



LESの実河川流適用の例と課題

神戸大学大学院市民工学専攻
中山昭彦



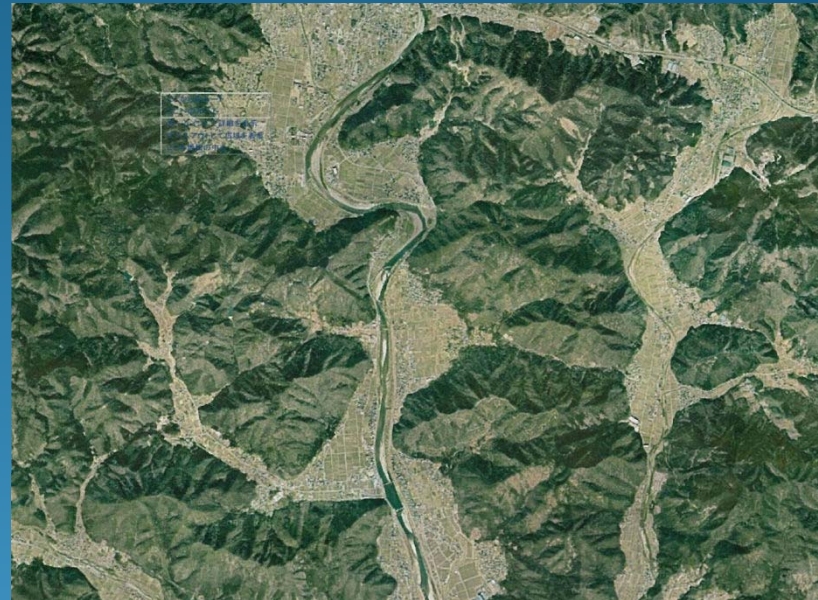
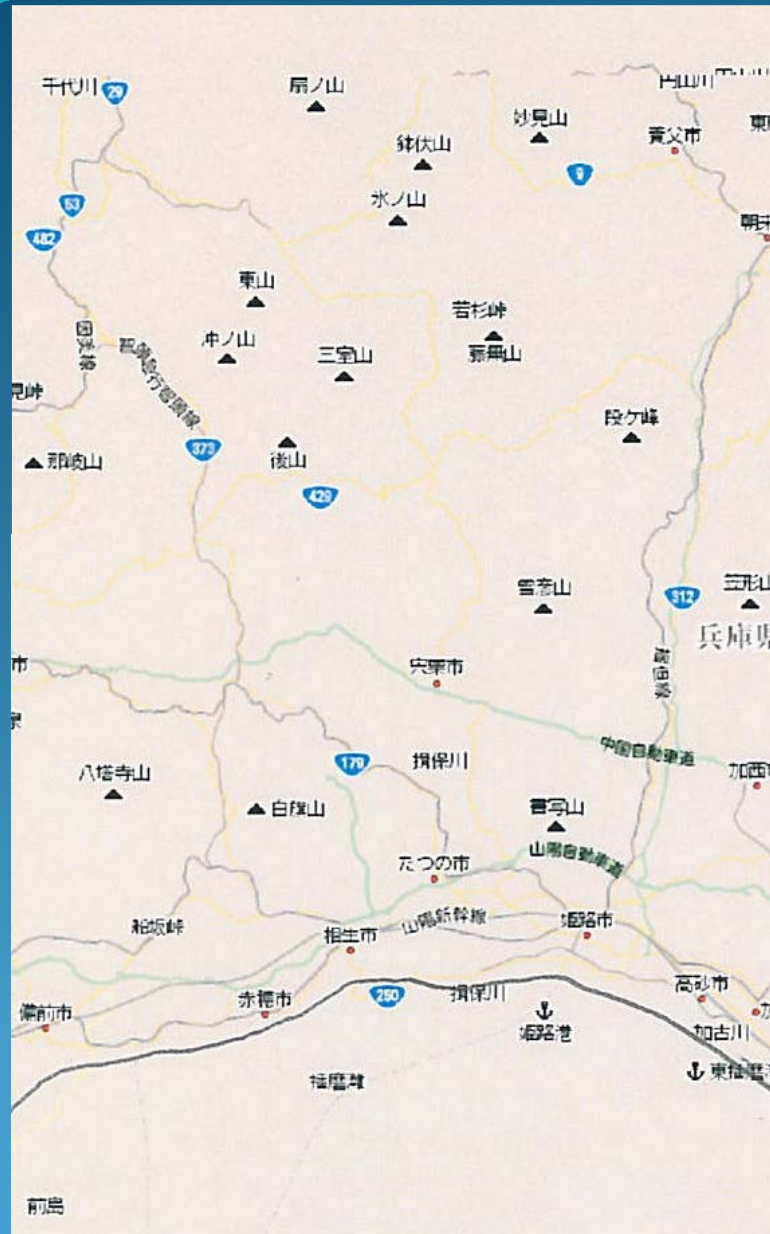
内容

- LESの実河川への適用例
- 手法の紹介と検証例
- 実用への課題と幾つかの提案

実河川のLES適用例，揖保川

兵庫県たつの市，宍粟市

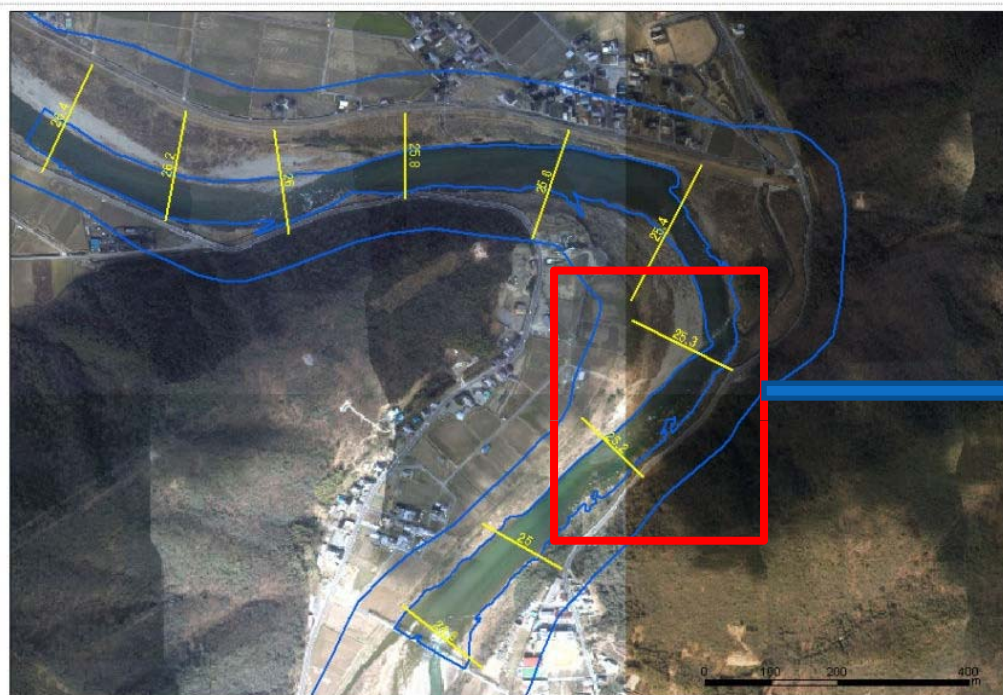
宍粟市近傍



蛇行部



揖保川蛇行部の河原

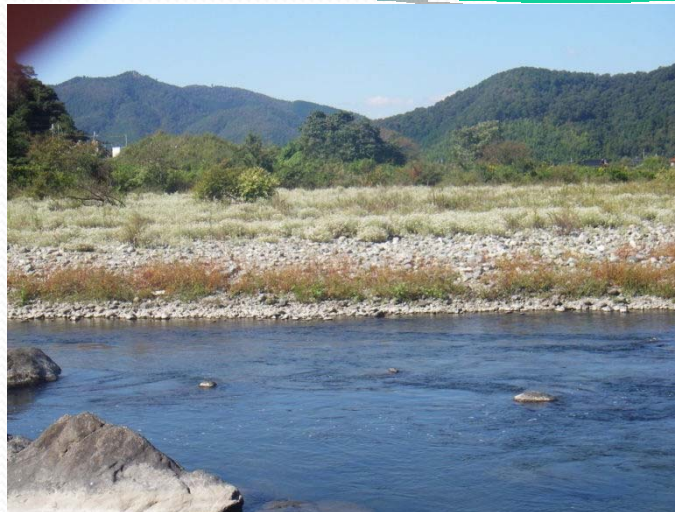


蛇行部内岸に絶滅に瀕している礫原カワラハハコが生息、
(赤点の位置)

礫原のカワラハハコ



0 12.5 25 50メートル



カワラハハコは、
数年に一度の増
水で適度にかく乱
され土系の雑草
の繁殖を食い止
め、

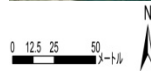
大きな洪水時にも
掃流力が強くない
株が流されないよ
うな河原に育ち、
健全な礫原環境
の指標になつて
いる。



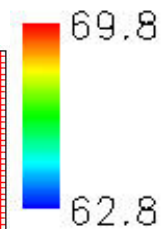
出水時の流状況再現のLES計算

計算領域と計算格子

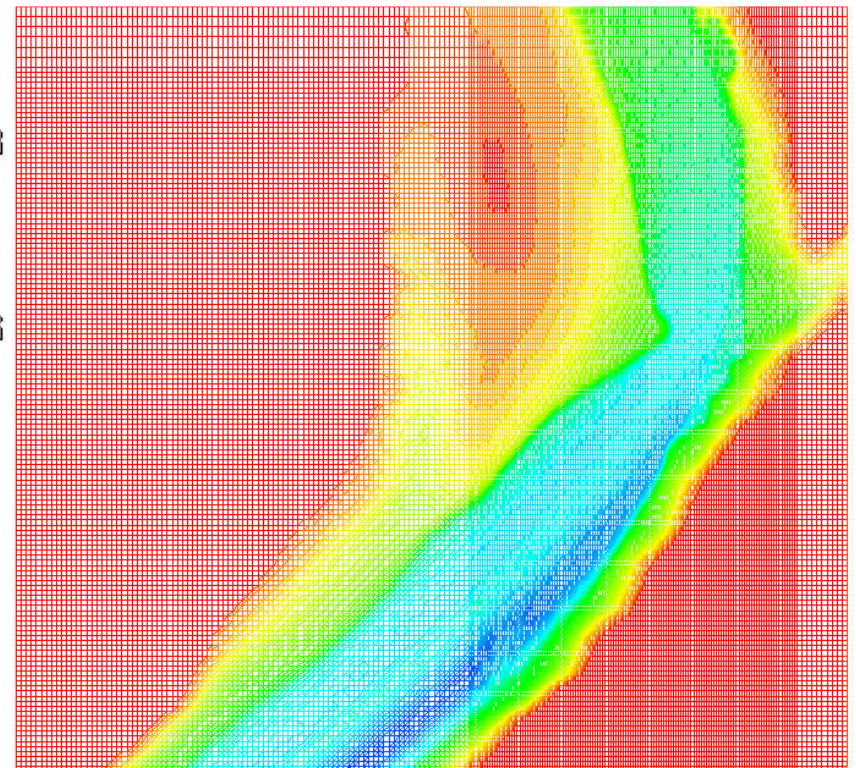
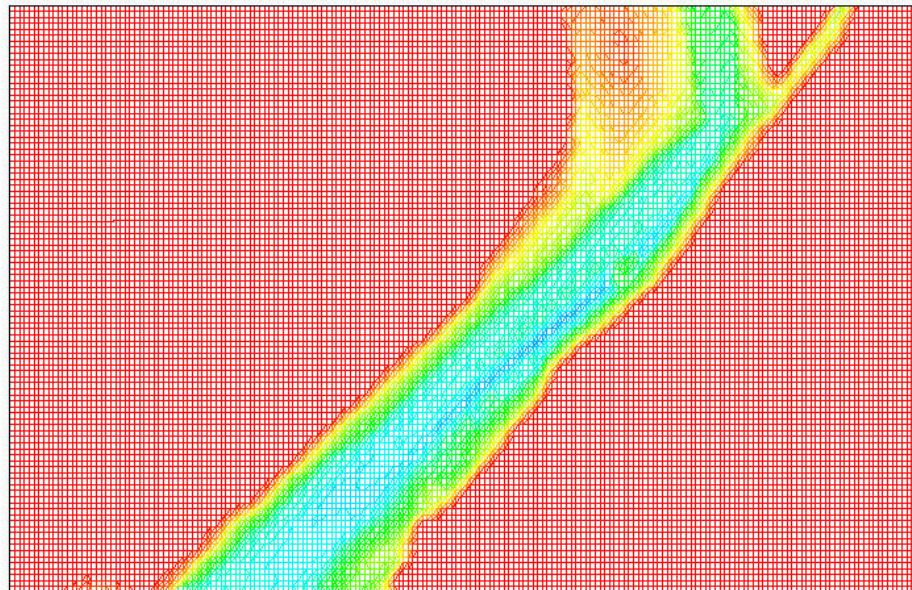
グリッドA
直交 90x200x40
間隔 4mx2mx0.2m



