物理モデルと統計モデルを融合した不等流におけるエネルギー損失の推定法の開発

茂木 大知1) 安田 浩保2) 大竹 雄3)
1)新潟大学大学院 自然科学研究科、2)新潟大学 災害・復興科学研究所、5)東北大学大学院 工学研究科

研究の背景と目的

- 不等流における**エネルギー損失**の算定には，等流モデルを未検証のまま使用
  - 模型実験において，実測値から算定したエネルギー損失との間で**最大20%以上の差**を確認
  - この乖離量は水理量や土砂輸送量の数理解析において，無視し得ない規模
- 開水路の物理は未解明な点が多く，物理の面からのエネルギー損失の定式化は困難
- エネルギー損失が空間の関数と仮定し，**空間分布を持つ損失係数の逆解析による同定を試行**

損失係数の逆解析モデル

- 流れの損失の第一次近似は等流の底面摩擦
  - Manningの式形式を流用
- $n'(x)$を**空間関数へ拡張**

$$I_{eN}(x)^{\frac{1}{2}} = \frac{v(x)}{h(x)^{\frac{2}{3}}} n'(x)$$

$I_{eN}(x)$と$n'(x)$を線形作用素で連結

$$\mathbf{e} = \mathbf{H}\mathbf{n}$$

$$\mathbf{e} = \left(I_{eN_1}^{1/2}, I_{eN_2}^{1/2}, \cdots, I_{eN_m}^{1/2}\right)^T \in \mathbf{R}^m$$
$$\mathbf{n} = \left(n'_1, n'_2, \cdots, n'_k\right)^T \in \mathbf{R}^k$$
$$\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{m\times k}$$

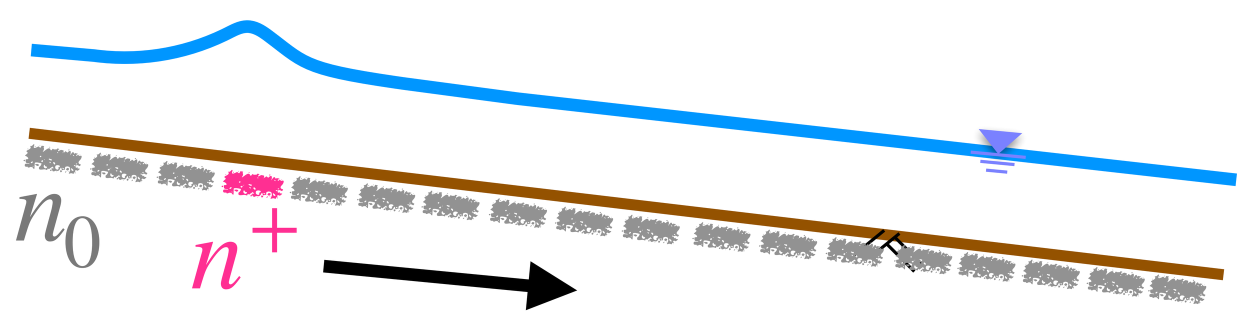
最小化問題へ帰着

$$\min_{\mathbf{n}} \left\{ \frac{1}{2\lambda}\|\mathbf{e} - \mathbf{H}\mathbf{n}\|_2^2 + \|\mathbf{D}\mathbf{n}\|_1 \right\}$$

λ：ラグランジュの未定乗数

作用素マトリックスH(観測行列)

