

P01-18

非硬化塑性ひずみ領域を導入した拡張下負荷面モデルの完全陰的応力計算法の開発

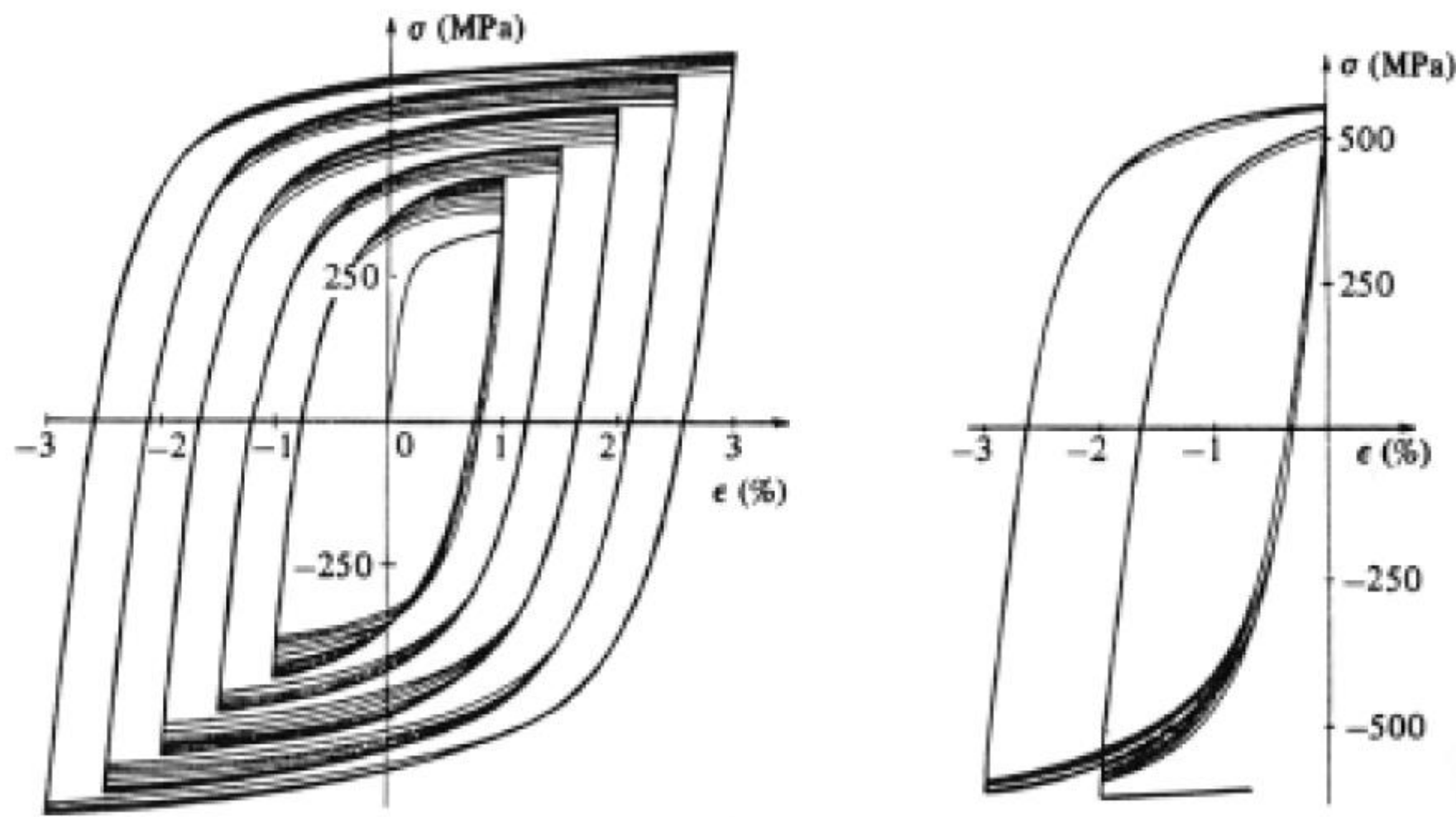
井口 拓哉*・佐藤 大貴*・羅 家驊*・山川 優樹*

* 東北大学 大学院工学研究科 土木工学専攻

研究背景・研究目的

金属材料に一定なひずみ振幅で繰返し負荷を与える

⇒繰返し硬化が進展したのち、
ヒステリシスループが安定化する (Chaboche et al., 1979 etc.)