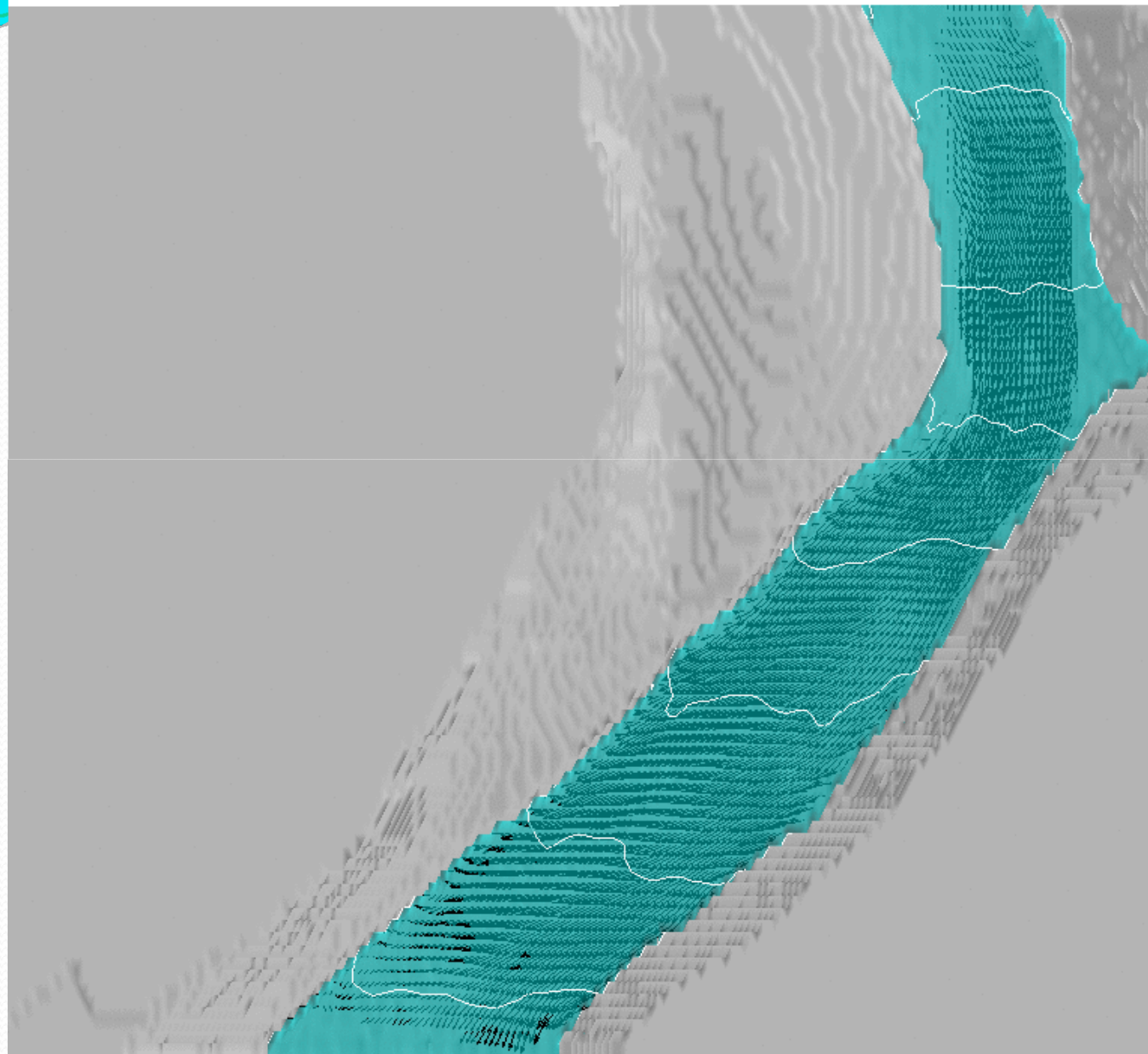
標高(m)



グリッドB
直交 150x240x70
最小間隔 2mx1mx0.1m



LES計算例



水色部は水面
白線は間隔0.25mの等高線
流速ベクトルは水面下の
水平面内の分布
実時間約10秒間の結果

計算条件

1. 初期水位と流速分布を仮定

最大水深約2.0m, 平均流速約0.5m/s, 水面勾配1/250

2. 流入速度を仮定

ー 流入断面平均で

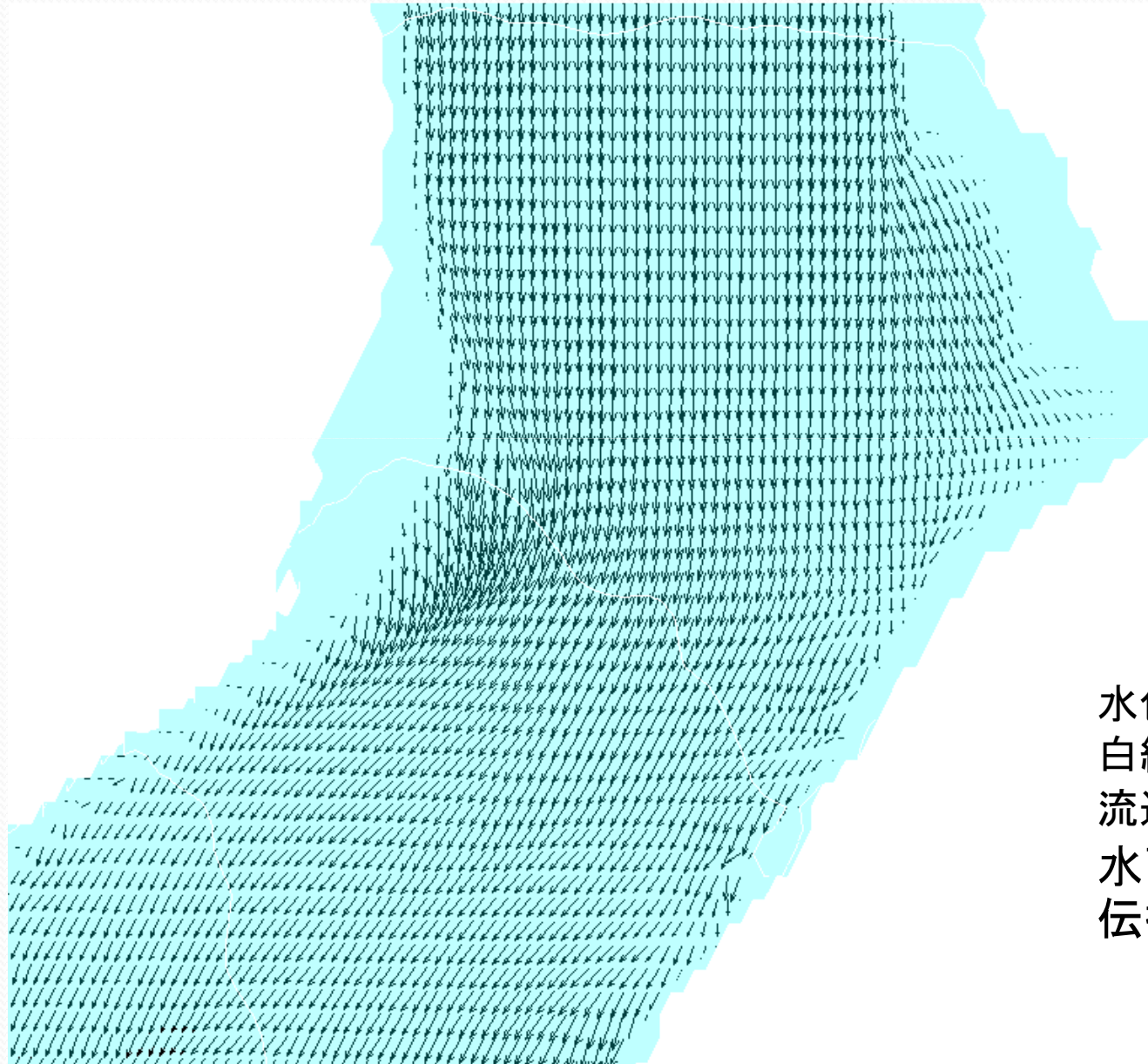
$Fr \approx 0.05$, $Re \approx 5 \times 10^5$ (実際より小さい)

摩擦速度を仮定し対数分布, 水深設定せず

3. 下流端

ー 自由流出, 水深設定せず

LES計算結果，礫原近傍



水色部は水面
白線は間隔0.25mの等高線
流速ベクトルは水面下の
水面波が礫原に向かって
伝播

用いられたLES手法

1. 直行座標
2. 河床地形はレーザプロファイルと横断測量にフィルタ
3. HSMAC反復緩和
4. い流高陽的フィルタ
5. 標準Smagorinskyモデル
6. 底面No-slip条件, 底面抵抗
7. 流入速度変動なし
8. 水深関数, 水面平均効果なし

