

V&V 目的設定をいかに考えるか？

応答曲面法の地盤工学問題への適用 不確定性の伝播解析

岡山大学 西村伸一

応答曲面とは

数値解析結果を簡便な式で表す 代替モデル (Surrogate Model)

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon$$

f : 応答曲面を表す関数

$x_1, x_2, \dots, x_n$: 解析のパラメータ ε : 応答曲面の誤差

応答曲面の事例：テーラー展開

$$y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} (x_i - \bar{x}_i) + f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \varepsilon$$

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$: 解析のパラメータの展開点 (平均値等)

不確定性の因子

- ・ 各パラメータ $x_1, x_2, \dots, x_n$ が本来持っている不確定性
- ・ 解析法の誤差 ε ε の評価が **Verification**?

実験計画による応答曲面

$$y_R = \beta x_R + \varepsilon_R$$

y_R : 応答曲面の関数

x_R : 因子 (解析パラメータ)

実験計画法によって選択する

β : 回帰係数ベクトル ε_R : 誤差項

$$\mathbf{Y}_R = \mathbf{X}_R \beta + \mathbf{E}_R$$

$\mathbf{X}_R$: サンプル因子

$\mathbf{Y}_R$: サンプル因子に対応する解析結果

$\mathbf{E}_R$: 誤差ベクトル



Minimizing $\mathbf{E}_R^T \mathbf{E}_R$

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}_R^T \mathbf{X}_R)^{-1} \mathbf{X}_R^T \mathbf{Y}_R$$

斜面安定解析用応答曲面の作成手順

- ①飽和一不飽和浸透流解析により斜面内の浸潤面を計算
- ②得られた浸潤面を用い、水土連成有限要素法により各要素の有効応力を算出
- ③上記の応力を用いて、円弧すべり解析により安全率を算定