ヒステリシスループの安定化

● 既往研究：ヒステリシスループの安定化を弾塑性構成則で表現するために...

非硬化塑性ひずみ領域 (Ohno, 1982): 塑性ひずみ空間において、等方硬化が発展しない領域

しかしながら...

非硬化塑性ひずみ領域を考慮した弾塑性構成則において、大きなひずみ増分による計算でも精度の低下を抑えることができる陰的アルゴリズムによる計算法は開発されていない

● そこで本研究では、非硬化塑性ひずみ領域を導入した弾塑性構成則の完全陰的応力計算法を開発する

用いる弾塑性構成則：拡張下負荷面モデル (Hashiguchi, 1989)

- 繰返し負荷挙動を精緻に表現可能な弾塑性構成則
- 本研究では、井口ら (2016) による超弾性構成則ベースの定式化を採用

本研究で提案する応力計算法では、従来の手続きに加えて、非硬化塑性ひずみ領域による硬化・非硬化の判定と諸量の更新をリターンマッピングの内部の過程で反復的に行うという新たな手続きを導入する

構成モデルの定式化

非硬化塑性ひずみ領域に関する諸量

● 非硬化塑性ひずみ領域: $g_{\text{nhr}}(\epsilon^p, \beta, \rho) = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\epsilon^p - \beta\| - \rho \leq 0$

● 半径の発展則: $\dot{\rho} = \dot{\lambda} \gamma_{\rho}, \quad \gamma_{\rho} = \sqrt{\frac{2}{3}} c^{\text{nhr}} \Gamma^{\text{nhr}}$

● 中心の発展則: $\dot{\beta} = \dot{\lambda} \gamma_{\beta}, \quad \gamma_{\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} (1 - c^{\text{nhr}}) \Gamma^{\text{nhr}} \frac{\epsilon^p - \beta}{\rho}$

● 硬化発展則関数*: $\Gamma^{\text{nhr}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\epsilon^p - \beta}{\rho} : \frac{\epsilon^p}{\lambda} & g_{\text{nhr}} = 0 \text{ and } \frac{\partial g_{\text{nhr}}}{\partial \epsilon^p} : \dot{\epsilon}^p > 0 \Rightarrow \text{発展する} \\ 0 & g_{\text{nhr}} < 0 \text{ and } \frac{\partial g_{\text{nhr}}}{\partial \epsilon^p} : \dot{\epsilon}^p \leq 0 \Rightarrow \text{発展しない} \end{cases}$

*非硬化塑性ひずみ領域が等方硬化と移動硬化の発展程度に与える影響度合

等方硬化・非硬化領域

等方硬化則

● 降伏応力: $q(\xi) = q_0 + h\xi + aq_0(1 - \exp(-b\xi))$

● ひずみ変数の発展則: $\dot{\xi} = \dot{\lambda} \gamma_{\xi}^p, \quad \gamma_{\xi}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \Gamma^{\text{nhr}}$