揖保川拡大

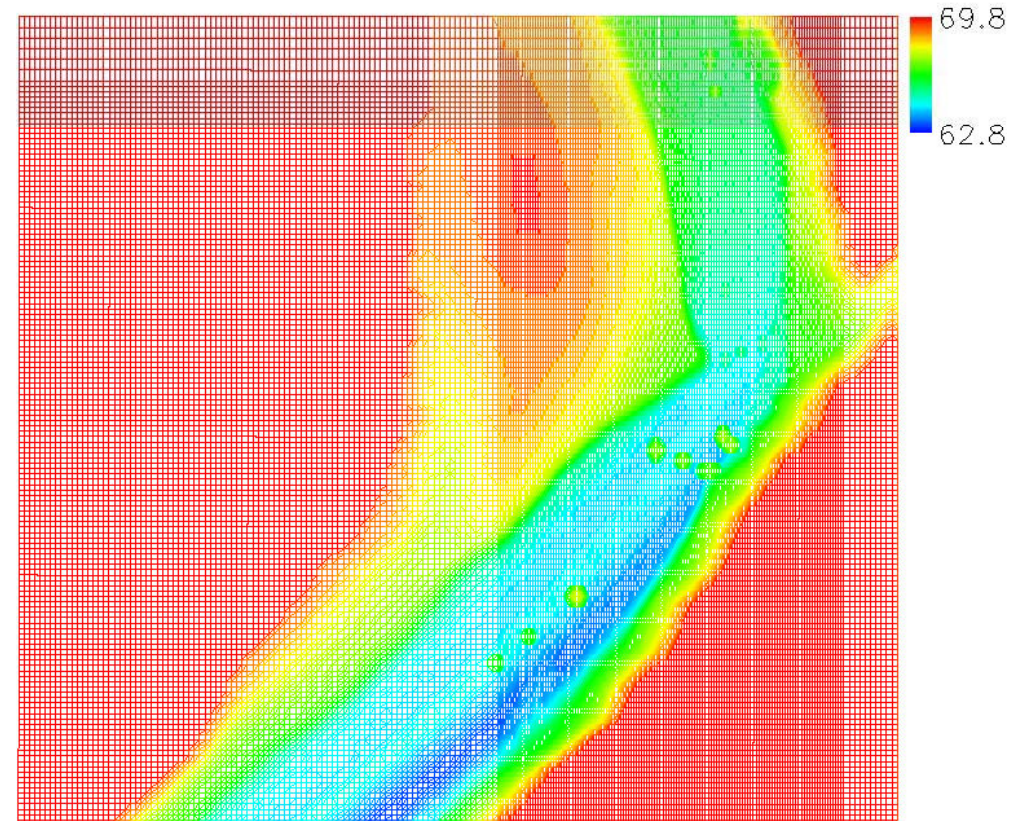


大きな岩が流
況と抵抗に大
きく影響



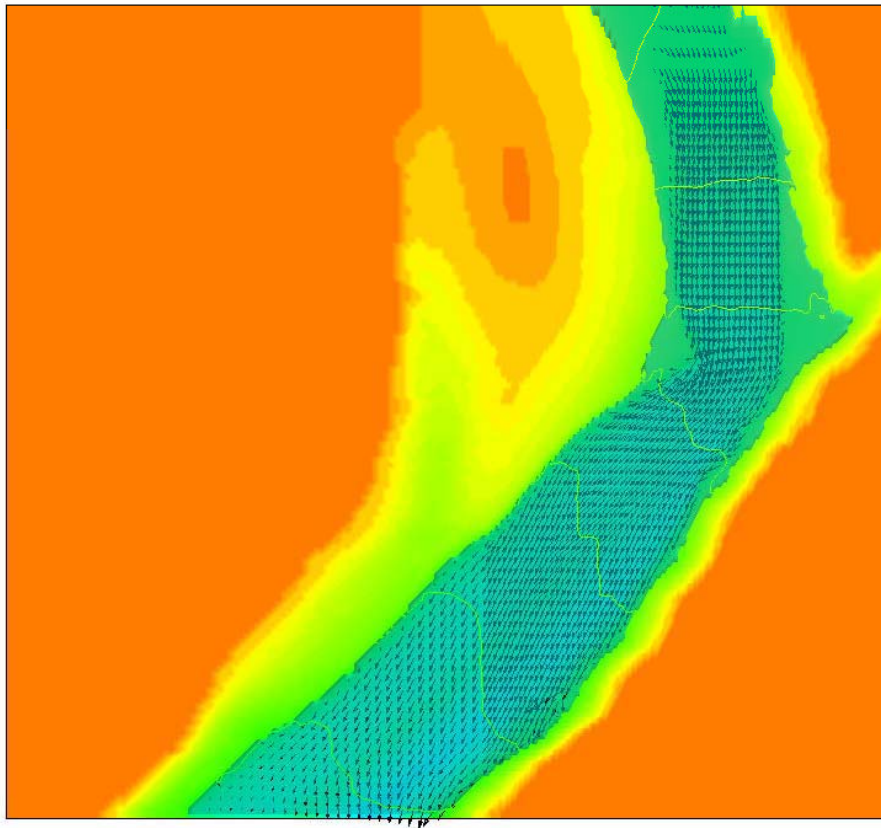
解像可能な河床，河岸形状の再現

IBM手法に似た方法で岩をいくつか挿入

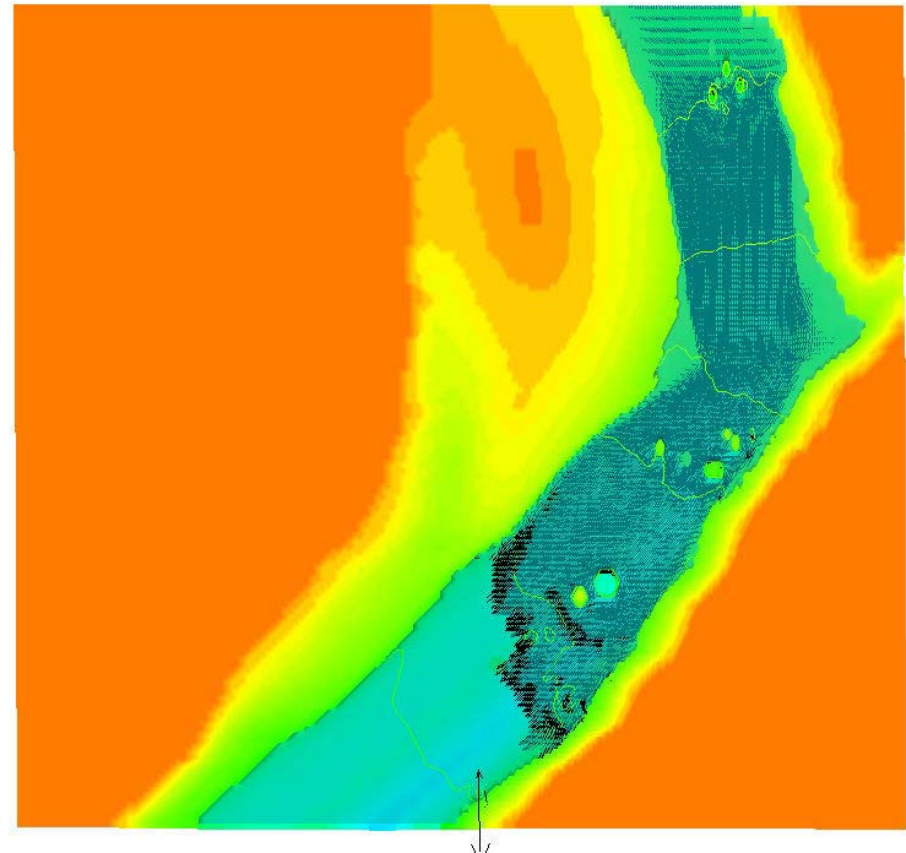


岩石を考慮した計算

岩なし



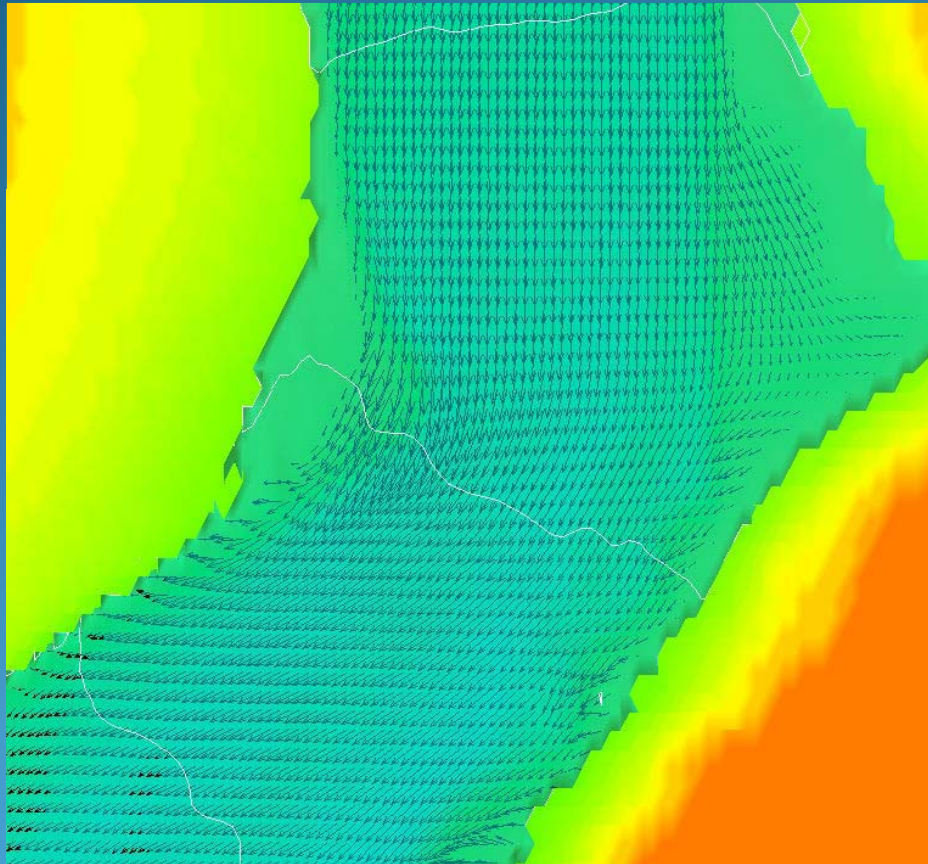
岩あり



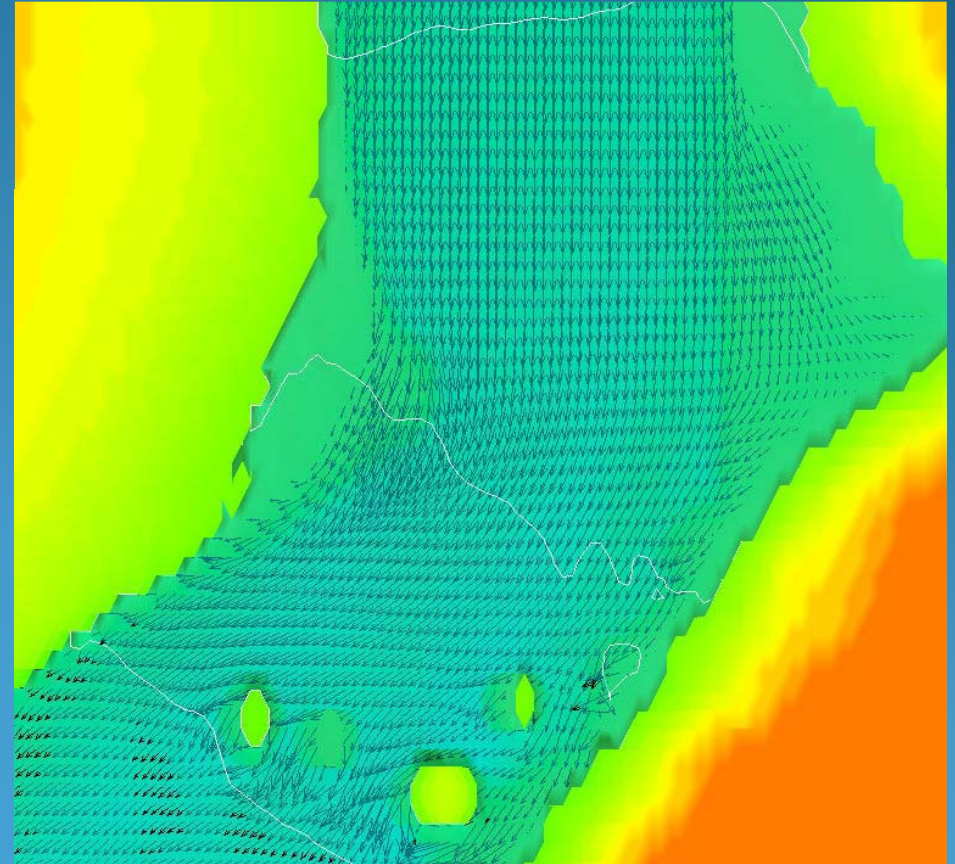
岩石を考慮した計算

礫原部拡大

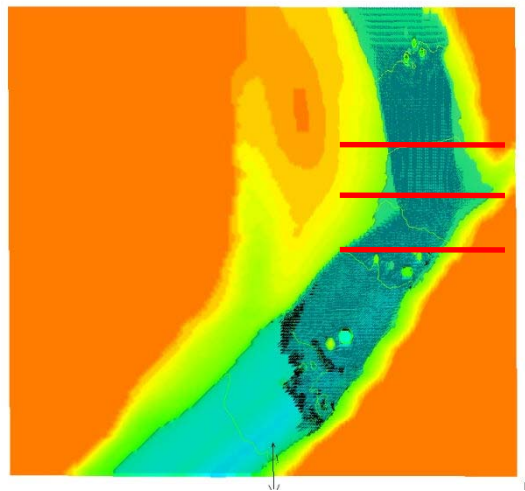
岩なし



岩あり



横断分布

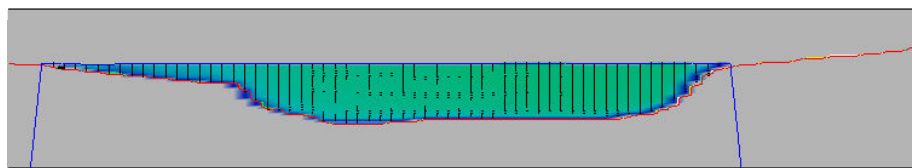


A
B
C

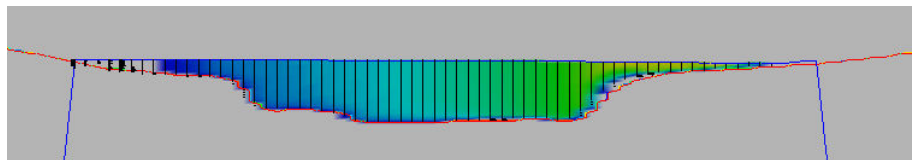
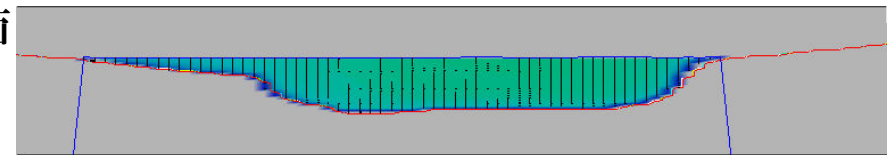
鉛直方向スケール2倍

岩なし

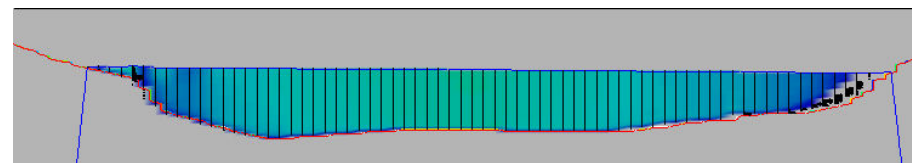
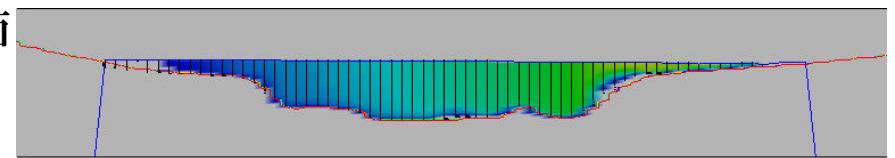
岩あり



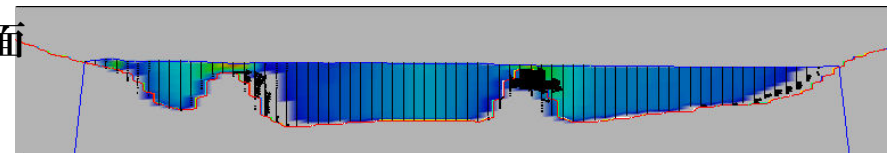
断面
A



断面
B



断面
C



結果について

1. 厳密な定常状態には至っていない
2. 底面摩擦は正確に再現できないので河床勾配を調整
3. 平均流, 局所流れ構造は再現
4. 礫による底面抵抗は解像可能
5. 水面波伝播もほぼ再現
6. 乱流応力は？
7. 大規模構造は？

実河川流適用の課題

○ サブグリッドモデルと数値解法

I 高レイノルズ数乱流への対応

II 粗面, 複雑形状の平滑化

III 水面変動の平滑化とモデリング

IV 流砂の影響と河床変動

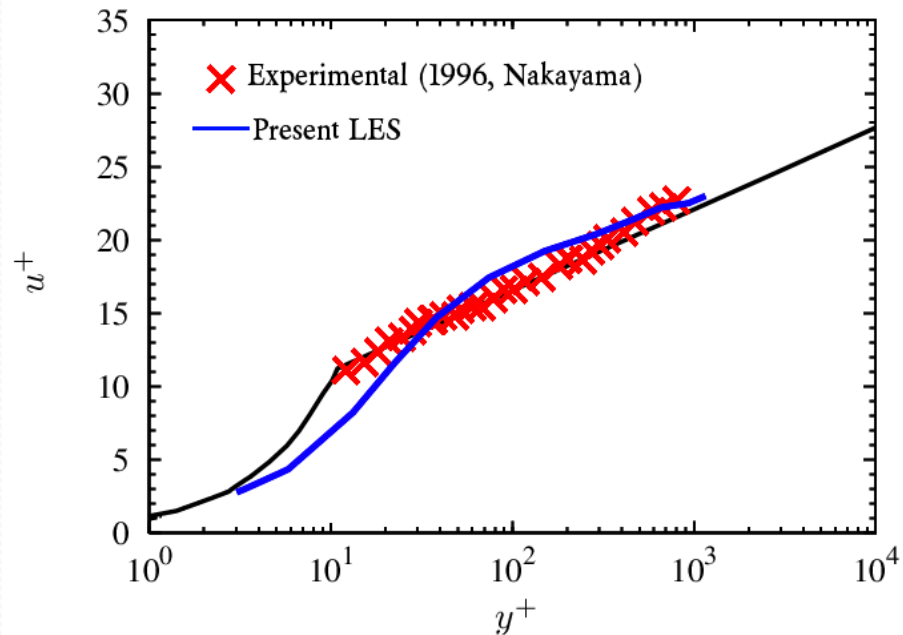
開水路等流で定量的検証

実験室スケールのレイノルズ数

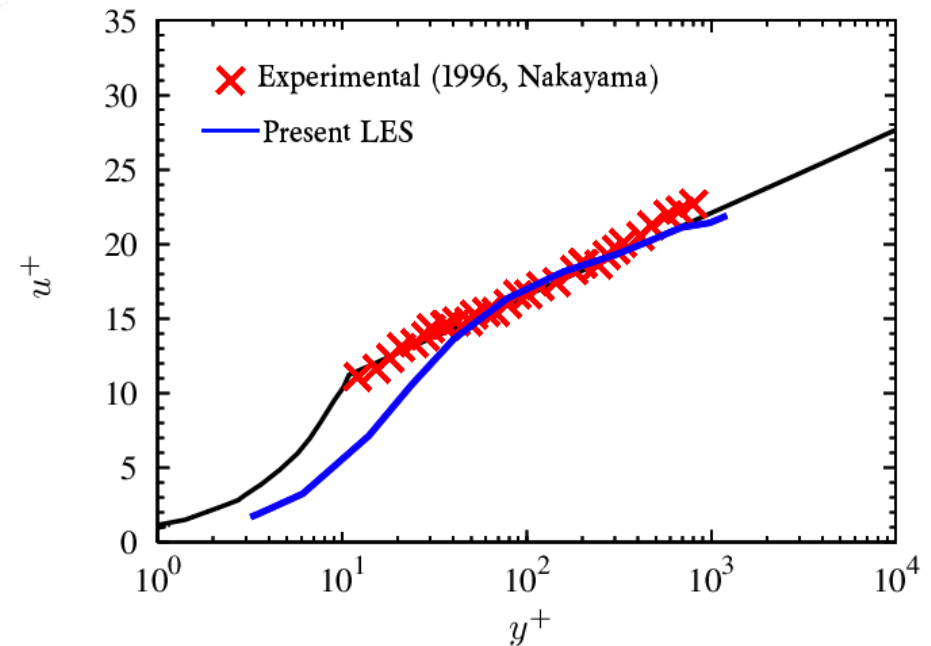
Case	Re $U_m h_0 / \nu$	Fr $U_m / \sqrt{gh_0}$	Bed slope S_b
M- FR12	20,000	1.23	0.0011