①～③の解析を地盤条件を変えて実施

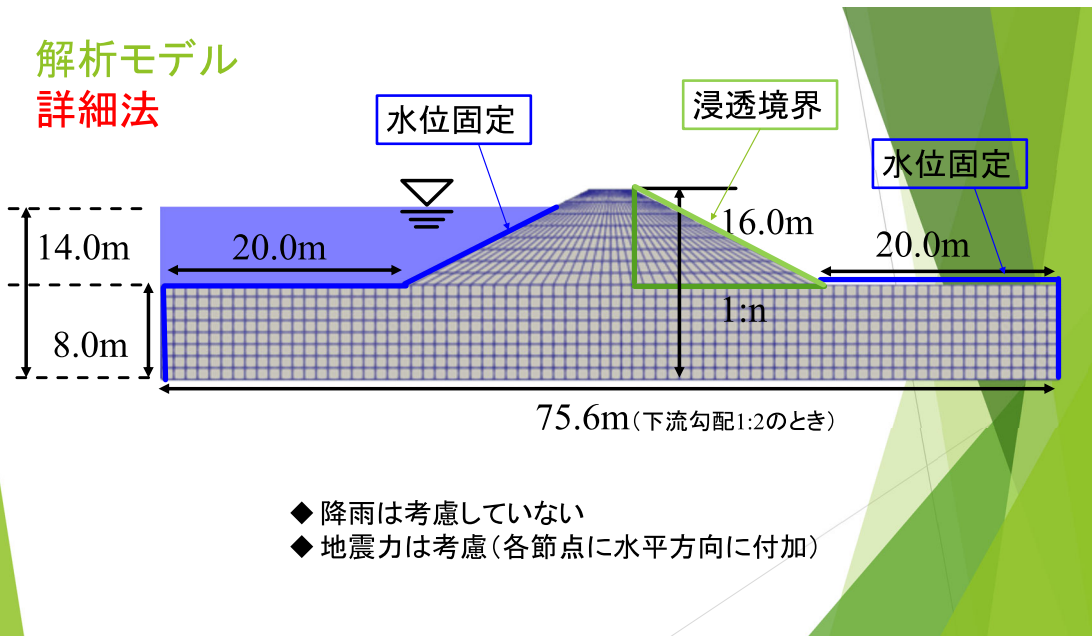
- ④地盤条件と対応する安全率を用い、応答曲面法により式を導出

3つの解析手法を1つの応答曲面で表現できる！



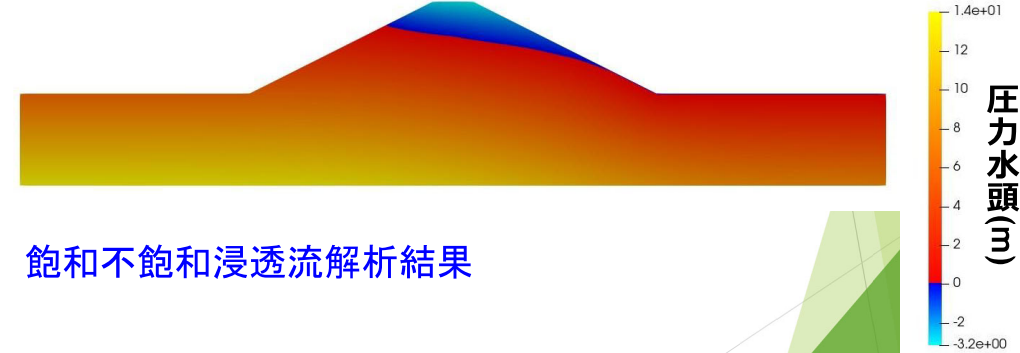
解析法の簡便化

解析モデル 詳細法



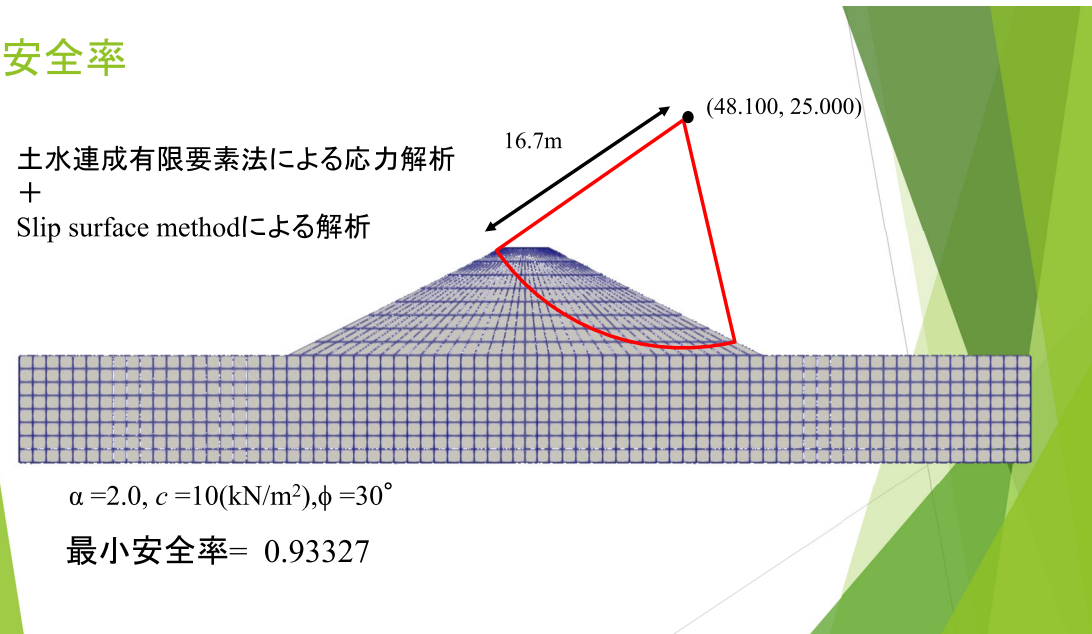
間隙水圧(定常状態)

$\alpha=2.0$



飽和不飽和浸透流解析結果

安全率



安全率(説明)

