床変動モデル (Nakagawa&Tsujimoto)

$$\frac{\partial y_b}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \frac{A_3}{A_2} d (p_d - p_s)$$

p_s : pick-up rate

λ : 河床の空隙率

p_s : deposit rate

A_2, A_3 : 2D, 3D 形状係数
(= $\pi/4, \pi/6$)

d : 河床材料の粒径

c-1) pick-up rateの評価

$$p_s \sqrt{d / (\sigma / \rho - 1) g} = 0.03 \tau_* (1 - 0.035 / \tau_*)^3$$

σ : 砂粒の密度

τ_* : 無次元掃流力

c-2) deposit rateの計算

pick-upした土砂堆積がstep lengthの確率密度関数に従って堆積する

$$f_s(s) = \frac{1}{\Lambda} \exp\left(-\frac{s}{\Lambda}\right)$$

Λ : step length (= $100d$)

2.2 数値解析法

基礎式を以下のように離散化する.

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x} \quad \frac{d^2h}{dx^2} = \frac{h_{i+1} - 2h_i + h_{i-1}}{\Delta x^2}$$

- 1) 細散式に h_i^k を代入し, 各点での誤差 er_i^k を求める.
- 2) 次のステップ $k+1$ での水深を次式で計算する.

$$h_i^{k+1} = h_i^k + sig(k) \cdot \omega \cdot |er_i^k| \quad \omega = 0.02$$

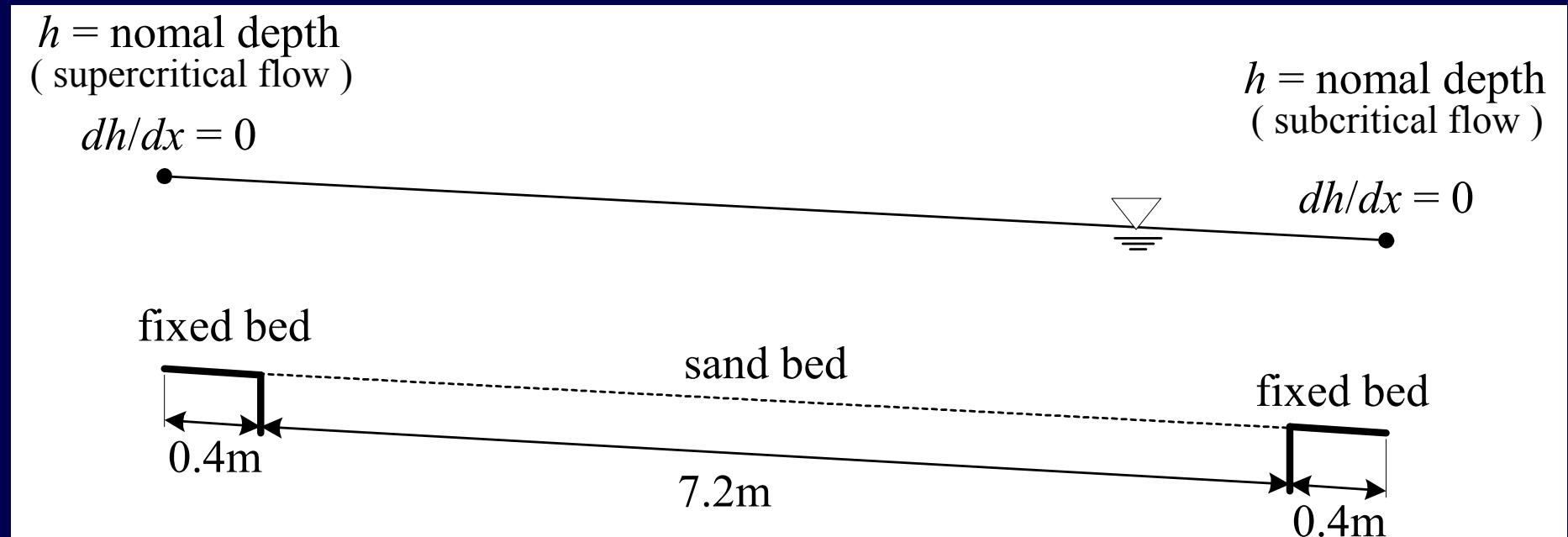
$$sig(k) = -1 \cdot sig(k-1) \quad |er_i^k| \geq |er_i^{k-1}| \quad sig(k) = +1 \cdot sig(k-1) \quad |er_i^k| < |er_i^{k-1}|$$

- 3) 流れの収束計算を20万ステップ行った後, 路床変動モデルを用いて路床変動計算を2秒間 ($\Delta t = 0.1s$) 行う.

碎波をある程度再現するため, 水深勾配がある基準値を超えると基礎式の鉛直加速度項に減衰関数を乗じている

2.3 計算条件

a) 対象とする流れ場



b) 流砂量について

移動床部の平均勾配が大幅に変化しないように、固定床下流側から土砂をpick-upさせ給砂を行い、路床変動計算後、河床高を0にする。

c) 計算条件

—dune—

	$\sin \theta$	d (cm)
Case D1	1/500	0.030
Case D2	1/500	0.040
Case D3	1/500	0.045
Case D4	1/500	0.050
Case D5	1/750	0.040
Case D6	1/750	0.045
Case D7	1/1000	0.030
Case D8	1/1000	0.040
Case D9	1/1000	0.045
Case D10	1/1000	0.050

单位幅流量 q (cm³/s/cm) = 200

摩擦損失係数 $f = 0.01$

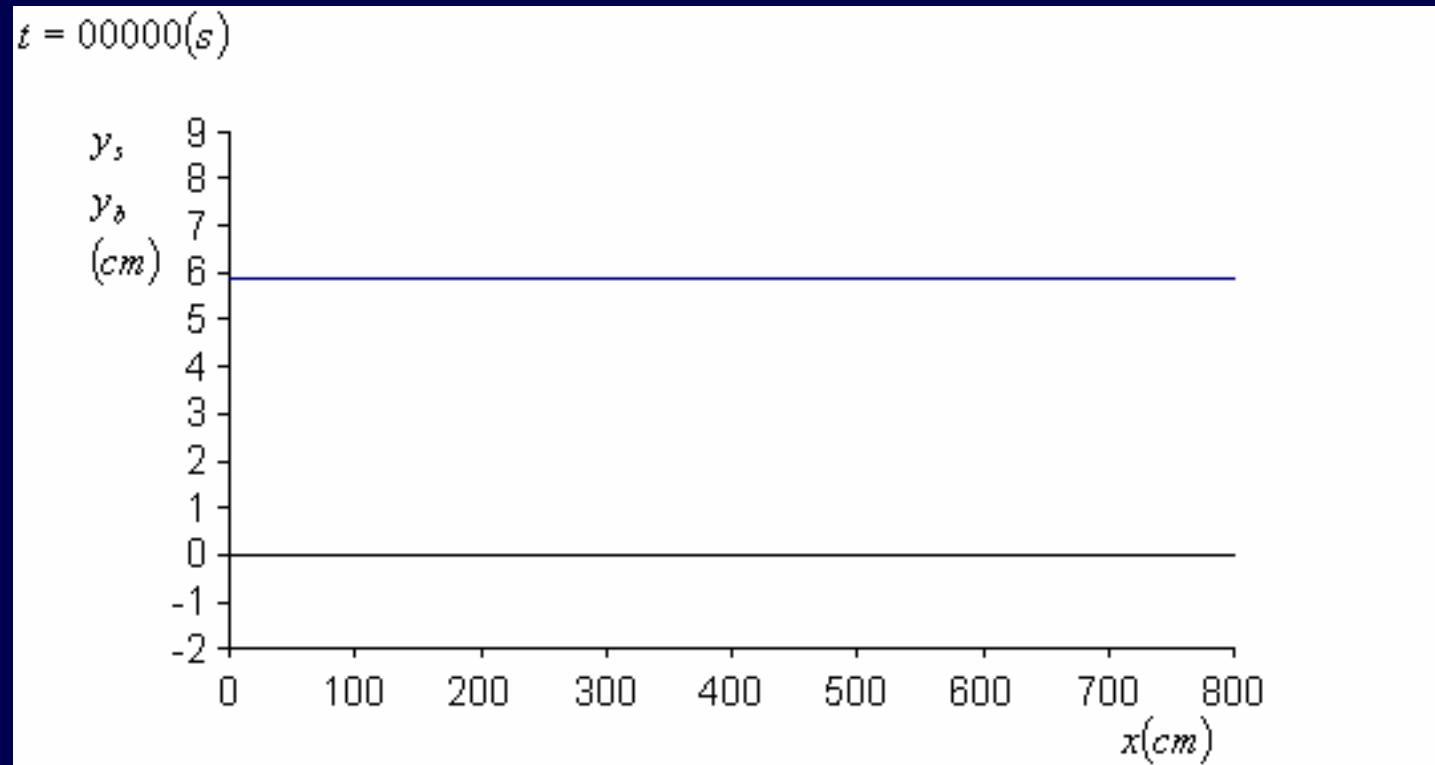
—antidune—

	$\sin \theta$	d (cm)
Case A1	1/40	0.030
Case A2	1/40	0.040
Case A3	1/40	0.050
Case A4	1/50	0.030
Case A5	1/50	0.040
Case A6	1/50	0.045
Case A7	1/50	0.050

2.4 結果と考察

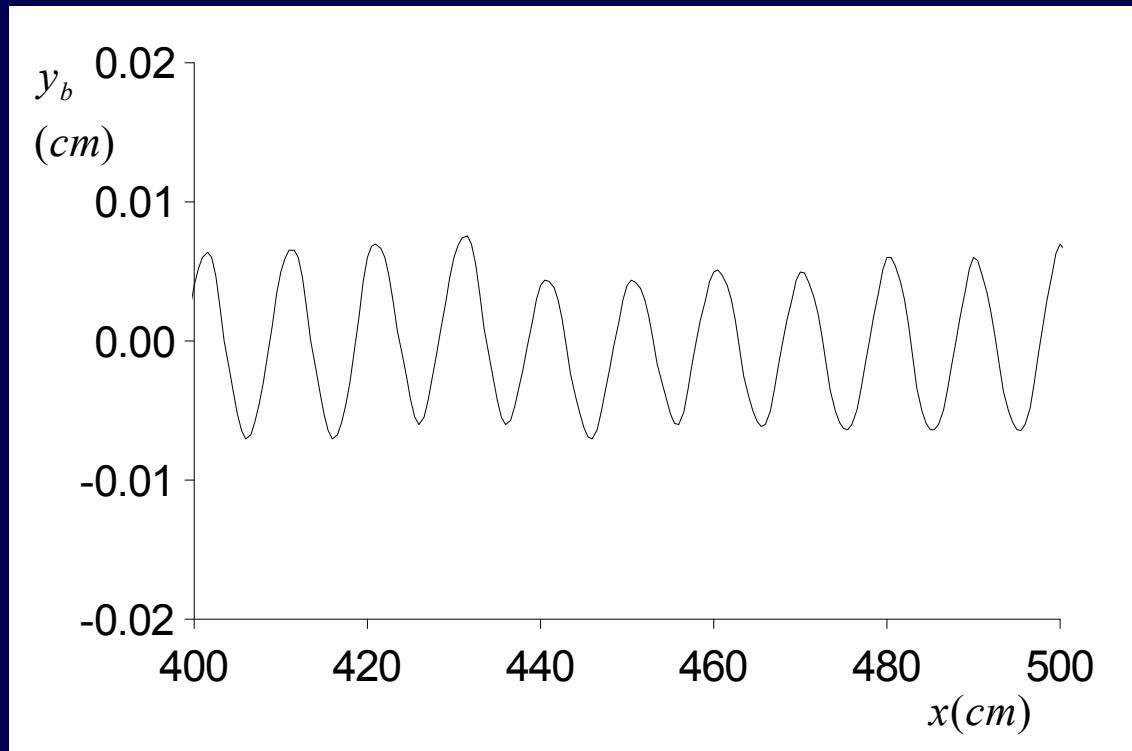
-Case D3-

duneの発達過程



$$q = 200(\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm}), \sin\theta = 1/500, f = 0.01, d = 0.045$$

初期段階に見られる河床形状



水面波と河床波の共鳴関係を満足する河床波の波長に一致する

水面波と河床波の共鳴関係

$$Fr_0 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{(2\pi/\mu)^2 + 3}}$$

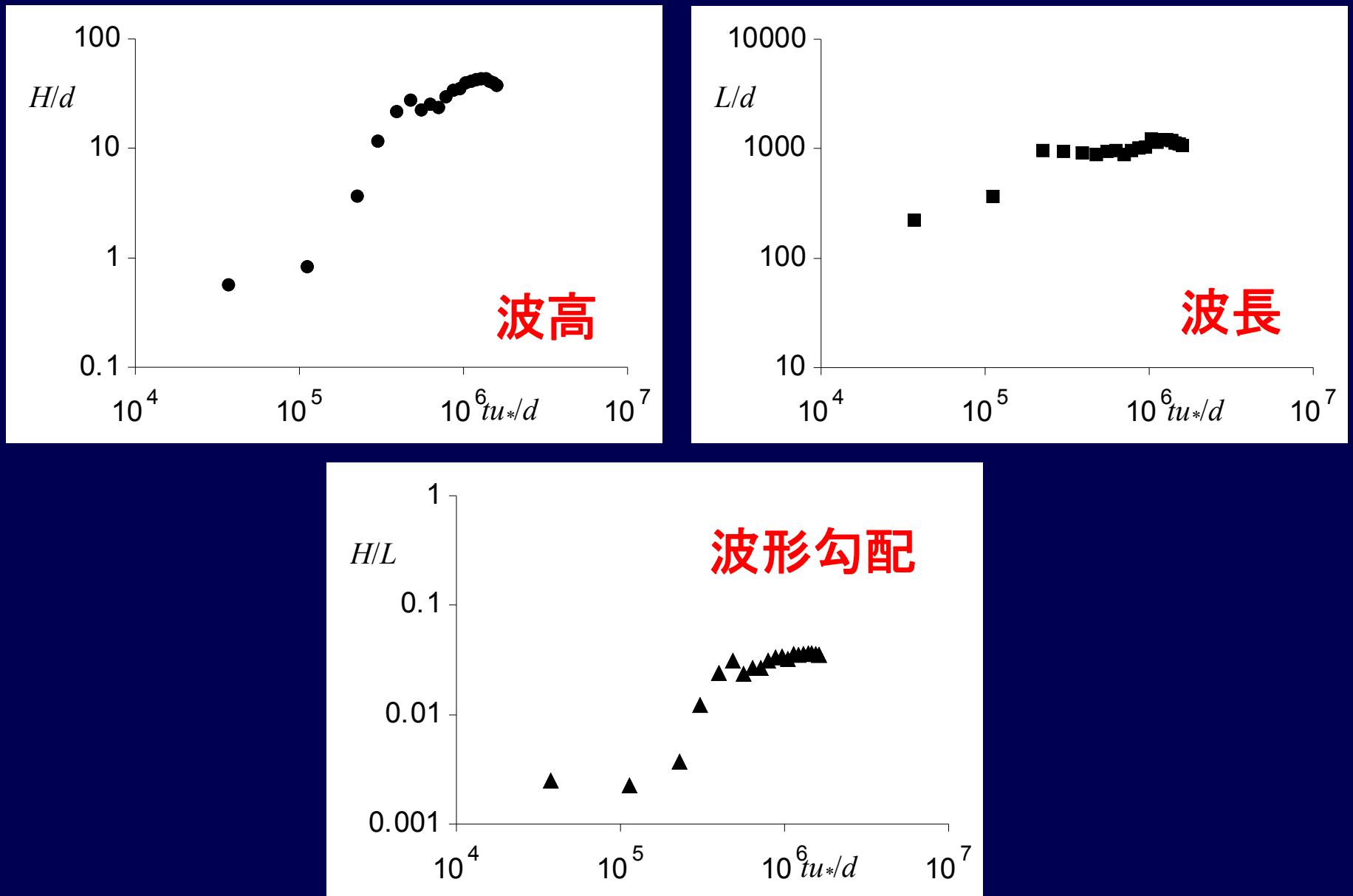
ここで

$$Fr_0 = \frac{q/h_0}{\sqrt{gh_0 \cos \theta}}$$

$$\mu = \frac{\lambda}{h_0}$$

波長, 波高, 波形勾配の時間的変化

-Case D3-



砂堆の形状特性 ($x = 3.0\sim6.0\text{m}$)

Yalin

平均波長

$L = 5h$ for dunes

	$\sin\theta$	$d(\text{cm})$	平均水深 h (cm)	平均波長 L (cm)
Case D1	1/500	0.030	7.37	35.1
Case D2	1/500	0.040	7.06	55.7
Case D3	1/500	0.045	6.71	47.0
Case D4	1/500	0.050	6.24	58.8
Case D5	1/750	0.040	7.42	37.4
Case D6	1/750	0.045	7.11	48.0
Case D7	1/1000	0.030	7.99	32.2
Case D8	1/1000	0.040	7.84	52.0
Case D9	1/1000	0.045	7.73	54.4
Case D10	1/1000	0.050	7.57	46.7

波形勾配 H/L と無次元掃流力 τ_* の関係

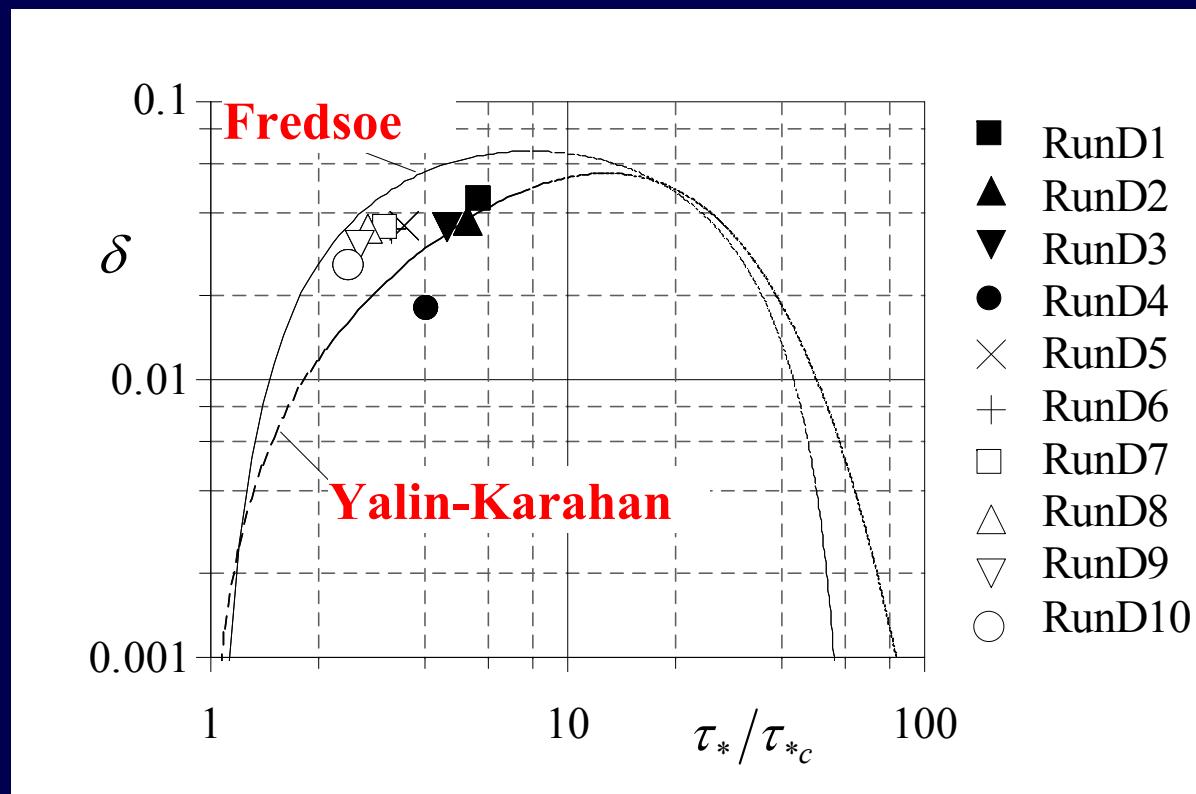
Fredsoe

$$\delta = \frac{H}{L} = \frac{1}{8.4} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} - 0.4\tau_* \right)^2$$