平均流速分布

摩擦速度は線形則より

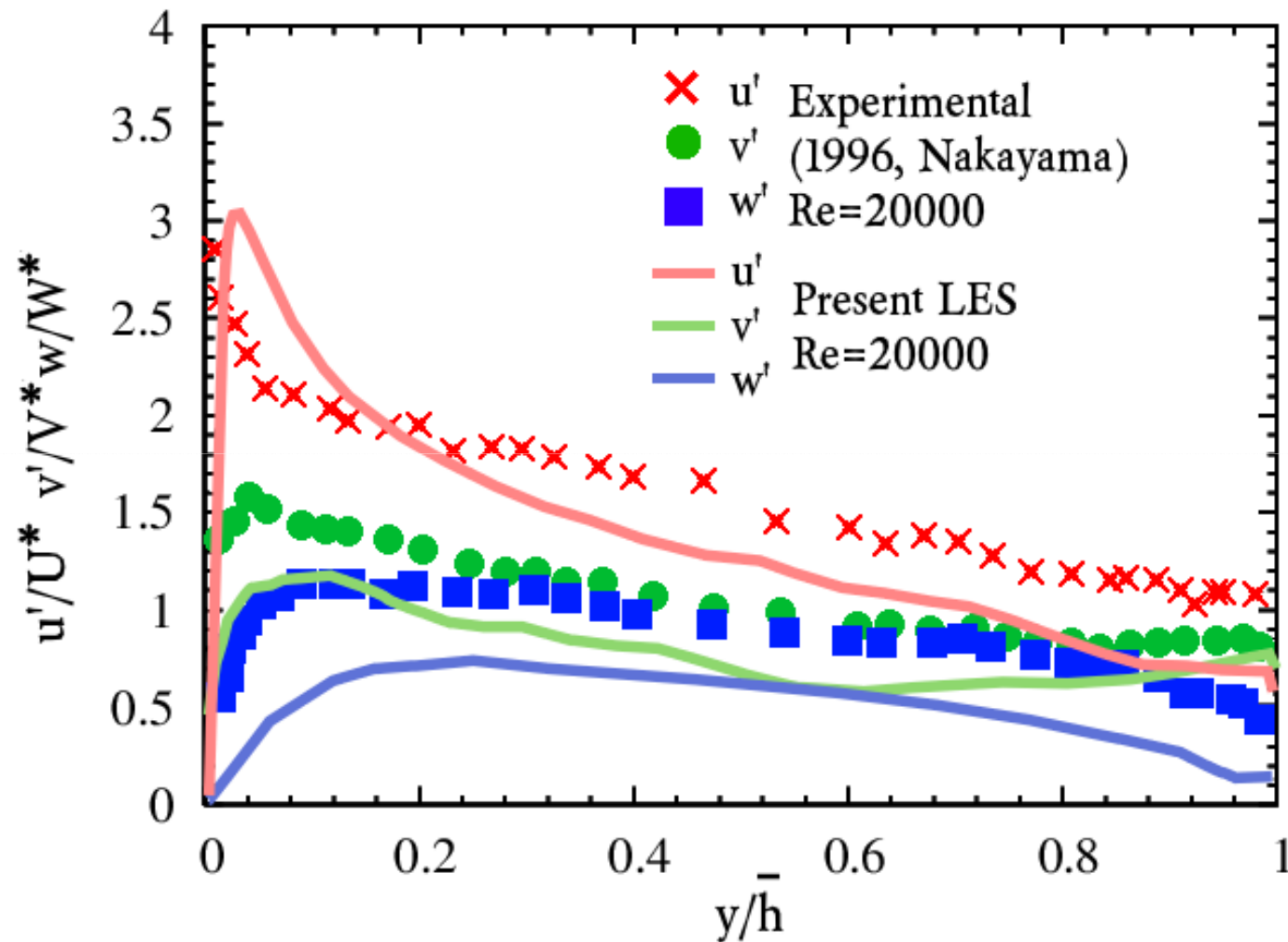


摩擦速度は水面勾配より



開水路等流での検証

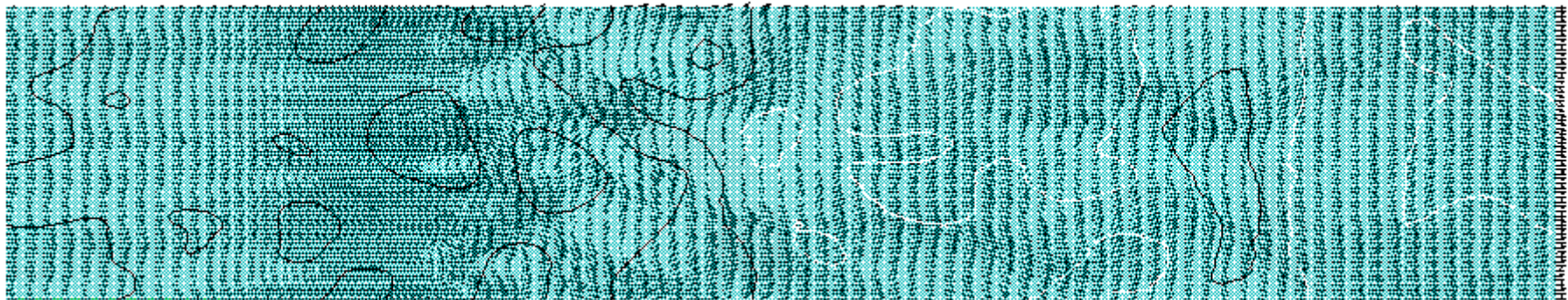
乱流強度



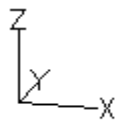
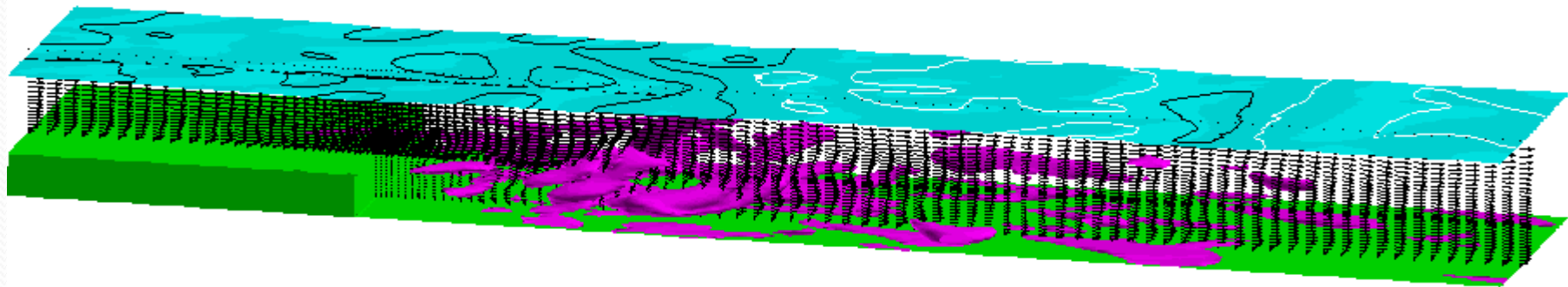
小スケールのフィルタ効果

段落ち流れで検証

水面形と水平面内流速分布



$t=200.0$



surface elevation contours lower than average

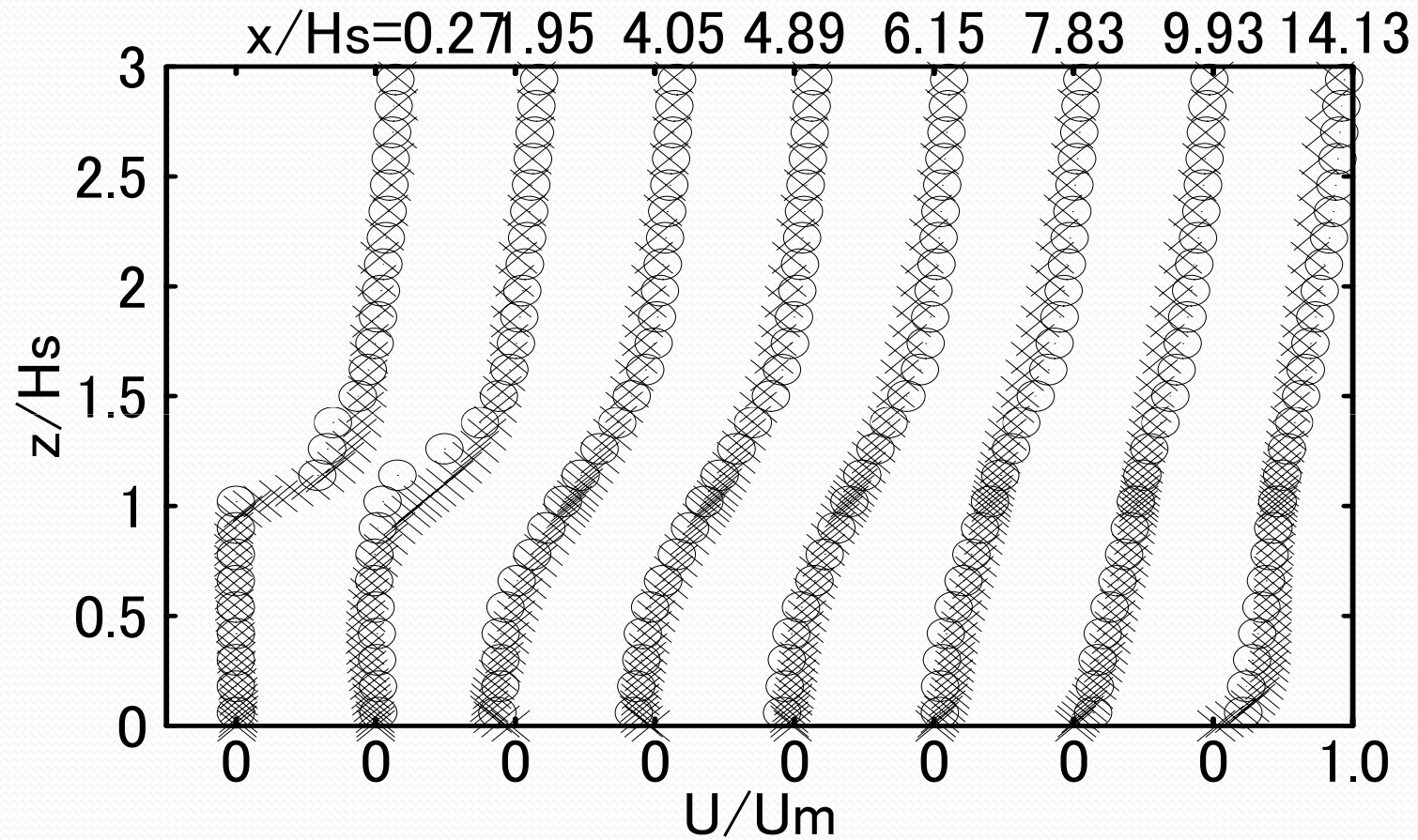


surface elevation contours higher than average

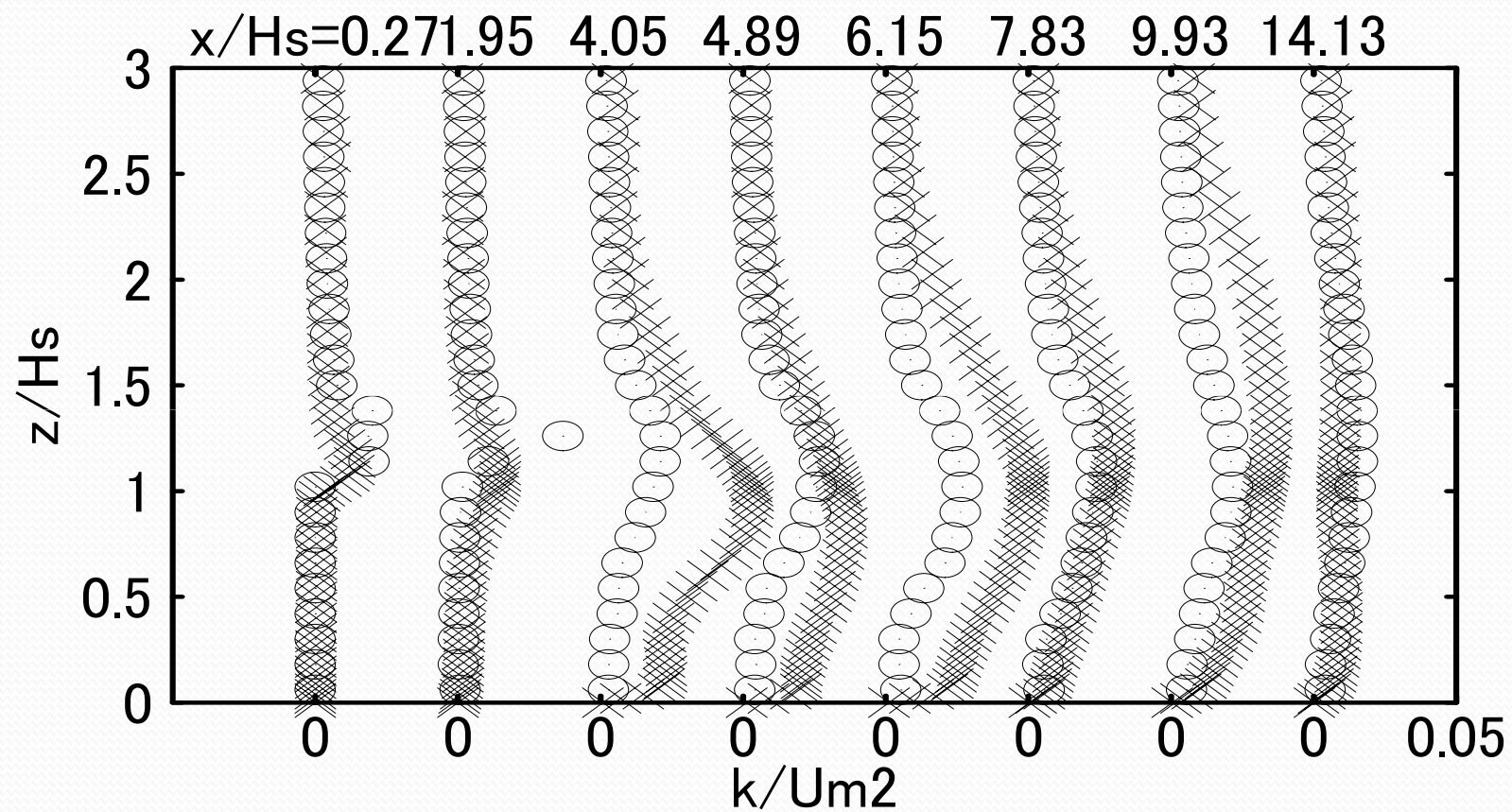


constant streamwise vorticity surface

平均流速



乱流強度



○ Exp. (Maruyama, 2002); × present LES

I 高レイノルズ数乱流の粗視化

1. 従来型レイノルズ平均
 - 急激な空間変動は別に平滑化が必要
2. 空間フィルタリングによる粗視化
 - 陰的LESフィルタで十分？
 - 境界近傍で一意的定義が困難
3. サンプリングによる粗視化
 - 空間微分のモデル化が必要
4. Assimilation
 - 力学基礎式以外の問題

➡ なんらかの空間フィルタリングが必要

通常のLESで仮定される空間フィルタリング

- 速度ベクトル成分 u_i のフィルタリング

$$\overline{u_i(\mathbf{x}, t)} = \iiint_D u_i(\xi, t) G(\xi, \mathbf{x}) d\xi \quad (1)$$

$G(\xi, \mathbf{x})$: フィルタ関数

- $\overline{u_i(\mathbf{x}, t)}$ についての基礎式

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + R_{ij} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$R_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}$ サブフィルタ (サブグリッド) 応力

