割合を考慮したファジィ分割表と類似係数

Fuzzy Contingency Table including Total Ratio and Similarity Indices

上江洲　弘明（金沢工業大・数理工教育研究センター）

Hiroaki UESU, Kanazawa Institute of Technology

E-mail: uesu@neptune.kanazawa-it.ac.jp

金川　秀也（東京都市大）

Shuya KANAGAWA, Tokyo City University

E-mail: sgk02122@nifty.ne.jp

分割表分析は，2つの変数間の相互作用を見つけるのに有用である．これまで筆者らは，**ファジィ集合論**を適用して**分割表を拡張**し，**t−ノルム**を用いたファジィ2×2分割表を定義した．しかし，この定義では一般のファジィm×n分割表に拡張できない．ここでは，**新たなファジィm×n分割表の定義**を提案し，この分割表を用いた際の**ファジィ類似係数**を紹介する．

これまで， 筆者らは**ファジィ集合論**を適用して**分割表を拡張**し，**代数積**を用いたType−2ファジィm×n分割表を定義して様々な応用を研究してきた．

今回は， **代数積**をファジィ集合の集合演算であるt−ノルムに置き換えた**新たなType−1ファジィm×n分割表**を定義して，この分割表を用いた際の**ファジィ類似係数**を紹介する．

（従来の定義によるtype−1ファジィ2×2分割表）

x \ y	1	0	Sum
1	a_{xy}	b_{xy}	$a_{xy}+b_{xy}$
0	c_{xy}	d_{xy}	$c_{xy}+d_{xy}$
Sum	$a_{xy}+c_{xy}$	$b_{xy}+d_{xy}$	N

$$a_{xy}=\sum_{i=1}^{N}x_i y_i\ ,\ b_{xy}=\sum_{i=1}^{N}x_i(1-y_i),$$

$$c_{xy}=\sum_{i=1}^{N}(1-x_i)y_i\,,d_{xy}=\sum_{i=1}^{N}(1-x_i)(1-y_i)$$

T−ノルムとは

ファジィ集合の積を考える場合に使われる演算であり，通常の掛け算である**代数積を一般化**したものである．具体的な定義は以下のようになる．

定義：t−ノルム

t−ノルムとは，以下の**4つの性質**を満たす**2項演算**$T:[0,1]^2\to[0,1]$である．

① 交換律：$T(x,y)=T(y,x)$

② 結合律：$T\big(x,T(y,z)\big)=T\big(T(x,y),z\big)$

③ 単調性：$x\le s, y\le t\Rightarrow T(x,y)\le T(s,t)$

④ 境界条件：$T(x,0)=0, T(x,1)=x$

代表的なものとして，以下の4つを挙げておく．

① 論理積：

$$T(x,y)=\min\{x,y\}$$

② 代数積：

$$T(x,y)=xy$$

③ 多値的論理積(Łukasiewicz)：

$$T(x,y)=\max\{0,x+y-1\}$$

① 激烈積：

$$T(x,y)=\begin{cases}\min\{x,y\}, & \max\{x,y\}=1\\ 0, & \max\{x,y\}<1\end{cases}$$

新たなファジィm×n分割表

定義：

	A_1	$\cdots$	A_n
B_1	f_{11}	$\cdots$	f_{1n}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
B_m	f_{m1}	$\cdots$	f_{mn}

ここで，

$$\sum_{i=1}^{n}\mu_{A_i}(x_k)=1,\qquad \sum_{i=1}^{m}\mu_{B_i}(x_k)=1$$

であり，

$$f_{ij}=\sum_{k=1}^{N}\frac{T\left(\mu_{A_j}(x_k),\mu_{B_i}(x_k)\right)}{\sum_{s=1}^{n}\sum_{t=1}^{m}T\left(\mu_{A_s}(x_k),\mu_{B_t}(x_k)\right)}$$

である．なお，演算$T(p,q)$はt-ノルムである．

類似係数

ファジィ2×2分割表により定めることができる．

x \ y	1	0	Sum
1	a_{xy}	b_{xy}	$a_{xy}+b_{xy}$
0	c_{xy}	d_{xy}	$c_{xy}+d_{xy}$
Sum	$a_{xy}+c_{xy}$	$b_{xy}+d_{xy}$	N

代表的なものとして，以下の3つを挙げておく．

① Jaccard :$s_{xy}=\dfrac{a_{xy}}{a_{xy}+b_{xy}+c_{xy}}$

② Sorensen−Dice :$s_{xy}=\dfrac{2a_{xy}}{2a_{xy}+b_{xy}+c_{xy}}$

③ Simple Matching :$s_{xy}=\dfrac{a_{xy}+d_{xy}}{a_{xy}+b_{xy}+c_{xy}+d_{xy}}$

数値例：

$$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}1\\0.4\\0.3\\0.2\\0.1\end{pmatrix},\boldsymbol{y}=\begin{pmatrix}0.7\\0.6\\0.9\\0.5\\0.6\end{pmatrix}$$

t-ノルム	Simple Matching	Jaccard	Sorensen-Dice
代数積	0.488	0.3486	0.5170
min	0.4789	0.3493	0.5177