Yalin-Karahan

$$\delta = 0.0127x / \exp(x/\bar{x}) \quad x \equiv \tau/\tau_c - 1$$

$$100 \leq h/d \leq 1.04 \times 10^5 \quad \bar{x} = 12.84$$

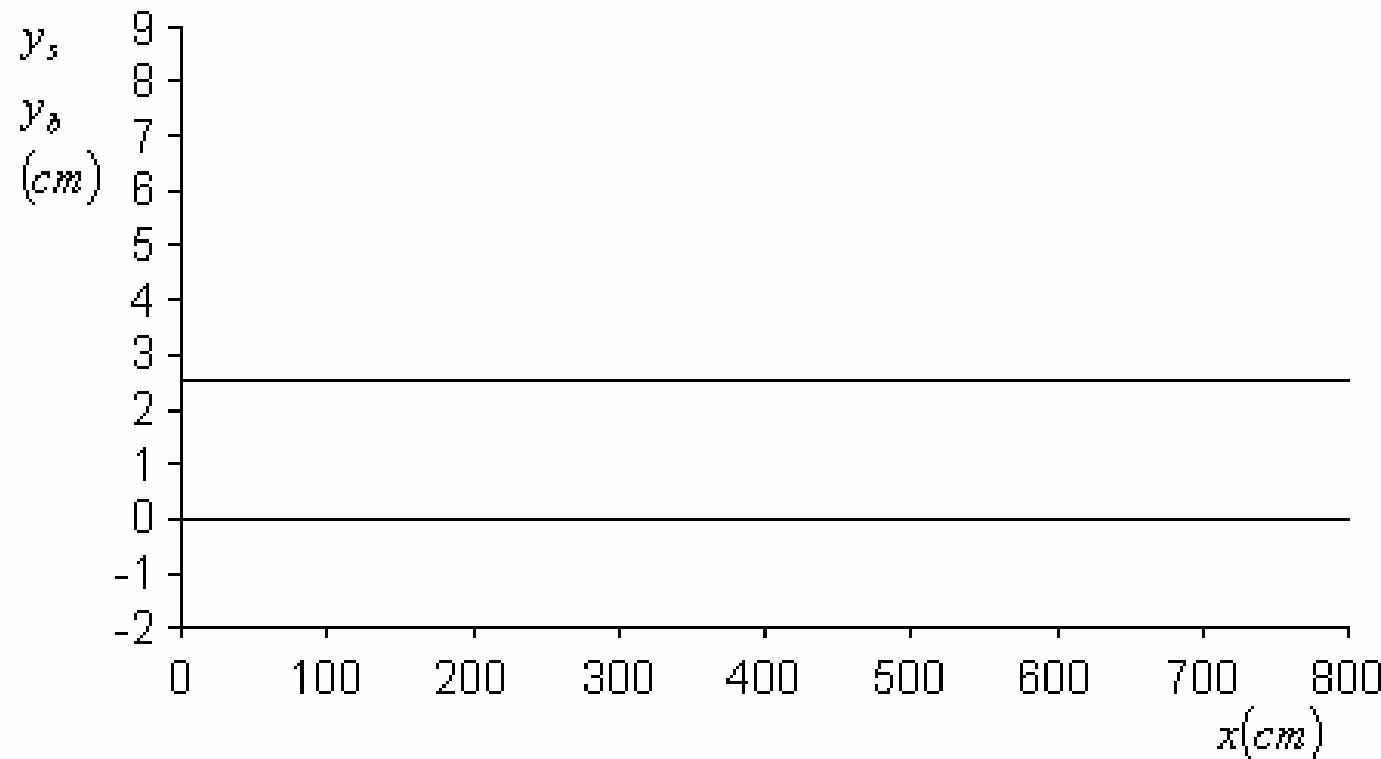


反砂堆の形成機構

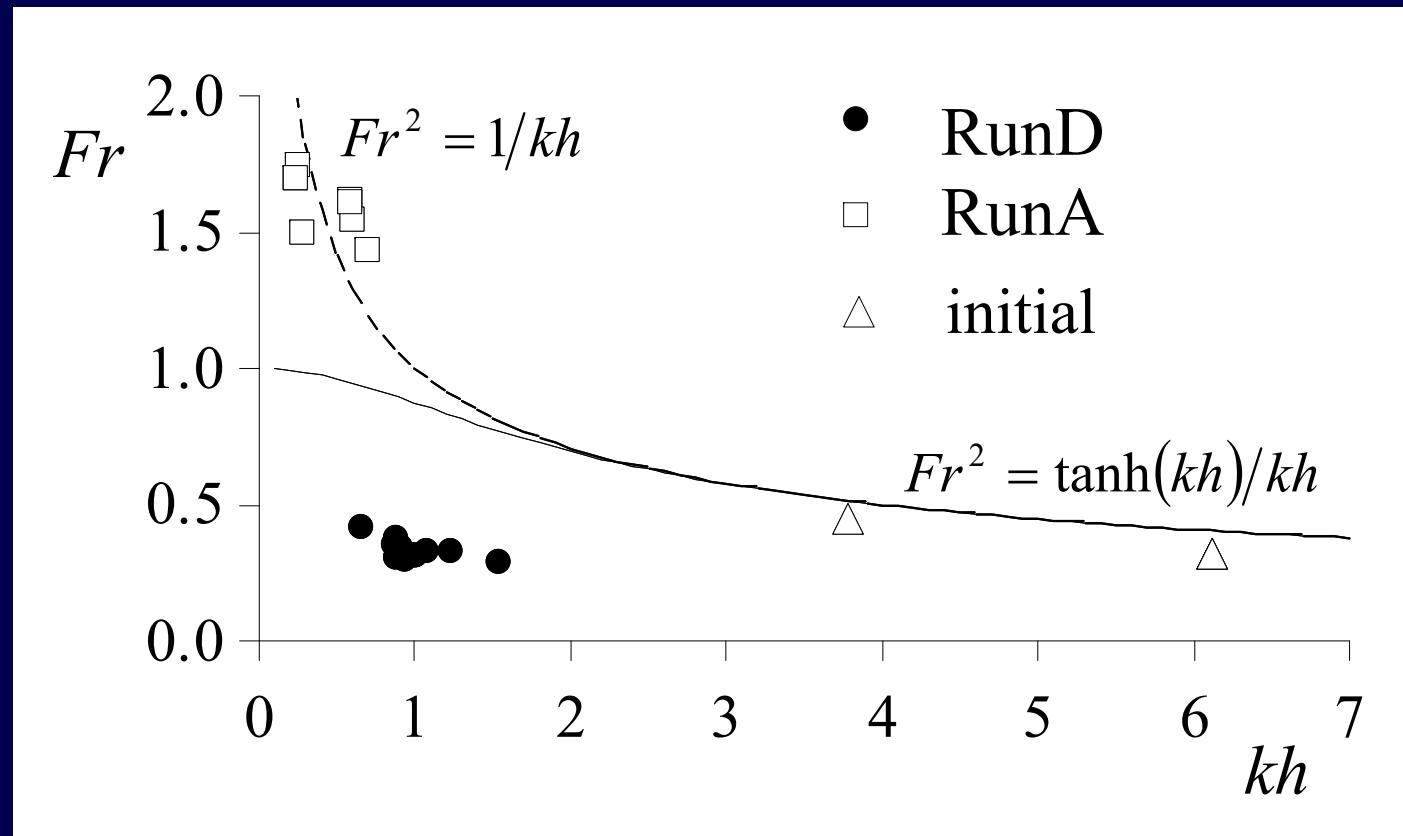
antiduneの発達過程

-Case A2-

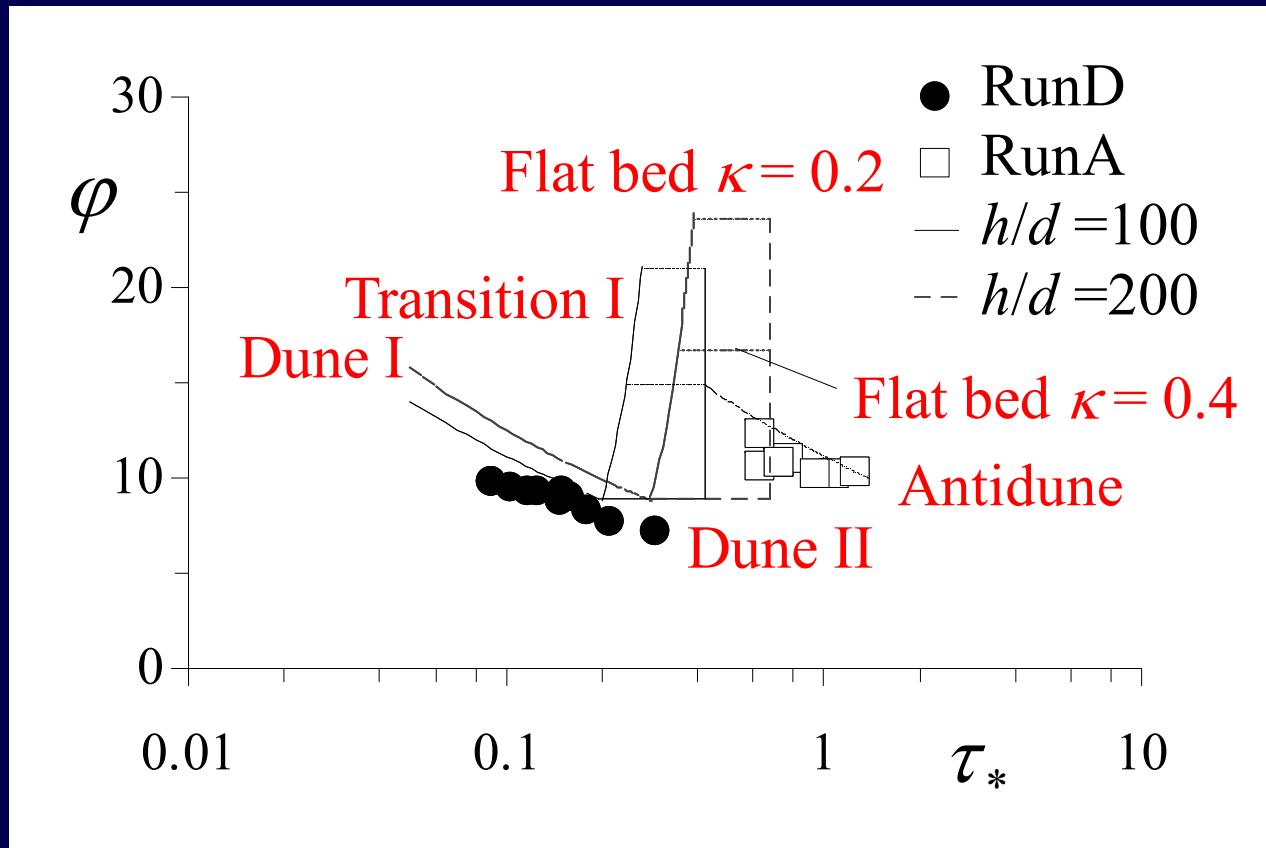
$t = 0000(s)$



無次元波数 kh と Fr による領域区分



流れの抵抗特性



(岸 & 黒木)

Dune I

$$\varphi = 2.4(h/d)^{1/6} \tau_*^{-1/3}$$

Flat bed

$$\varphi = 6.9(\kappa_0/\kappa)^{1/2} (h/d)^{1/6}$$

Dune II

$$\varphi = 8.9$$

Antidune

$$\varphi = 2.8(h/d)^{3/10} \tau_*^{-1/3}$$

Transition I

$$\varphi = 1.1 \times 10^6 (h/d)^{-3/2} \tau_*^3$$

3. 固定床下流部の局所洗掘

- ☆ 水深積分モデル(鉛直加速度を考慮, 定常・非定常)
- ☆ 平衡流砂モデル
- ☆ 非平衡流砂モデル
 - pick-up rateとstep length

- ✧ 底面せん断応力の評価式における加速・減速効果
- ✧ 定常・非定常モデルにおける最大洗掘深の時間変化

3.1 基礎式

a) 非定常Boussinesq方程式

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial U q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} + \left(\frac{p}{\rho} \right)_b \frac{\partial y_b}{\partial x} = g h \sin \theta - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(- \overline{u'^2} h \right)$$

$$P = \frac{gh^2}{2} \cos \theta + \frac{1}{3} h \left\{ -h \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial t} + 2hU \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} + hU^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - U \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial t} - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ + \frac{1}{2} h \left\{ hU^2 \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} - U \frac{\partial y_b}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial y_b}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial t} - U^2 \frac{\partial y_b}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} \right\}$$

$$\left(\frac{p}{\rho} \right)_b = gh \cos \theta + \frac{1}{2} \left\{ -h \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial t} + 2hU \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} + hU^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - U \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial t} - U^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ + \left\{ hU^2 \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} - U \frac{\partial y_b}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial y_b}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial t} - U^2 \frac{\partial y_b}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} \right\}$$

b) 底面せん断応力の評価

(加速・減速効果を考慮)

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = f u_b^2 \left(1 - \Gamma \frac{\partial h}{\partial x} + \Delta \frac{\partial y_b}{\partial x} \right)$$

$$u_b = \frac{q}{h} + \frac{q}{3h} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \frac{q}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial y_b}{\partial x} - \frac{q}{6} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \frac{q}{2} \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial y_b}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{h}{6} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t}$$

(加速・減速効果を考慮しない)

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = f U^2$$

c) 非平衡流砂モデル

- pick-up rateとstep lengthにより確率的に表現

d) 平衡流砂モデル

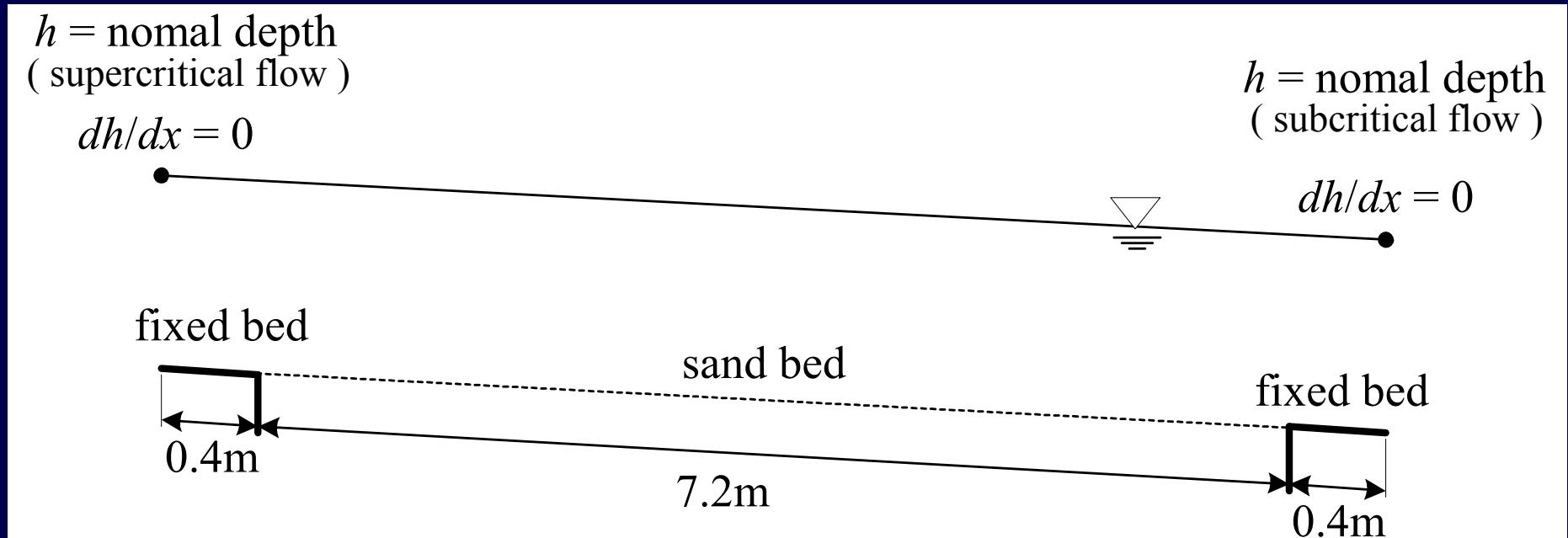
- 流砂量を局所的な水理量で評価

$$\frac{\partial y_b}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0$$

$$q_B = \frac{A_3}{A_2} p_s \Lambda d$$

pick-up rateから流砂量を算定

a) 対象とする流れ場



b) 流砂量に関して

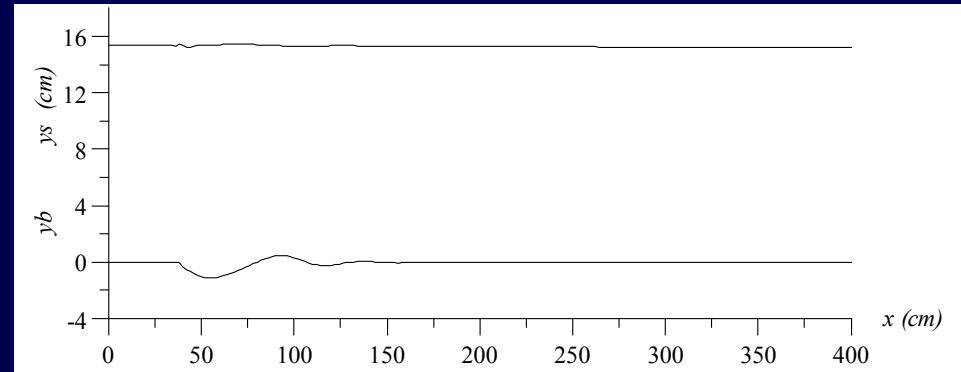
給砂はなし

c) 計算条件

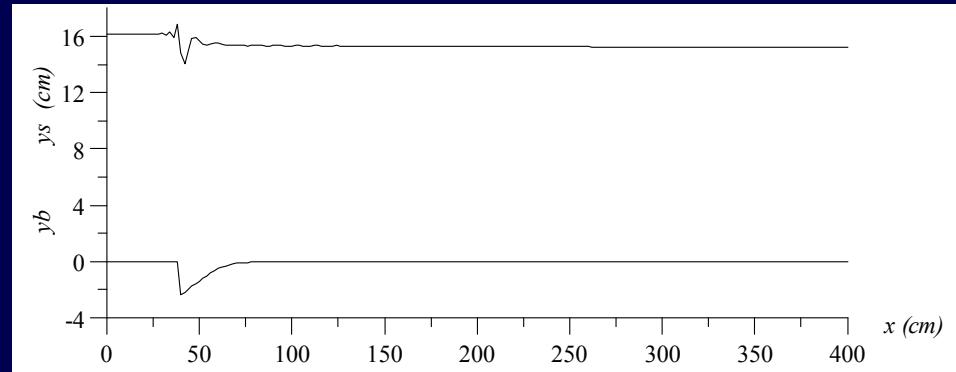
$q(\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm})$	$h (\text{cm})$	$\sin \theta$	f	$d(\text{cm})$
400	15.0	0.0	0.01	0.050

Case	流れ場	土砂輸送モデル	底面せん断応力の評価式
1	定常	非平衡流砂モデル	加速・減速効果を考慮
2	定常	平衡流砂モデル	加速・減速効果を考慮
3	定常	非平衡流砂モデル	加速・減速効果を考慮しない
4	定常	平衡流砂モデル	加速・減速効果を考慮しない
5	非定常	非平衡流砂モデル	加速・減速効果を考慮

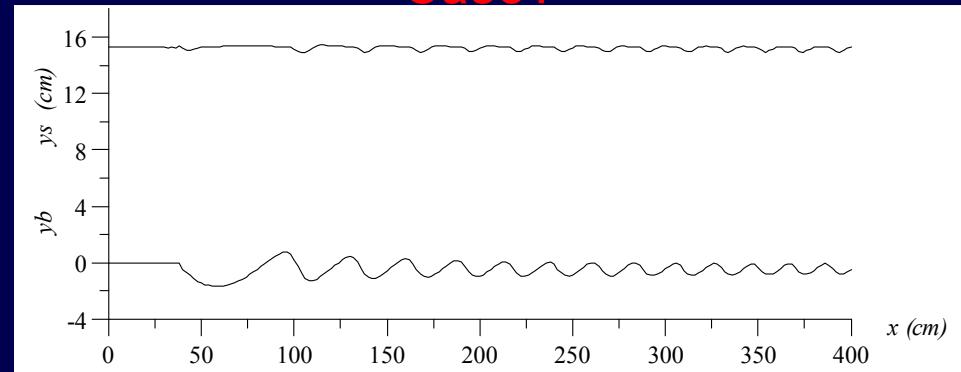
3.2 計算結果の比較($t = 1500s$)



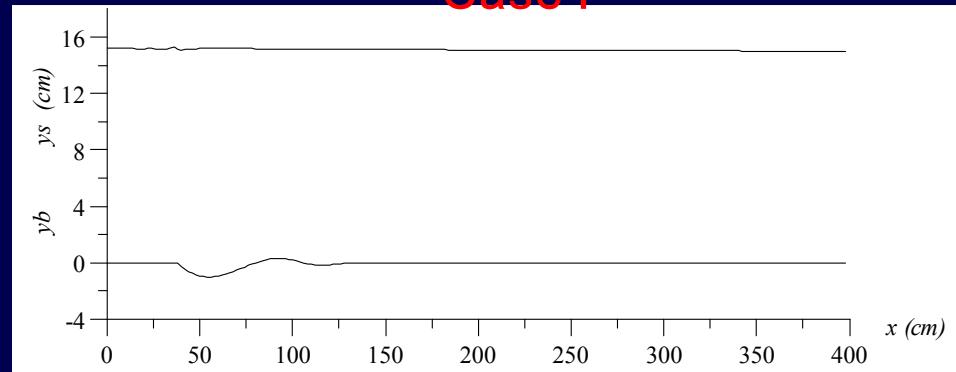
Case1



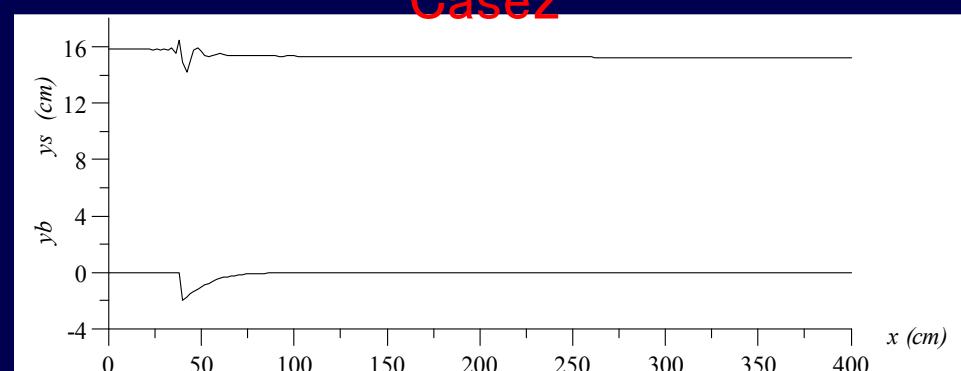
Case4



Case2



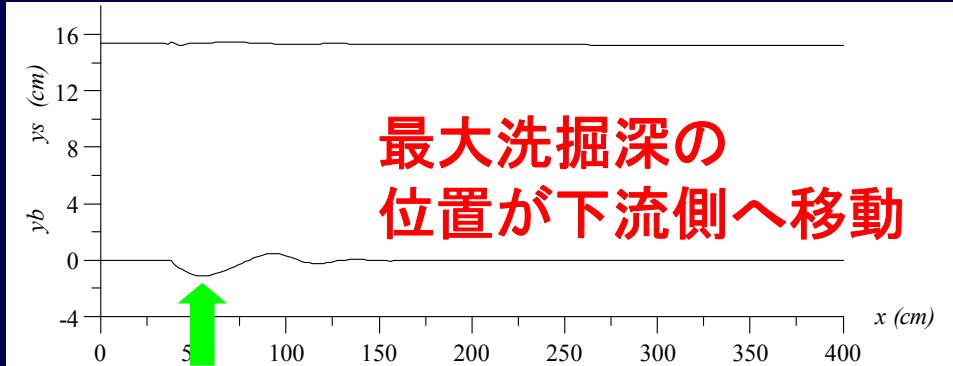
Case5



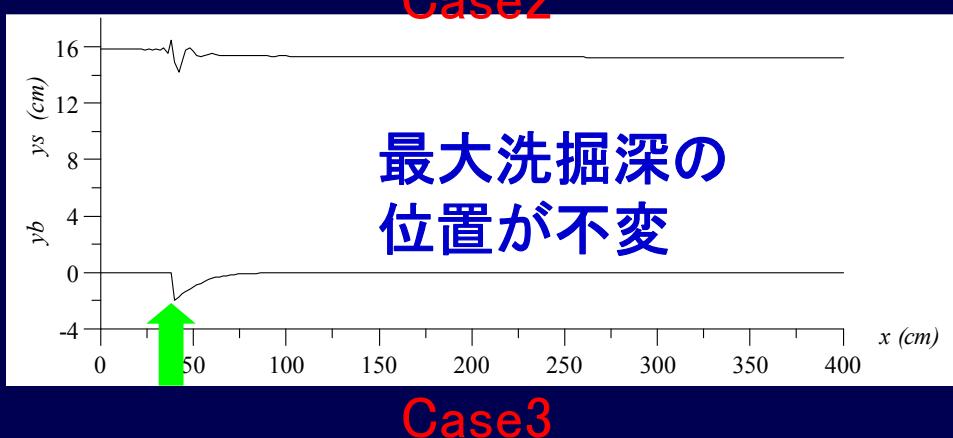
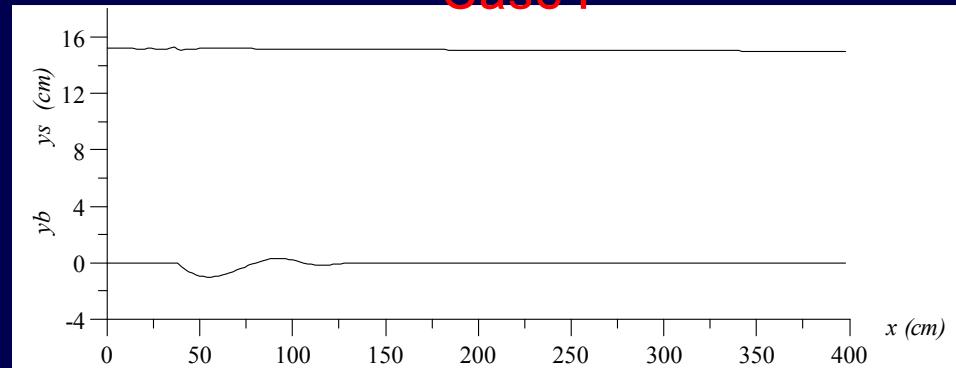
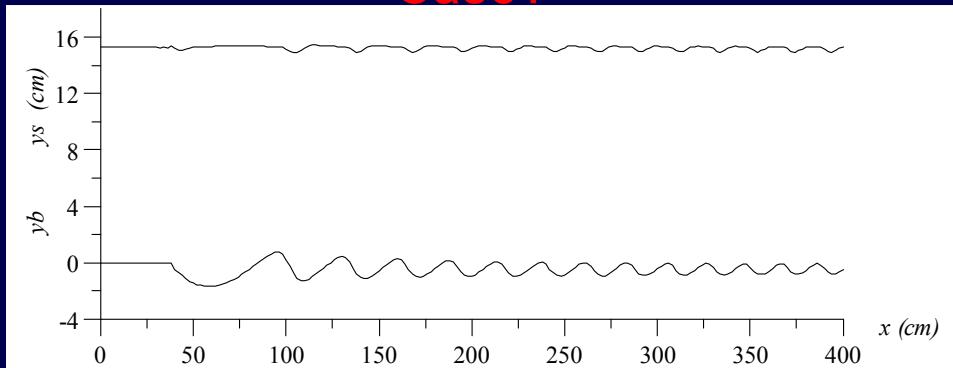
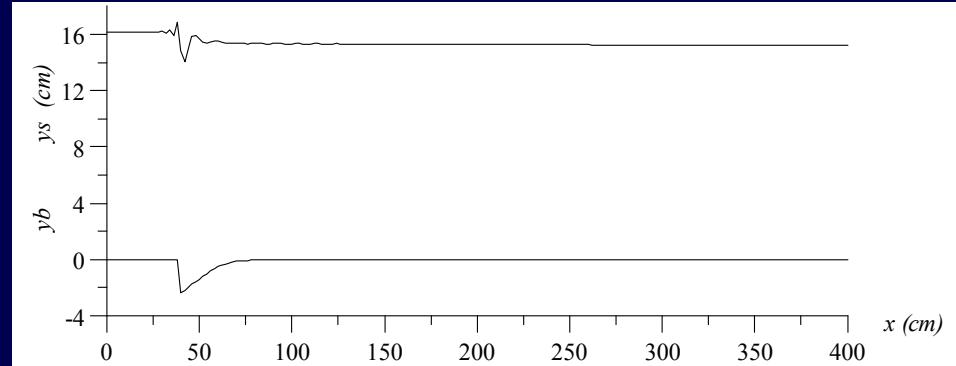
Case3

Case	流れ場	土砂輸送	加速・減速
1	定常	非平衡	考慮
2	定常	平衡	考慮
3	定常	非平衡	考慮しない
4	定常	平衡	考慮しない
5	非定常	非平衡	考慮

底面せん断応力の評価式による違い

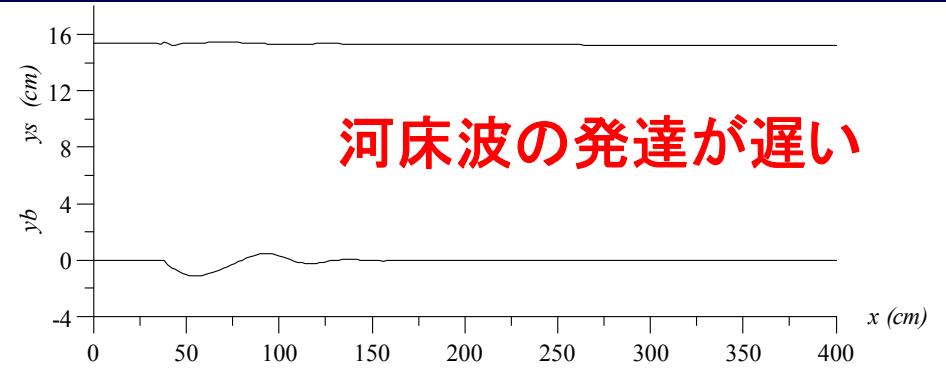


Case 1

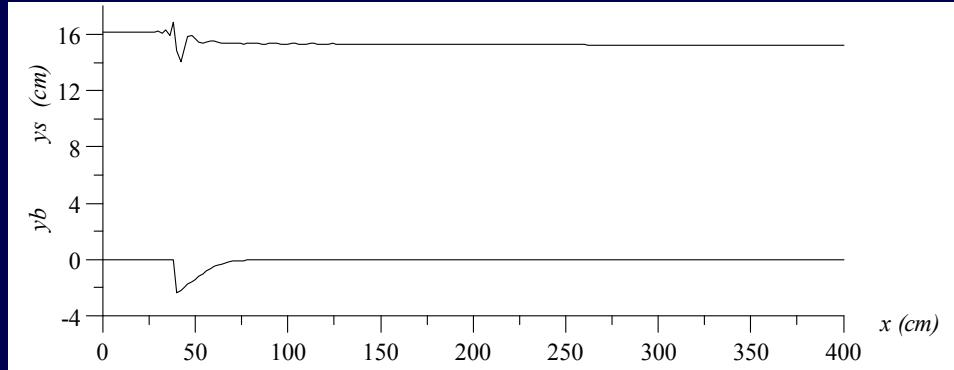


Case	流れ場	土砂輸送	加速・減速
1	定常	非平衡	考慮
2	定常	平衡	考慮
3	定常	非平衡	考慮しない
4	定常	平衡	考慮しない
5	非定常	非平衡	考慮