移動硬化則

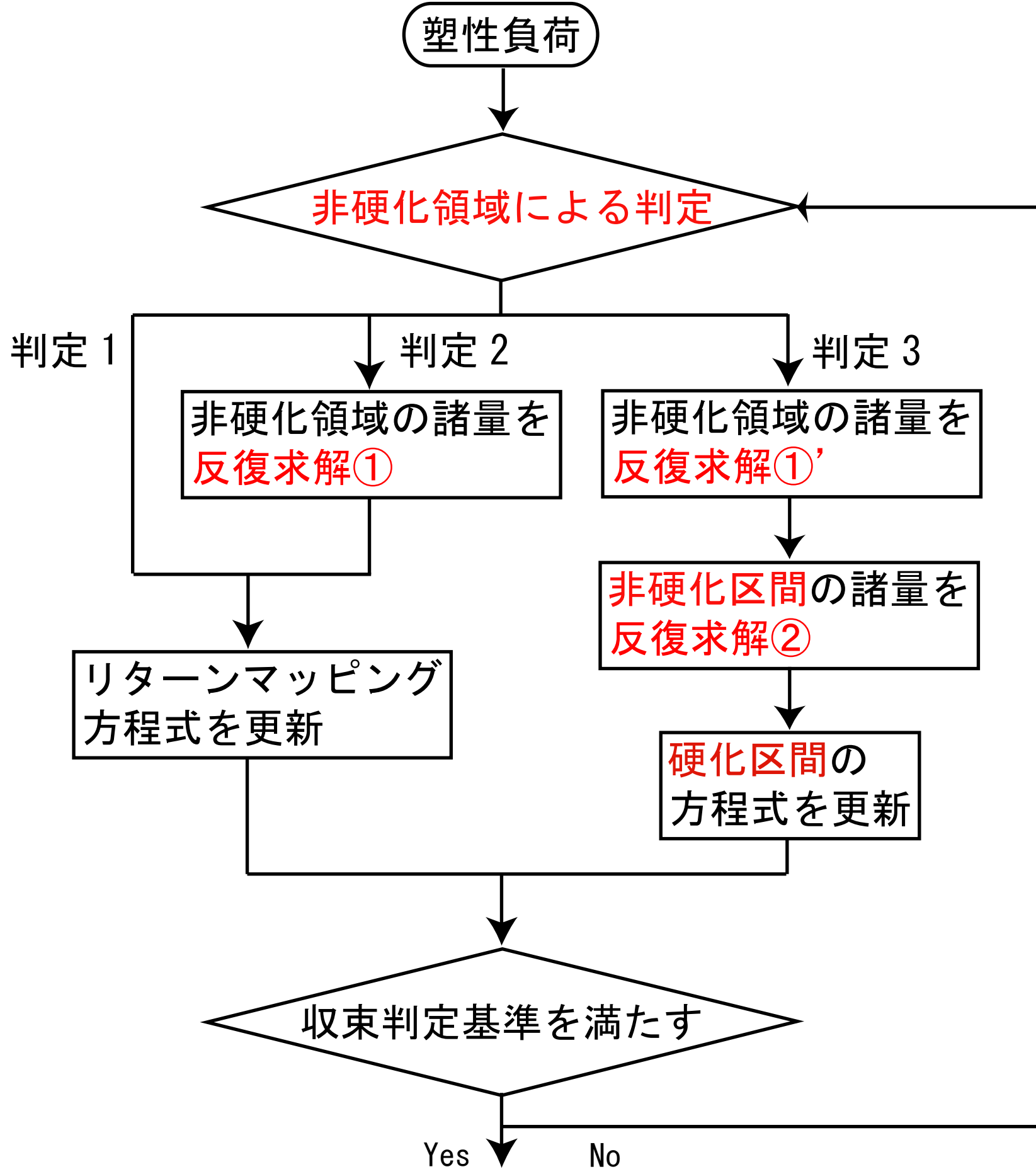
● 背応力の速度形: $\dot{\alpha} = \mathbf{c}^k : \dot{\epsilon}_{\text{ks}}^p = \mathbf{c}^k : (\dot{\epsilon}^p - \dot{\epsilon}_{\text{kd}}^p) = 2(G_k \dot{\epsilon}^p - G_k \dot{\epsilon}_{\text{kd}}^p)$

● ひずみ変数の発展則: $\dot{\epsilon}_{\text{kd}}^p = \dot{\lambda} \gamma_{\text{k}}^p, \quad \gamma_{\text{k}}^p = \frac{b_{\text{k}}}{G_{\text{k}}} \alpha$

● 背応力に関する係数: $G_{\text{k}} = G_{\text{k}0} + \frac{2}{3} (1 - \Gamma^{\text{nhr}}) \frac{\partial q}{\partial \xi}$