- 非線形項より小スケール発生
- 境界近傍では空間微分項より非互換項発生

サンプリングによる粗視化

- 速度ベクトル成分 u_i の点 x , 時間 t でのサンプリング値

$$S(u_i) = S_{x,t}(u_i) = u_i(x,t) \quad (7)$$

- 積とサンプリングの互換性

$$S(u_i u_j) = S(u_i) S(u_j) \quad (8)$$

- 空間微分のサンプリング値による推定

$$S\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = \frac{\delta S(u_i)}{\delta x_j} + E_{xj}(u_i) \quad (9)$$

$\frac{\delta S(u_i)}{\delta x_j}$: サンプリング値による空間微分値の(例えば差分)近似値

$E_{xj}(u_i)$: 近似値の誤差 何らかのモデルが必要

Ⅱ 粗面，複雑形状の平滑化

1. 幾何学的簡略化
 - － 厳密な平滑化でない
2. 空間平均による粗視化
 - － 形状はどう平均？
3. カーネル積分による平滑化
 - － 以下で検討

カーネル積分による速度場のフィルタリング

- 流れ領域 D で正規化されたカーネル

$$\overline{f(\mathbf{x})} = \iiint_D G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) f(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}, \quad (1)$$

$$\iiint_D G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} = 1, \quad G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \geq 0, \quad \boldsymbol{\xi} \in D \quad (2)$$

は有限領域で定義されている関数 $f(\mathbf{x})$ を平滑化できる

$$\left(\overline{f(\bar{\mathbf{x}})} = \iiint_D G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) f(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad \text{も考えられるが } \bar{\mathbf{x}} \quad \text{は境界近傍で定義されない可能性がある.} \right)$$

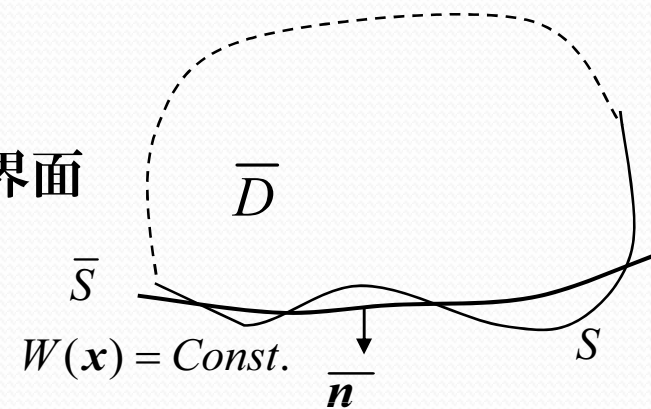
- 非対称正規化カーネル

$$G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{w(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{W(\mathbf{x})}, \quad W(\mathbf{x}) = \iiint_D w(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (3)$$

- (2)を満たし, 平滑化するが, 保存性は失われるが(Vreman, 2003), 付加項で補償できる

カーネル積分による境界の平滑化

- $\bar{u}(\mathbf{x}, t)$ フィルタ平均された
- $W(\mathbf{x}) = W_0 = \text{Const}$ フィルタ平均された境界面



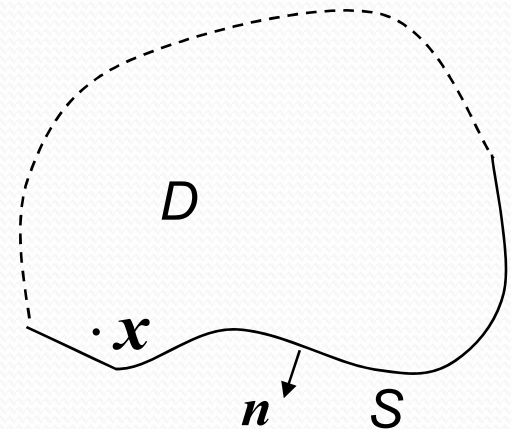
- しかし $\bar{u}|_{\bar{S}} \neq 0,$

壁面応力は粘性応力 $\tau_{\bar{S}} = \mu \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \Big|_{\bar{S}}$ だけでない

正規化カーネル積分によりフィルタ平均された 運動方程式と連続式

- 運動方程式

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}) = \mathbf{g} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left(-\bar{p} \mathbf{I} + \bar{\boldsymbol{\tau}} \right) - \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{u} \mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \right) \\ - \overline{(\mathbf{u} \mathbf{u})'' \cdot \mathbf{n}}^S - \frac{1}{\rho} \overline{p'' \mathbf{n}}^S + \frac{1}{\rho} \overline{\boldsymbol{\tau}'' \cdot \mathbf{n}}^S$$



$$\mathbf{f}'' = \mathbf{f} - \bar{\mathbf{f}} \quad \text{はフィルタ平均からの}$$

$$\overline{\mathbf{f} \mathbf{n}}^S = \iint_S G(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \mathbf{f}(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{n} dS_{\boldsymbol{\xi}} \quad \text{は非互換性の起因する境界面での平均}$$

- 連続式

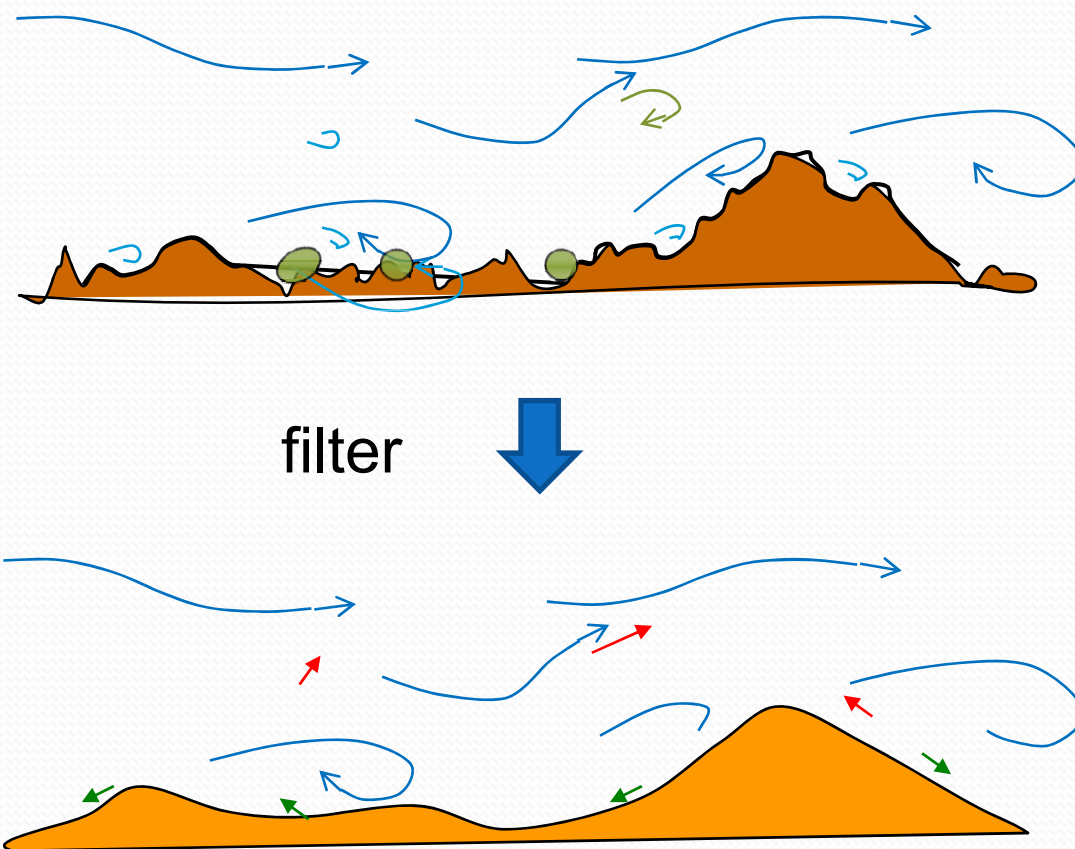
$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{n}}^S$$

(同様な式は多孔質内巨視的流れにも適用されている
面積分の項はパラメーター化が必要)

境界を含めたフィルタリング

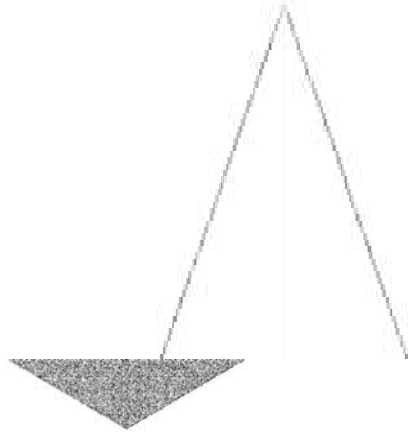
空間フィルタリングにより
流れ場内にサブグリッド
SGS応力、境界近傍に
境界応力が発生

- 大スケール運動
- ↻ 小スケール運動
- SGS応力
- 境界応力

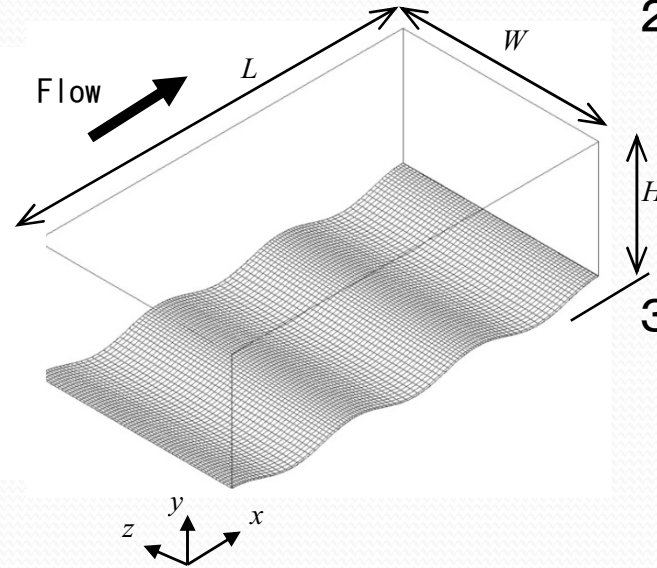


陽的フィルタ効果の検証, DNSデータにより

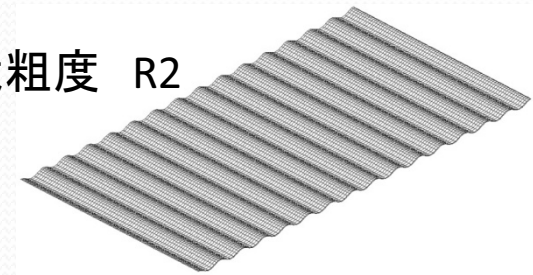
平坦チャンネル



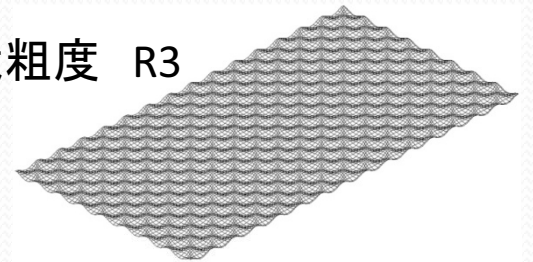
波状チャンネル



2次元波状粗度 R2



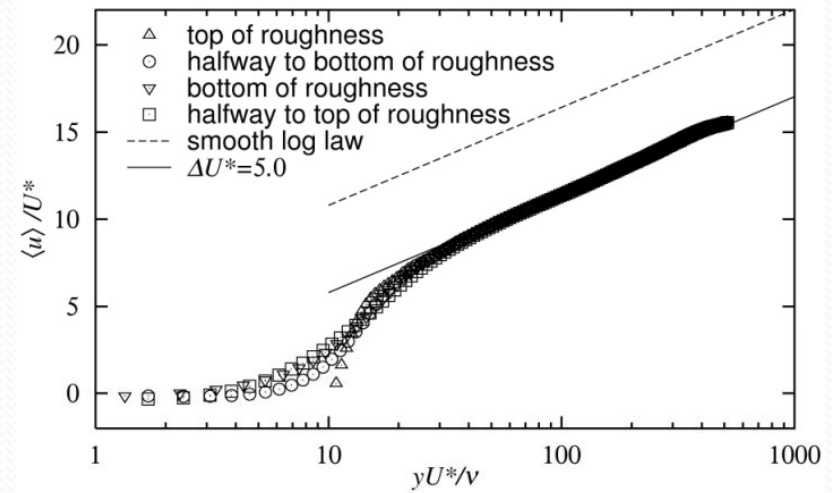
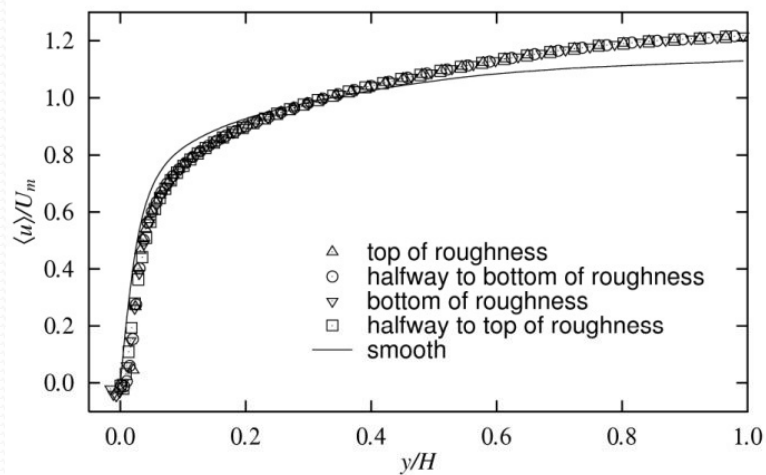
3次元波状粗度 R3



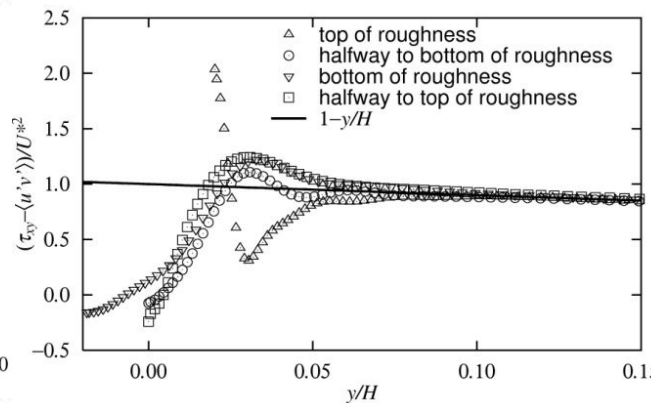
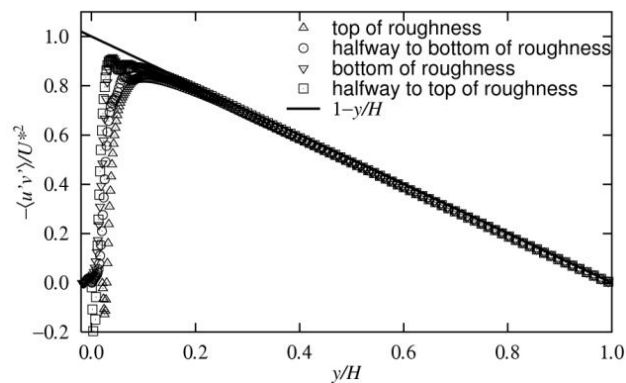
Case name	bottom surface	roughness	calculation region $L \times H \times W$	wave length Λ	wave amplitude h	Re_H HU_m'/ν	Average friction U^*/U_m	viscous drag $D_f/\rho U_m^2$	pressure drag $D_p/\rho U_m^2$
FS	Flat surface	smooth	3x1x1.6	-	-	6760	0.0586	.003398	0
FR2		R2	3x1x1.6	-	-	6763	0.0759	.001656	.003920
FR3		R3	3x1x1.6	-	-	6751	0.0688	.003054	.001565
WS	Wavy surface	smooth	3x1x1.6	1.0	0.05	6759	0.1011	.002339	.006765
WR2		R2	3x1x1.6	1.0	0.05	6764	0.1217	.000090	.012179
WR3		R3	3x1x1.6	1.0	0.05	6753	0.1109	.001171	.009143