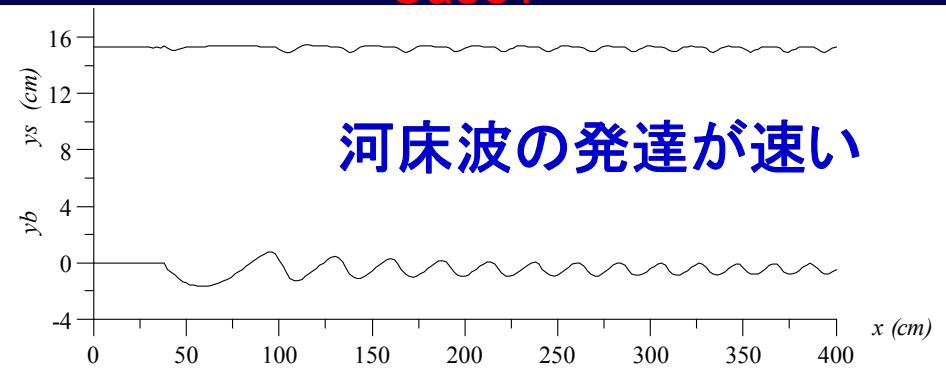
平衡・非平衡流砂モデルによる違い



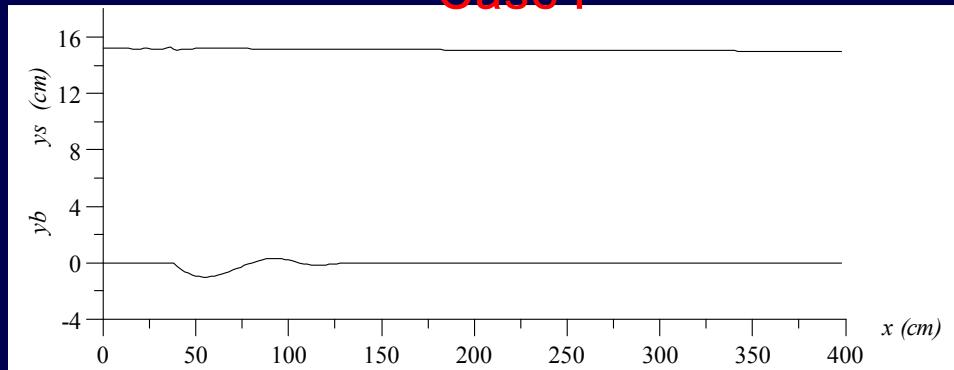
Case 1



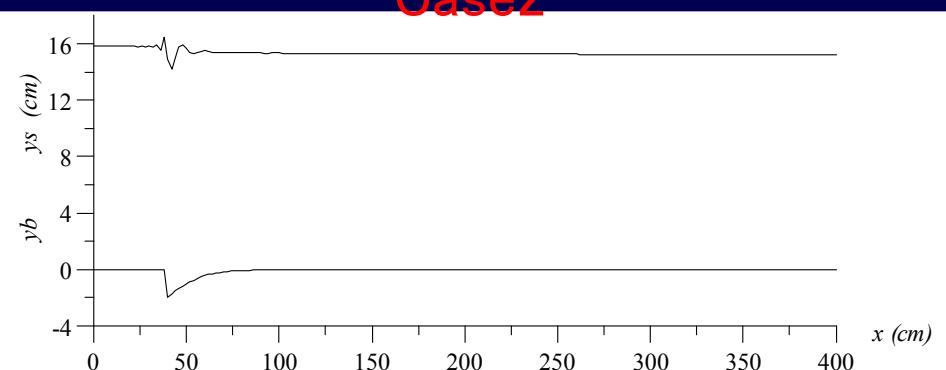
Case 4



Case 2



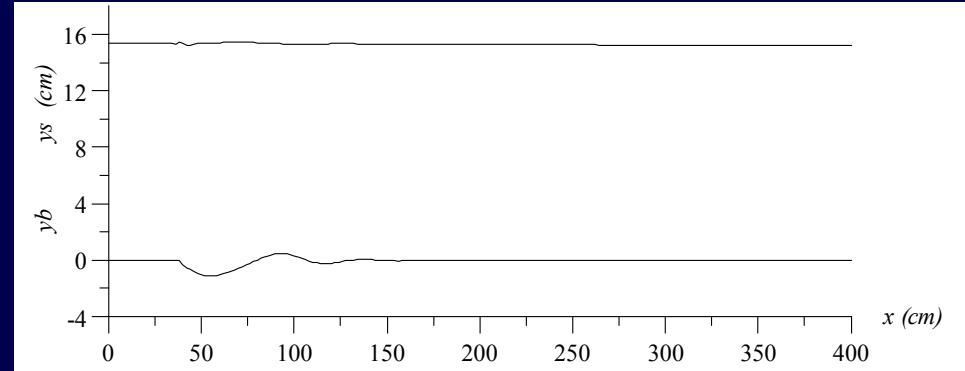
Case 5



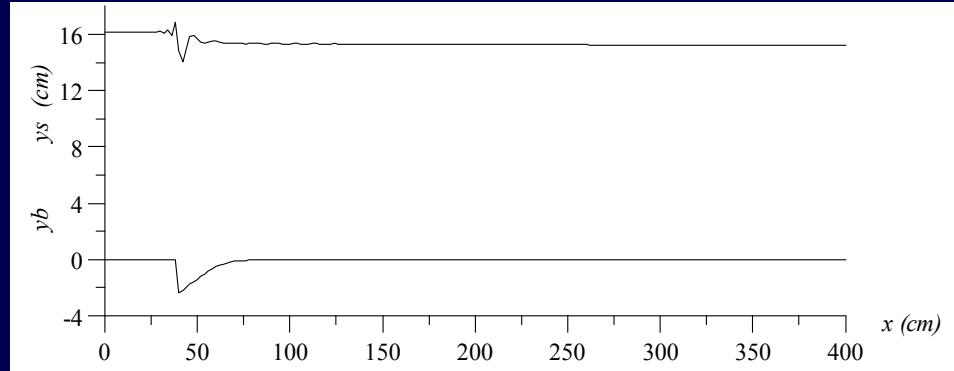
Case 3

Case	流れ場	土砂輸送	加速・減速
1	定常	非平衡	考慮
2	定常	平衡	考慮
3	定常	非平衡	考慮しない
4	定常	平衡	考慮しない
5	非定常	非平衡	考慮

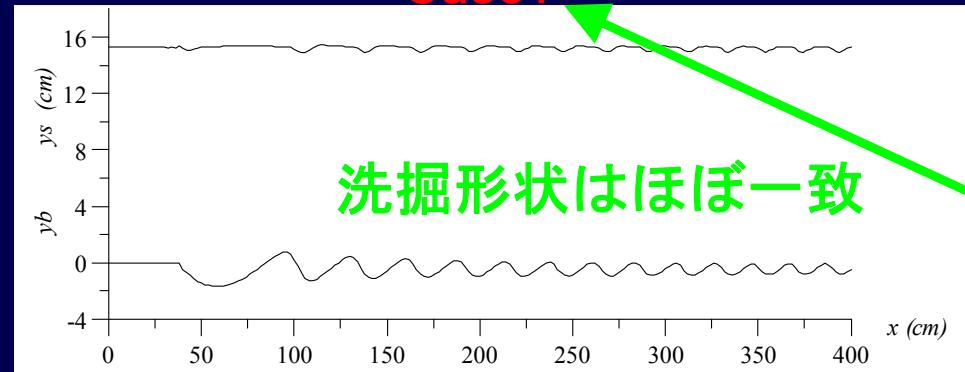
定常・非定常モデルによる違い



Case1

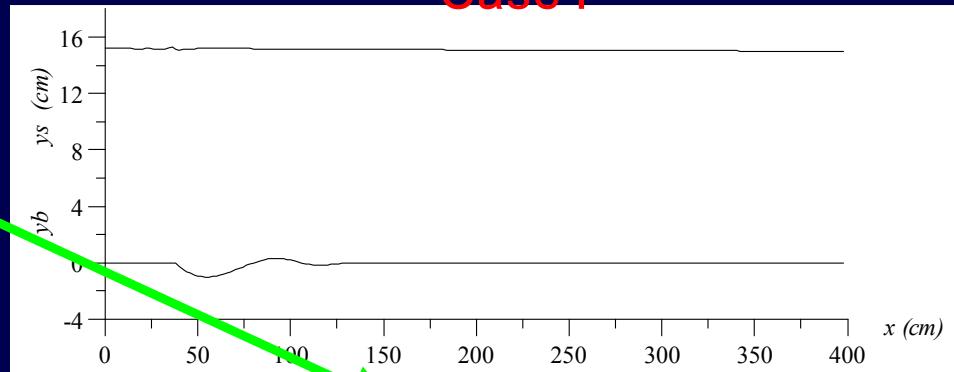


Case4

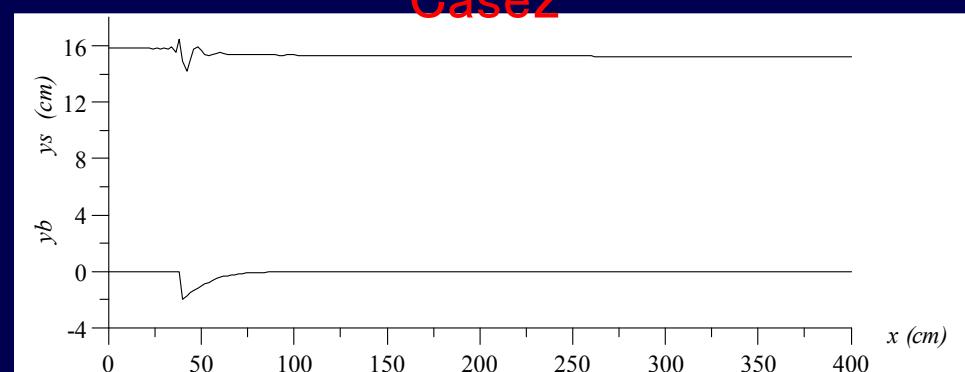


洗掘形状はほぼ一致

Case2



Case5

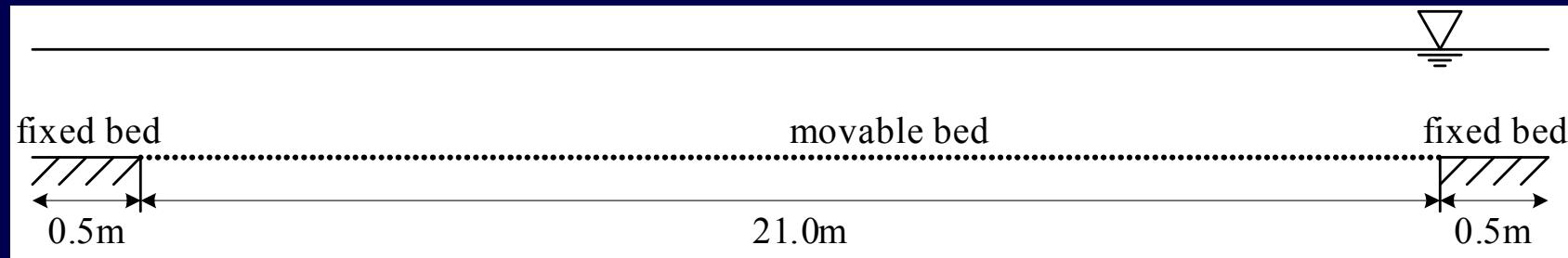


Case3

Case	流れ場	土砂輸送	加速・減速
1	定常	非平衡	考慮
2	定常	平衡	考慮
3	定常	非平衡	考慮しない
4	定常	平衡	考慮しない
5	非定常	非平衡	考慮

非定常条件下における砂堆の遷移過程

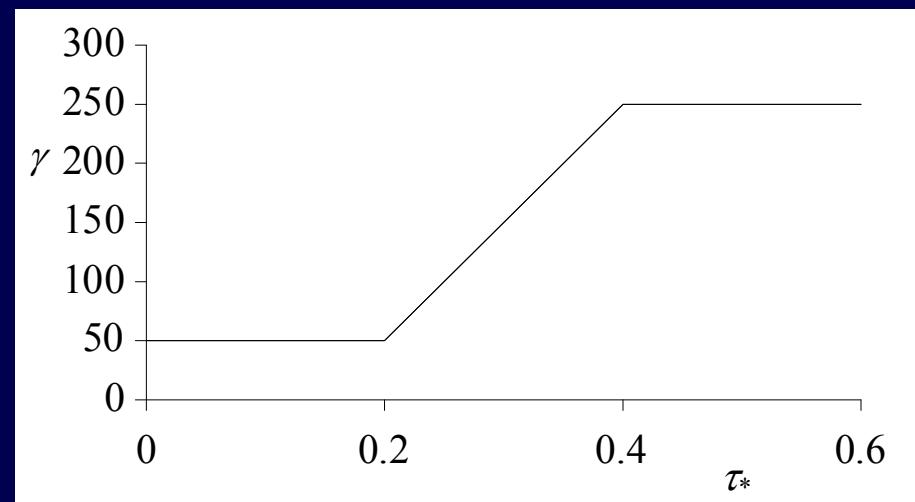
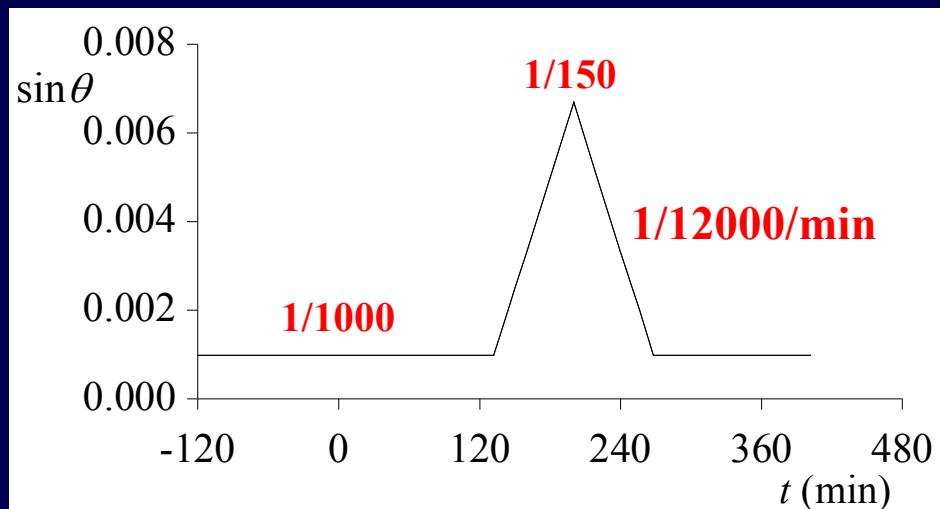
澤井の実験



B.C. ☆ 上流端
☆ 下流端

一定の流量 = $600 \text{ cm}^3/\text{s}/\text{cm}$
流量に応じた等流水深

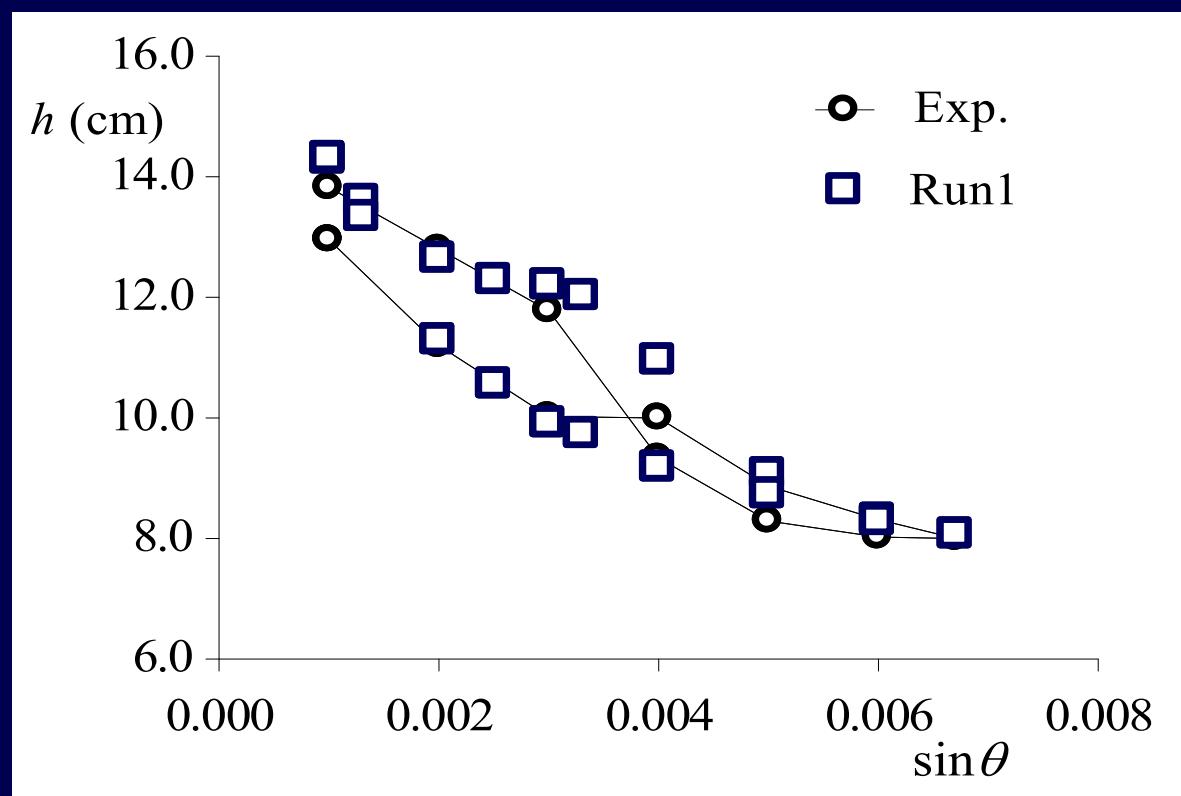
$$h_0 = \left(\frac{q^2 f}{g \sin \theta} \right)^{\frac{1}{3}}$$



step lengthと無次元掃流力の関係



水深の履歴



4. 水制周辺の局所洗掘

- ☆ 3次元モデル 乱流モデル(RANS)
- ☆ 平衡・非平衡流砂モデル
 - 砂粒群の運動方程式を考慮

- ✧ 最大洗掘深
- ✧ 水制周辺の流れと洗掘孔形状
- ✧ 洗掘過程

4.1 基礎式

a) 移動一般座標系での3次元モデル

[連続式]

$$\frac{\partial}{\partial \xi^i} \left(\frac{U^i}{J} \right) = 0$$

$$U^i = \left(\frac{\partial \xi^i}{\partial x_j} \right) u_j \quad U_G^i = \left(\frac{\partial \xi^i}{\partial x_j} \right) u_{jG} \quad g^{ij} = \nabla \xi^i \cdot \nabla \xi^j$$

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \xi^m}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial \xi^m} + \frac{\partial \xi^m}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial \xi^m} \right)$$

[運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{U^i}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left(\frac{(U^j - U_G^j) U^i}{J} \right) - \frac{(U^j - U_G^j) \mathbf{u}}{J} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi^j} (\nabla \xi^i) - \frac{\mathbf{u}}{J} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \xi^i) \\ = - \frac{g^{ij}}{\rho J} \frac{\partial p}{\partial \xi^j} + \frac{\mathbf{f}}{J} \cdot \nabla \xi^i + \frac{1}{\rho J} \frac{\partial \xi^j}{\partial x_m} \frac{\partial \xi^i}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial \xi^j} (\tau_{lm} - \rho \overline{u'_l u'_m}) \end{aligned}$$

[k -方程式]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{k}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left(\frac{(U^j - U_G^j) k}{J} \right) = - \frac{\overline{u'_i u'_j}}{J} \frac{\partial \xi^l}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial \xi^l} - \frac{\varepsilon}{J} + \frac{\partial}{\partial \xi^l} \left(\left(\nu + \frac{D_t}{\sigma_k} \right) \frac{g^{lm}}{J} \frac{\partial k}{\partial \xi^m} \right)$$

[ε -方程式]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left(\frac{(U^j - U_G^j) \varepsilon}{J} \right) = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \frac{(-\overline{u'_i u'_j})}{J} \frac{\partial \xi^l}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial \xi^l} - \frac{C_{\varepsilon 2}}{J} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial \xi^l} \left(\left(\nu + \frac{D_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{g^{lm}}{J} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi^m} \right)$$

b) 亂流モデル

[2次非線形 $k-\varepsilon$ モデル]

$$-\overline{u'_i u'_j} = D_t \left(\frac{\partial \xi^m}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial \xi^m} + \frac{\partial \xi^m}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial \xi^m} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{k}{\varepsilon} D_t \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right)$$

$$D_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$S_{1ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_r} \frac{\partial u_j}{\partial x_r}$$

$$S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_r} + \frac{\partial u_r}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_r} \right)$$

$$S_{3ij} = \frac{\partial u_r}{\partial x_i} \frac{\partial u_r}{\partial x_j}$$

-モデル係数-

$$C_1 = \frac{0.4}{1 + 0.01M^2}, C_2 = 0.0, C_3 = \frac{-0.13}{1 + 0.01M^2}$$

$$M = \max(S, \Omega)$$

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}$$

$$\Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}$$

単純せん断流場における乱れ強さの配分の比較

$$C_\mu = \min[0.09, 0.3 / (1 + 0.09M^2)]$$

2次元, 3次元流れにおける実現条件を満たすように関数形を同定

[標準形 $k-\varepsilon$ モデル]

c) 河床変動モデル (Nagata & Hosoda)

[非平衡流砂モデル]

- ✓ pick-up rateの算定
- ✓ 砂粒の運動方程式から砂粒の移動経路の計算
- ✓ step lengthに応じたdeposition rateの計算

単位時間当たり各計算メッシュからpick-upする土砂体積 V_p

$$V_p = \frac{A_3 d}{A_2} p_s S_p$$

$$S_p = \frac{\partial \xi^3 / \partial x_3}{J}$$

d : 河床材料の粒径

A_2, A_3 : 砂粒の2次元, 3次元の形状係数

S_p : 鉛直方向への計算メッシュの射影面積

pick-up rateの算定式 (Nakagawa et al.)

$$p_s \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho - 1)g}} = F_0 G_* \tau_* \left(1 - \frac{k_p \Phi \tau_{*c}}{\tau_*} \right)^{m_p}$$

Ψ : 河床での流速と砂粒の移動方向のなす角
 θ_b : 最大傾斜方向の河床勾配角

$$G_* = \frac{\cos \Psi + k_L \mu_s}{1 + k_L \mu_s}$$

α : 砂粒の移動方向と河床最大傾斜方向のなす角度

k_L : 抗力と揚力の比 (=0.85)

μ_s : 砂の静止摩擦係数 (=0.7)

F_0, k_p, m_p : 定数 (0.03, 0.7, 3)

$$\Phi = \left(\frac{\mu_s \cos \theta_b - \sin \theta_b \cos \alpha}{\cos \Psi + k_L \mu_s} \right) \left(\frac{1 + k_L \mu_s}{\mu_s} \right)$$

砂粒子の運動方程式 ($i = 1, 2$)

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_m \right) A_3 d^3 \frac{du_{sed\,i}}{dt} = D_i + W_i - F_i$$

$$D_1 = D \frac{u_{b1} - u_{sed\,1}}{\sqrt{(u_{b1} - u_{sed\,1})^2}}$$

$$W_1 = -W \frac{\sin \theta_{b1} \cos^2 \theta_{b2}}{\sin^2 \theta_p}$$

$$D_2 = D \frac{u_{b2} - u_{sed\,2}}{\sqrt{(u_{b2} - u_{sed\,2})^2}}$$

$$W_2 = -W \frac{\sin \theta_{b2} \cos^2 \theta_{b1}}{\sin^2 \theta_p}$$

$$F_1 = F \frac{u_{sed\,1}}{\sqrt{u_{sed\,i}^2}}$$

$$F_2 = F \frac{u_{sed\,2}}{\sqrt{u_{sed\,i}^2}}$$

抗力

$$D = \frac{C_D \rho}{2} (u_{bi} - u_{sed\,i})^2 c_e A_2 d^2$$

u_{bi} : 底面近傍流速の p_{bi} 方向成分

θ_p : p_{b1} と p_{b2} のなす角

水中重力

$$W = (\sigma - \rho) g A_3 d^3$$

μ_s : 砂の動摩擦係数 (=0.35)

摩擦力

$$F = \mu_k \left(W \frac{\cos \theta_{b1} \cos \theta_{b2}}{\sin \theta_p} - k_L D \right)$$

$u_{sed\,i}$: 砂粒の移動速度の p_{bi} 方向成分

C_m : 付加質量係数

p_{bi} : 河床平面と平行な単位ベクトル

$$\mathbf{p}_{b1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{b1} \\ 0 \\ \sin \theta_{b1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}_{b2} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \theta_{b2} \\ \sin \theta_{b2} \end{pmatrix}$$

θ_{b1}, θ_{b2} : 河床勾配角

pick-up後, 計算 n ステップ時の砂粒の位置ベクトル

$$\mathbf{p}_{sed(n)} = \mathbf{p}_{sed(n-1)} + \Delta t \cdot \mathbf{u}_{sed}$$

砂粒の移動距離

$$s_{(n)} = \sum \Delta t |\mathbf{u}_{sed(n)}|$$

計算点 j から出発した砂粒の移動経路において, 出発から n ステップ後の位置における単位時間あたりのdeposition体積 $V_{d(j,n)}$

$$V_{d(j,n)} = V_{p(j)} f_s(s_{(n)}) \Delta t \cdot |\mathbf{u}_{sed}|$$

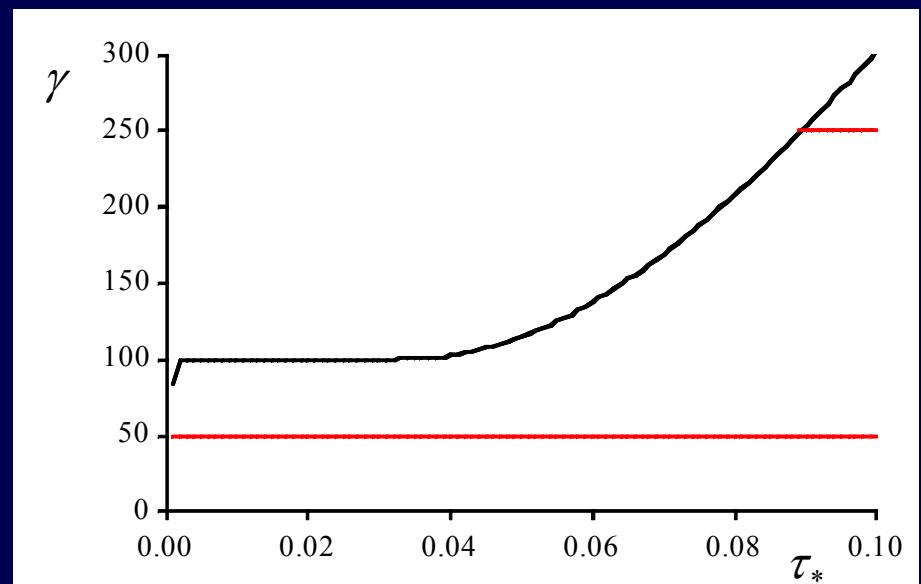
↑
j 地点からpick-upされた土砂体積

step lengthの確率密度関数

$$f_s(s_{(n)}) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{s_{(n)}}{\lambda}\right)$$

step length (Einstein)

$$\lambda = \gamma d = \lambda_0 d \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-B_*/\tau_* - 1/\eta_0}^{B_*/\tau_* - 1/\eta_0} \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) dr$$



河床変動計算

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{A_1 A_2}{A_3} \frac{(V_d - V_p)}{S_d}$$

[平衡流砂モデル]

pick-up rateから流砂量 q_{bs} , q_{bn} (長谷川式)を計算し, 得られた流砂量フラックスを一般座標系に変換して河床の時間的変化を求める.