リターンマッピングアルゴリズム

Start: 負荷判定において塑性負荷と判定



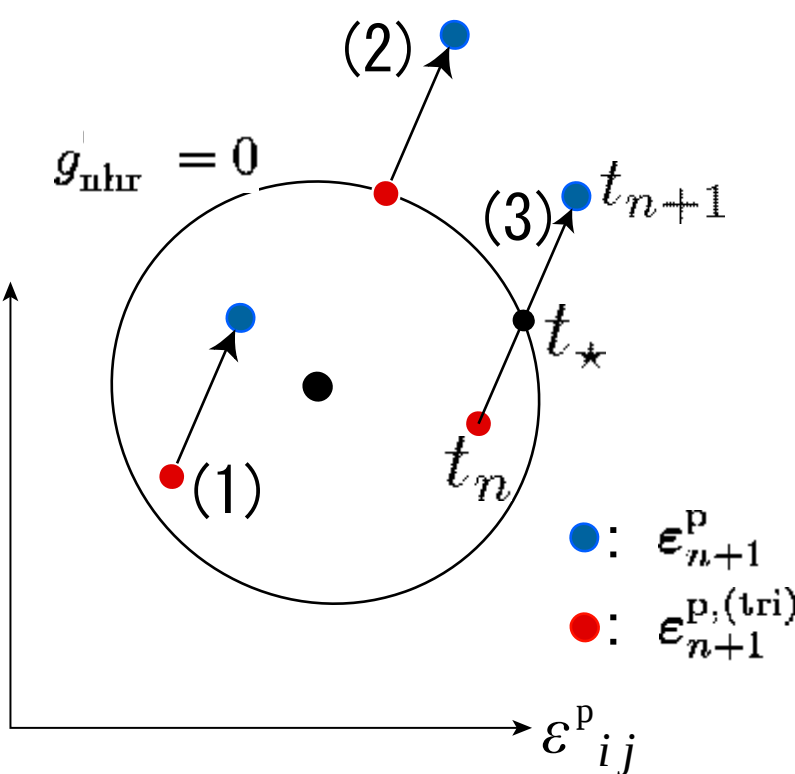
リターンマッピングの流れ

非硬化塑性ひずみ領域による判定

- 塑性ひずみの試行値 $\epsilon_{n+1}^{p,(\text{tri})}$ が領域内にあるか、面上にあるか
- 塑性ひずみの更新値 ϵ_{n+1}^p が領域内ないし面上にあるか、領域外にあるか

判定式:

- $g_{\text{nhr}}(\epsilon_{n+1}^{p,(\text{tri})}) \leq 0 \text{ and } g_{\text{nhr}}(\epsilon_{n+1}^p) \leq 0 \Rightarrow \text{判定1}$
- $g_{\text{nhr}}(\epsilon_{n+1}^{p,(\text{tri})}) = 0 \text{ and } g_{\text{nhr}}(\epsilon_{n+1}^p) > 0 \Rightarrow \text{判定2}$
- $g_{\text{nhr}}(\epsilon_{n+1}^{p,(\text{tri})}) < 0 \text{ and } g_{\text{nhr}}(\epsilon_{n+1}^p) > 0 \Rightarrow \text{判定3}$



判定1: 区間 $[t_n, t_{n+1}]$ で非硬化 (等方硬化・非硬化領域は発展しない)

非硬化塑性ひずみ領域に関する諸量は試行値をそのまま更新値として採用 $\rho_{n+1} = \rho_{n+1}^{(\text{tri})}, \beta_{n+1} = \beta_{n+1}^{(\text{tri})}, \Gamma_{n+1}^{\text{nhr}} = 0$

判定2: 区間 $[t_n, t_{n+1}]$ で硬化 (等方硬化・非硬化領域は発展する)

区間 $[t_n, t_{n+1}]$ で積分された非硬化塑性ひずみ領域に関する変数と非硬化塑性ひずみ領域を連立して、式(*)を用いて更新値を反復求解

$$\begin{cases} Y_1 := \rho_{n+1} - \rho_{n+1}^{(\text{tri})} - \Delta\lambda_* \gamma_{\rho} = 0 \\ Y_2 := \beta_{n+1} - \beta_{n+1}^{(\text{tri})} - \Delta\lambda_* \gamma_{\beta} = \mathbf{0} \\ Y_3 := \sqrt{\frac{2}{3}} \|\epsilon_{n+1}^p - \beta_{n+1}\| - \rho_{n+1} = 0 \end{cases} \quad (*)$$

判定3: 区間 $[t_n, t_{n+1}]$ で非硬化から硬化へ遷移 (区間 $[t_n, t_*]$ ⇒ 非硬化, 区間 $[t_*, t_{n+1}]$ ⇒ 硬化と便宜的に分ける)

(a) 非硬化塑性ひずみ領域の更新値と塑性乗数の分解

現塑性ひずみ点に追従するように式(*)を反復的に解き、非硬化塑性ひずみ領域の更新値を求める。ただし、ここでの $\Delta\lambda_*$ は塑性乗数の非硬化塑性ひずみ領域の拡大に寄与する部分、すなわち塑性乗数の硬化部 $\Delta\lambda_{\text{hr}} = \Delta\lambda_*$ である。したがって塑性乗数の非硬化部 $\Delta\lambda_{\text{nhr}}$ は $\Delta\lambda_{\text{nhr}} = \Delta\lambda - \Delta\lambda_{\text{hr}} = \Delta\lambda - \Delta\lambda_*$ 。