二次元モデル粗面上流れのDNS結果

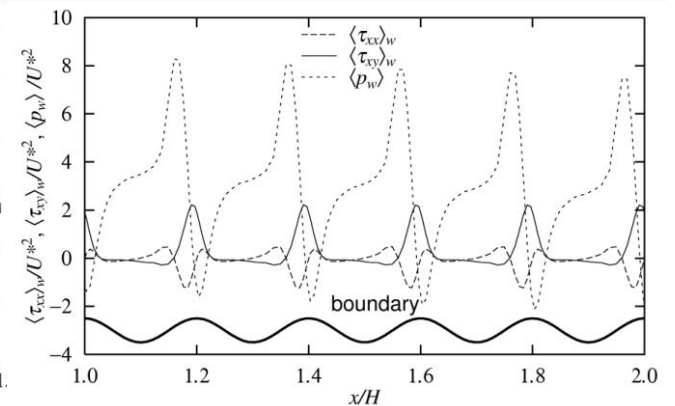
平均流速分布



せん断応力分布

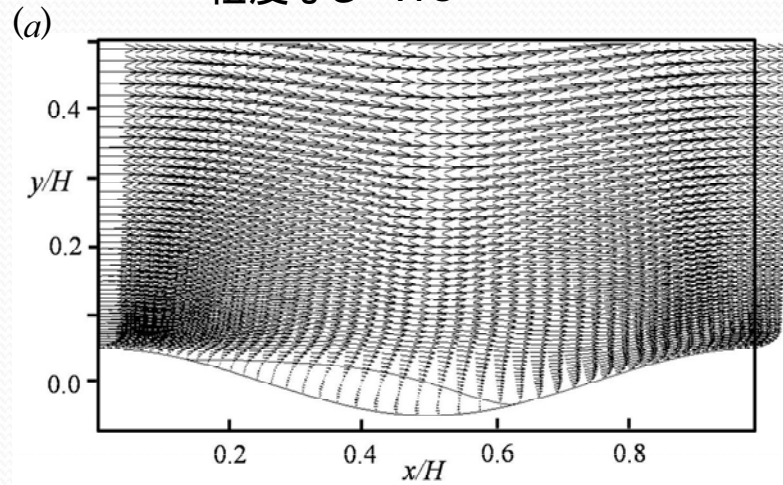


底面応力と圧力分布

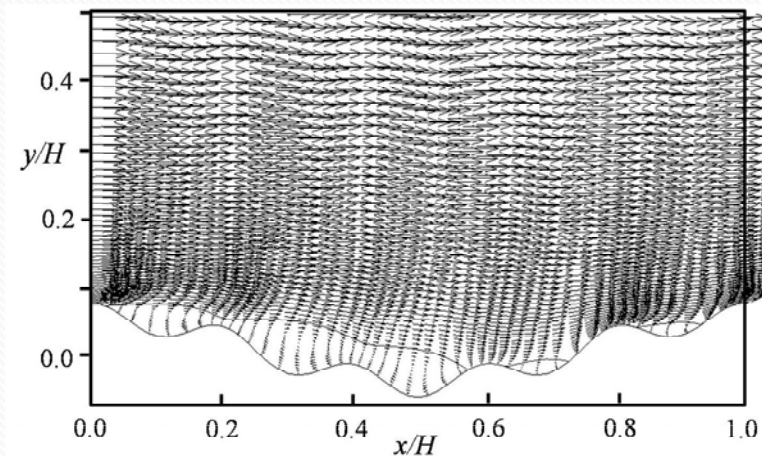


波状開水路平均流速分布

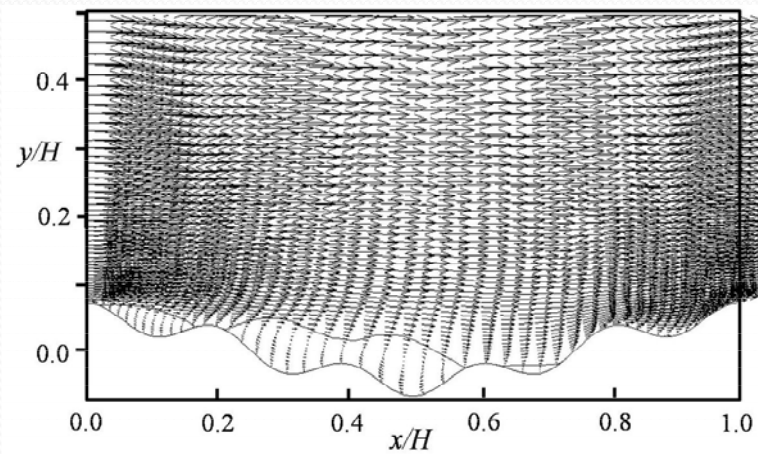
粗度なし WS



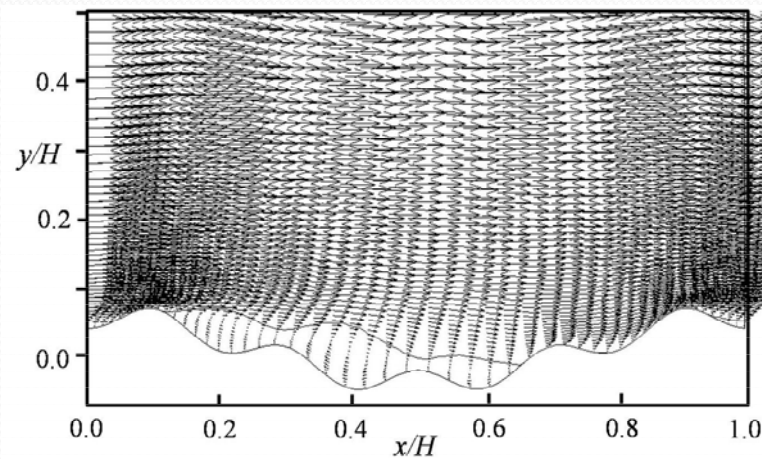
2次元粗度 WR2



3次元粗度 WR3

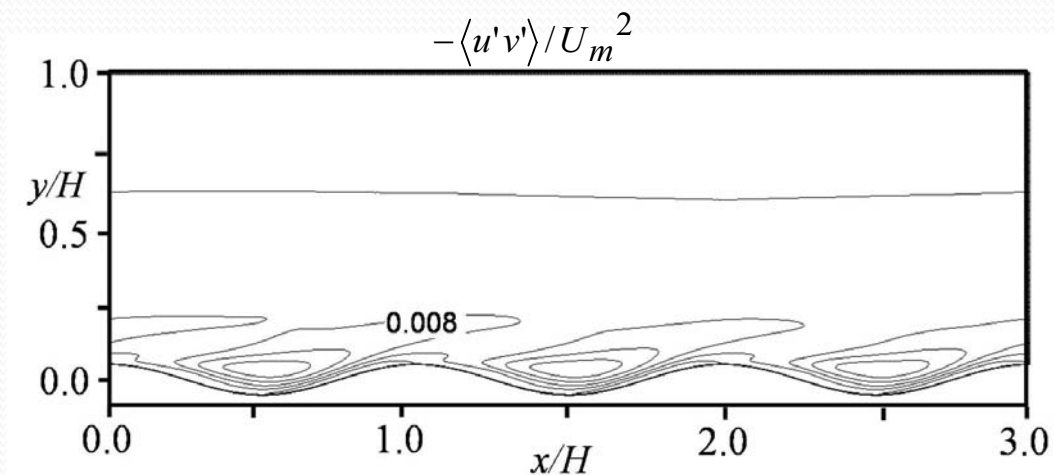


$z/H=0.1$

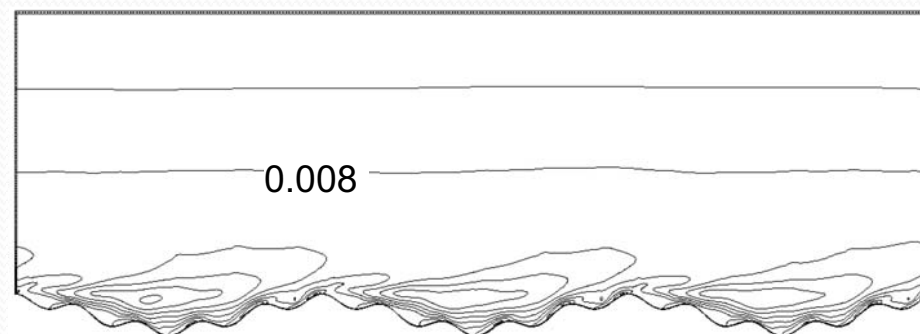


波状開水路流のReynoldsせん断応力分布

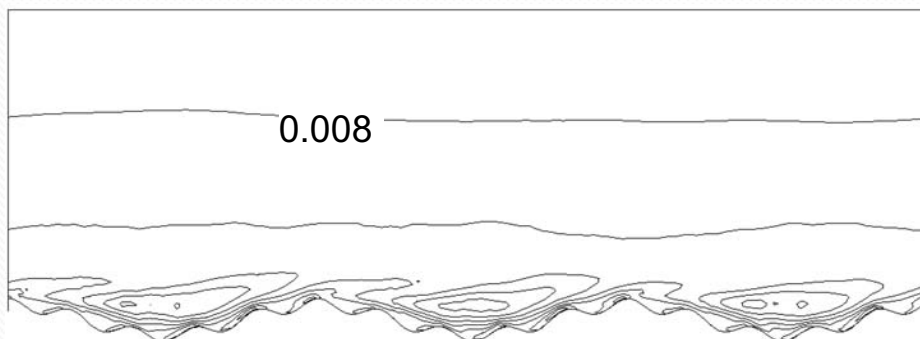
粗度なし



2次元粗度

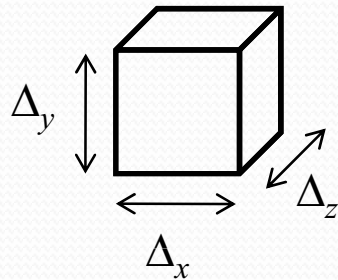


3次元粗度

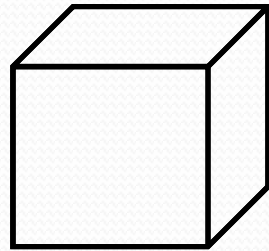


Top-hat フィルタによる粗視化

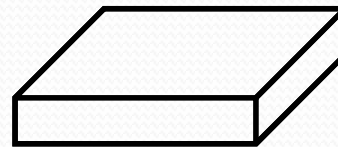
CF1
(small cube)



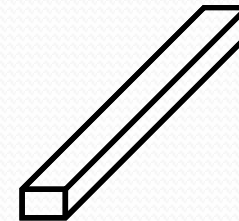
CF2
(large cube)



PF
(planar)



SF
(spanwise)

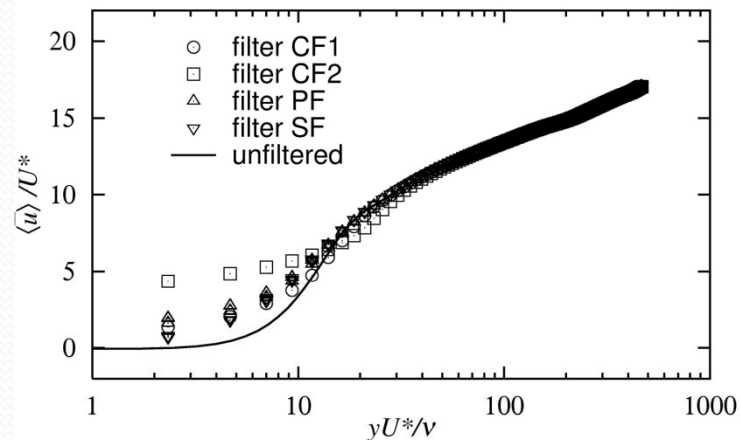


filter name	filter shape	filter size $\Delta_x/H, \Delta_y/H, \Delta_z/H$	filter size in viscous units $\Delta_x U_o^*/\nu, \Delta_y U_o^*/\nu,$ $\Delta_z U_o^*/\nu$	filter volume $\Delta_x \Delta_y \Delta_z$
CF1	small cube	0.033, 0.03, 0.033	13, 12, 13	0.0000333
CF2	large cube	0.067, 0.07, 0.067	28, 30, 28	0.000311
PF	planar	0.20, 0.02, 0.133	80, 8, 52	0.000532
SF	spanwise	0.0, 0.0, 0.167	0, 0, 64	(0.0000142)