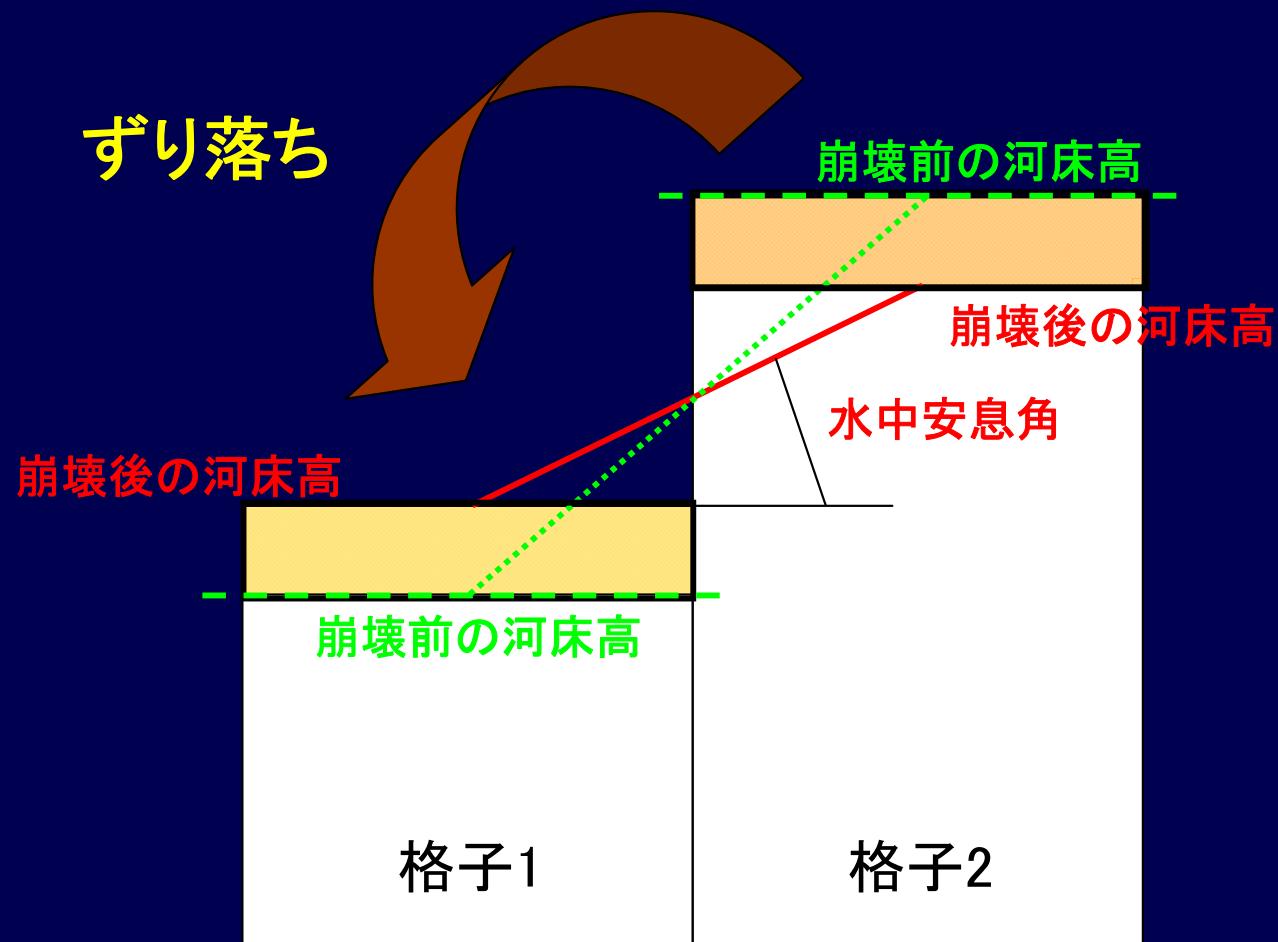
$$q_{bs} = \frac{A_3}{A_2} p_s \lambda d$$

$$q_{bn} = q_{bs} \left(-\frac{\partial z_b}{\partial n} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{z_b}{J} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{q_B^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{q_B^\eta}{J} \right) \right) = 0$$

[河床のすり落ち]

河床の局所的な勾配が水中安息角を越えると、河床斜面のすり落ち (slide) が生じるため、slideによる土砂移動計算を考えている。 $(\theta_{b\max} = 32^\circ)$



河床変動の計算手順

[非平衡流砂モデル]

1. pick-up rateの算出
2. Δt_p 間隔においてpick-upされる土砂体積の計算
3. 砂粒の運動方程式の計算と砂粒の移動距離に応じたdeposition体積の計算(毎ステップ)
4. 重み付きで河床高の定義位置へ配分
5. 土砂のずり落ちの計算
6. 河床の時間変化の計算

$$V_p = \frac{A_3 d}{A_2} p_s S_p \Delta t_p$$

[平衡流砂モデル]

1. pick-up rateの算出
2. 流砂量の計算
3. 土砂のずり落ちの計算
4. 河床の時間変化の計算

$$q_{bs} = \frac{A_3}{A_2} p_s \lambda d$$

$$q_{bn} = q_{bs} \left(-\frac{\partial z_b}{\partial n} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \right)$$

4.2 数値解析法

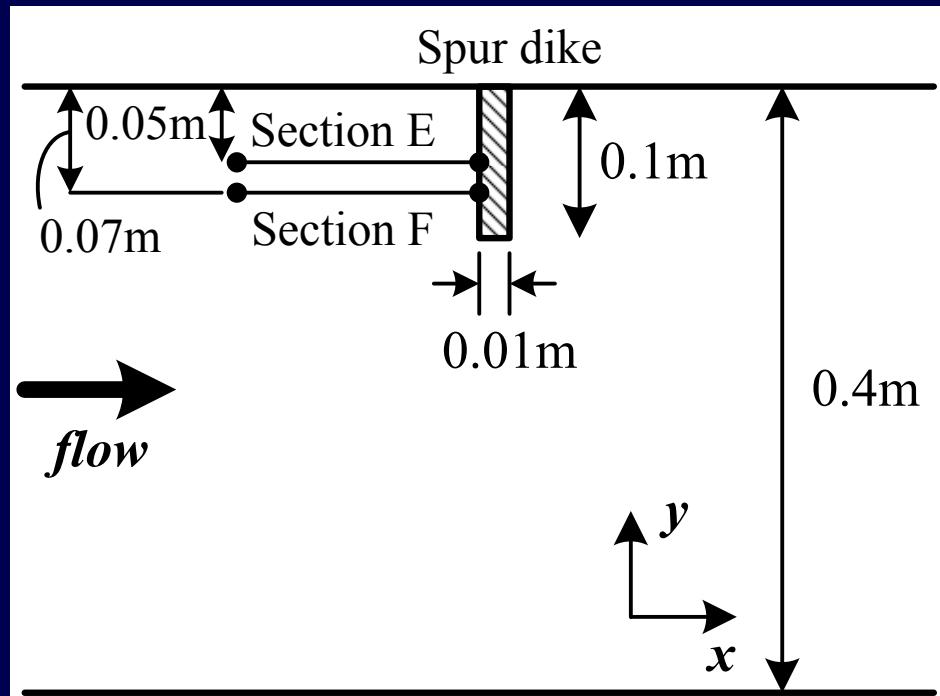
- ✓ 離散化手法 有限体積法
- ✓ 移流項の離散化 QUICKスキーム
- ✓ 壁面の境界条件 壁関数法
- ✓ 乱れエネルギー散逸率に関する水表面境界条件

$$\varepsilon_s = \frac{C_{\mu0}^{3/4} k_s^{3/2}}{0.4 \Delta z_s}, \quad (C_{\mu0} = 0.09)$$

- ✓ 水面近傍の乱れを抑制するため, 減衰関数を乗じる

$$f_s = 1 - \exp\left\{-B(h-z)\varepsilon_s/k_s^{3/2}\right\}, \quad (B=10)$$

4.3 モデルの適用



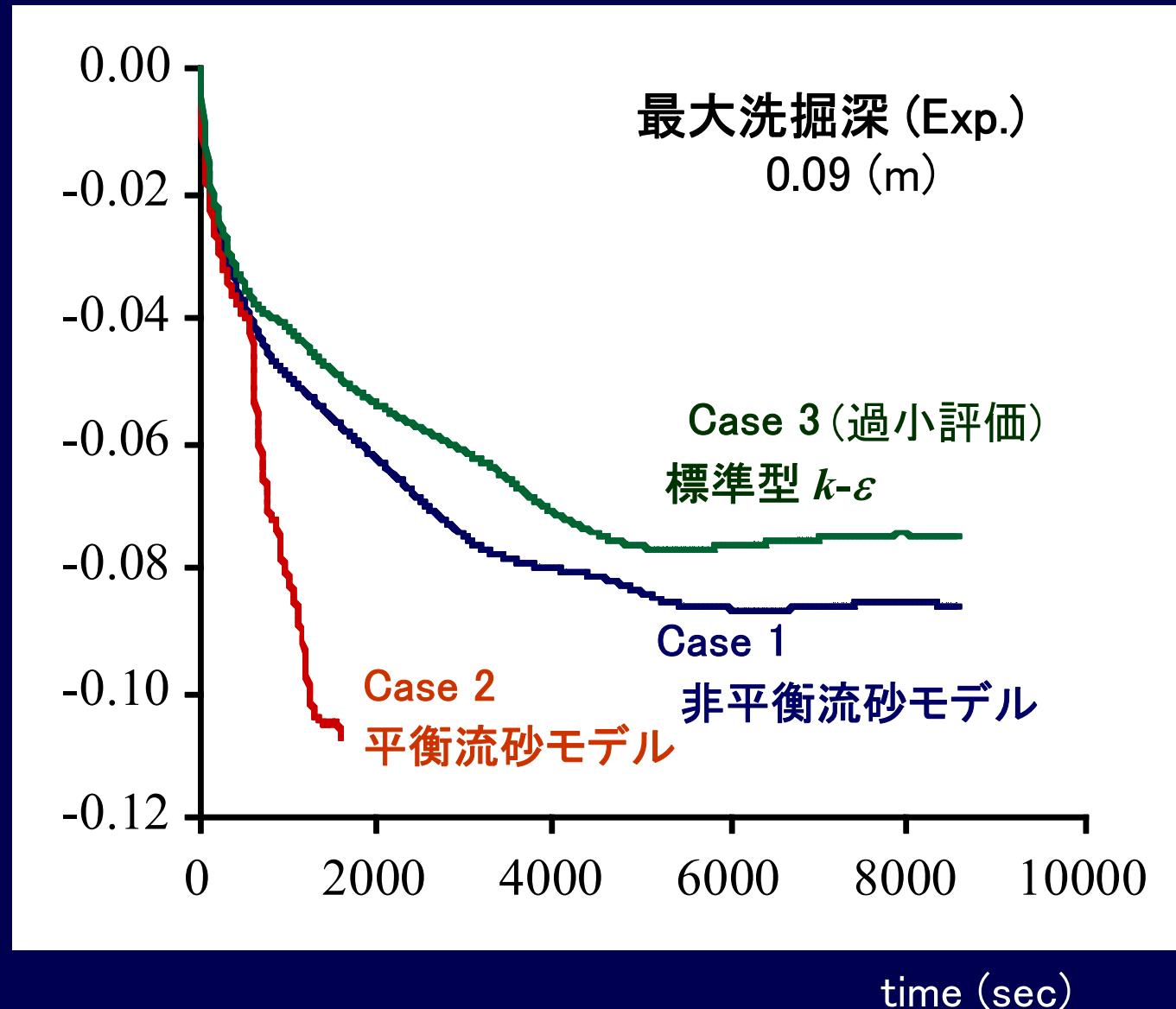
道上・檜谷の実験

流量	0.004m ³ /s
河床勾配	1/300
平均水深	0.0285m
粒径	0.0006m

	河床変動モデル	乱流モデル
Case 1	非平衡流砂モデル	非線形 $k-\varepsilon$
Case 2	平衡流砂モデル	非線形 $k-\varepsilon$
Case 3	非平衡流砂モデル	標準型 $k-\varepsilon$

最大洗掘深の時間変化

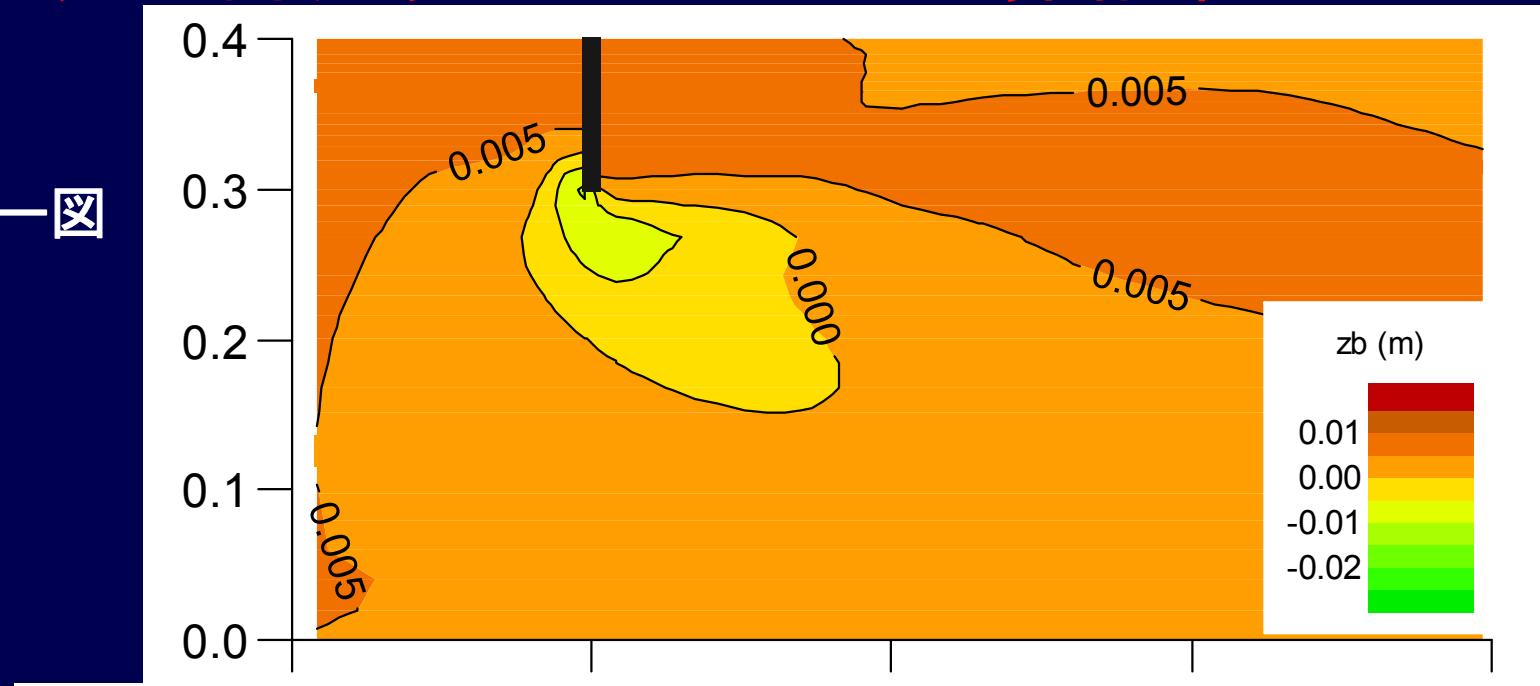
最大洗掘深(m)



非平衡流砂モデルによる計算結果

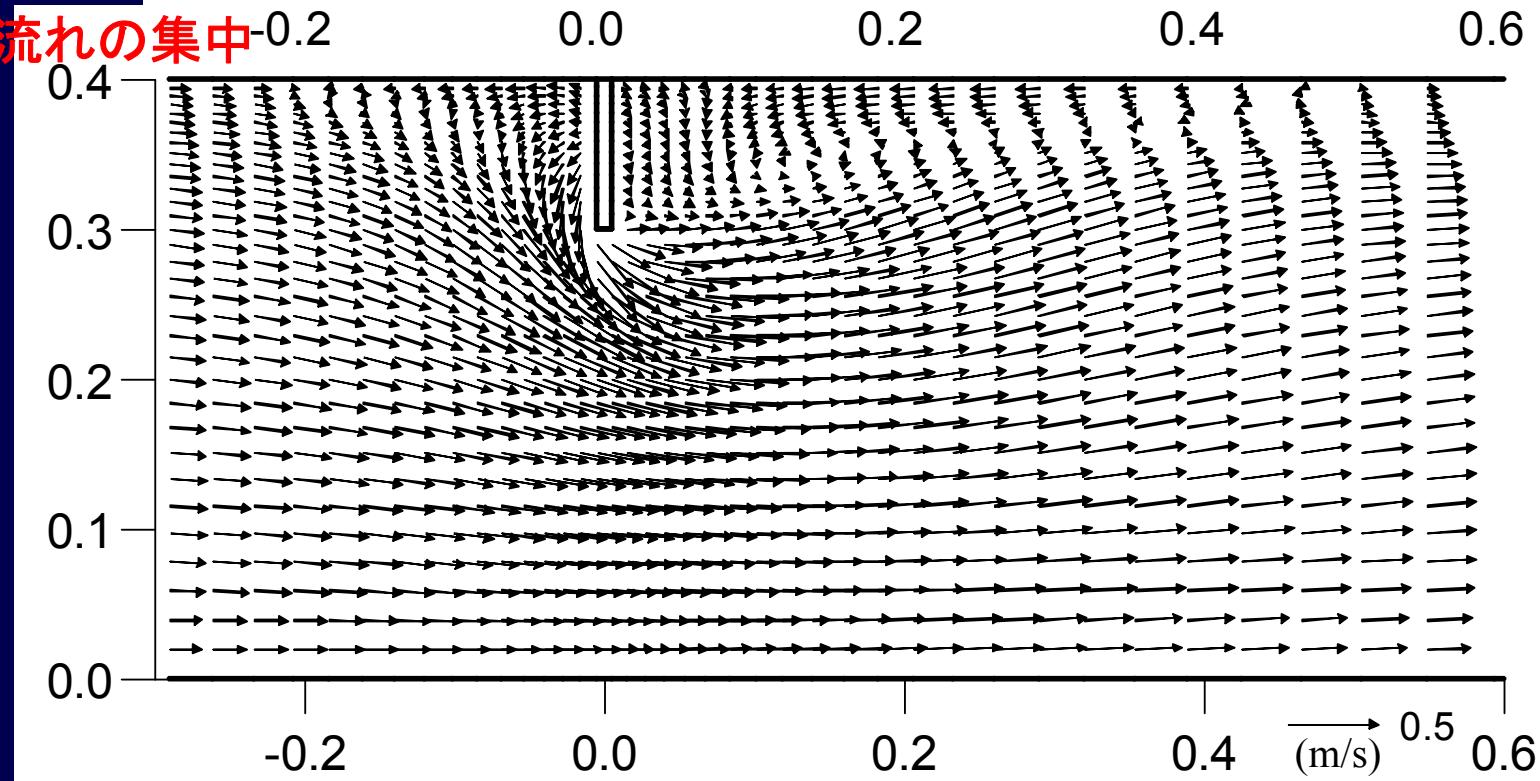
河床高コンター図

$t = 60$ (s)



水制先端への流れの集中

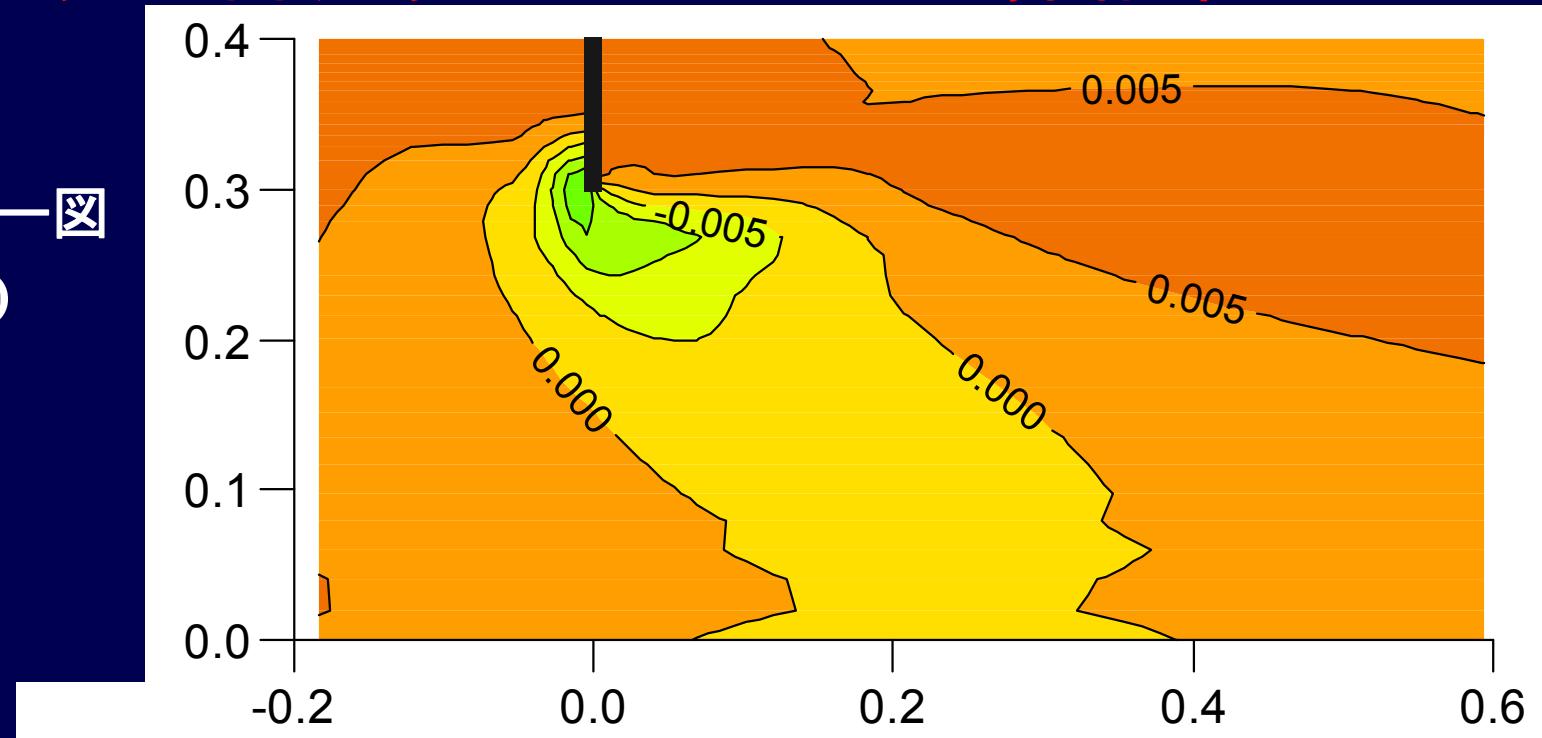
河床近傍の
流況
 $t = 60$ (s)