安全率

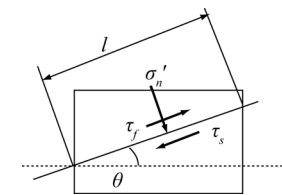
$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_{fi} l_i}{\sum_{i=1}^n (\tau_{si}) l_i}$$

n : 円弧が横切る要素の数

$$\tau_f = c' + \sigma_n' \tan \phi'$$

$$\sigma_n' = \frac{(\sigma_z' + \sigma_x')}{2} + \frac{(\sigma_z' - \sigma_x')}{2} \cos 2\theta - \tau_{xz} \sin 2\theta$$

$$\tau_s = \frac{(\sigma_z' - \sigma_x')}{2} \sin 2\theta + \tau_{xz} \cos 2\theta$$



Slip surface across an element

解析諸元

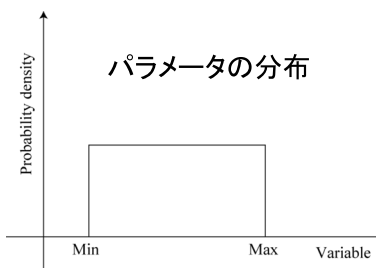
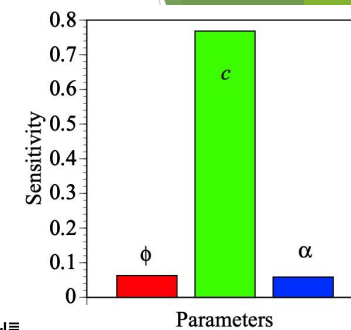
下流勾配 α	1.5 2.0 2.5
堤体 粘着力 $c(\text{kN/m}^2)$	10 20 30
内部摩擦角 $\phi(^{\circ})$	20 30 40
透水係数	堤体部: $2.0 \times 10^{-4}(\text{m/s})$ 基盤部: $1.0 \times 10^{-6}(\text{m/s})$
基盤 粘着力 $c(\text{kN/m}^2)$	1000

安全率パラメーター一覧

F_s	α	c	ϕ
0.866	1.5	10	20
1.70	1.5	20	30
2.54	1.5	30	40
0.933	2	10	30
1.79	2	20	40
2.44	2	30	20
0.892	2.5	10	40
1.54	2.5	20	20
2.32	2.5	30	30

$L_9(3^3)$ 直交表

α	c	ϕ
1	-1	-1
1	0	0
1	1	1
0	-1	0
0	0	1
0	1	-1
-1	-1	1
-1	0	-1
-1	1	0



直交表を用いた回帰
分析結果

$$F_s = 0.0586\alpha + 0.7683c + 0.0630\phi + 1.669$$

パラメータの感度
(回帰係数)