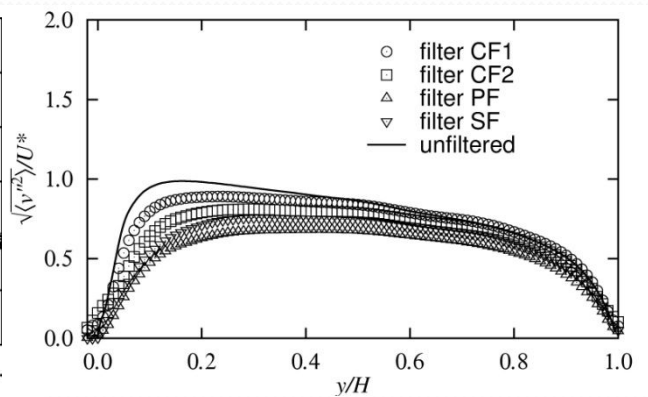
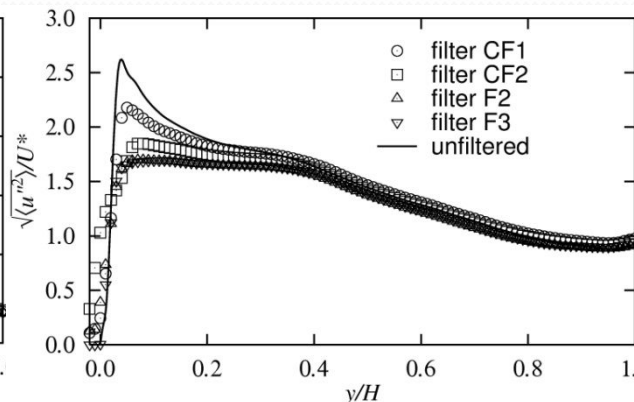
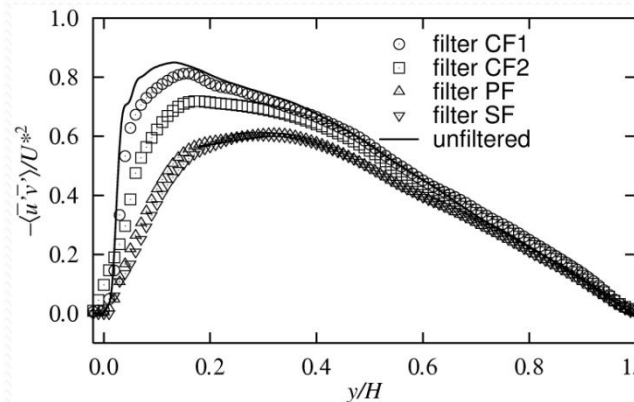
二次元モデル粗面上流れDNS結果のフィルタリング



フィルタリングされた流れの平均流速



フィルタリングされた流れのレイノルズ応力

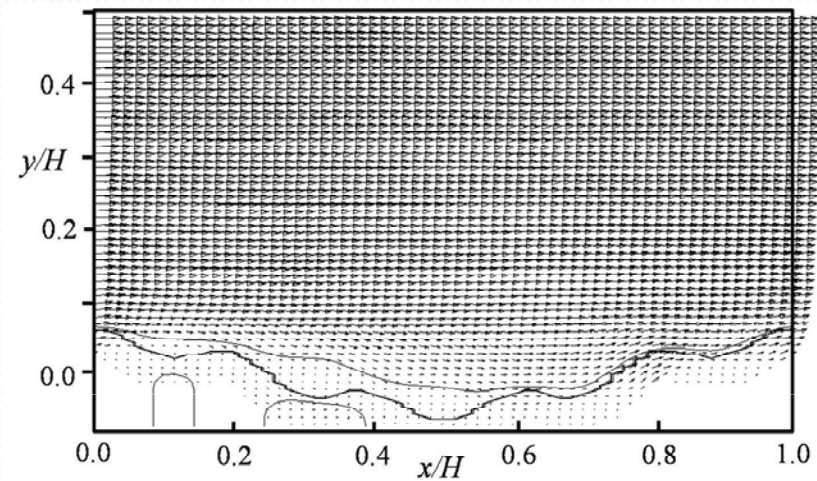
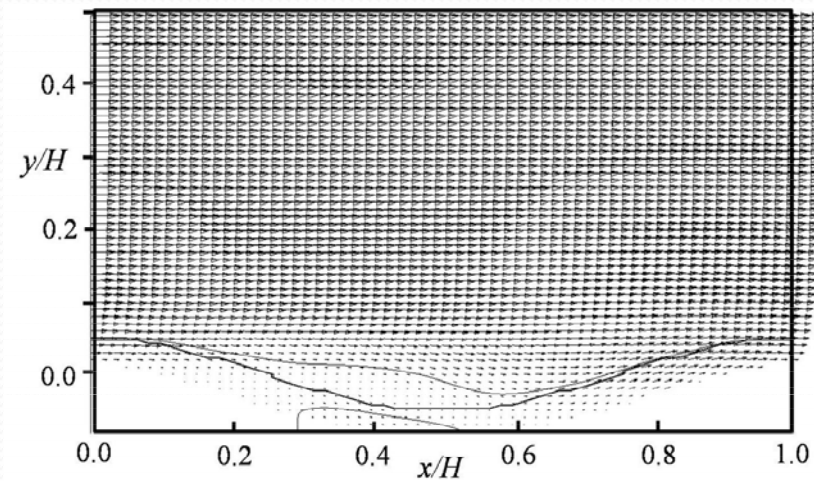


波状チャンネル乱流のフィルタリング結果

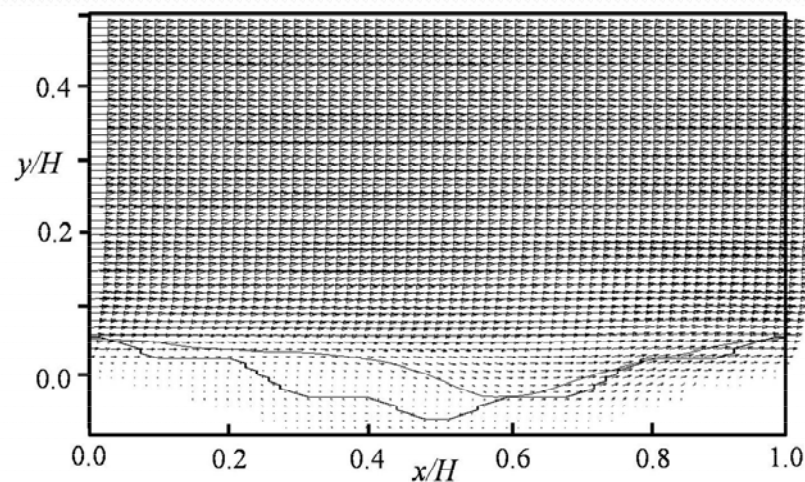
平均速度分布, CF2

粗度なし WS

2次元粗度 WR2



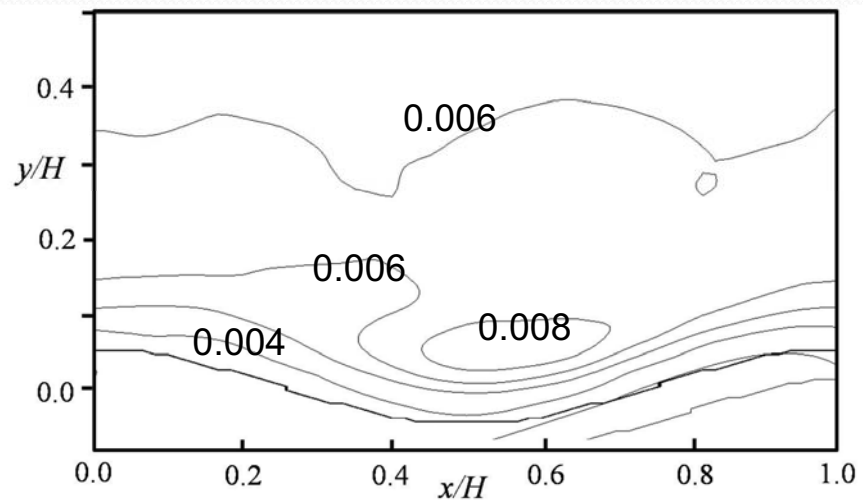
3次元粗度 WR3



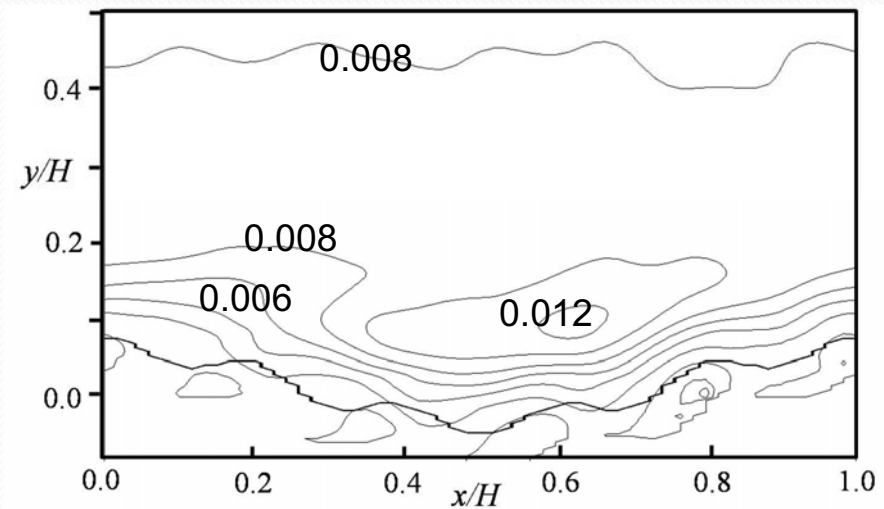
波状チャンネル乱流のフィルタリング結果

レイノルズせん断応力布, CF2

粗度なし WS



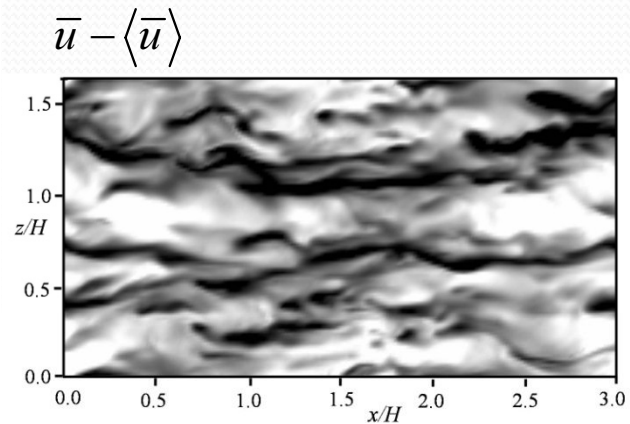
2次元粗度 WR2



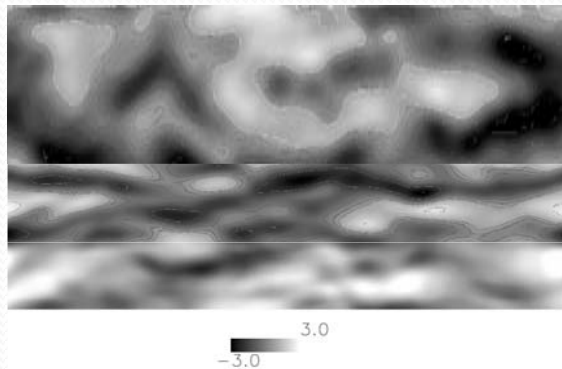
粗面平坦チャンネル乱流のフィルタリング結果

瞬時構造, CF2

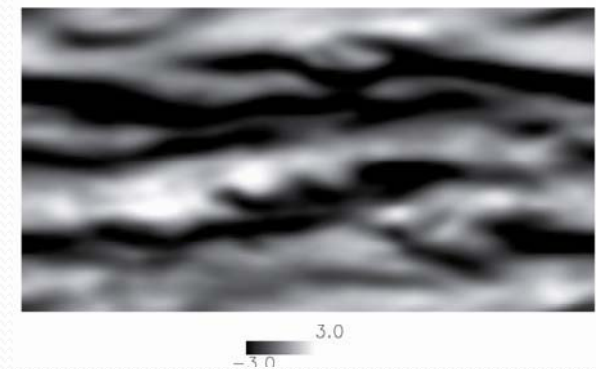
original flow



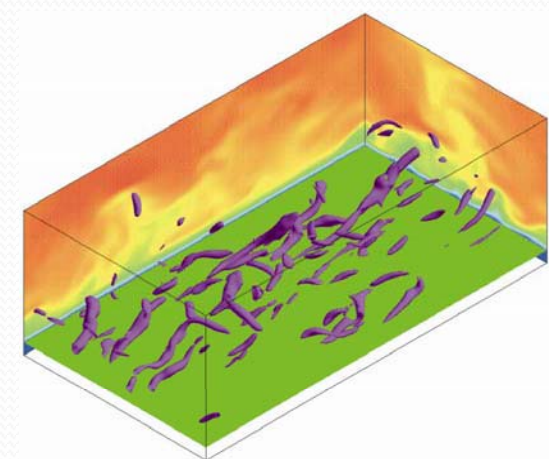
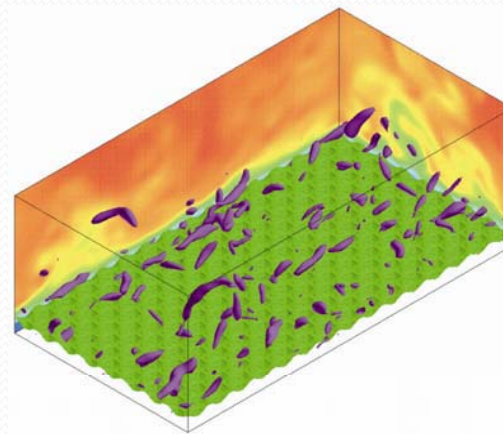
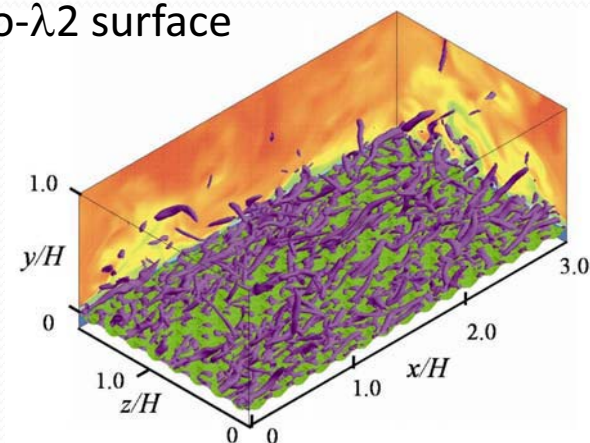
filtered with CF2



smooth surface flow
filtered with CF2



Iso- λ_2 surface



波状チャンネル乱流のフィルタリング結果

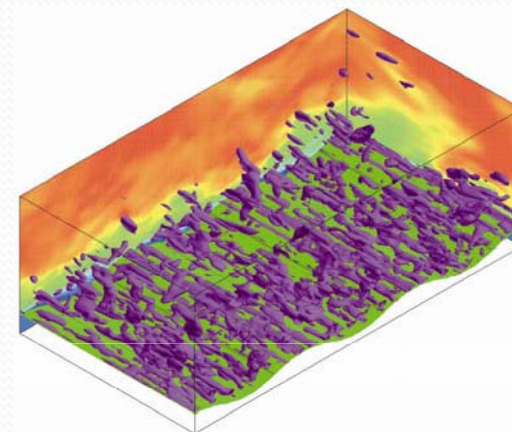
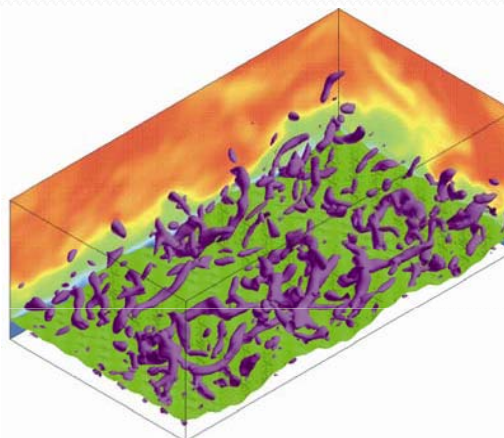
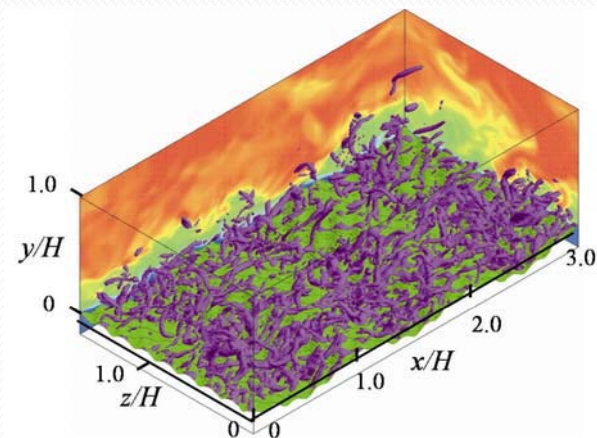
速度勾配テンソル第2不変量等値面による瞬時構造