非平衡流砂モデルによる計算結果

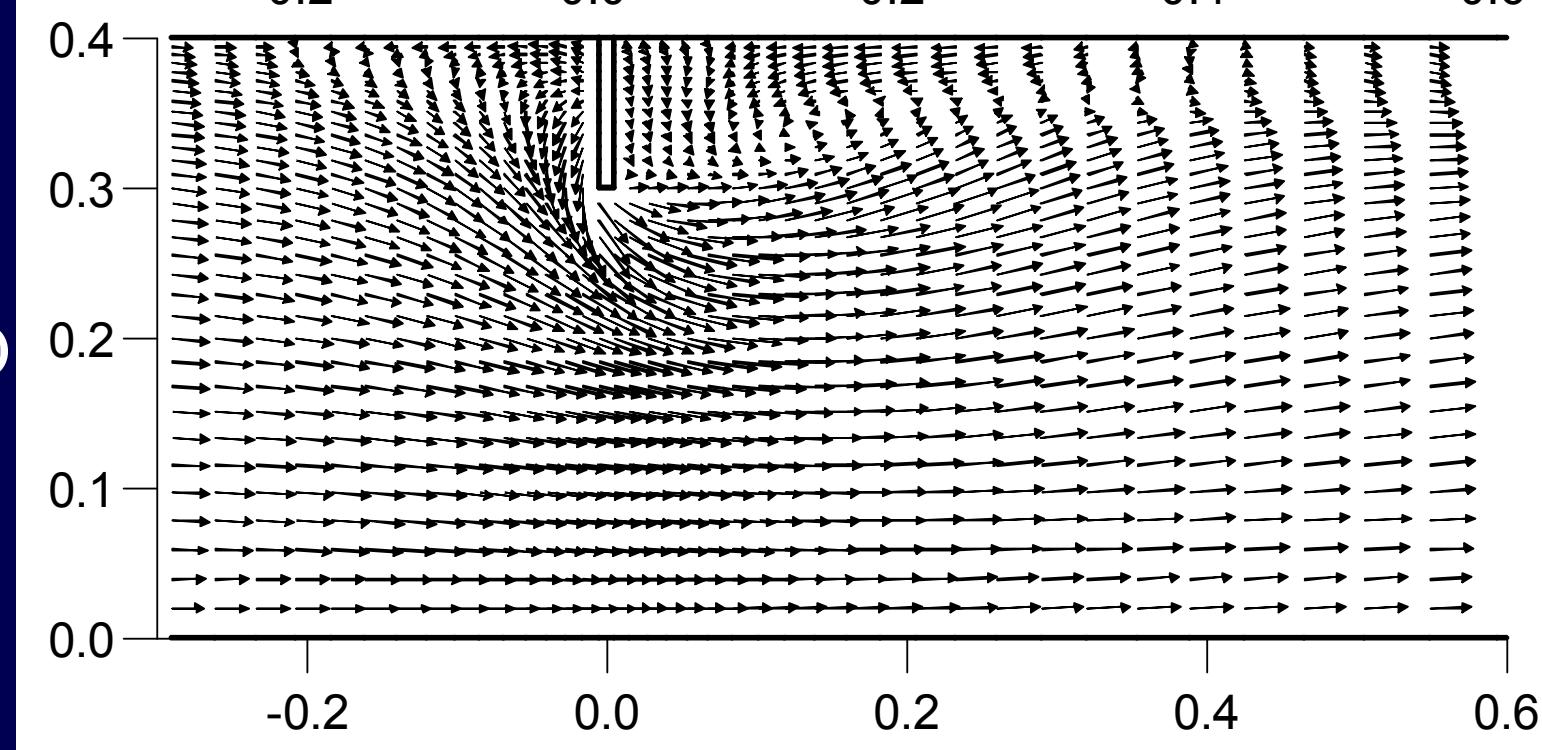
河床高コンター図

$t = 120$ (s)



河床近傍の
流況

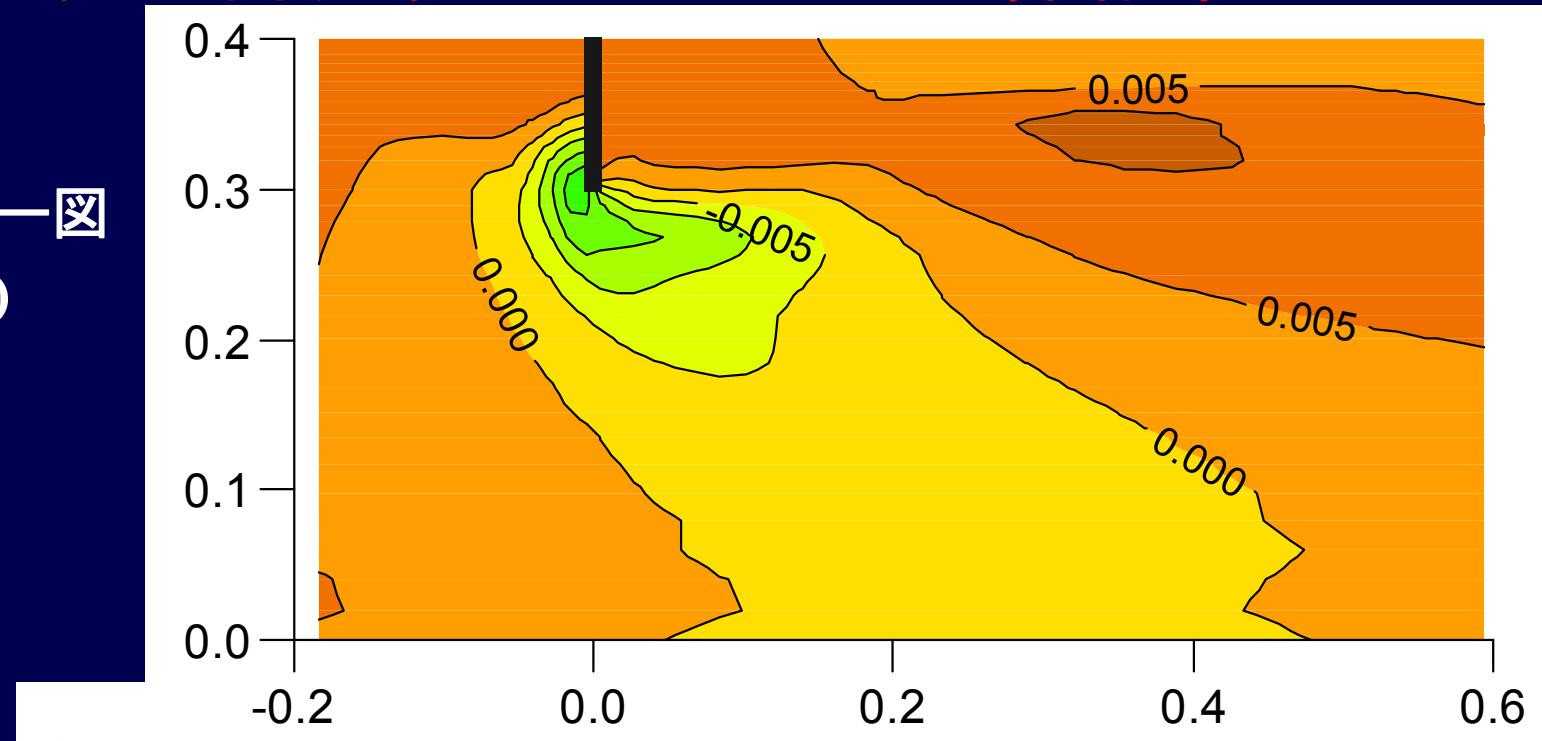
$t = 120$ (s)



非平衡流砂モデルによる計算結果

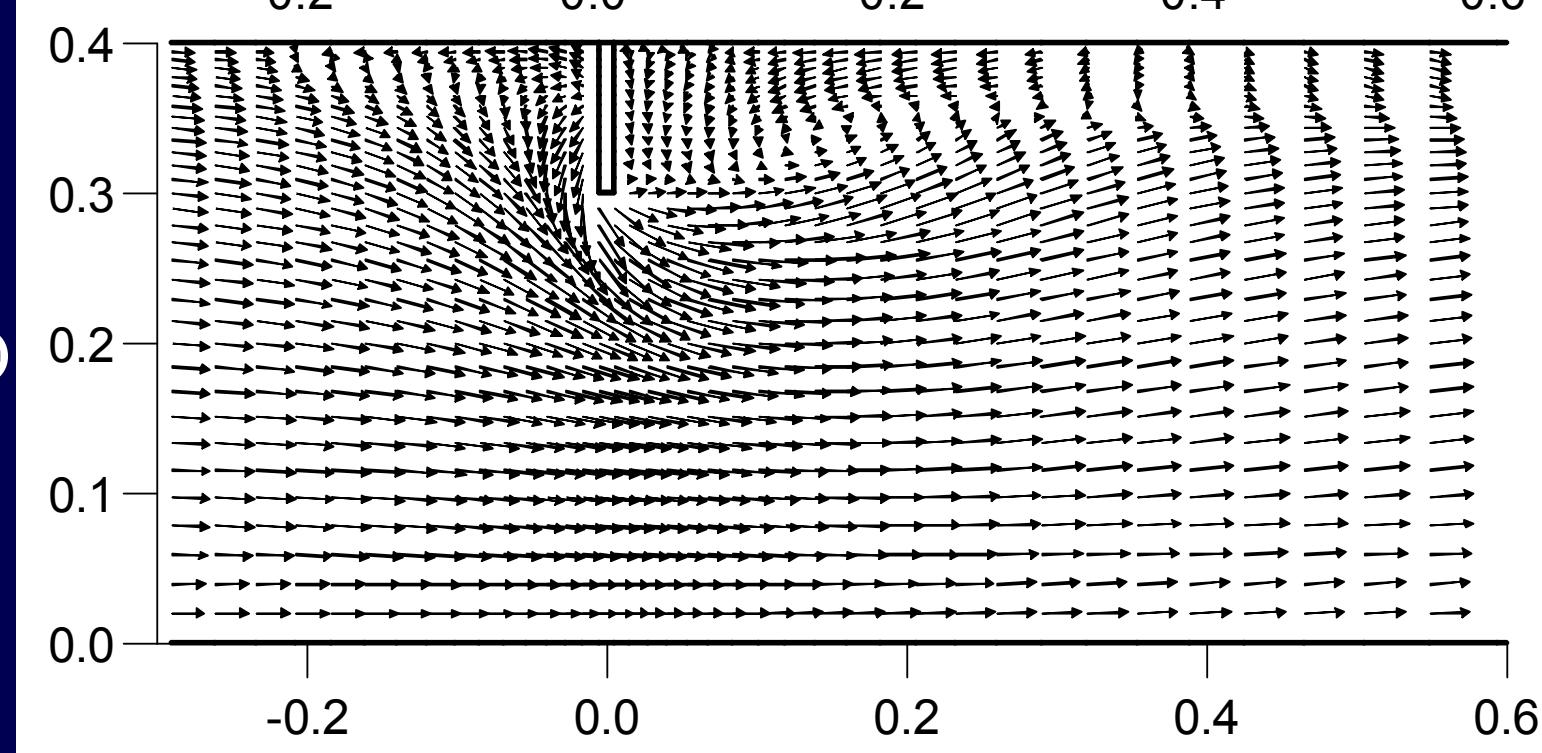
河床高コンター図

$t = 180$ (s)

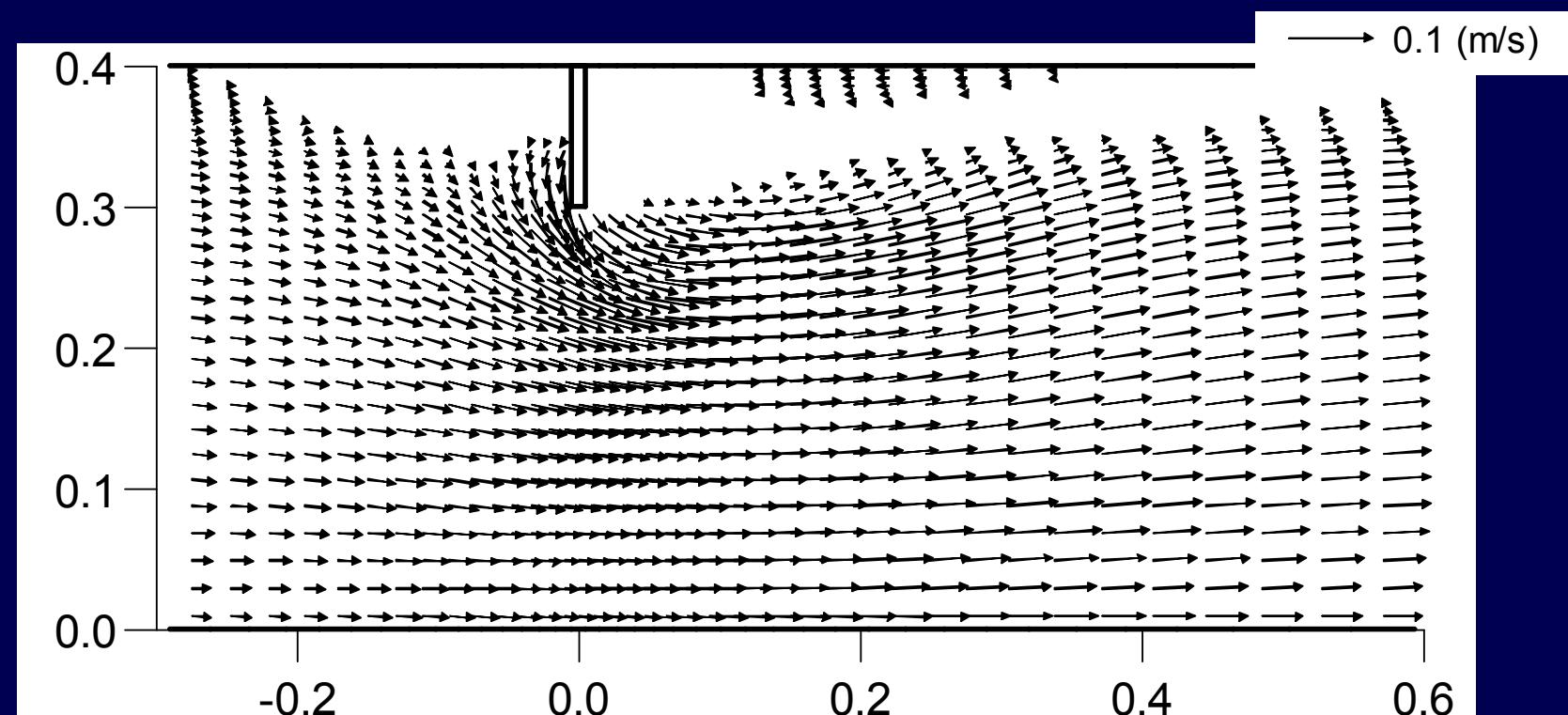


河床近傍の
流況

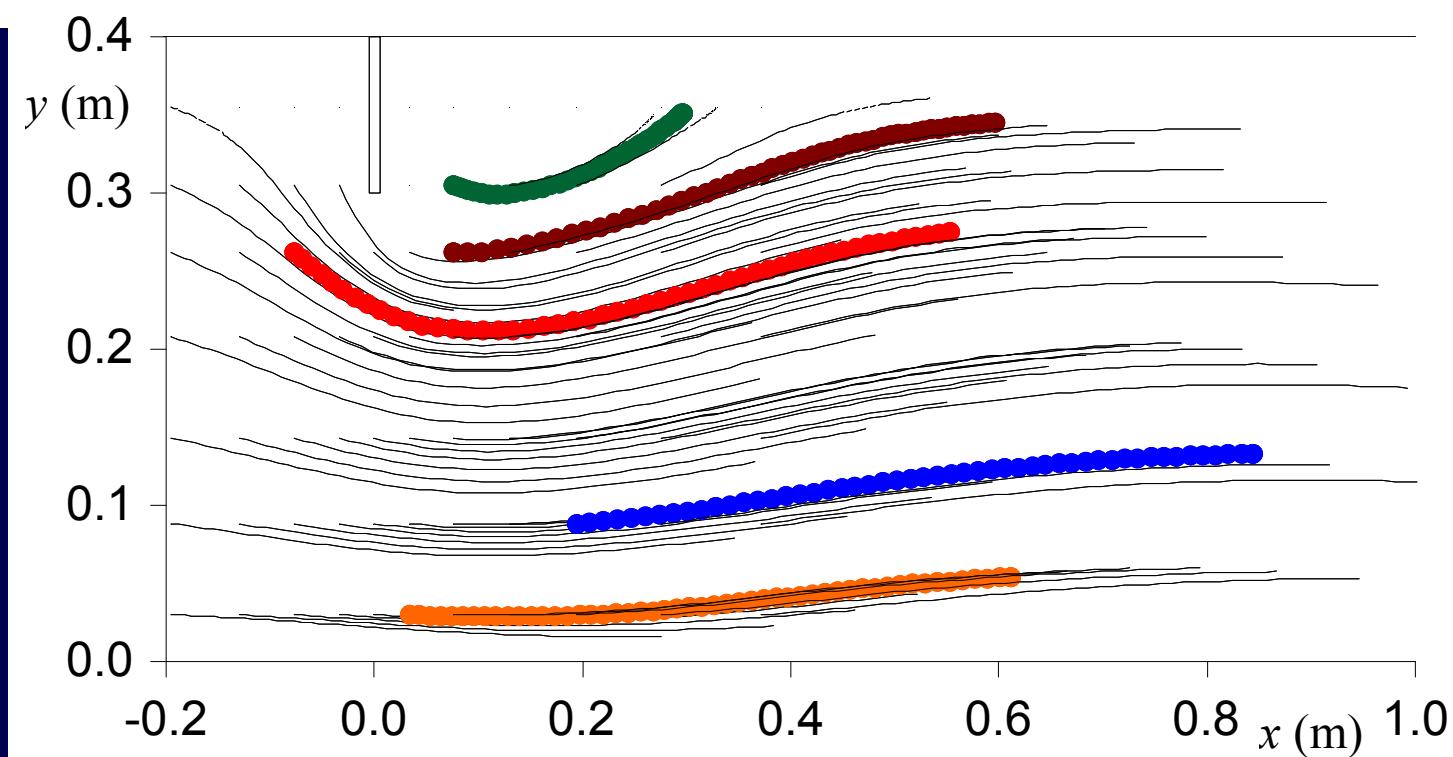
$t = 180$ (s)



砂粒の速度
ベクトル
 $t = 60$ (s)



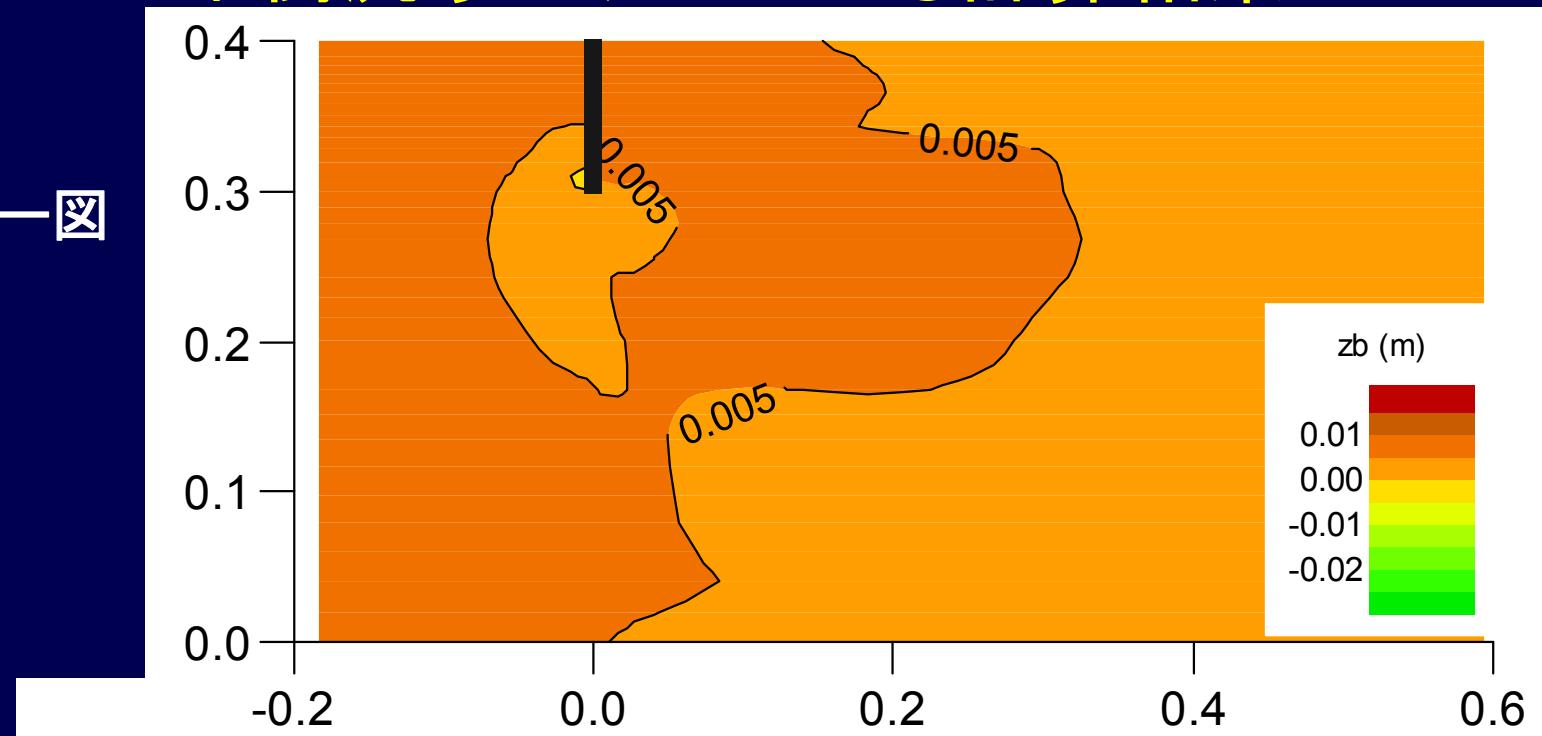
$t = 60$ (s)にpick-up
された砂粒の
移動経路



平衡流砂モデルによる計算結果

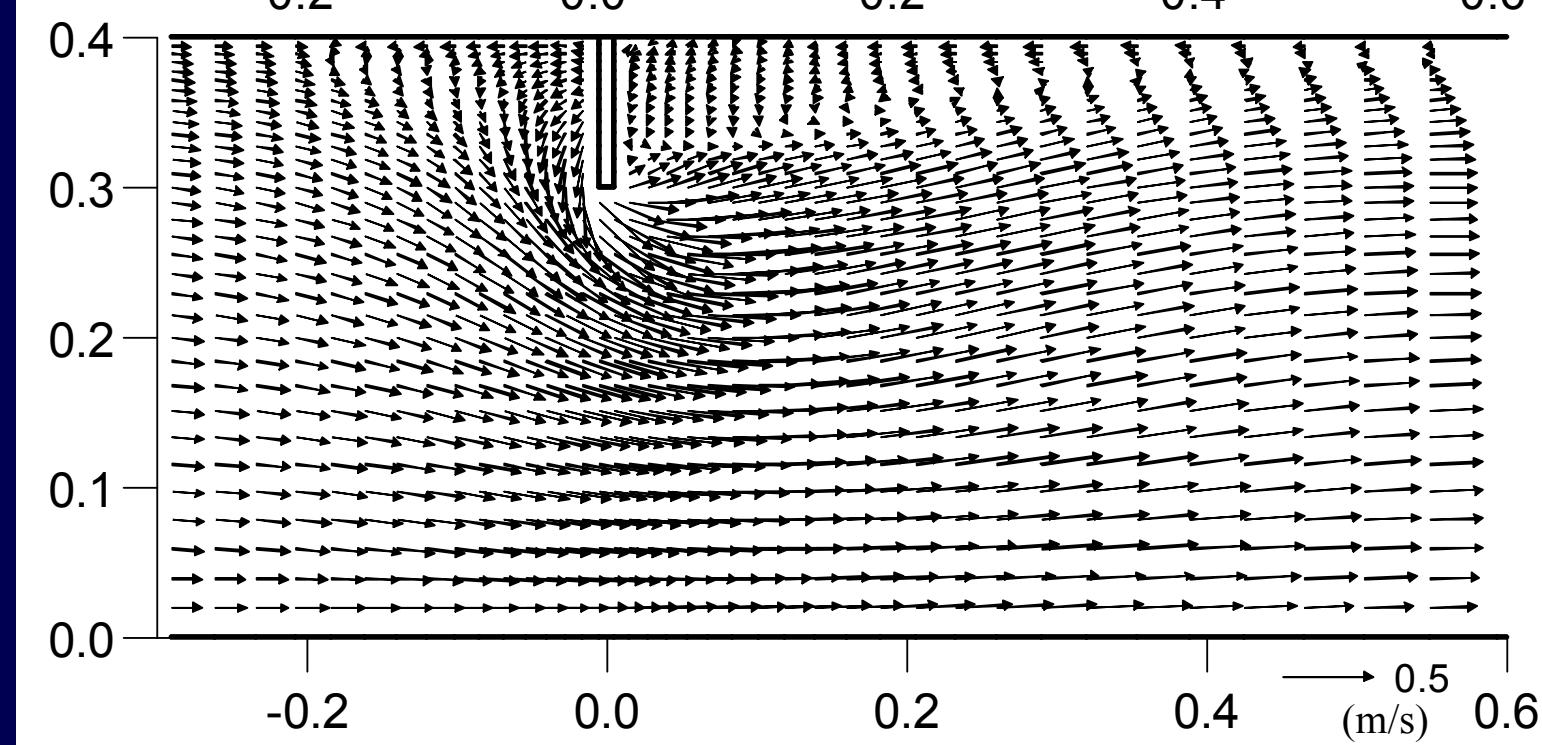
河床高コンター図

$t = 10$ (s)