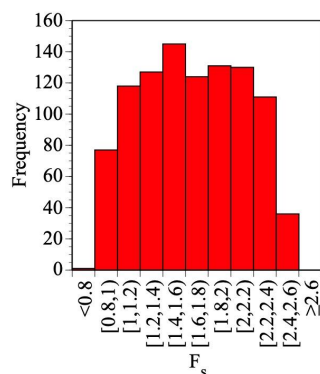
解析結果

決定された安全率 F_s の応答曲面

$$F_s = -0.1772\alpha + 0.0768c + 0.0063\phi + 0.064131 + \epsilon$$

決定係数 $R^2 = 0.998677$

$\epsilon: N(0, 0.051)$ の正規確率変数

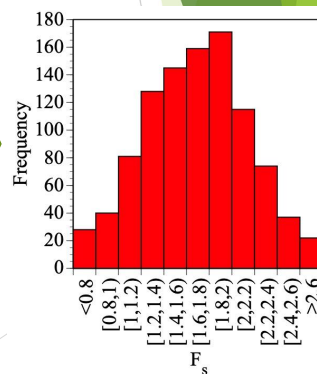


パラメータの一般分布とし
た場合の出力の分布

パラメータの正規分布とし
た場合の出力の分布

パラメータ	平均	変動係数
c	20 (kPa)	0.3
ϕ	30°	0.15

不確かさの
伝播解析



実サイトによる応答曲面の作成

サイト	詳細法による 安全率	α	c	$\tan\phi$	$\log_{10} k$	応答曲面に よる安全率
A	1.125	1.3	3.4	0.684714	-7.09691	1.427
B	1.352	1.8	9.9	0.584353	-5.96658	1.195
C	1.117	1.6	5	0.612801	-5.50031	1.403
D	1.152	1.4	7	0.624869	-6.85387	1.133
E	1.016	1.6	15.1	0.459949	-5.55284	1.232
F	1.658	1.6	2	0.600861	-5.52143	1.411
G	1.249	1.9	10.1	0.629734	-5.39041	1.213
H	1.675	1.4	15.3	0.582014	-5.7167	1.319
I	1.429	1.7	0	0.649408	-6.61083	1.168
J	1.285	1.4	21.1	0.687281	-6.03152	1.599
K	1.63	1.4	15.9	0.629734	-5.9393	1.405
L	1.819	2.2	35.9	0.30764	-5.065	1.810
M	1.401	2	7.8	0.568079	-5.36653	1.232
N	1.638	2.2	5.1	0.756294	-6.69897	1.800
O	2.791	1.8	11.2	0.745377	-7.52288	2.486
P	1.407	1.7	8.2	0.795436	-5.2993	1.254
Q	1.372	2	10.7	0.641989	-7.30103	1.569
R	1.295	1.4	17.3	0.593757	-6.45593	1.263
S	1.475	2	13.4	0.644456	-6.88606	1.593
T	1.023	1.7	5.6	0.632174	-5.01773	1.419
U	2.07	2.5	30.1	0.582014	-6.69897	2.050

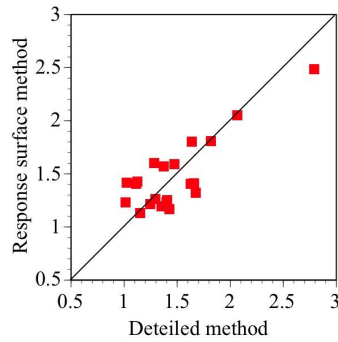
決定した応答局面

$$F_s = -1.922\alpha - 0.1755c - 20.27 \tan\phi + 3.997 \log_{10} k + 0.01323\alpha \cdot c - 2.275\alpha \cdot \tan\phi - 0.4989\alpha \cdot \tan\phi - 0.0372c \cdot \tan\phi - 0.03061c \cdot \log_{10} k - 4.507 \tan\phi \cdot \log_{10} k + \epsilon$$

k : 透水係数(m/s)

$\epsilon: N(0, 0.321)$ 正規変数

実サイトの解析結果から導かれた応答曲面



応答曲面と詳細法による安全率 F_s の比較

決定した応答局面

$$F_s = -1.922\alpha - 0.1755c - 20.27 \tan \phi + 3.997 \log_{10} k + 0.01323\alpha \cdot c - 2.275\alpha \cdot \tan \phi - 0.4989\alpha \cdot \tan \phi - 0.0372c \cdot \tan \phi - 0.03061c \cdot \log_{10} k - 4.507 \tan \phi \cdot \log_{10} k + \varepsilon$$

k : 透水係数(m/s)

ε : $N(0,0.321)$ 正規変数

目的出力

破壊確率 $P_f = \text{Prob}[F_s < 1]$
リスク $R = P_f \cdot C_f$
 C_f : 破堤被害額

まとめ

不確定要因を設計に包含する方法

→ **リスク評価**

リスク評価を目的とした応答曲面の精度向上に必要なことV&Vとの関係

4,000以上のサイトに応答曲面を適用(予定)



F_s の誤差 ε の統計的検証

→ **Verification**

次回の豪雨災害で応答曲面の適用性能検証

→ **Validation**