(b) 非硬化区間 $[t_n, t_*]$ における諸量の更新: $\Delta\lambda_{\text{nhr}}$, 時刻 t_n における諸量, $\Gamma^{\text{nhr}} = 0$ (非硬化区間) を用いて時刻 t_* における諸量を反復求解

(c) 硬化区間 $[t_*, t_{n+1}]$ における諸量の更新: $\Delta\lambda_{\text{hr}}$, 時刻 t_* における諸量, Γ^{nhr} を用いて時刻 t_{n+1} における諸量を反復求解

数値計算例

繰返し単純せん断解析

1st block: ひずみ振幅[1%, -1%]で10サイクル

2nd block: ひずみ振幅[2%, -2%]で10サイクル

比較対象

- 従来モデル: 井口ら (2016) による従来の拡張下負荷面モデル
- 本モデル: 本研究で定式化した非硬化塑性ひずみ領域を導入した拡張下負荷面モデル

解析結果より...

● 従来モデルでは、相当塑性ひずみの進行に伴い降伏応力が上昇し続ける



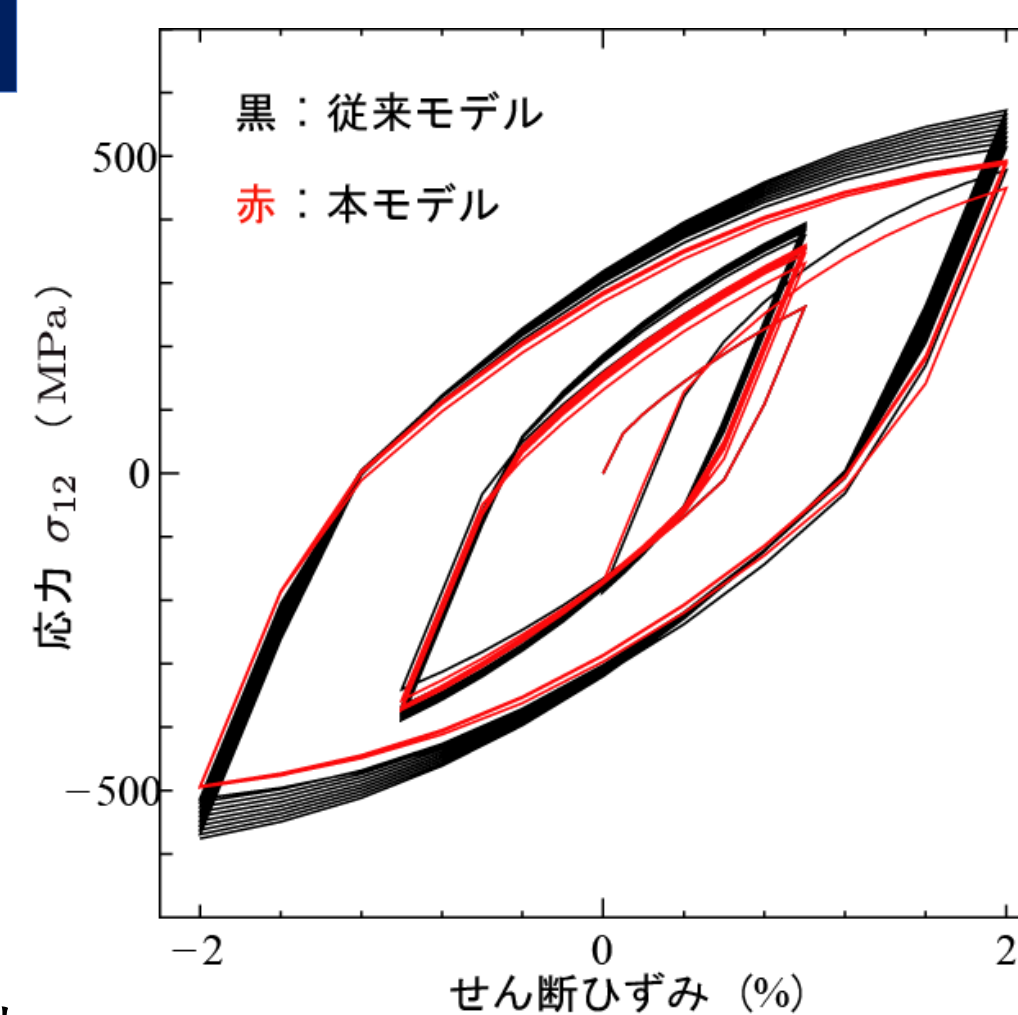
サイクルが増すと際限なく降伏応力が上昇し不合理

● 本モデルでは、block毎に降伏応力の上昇が停滞している

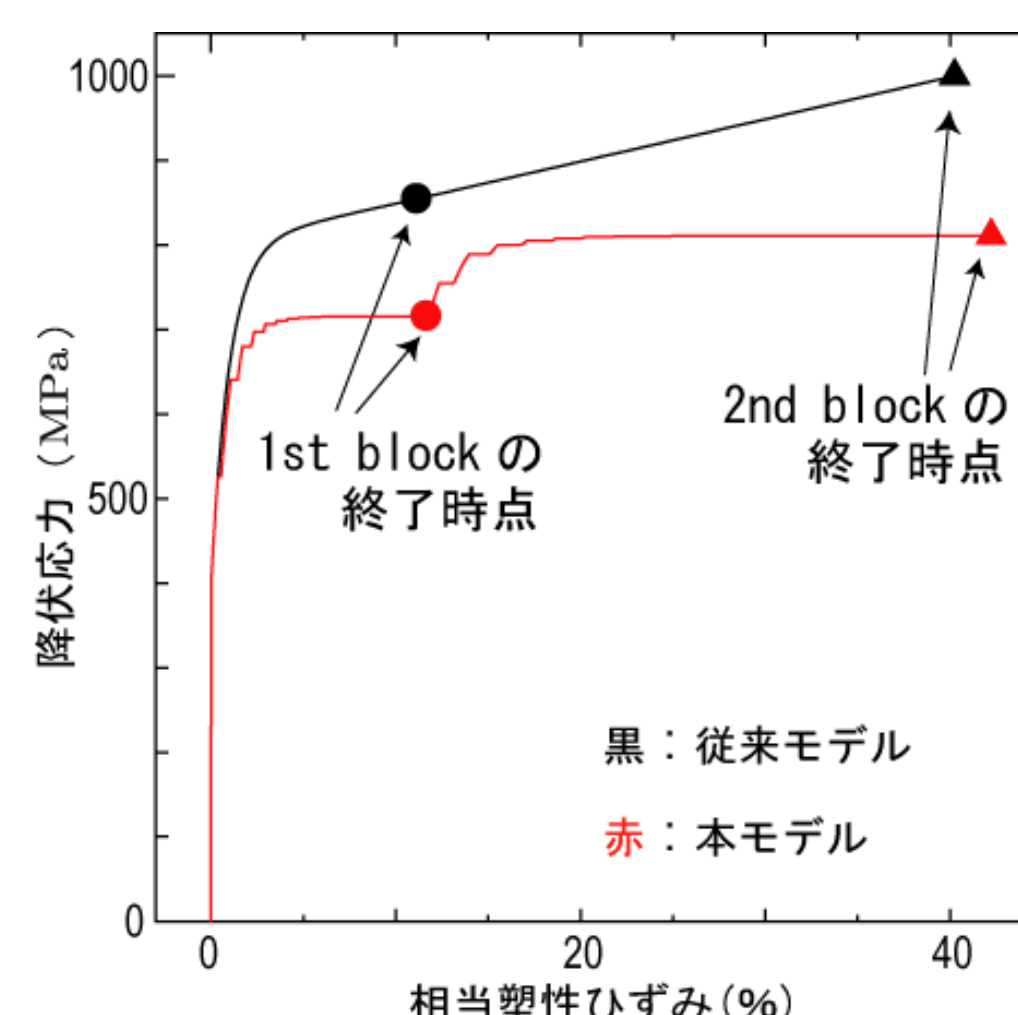


非硬化ひずみ領域が徐々に発展し、等方硬化の停滞が表現可能

解析結果



応力ーひずみ関係



降伏応力ー相当塑性ひずみ関係