河床近傍の
流況

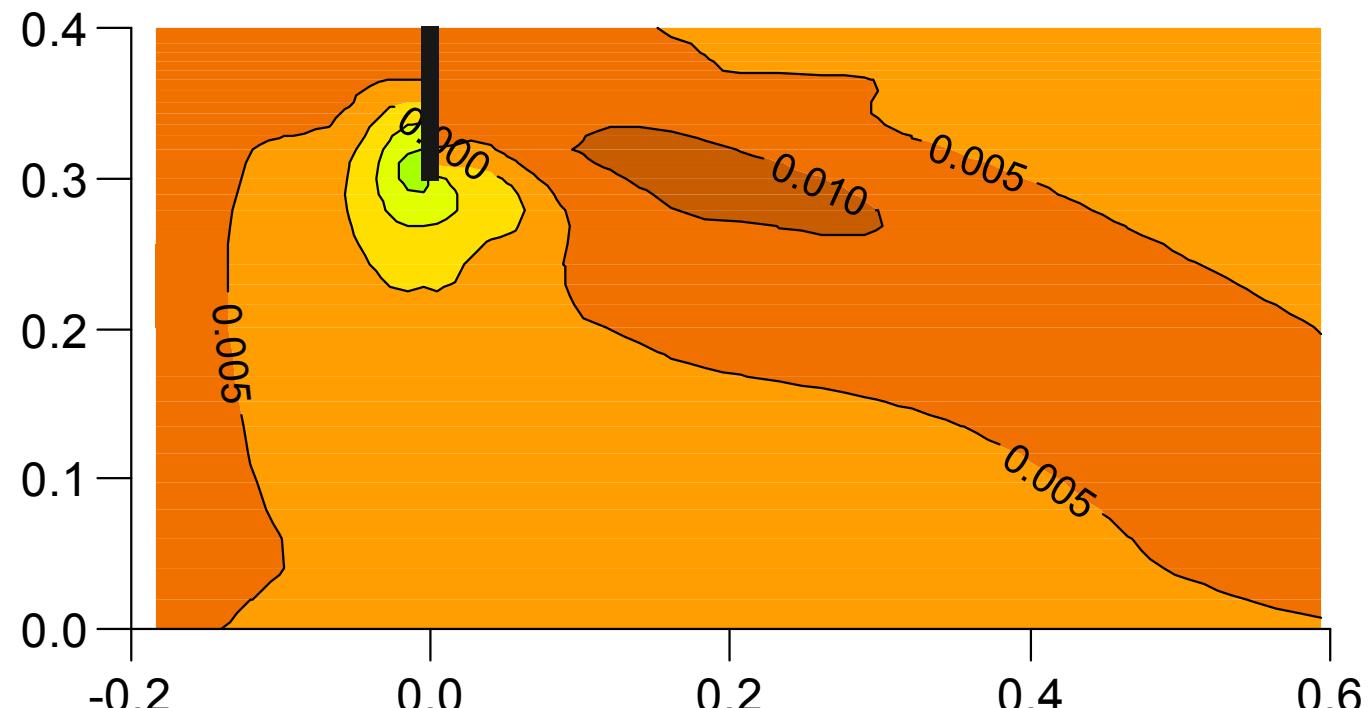
$t = 10$ (s)



平衡流砂モデルによる計算結果

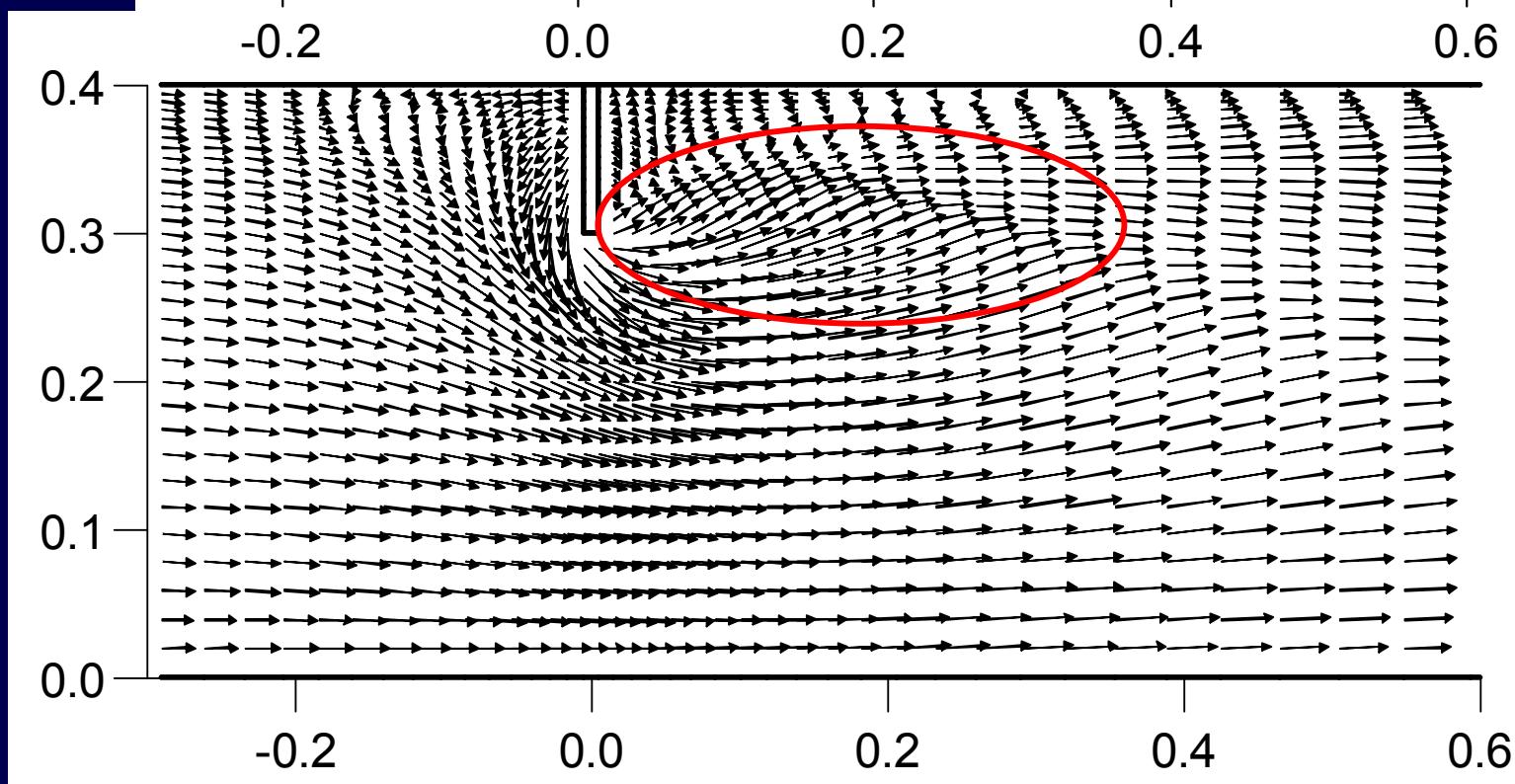
河床高コンター図

$t = 60$ (s)



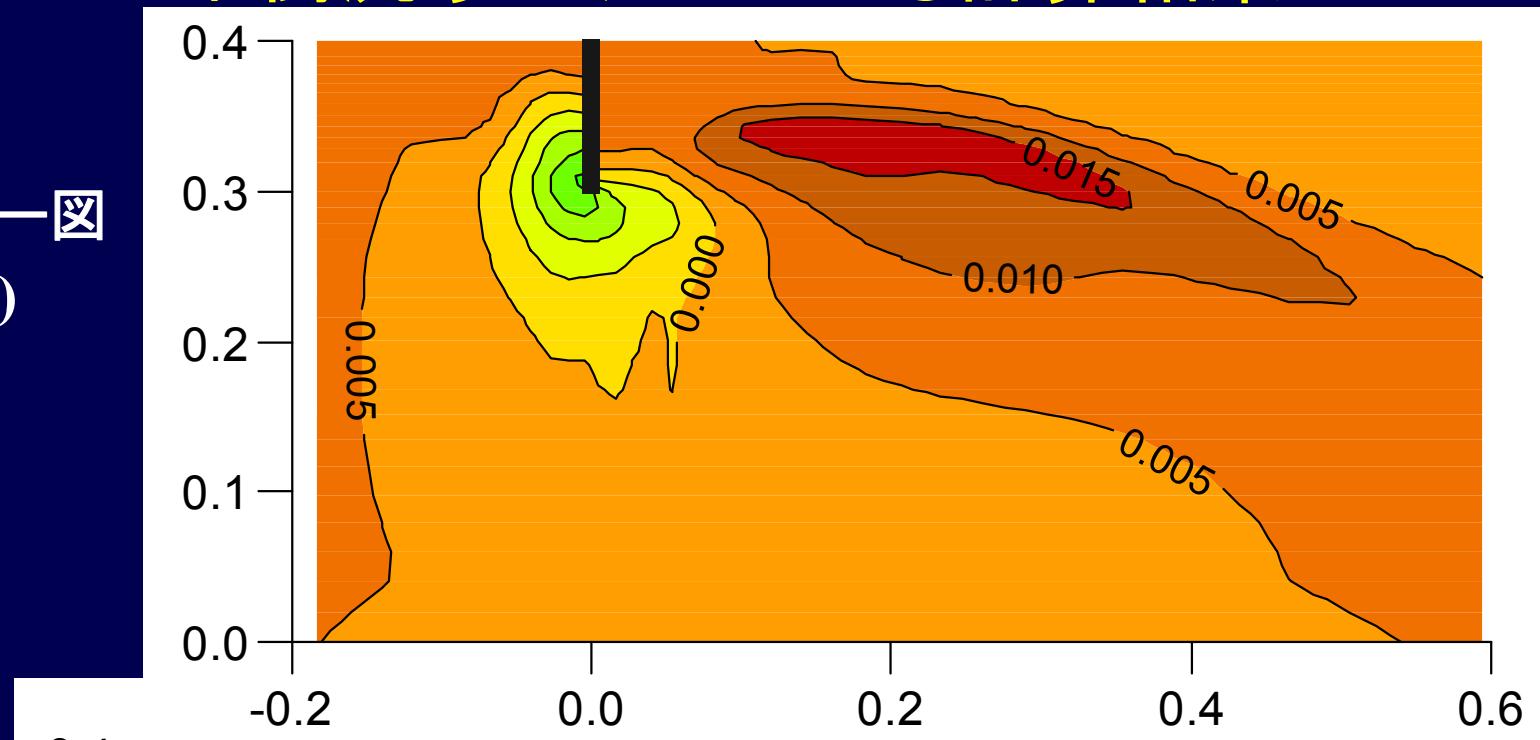
河床近傍の
流況

$t = 60$ (s)

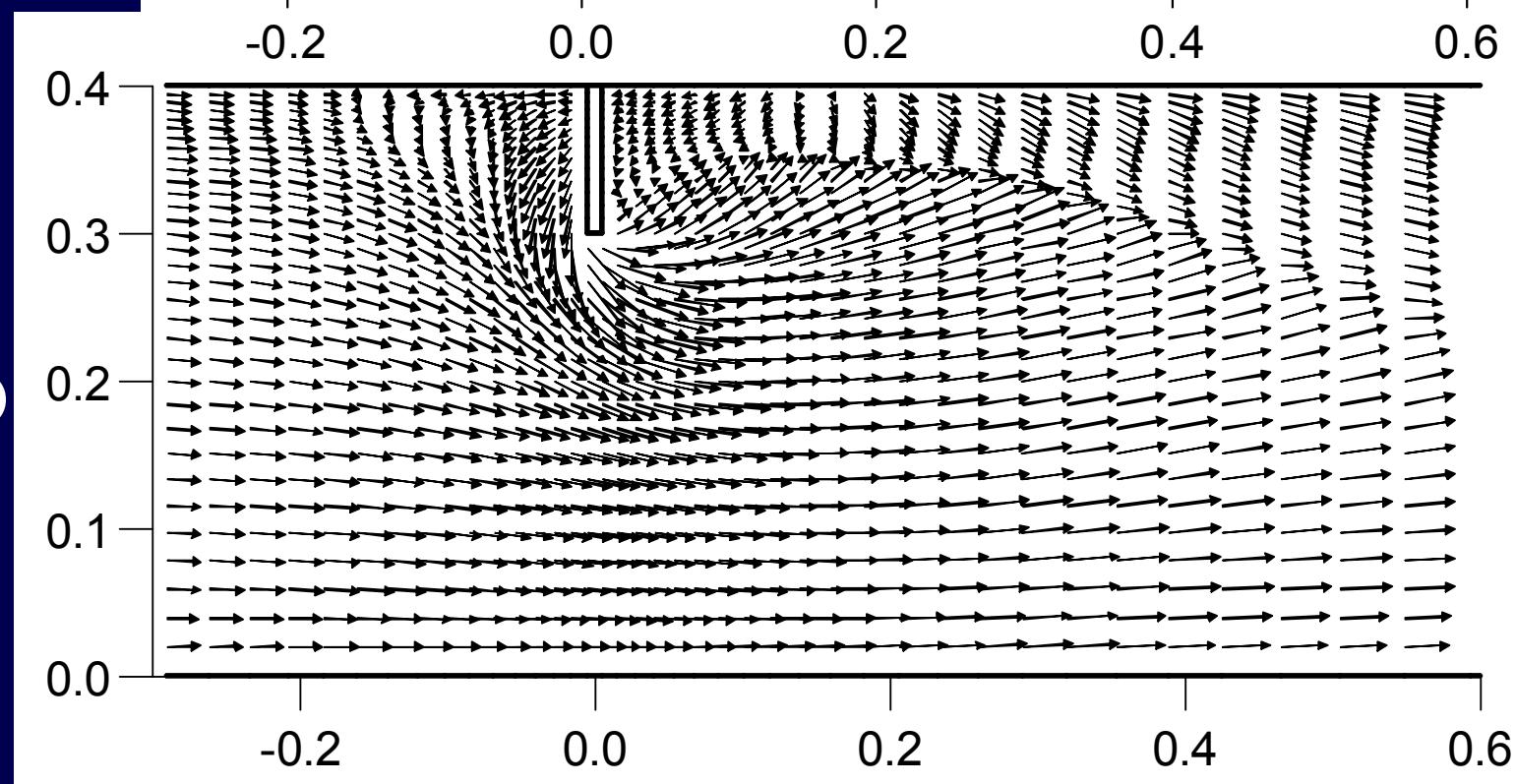


平衡流砂モデルによる計算結果

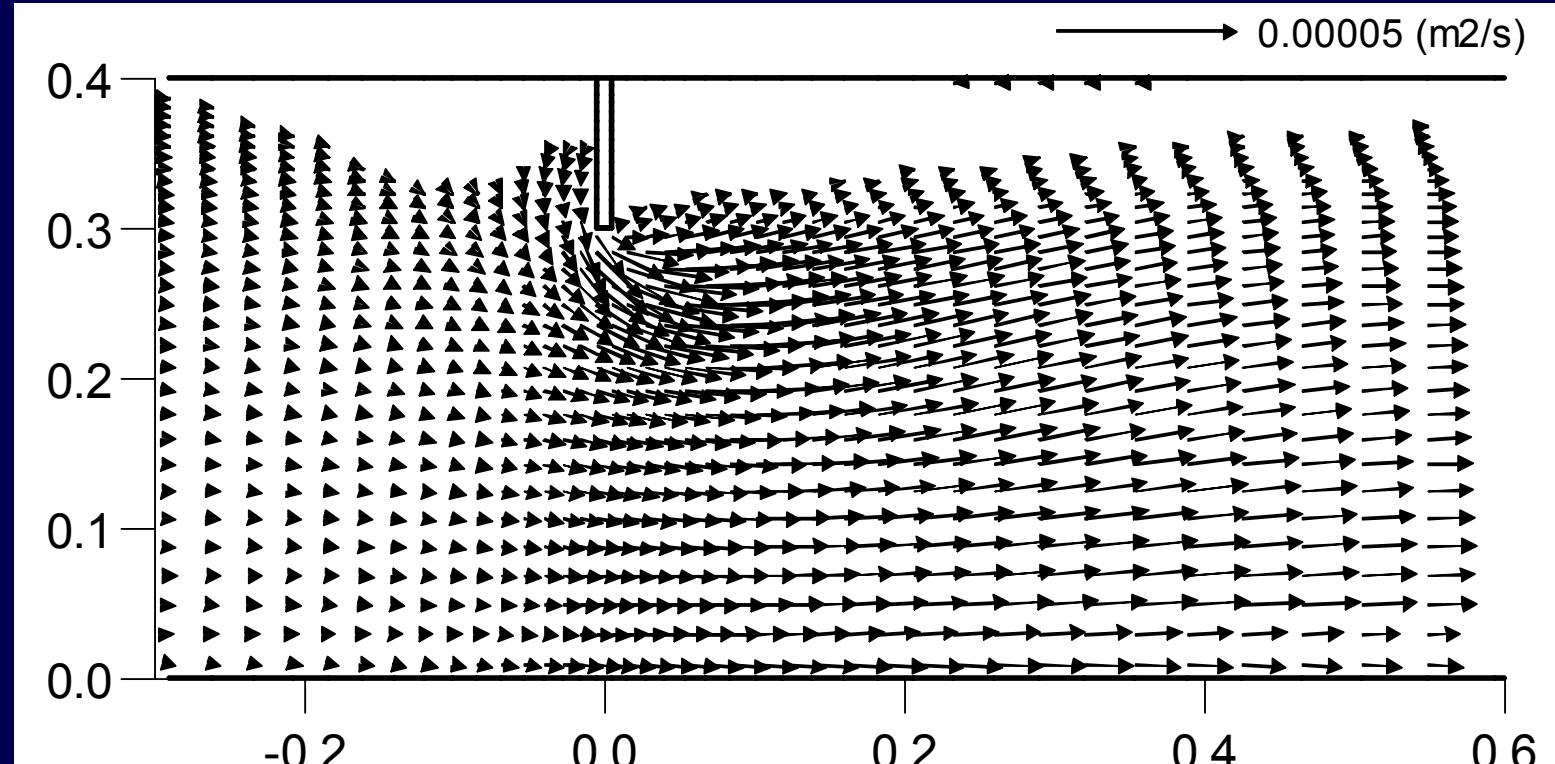
河床高コンター図
 $t = 120$ (s)



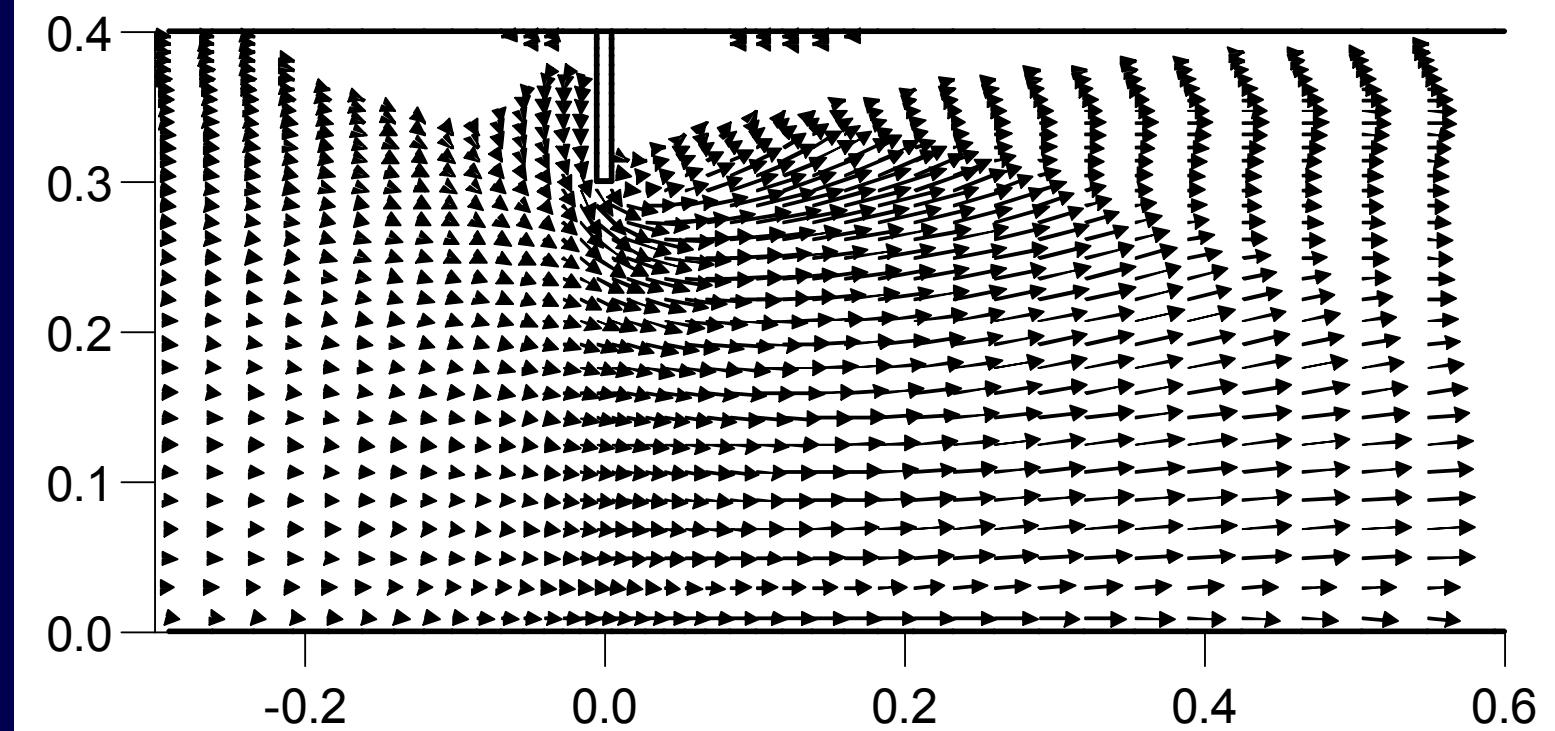
河床近傍の
流況
 $t = 120$ (s)



流砂量フラックス
 $t = 10$ (s)

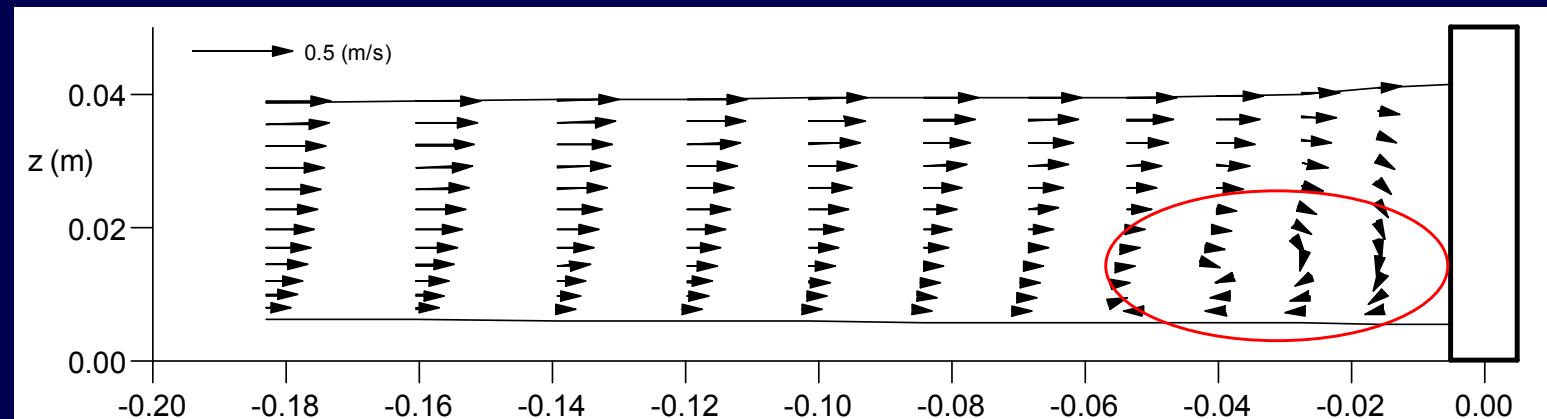


流砂量フラックス
 $t = 60$ (s)