original flow

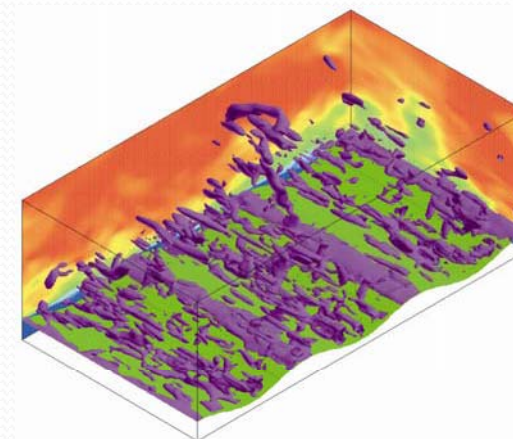
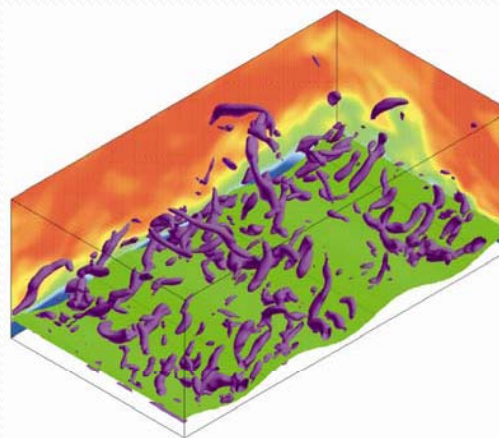
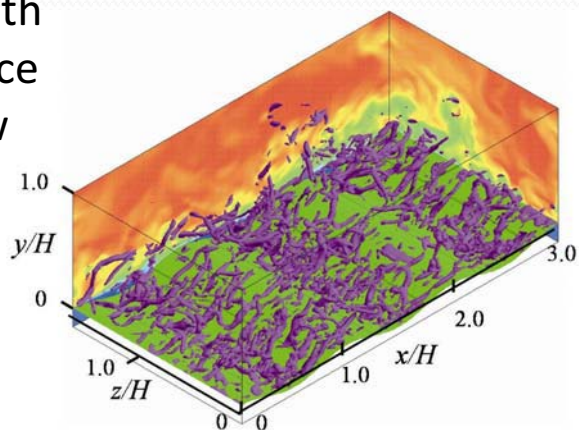
Filtered with CF1

Filtered with SF1

Rough
surface
flow



Smooth
Surface
flow



SDS応力と境界応力

x-component of
subfilter stress

$$\nabla \cdot \mathbf{R}_x / \rho U_m^2$$

Subfilter momentum
transfer at boundary

$$-\overline{(uu)''} \cdot \mathbf{n}^S H / U_m^2$$

Pressure force at
boundary

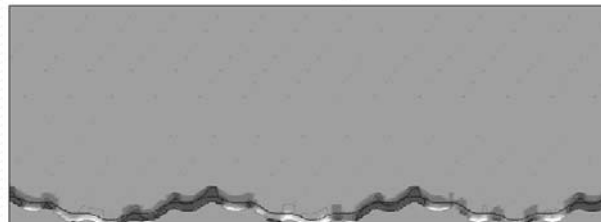
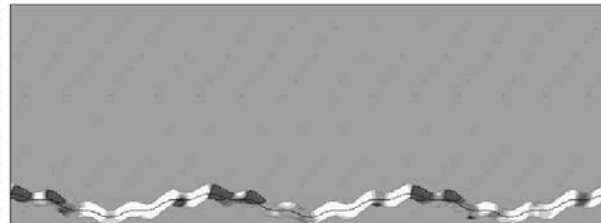
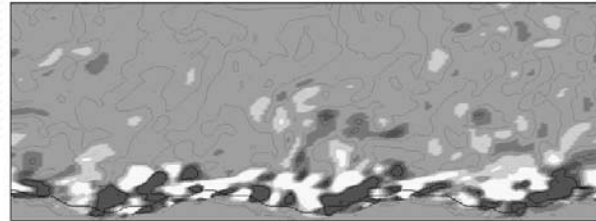
$$-\overline{p''} \cdot \mathbf{n}^S H / \rho U_m^2$$

viscous stress at
boundary

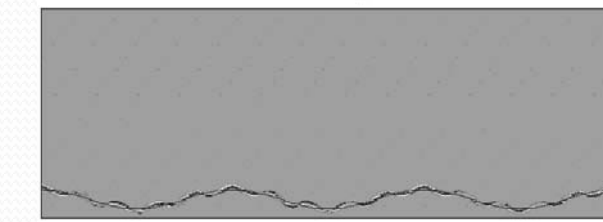
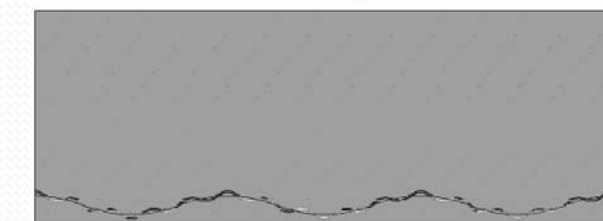
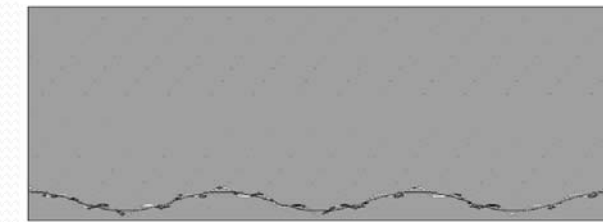
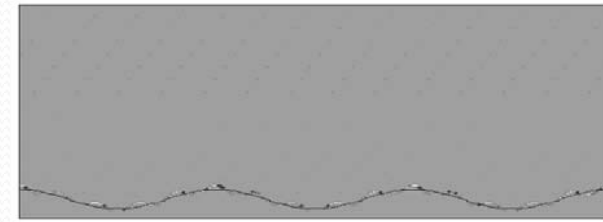
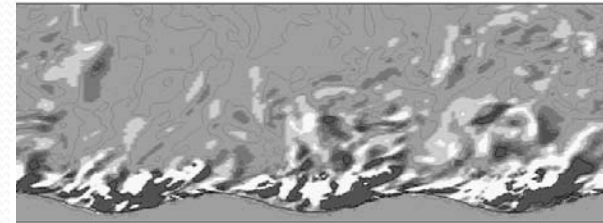
$$\overline{\tau''} \cdot \mathbf{n}^S H / \rho U_m^2$$

$$\nu \left(\overline{\mathbf{u}} \cdot \overline{\mathbf{n}}^S + \overline{\mathbf{n}}^S \cdot \overline{\mathbf{u}} \right) H / U_m^2$$

Filter CF2



Filter SF



境界積分項

- 平滑化された境界での変動速度による運動量輸送

$$R_U = - \int_{\bar{y}_w}^H \left(\overline{\rho(uu)'' \cdot \mathbf{n}}^S \right) dy$$

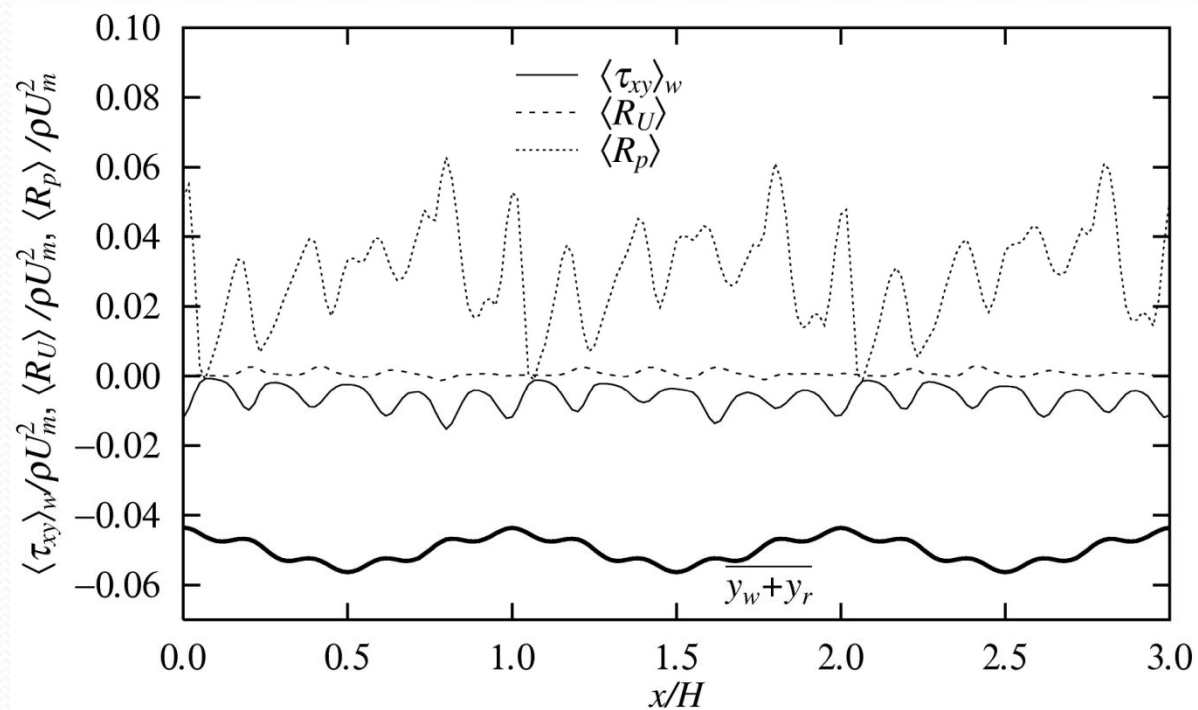
- 平滑化された境界に働く圧力抵抗

$$R_p = - \int_{\bar{y}_w}^H \overline{p'' \mathbf{n}}^S dy$$

- 平滑化された境界に働く粘性抵抗

$$R_f = \int_{\bar{y}_w}^H \left(\overline{\boldsymbol{\tau}'' \cdot \mathbf{n}}^S + \boldsymbol{\tau}_S \cdot \mathbf{n} \right) dy$$

境界積分項によるx方向の抵抗



$R_U + R_p + R_f$ は平滑化した底面の総抵抗でモデル化されるべき

Ⅲ 水面変動の平滑化とモデリング

1. 通常統計的
 - 厳密な平滑化でない
2. カーネル積分による平滑化
 - 一意的定義は不可能
- 3.

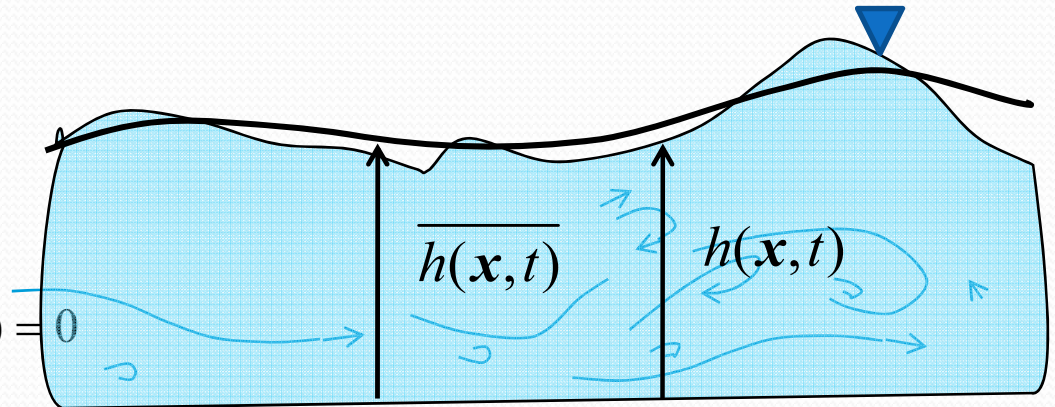
水面変動の平滑化とモデリング

- 瞬時水面位置

$$F(\mathbf{x}, t) = 0$$

についての時間発展式

$$\frac{DF(\mathbf{x}, t)}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = \frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}F) = 0$$



- フィルタ平均された水面位置 $\overline{F(\mathbf{x}, t)} = 0$

$$\frac{\partial \overline{F}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \overline{F}) = -\nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}F} - \overline{\mathbf{u}} \overline{F}) - \overline{F''(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})}^S - \overline{(\mathbf{u}F)''}^S \mathbf{n}$$

- 水深関数 $F(\mathbf{x}, t) \equiv z - h(x, y, t)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{h}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \overline{h}) = & -\nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}h} - \overline{\mathbf{u}} \overline{h}) + \frac{\partial \overline{z}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \overline{z}) + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}z} - \overline{\mathbf{u}} \overline{z}) \\ & - \overline{h''(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})}^S - \overline{(\mathbf{u}h)''}^S \mathbf{n} + \overline{z''(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})}^S + \overline{(\mathbf{u}z)''}^S \mathbf{n} \end{aligned}$$

変動する水面のフィルタリング

- 水面変動速度相関のモデリング

例:

$$\overline{uh} = C_h \nabla \overline{h}$$

- 水面変動効果のモデリング



$$-\overline{h''(u \cdot n)}^S - \overline{(uh)''}n + \overline{z''(u \cdot n)}^S + \overline{(uz)''}n^S$$

どうモデル化する？ — 動的モデルなど

まとめ

- 水面変動を考慮したLES法を実河川流に適用
- 局所流況など再現は良好, 河床形状, 抵抗などは要改良
- 底面抵抗と礫などの解像に必要な粗視化法を提案
- カーネル積分によるフィルタリングは流れと境界の粗視化に有効
- 同様の粗視化は水面変動についても適用可能
- 粗視化による境界項(非互換項)のモデルの検討が必要
- その他の複雑要素の導入も必要