- 底面粗度変化に対する$I_{eN}(x)$の**感度分析**
  - $n'(x)$の単位変化あたりの$I_{eN}(x)$



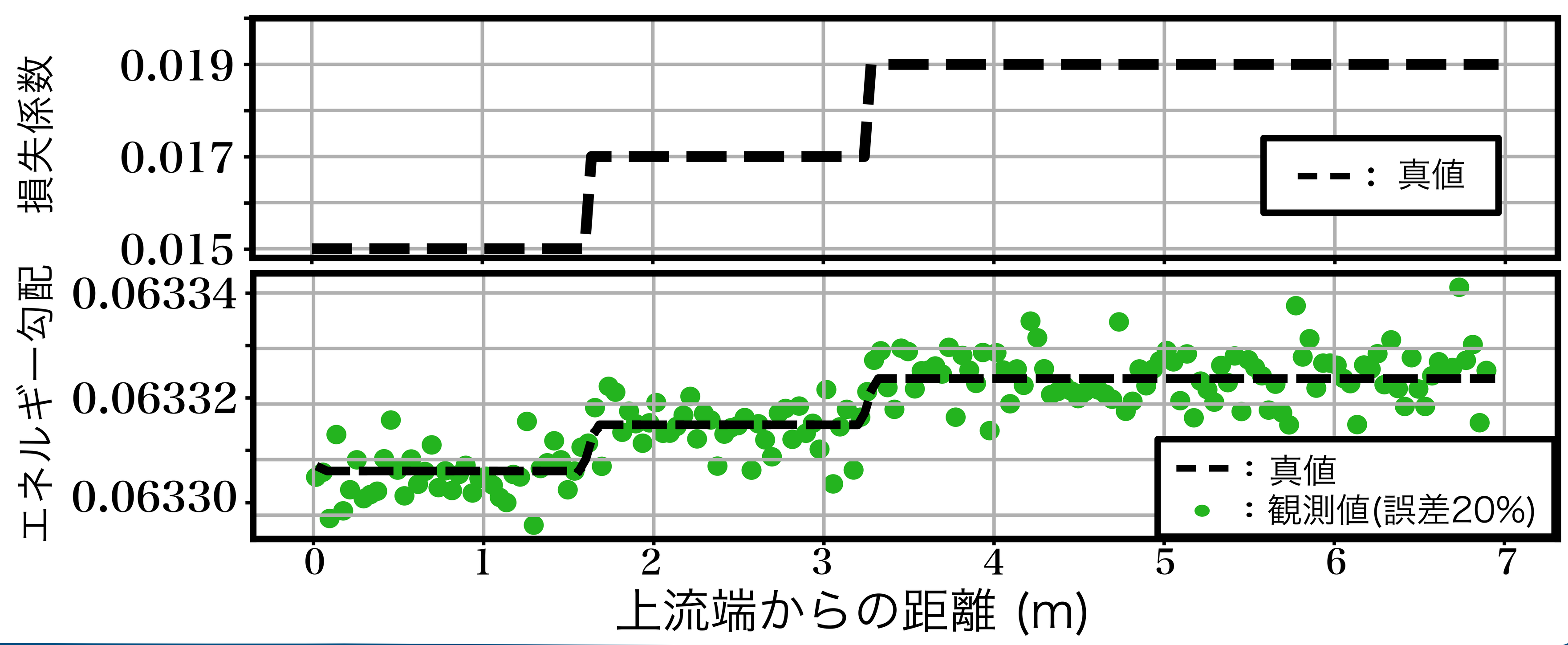
スパース空間を定める作用素D

- スパース性を期待する空間を定める作用素
  - $\mathbf{D_0}$は $n'(x)$の空間
  - $\mathbf{D_1}$は $n'(x)$の**差分空間**

$$\mathbf{D_0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D_1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

数値実験に際して設定した条件

- $n'(x)$の真値は勾配が変化点で無限大
- 観測情報は**最大20%の正規誤差**を付与
  - 模型実験と同条件の計算における水位の比較において確認された誤差



数値実験の結果

- $\mathbf{D} = \mathbf{D_0}$とした正則化項は適用性に疑問
  - 誤差を含めた場合，分布を推定困難
  - 変化点において推定が不安定
- **$\mathbf{D} = \mathbf{D_1}$の場合，十分な適用性を確認**
  - **誤差を含めた場合でも良好に推定可能**
  - **観測情報を間引いた場合でも精度は良好**
- 今後はより**計測が容易な水理量**への拡張
  - **水面勾配**を観測情報とした推定の試行