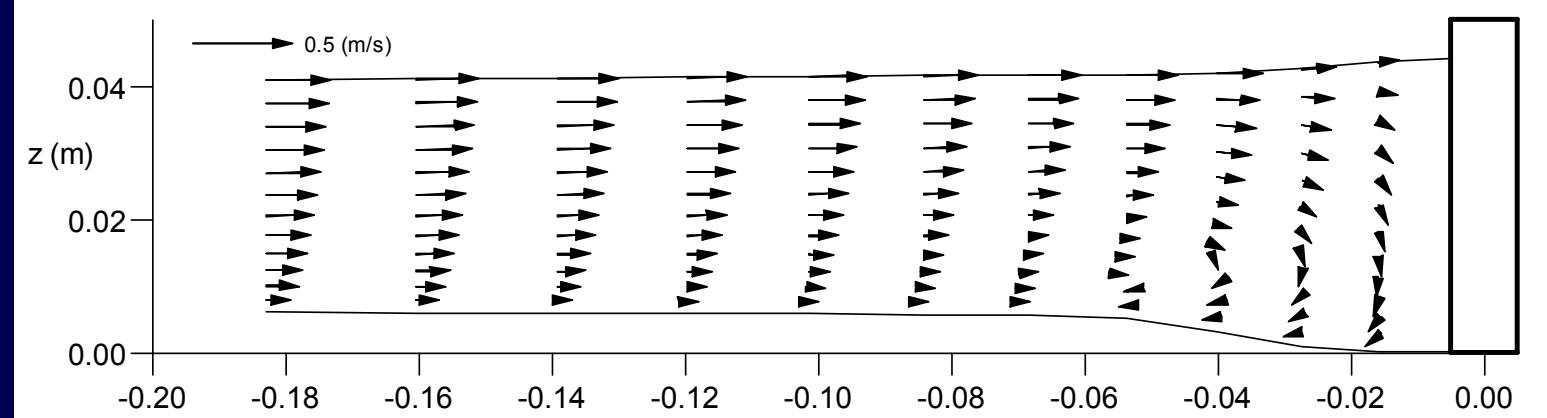


E-E断面における流速ベクトル($t = 60s$)

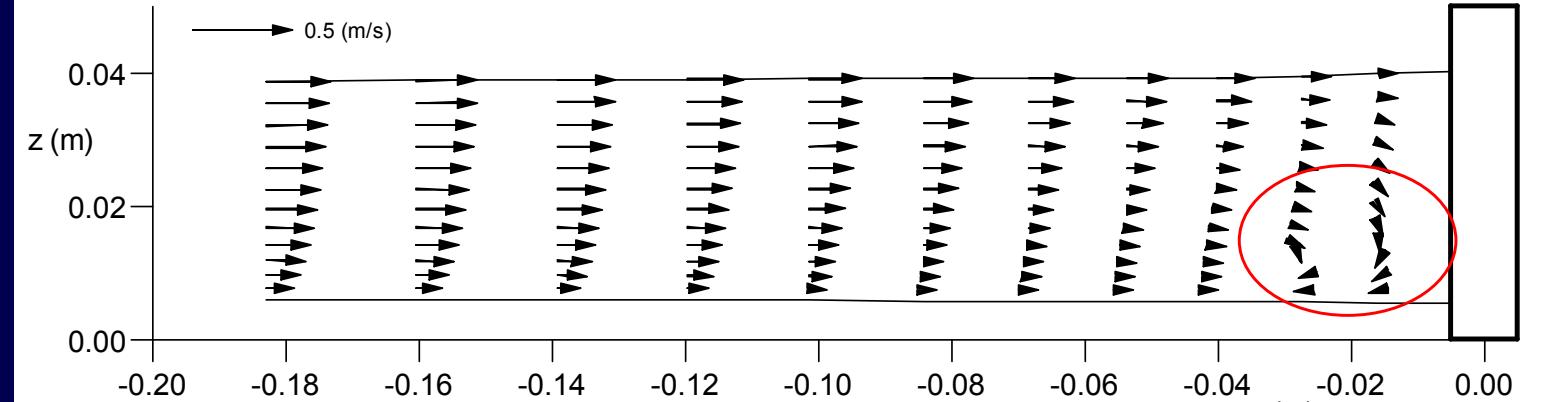
Case 1



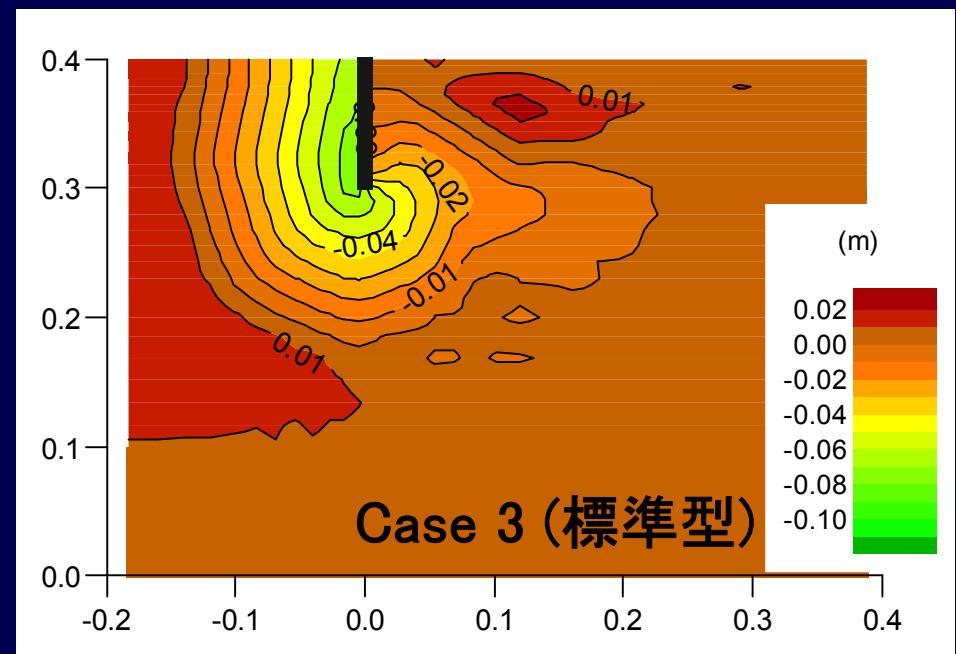
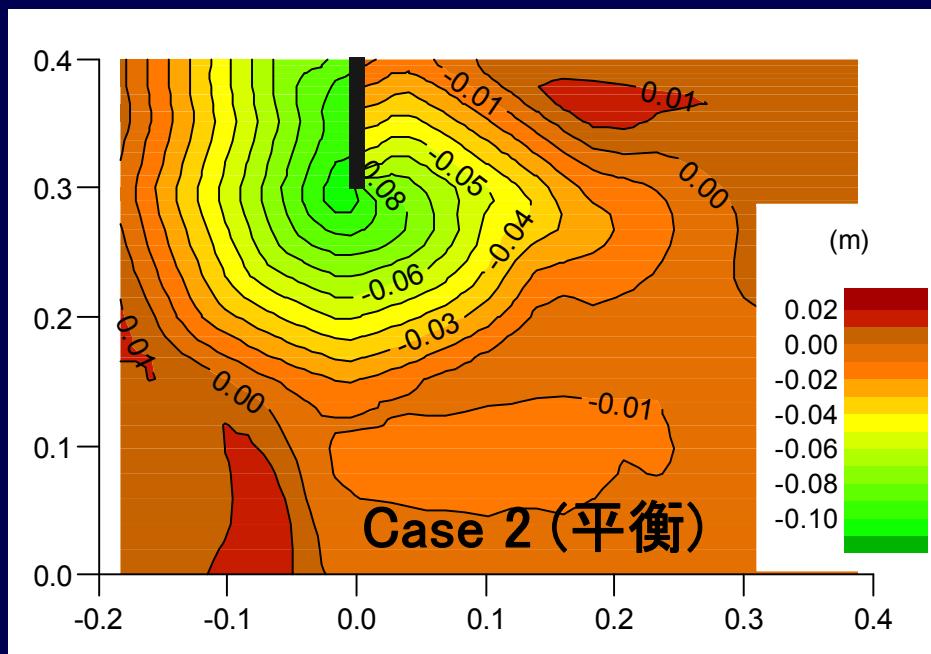
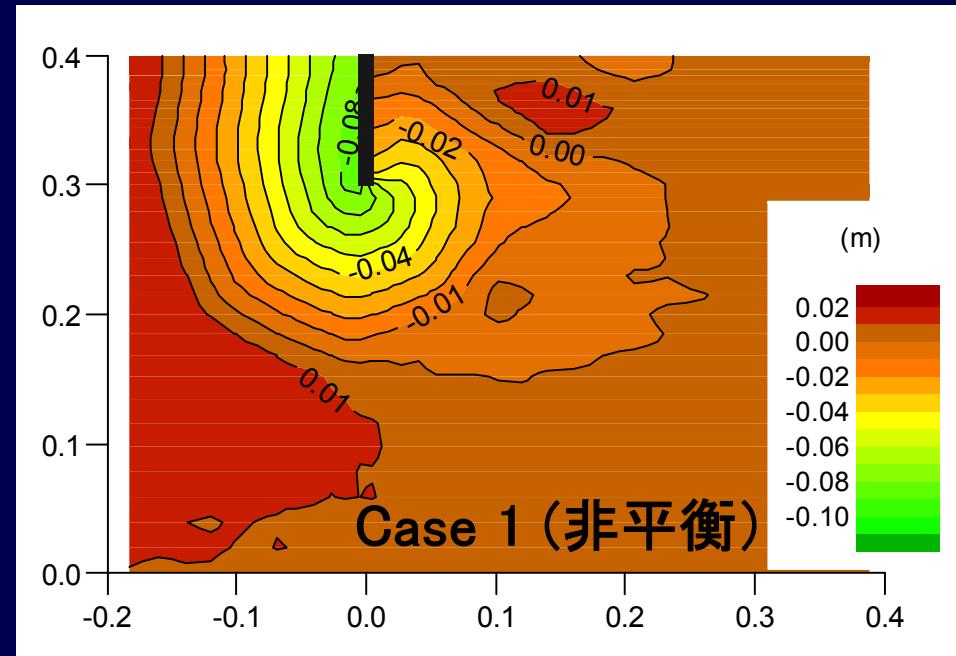
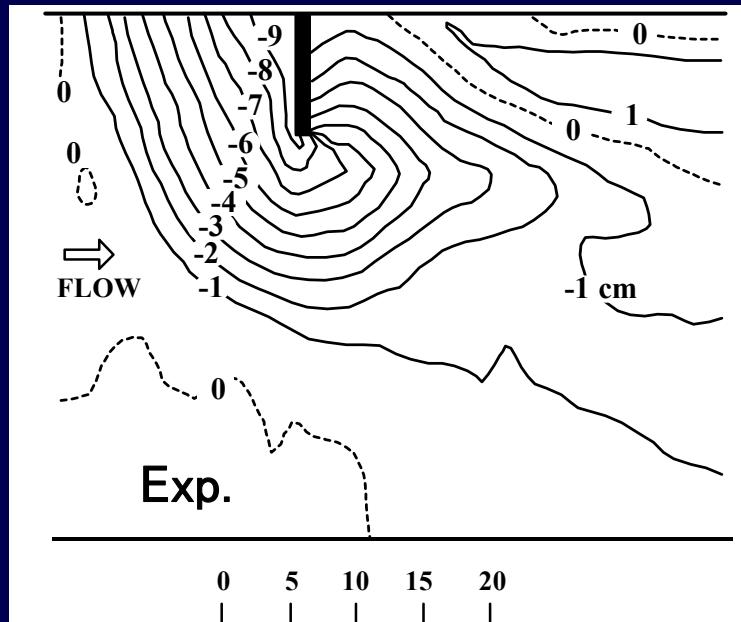
Case 2



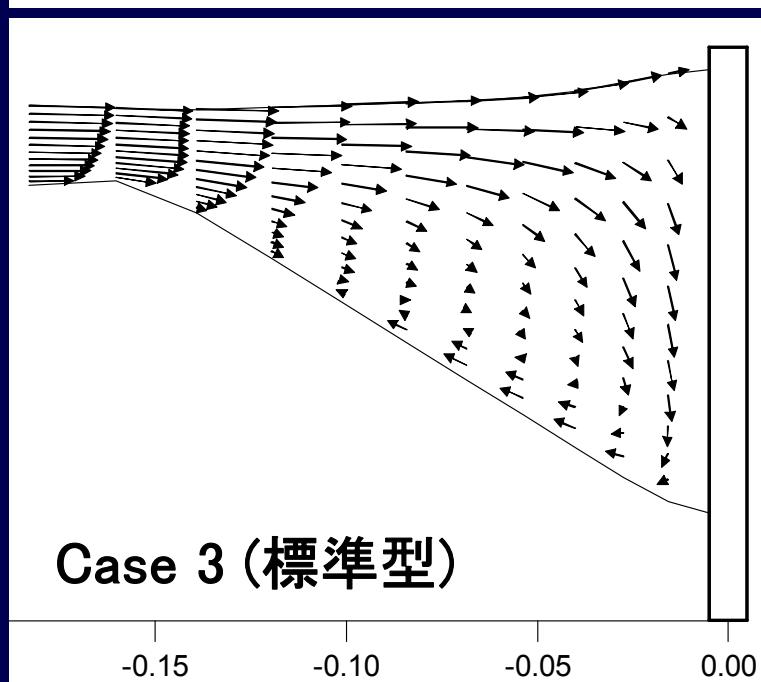
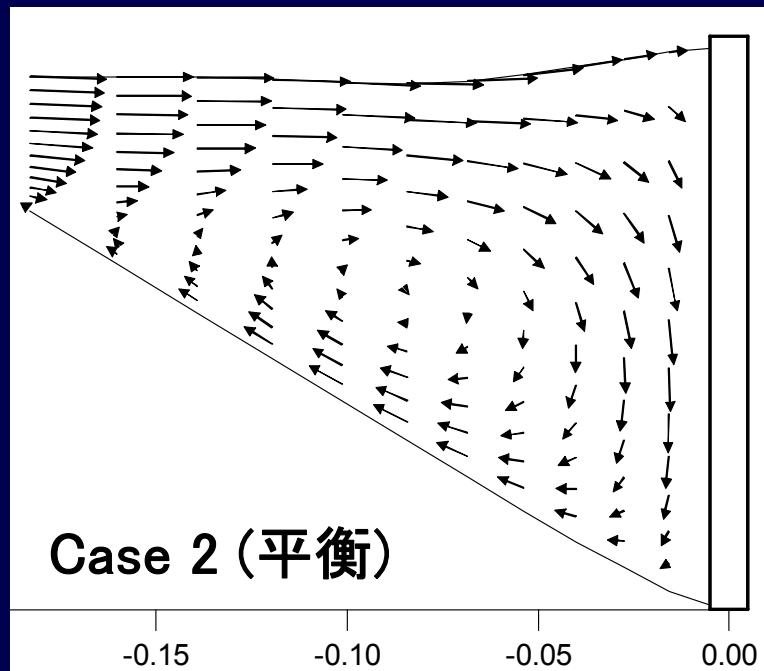
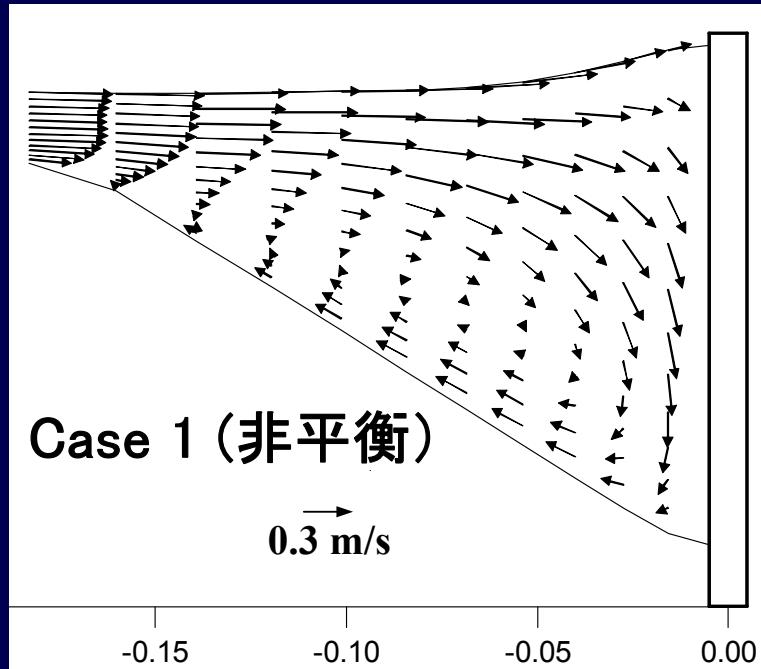
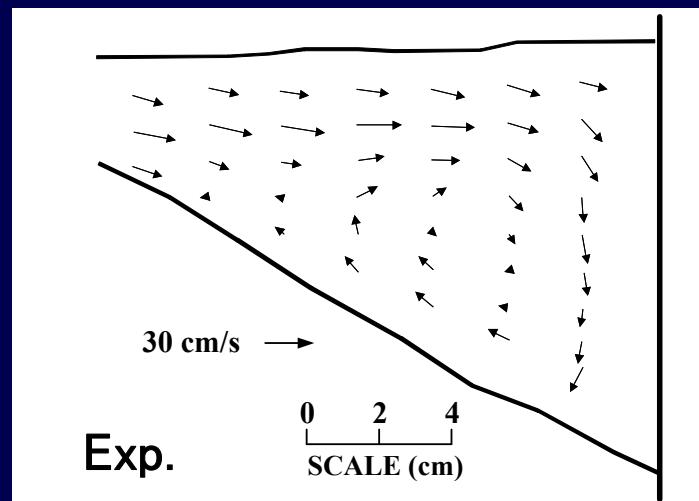
Case 3



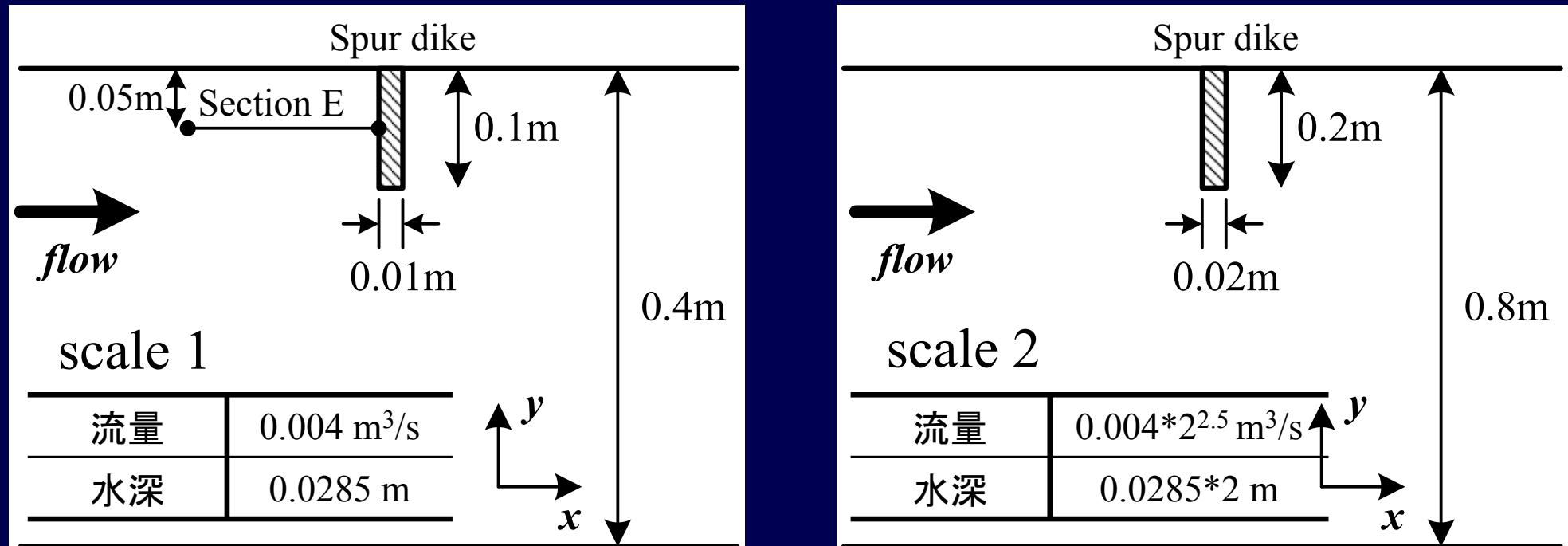
平衡状態における河床高コンター図



平衡状態におけるE-E断面の流速ベクトル図

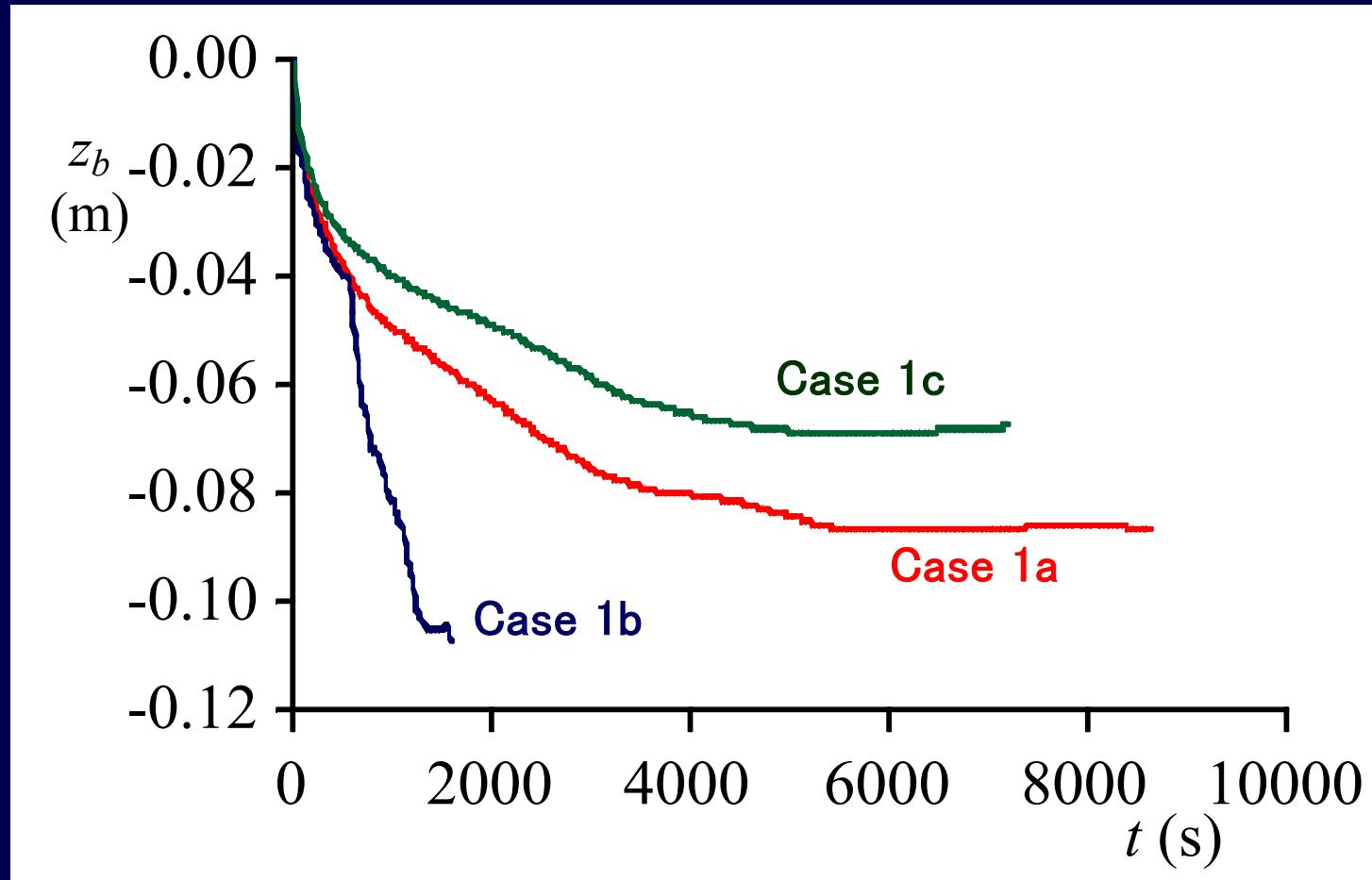


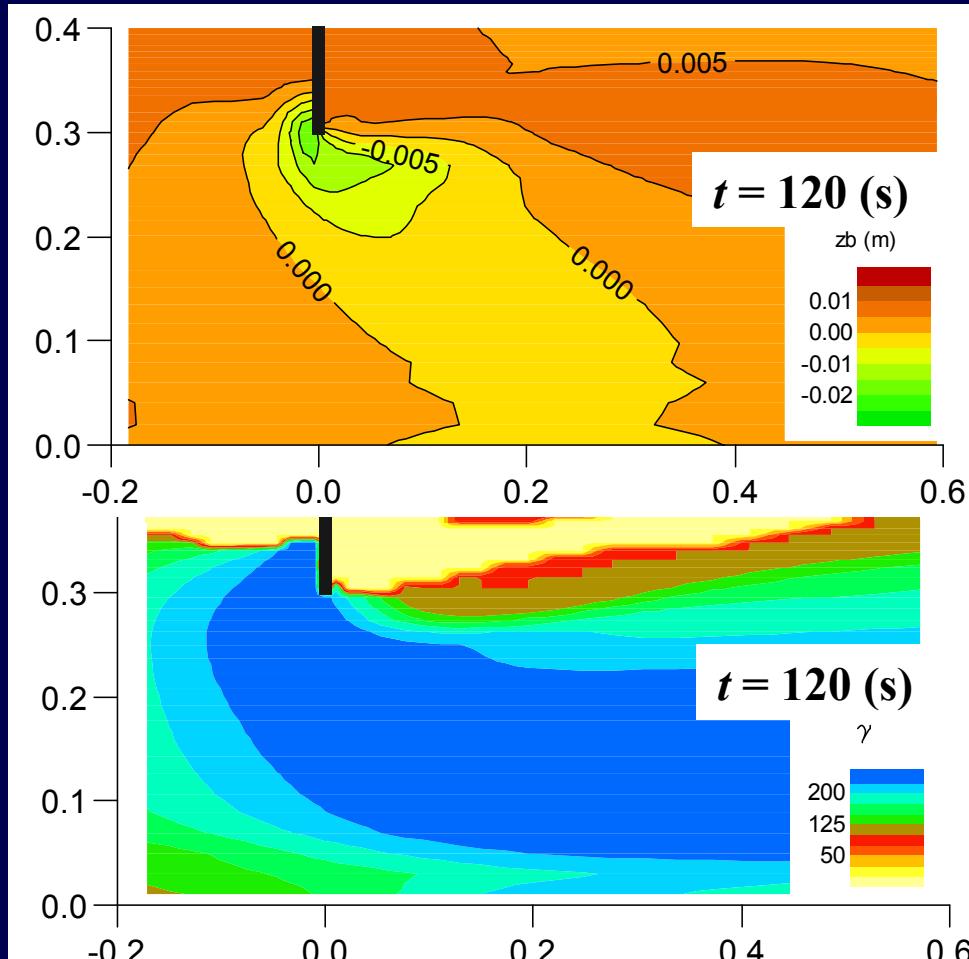
4.4 スケール, パラメータの影響



	スケール	step length
Case 1a	scale 1	Einstein
Case 1c	scale 1	一定 (=100d)
Case 4a	scale 2	Einstein

最大洗掘深の時間変化

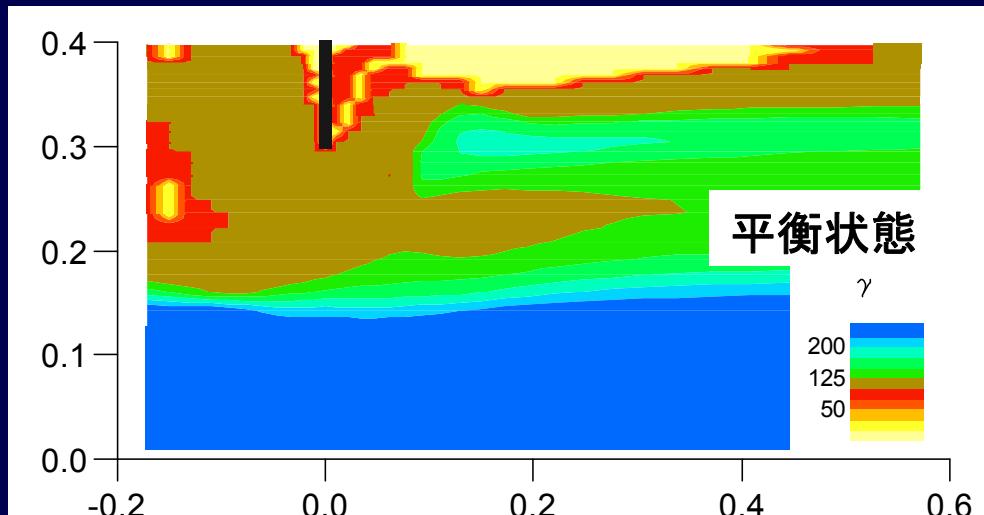




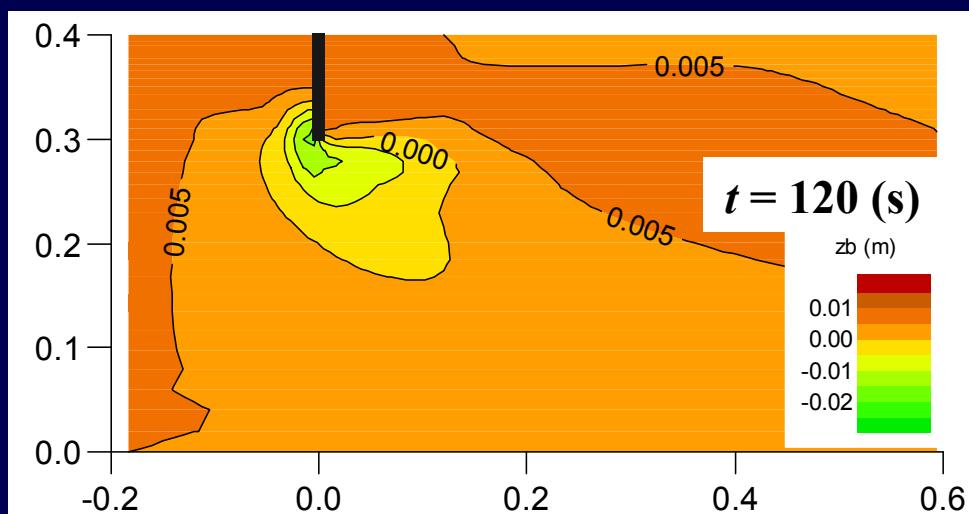
Case 1a (非平衡)

河床高コンター図

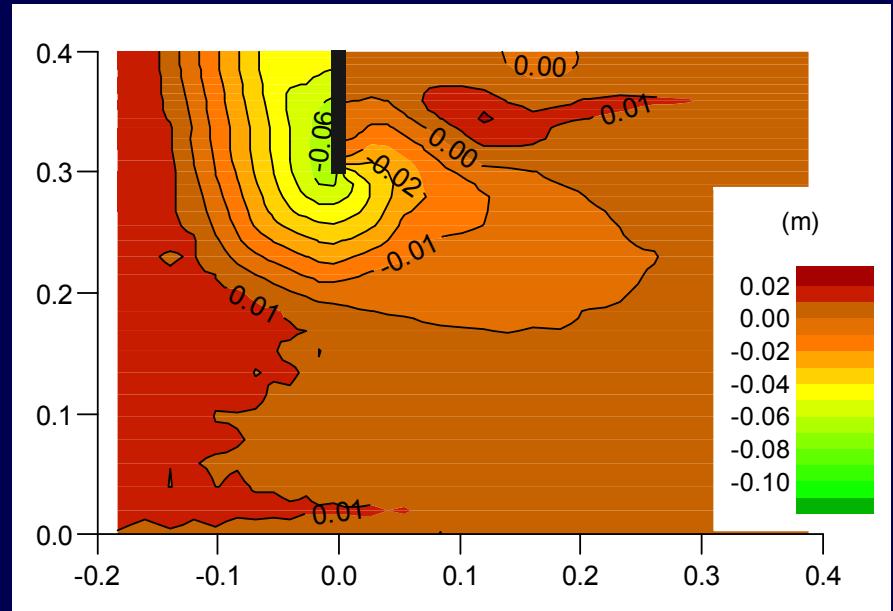
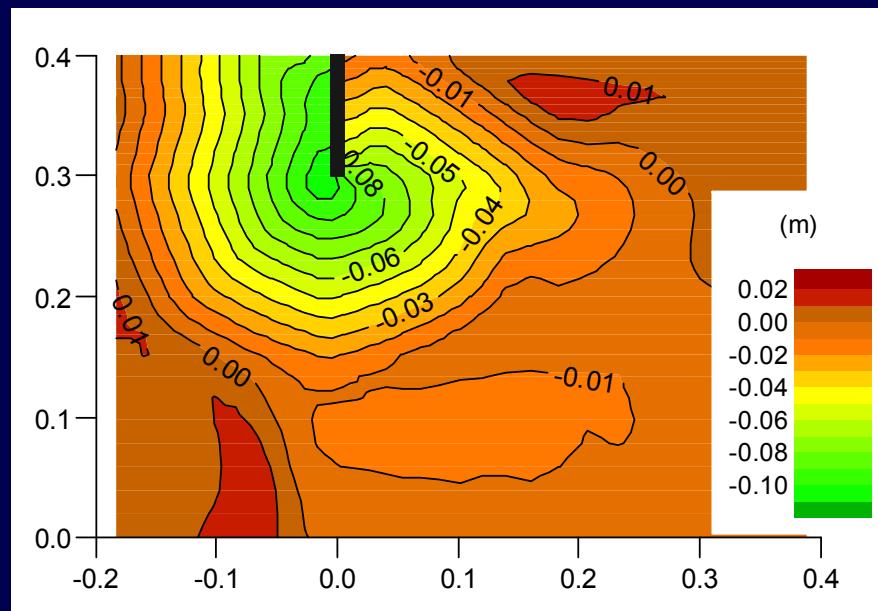
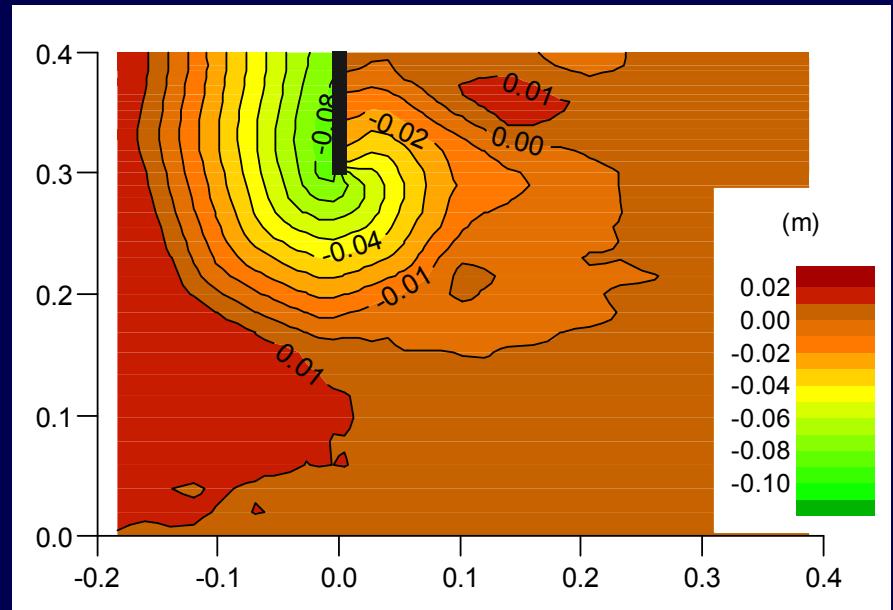
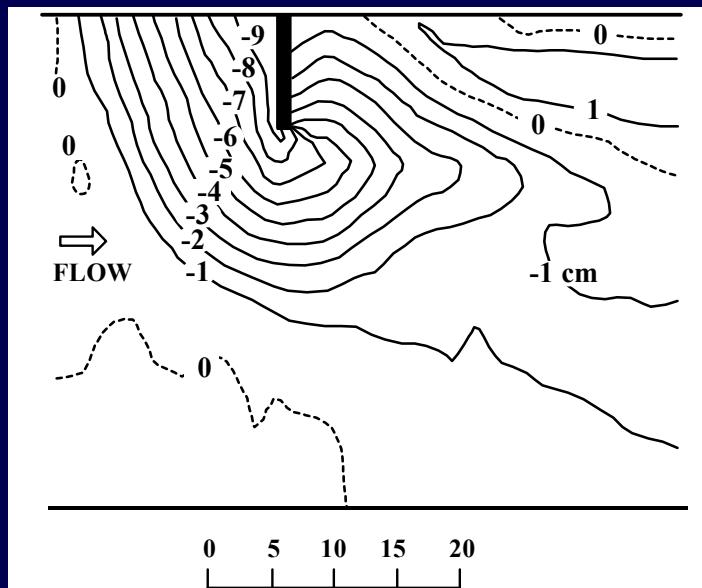
$\gamma = \text{step length}/d$



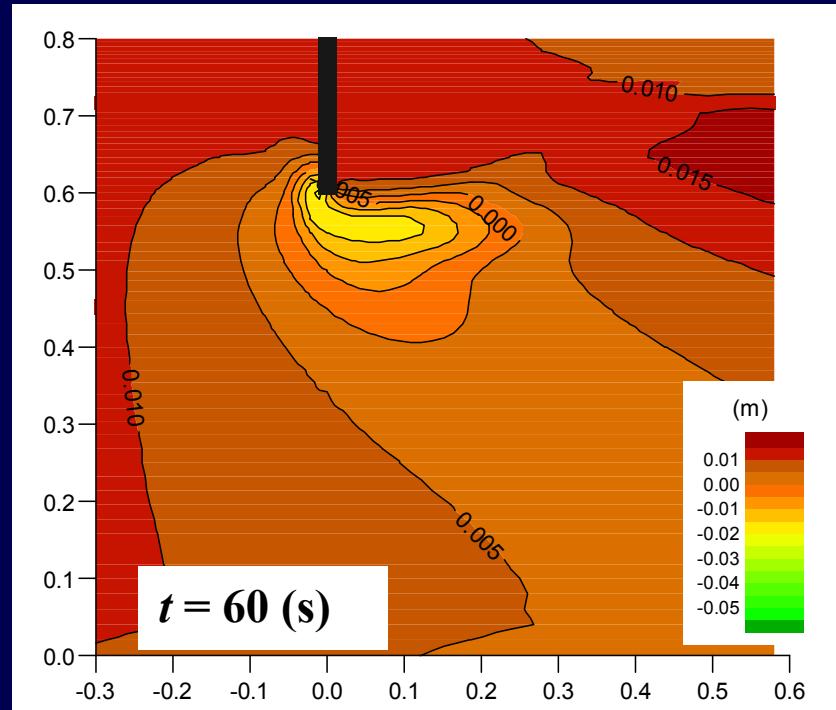
無次元step length



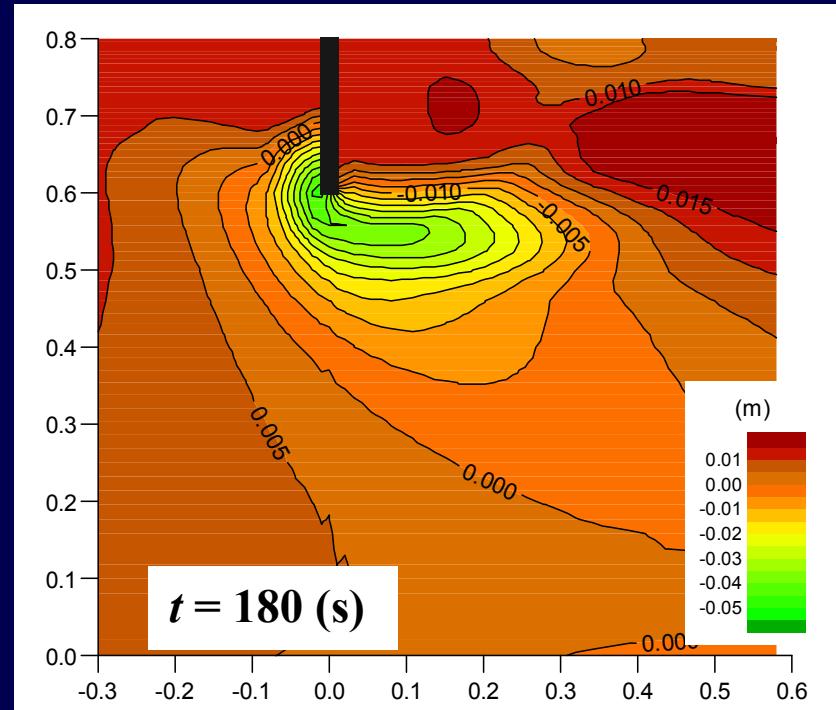
平衡状態における河床高コンター図



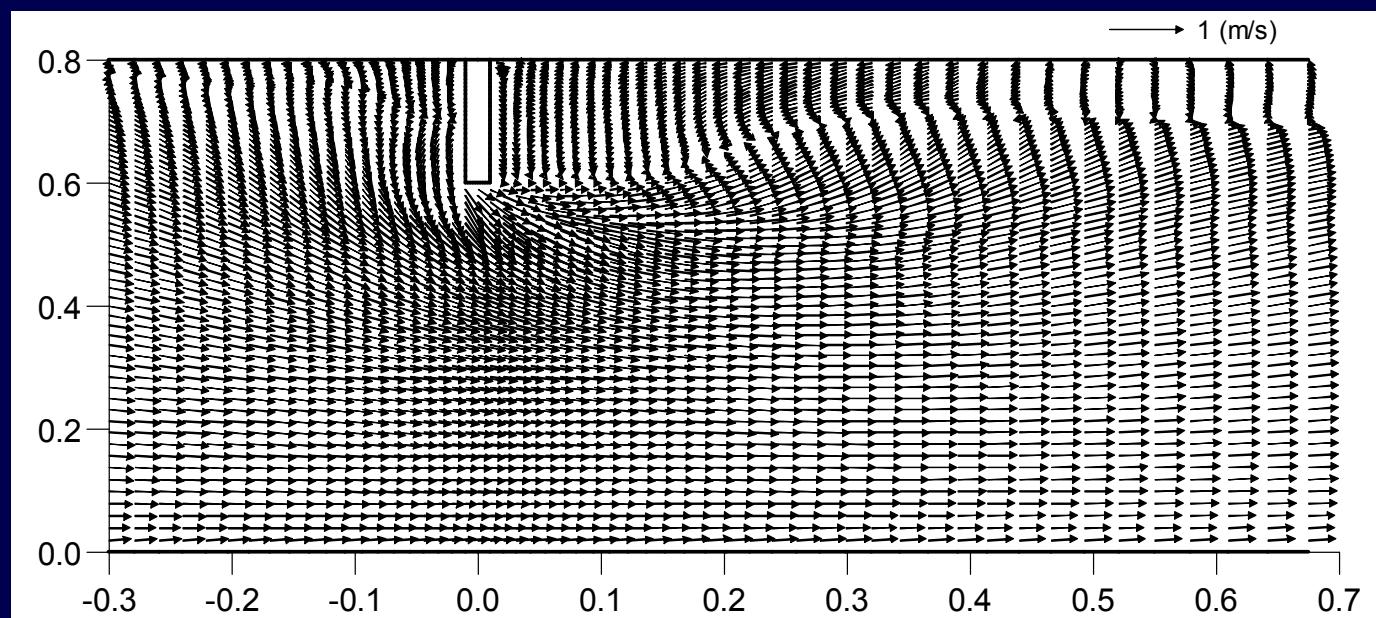
初期洗掘過程 (Case 4a)



河床高コンター図

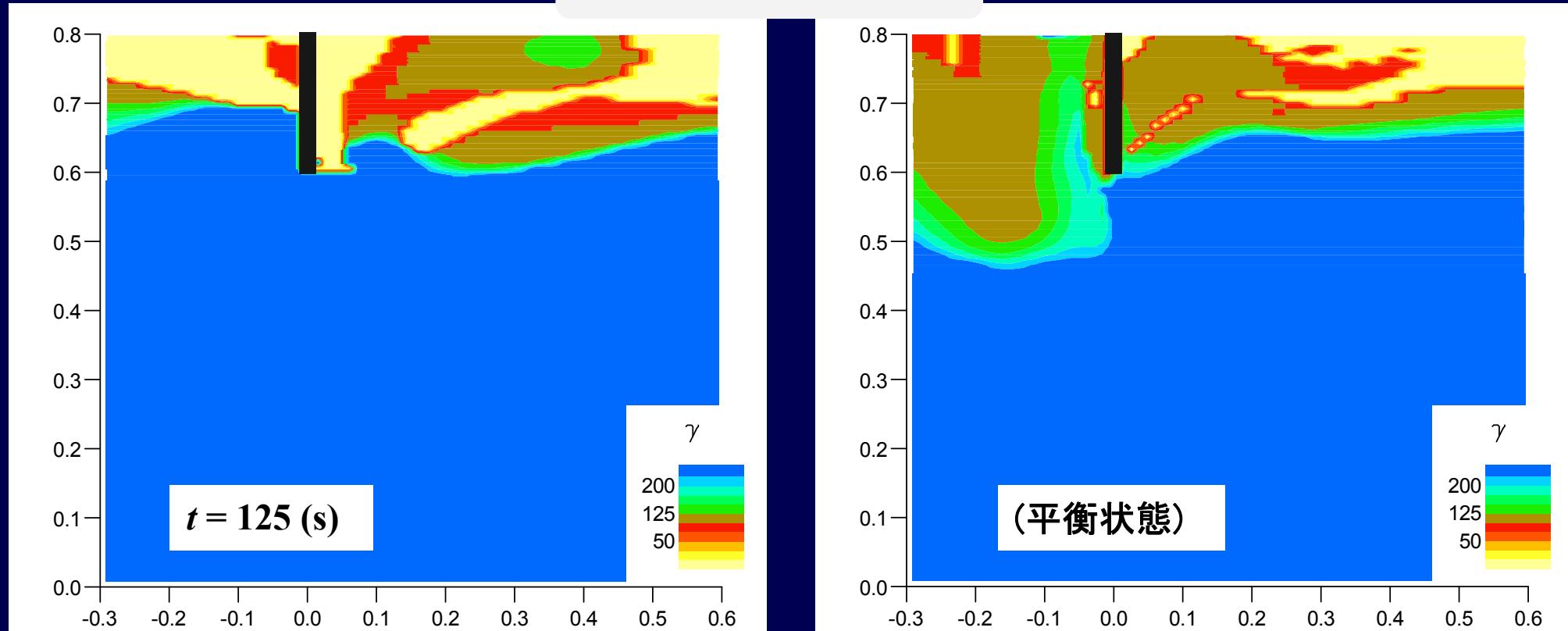


流速ベクトル $t = 180$ (s)



(Case 4a)

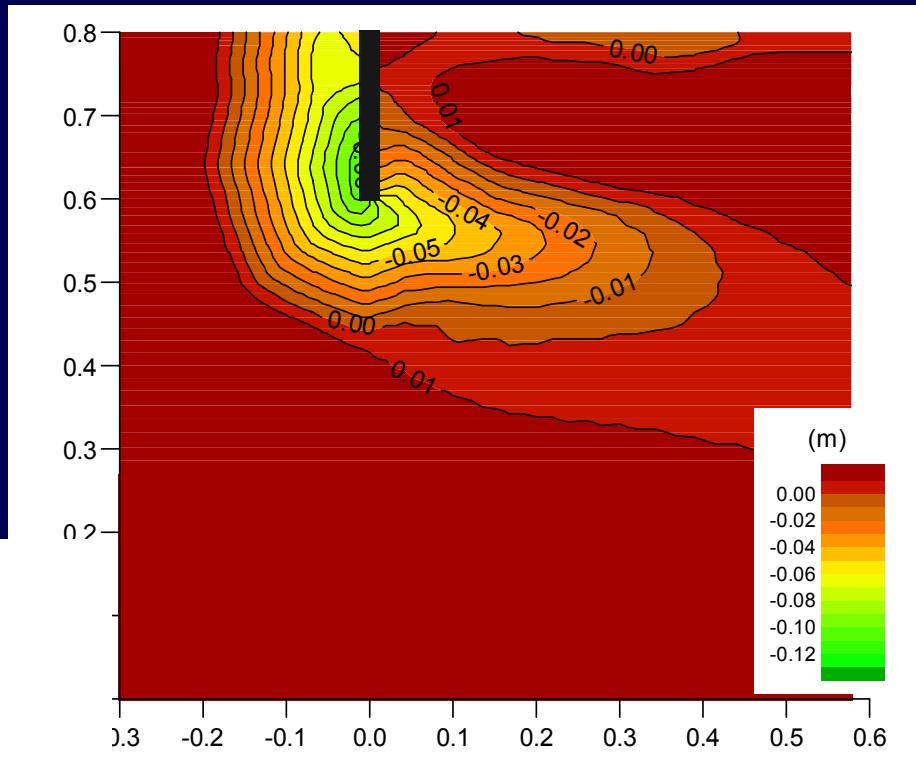
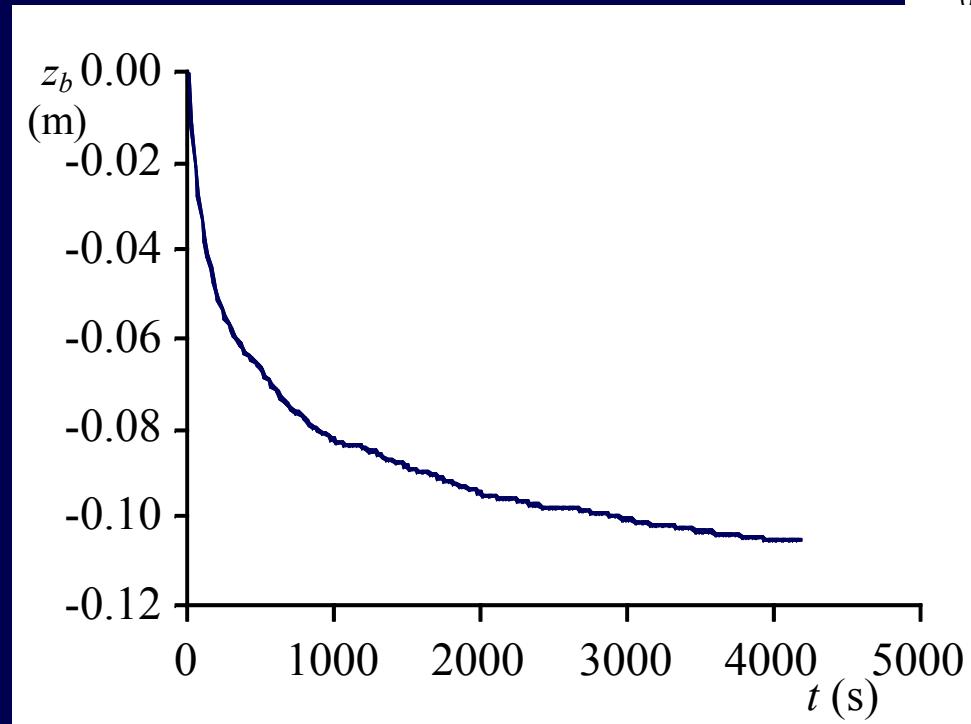
$$\gamma = (\text{step length})/d$$



無次元step length

★ step lengthの変化が小さい

(Case 4a)



☆ 平衡流砂モデルの結果と同じ傾向を示す。

まとめ

- ☆ 非平衡流砂モデルを用いて小規模河床波の形成過程, 水制周辺の局所洗掘に関する数値解析を行い, ほぼ再現できることを示した.
- ☆ 非平衡流砂モデルでは, pick-up rateとstep lengthで土砂の移動を表している. 特に土砂の停止を表すstep lengthをどう評価するか?
- ☆ 土砂の崩壊をどう取り扱うか?

ご清聴ありがとうございました.