非球形粒子間隙を通過する Non-Boussinesq 密度流の数値解析
Computations of Non-Boussinesq Density Currents between Multiple Non-Spherical Particles

田中 寛樹 (京大・工)　鳥生 大祐 (京大・ACCMS)　牛島 省 (京大・ACCMS)
Hiroki TANAKA, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
E-mail : ushijima.satoru.3c@kyoto-u.ac.jp

This paper deals with the computational method for the density currents between multiple non-spherical particles with a phase-averaged model, in which no empirical formulations, like a permeability k and a drag coefficient C_d, are needed. In addition, density currents caused by wide range of density ratio can be predicted reasonably since the Boussinesq approximation is not used in our method. The numerical experiments were conducted to understand the influence of the cell-porosity resolution R, which is defined as the spatial resolution of the fluid cells against the volume that is not occupied by the solid particles.

1．はじめに

多孔質体内の密度流は様々な工学問題に現れる重要な現象であり，例えば塩淡密度流や比較的小さな温度差の自然対流などを対象として数値解析を行う場合，ブシネスク近似を施した基礎方程式を用いるのが一般的である．一方で，例えば埋設配管から水素ガスが地中へ漏出する場合など，ブシネスク近似が適用できないような大きな密度差に起因する流れが多孔質体内で発生する場合もある．

そこで本研究では，既報で検討した非ブシネスク密度流の計算手法 [1] と相平均モデルに基づく流体・固体連成計算手法 [2] を用いて非球形の粒子間隙における空気および水素ガスの流動計算を行い，手法の適用性を検討した．

2．気相の基礎方程式と固相の取り扱い

本研究では，Fig. 1 に示されるように，複数の非球形粒子周りにおける密度や粘性の異なる 2 種類の気体の流れを等間隔の直交構造格子を用いて計算する．気体はいずれも非圧縮とし，基礎方程式としては，以下の非圧縮条件式，各計算セルにおける低密度気体の濃度 C の移流拡散方程式，ブシネスク近似を用いない運動方程式を用いる [1]．

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial (C u_j)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial x_j^2} \tag{2}$$

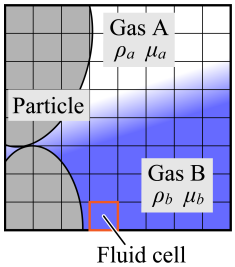

Fig. 1 Multiphase field consisting of gas and solid phases

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3}$$

t は時間，x_i は直交座標成分，u_i は速度の x_i 方向成分，p は圧力，f_i は外力加速度の x_i 方向成分，α は低密度気体の拡散係数である．また，ρ および μ は以下のように表される．

$$\rho = (1 - C)\rho_a + C\rho_b \tag{4}$$

$$\mu = (1 - C)\mu_a + C\mu_b \tag{5}$$

ここで，ρ_a，ρ_b は低密度および高密度気体の密度，μ_a，μ_b は低密度および高密度気体の粘性係数である．上記の基礎方程式をコロケート格子上で有限体積法に基づいて離散化し，既報 [1] と同様の手順で流体計算を行った．

本研究では，透水係数や抗力係数などの経験定数は用いず，流体と固体の相互作用は牛島ら [2] の相平均モデルと同様にして計算される．具体的には，固体の存在を考慮せずに上記の基礎方程式を用いて気相の流速を計算した後，得られた流速と固体の速度を質量平均して多相場の流速とする．本研究では固体は静止しており，固体の速度は常に 0 である．

3．数値実験結果と考察

計算領域の概要を Fig. 2 に示す．計算領域の各方向の長さを l_1，l_2，l_3 とし，$x_3 > h$ の領域に複数の固体粒子を配置した．計算領域は完全に閉じており，領域外部との間で気体の移動は生じない．初期状態において，$x_3 > h$ の粒子間隙は高密度気体で満たされているとし，$x_3 \leq h$ は低密度気体で満たされているとする．高密度気体の密度 ρ_a および粘性係数 μ_a は空気を想定してそれぞれ $\rho_a = 1.2$ [kg/m^3] および $\mu_a = 1.2 \times 10^{-5}$ [m^2/s] とし，低密度気体の密度 ρ_b および粘性係数 μ_b は水素ガスを想定してそれぞれ $\rho_b = 0.084$ [kg/m^3] および $\mu_b = 8.82 \times 10^{-6}$ [m^2/s] とした．このとき，気体の密度比 ρ_a/ρ_b は約 14.3 である．また，拡散係数 α は 6.0×10^{-5} [m^2/s] とした．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

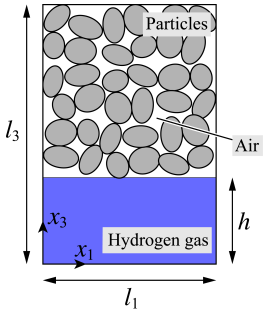

Fig. 2 Computational area

まずは直径が 10 [mm] の球を 8 個，Fig. 3 のように配置し，$x_3 > h$ の空隙率 ε が 0.49 の条件のもとで流体計算セルのサイズを変えて複数ケースの数値実験を行った．なお，l_1，l_2，l_3，h はそれぞれ 20，20，30，10 [mm] とした．本研究では粒子間隙に対する計算セルの解像度を表す指標として，既報 [3] で提案した R を用いる．R は次式で表される．

$$R = \frac{d^3\varepsilon}{\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3} \tag{6}$$

上式において，d は代表粒径，Δx_i $(i = 1, 2, 3)$ は各方向の計算セル幅である．上記のようにして定義される R が約 500 から 60,000 となるような範囲で計算セルサイズを変え，それぞれ $t = 2.5$ [s] まで計算を行った．

Fig. 4 に $R = 30,882$ とした場合に得られた $t = 0.48$ [s], $x_2 = 3d/4$ における C の分布を示す．Fig. 4 から，$5 \leq x_1 \leq 15$ [mm] の領域において上昇流が発生し，低密度気体が拡散を伴いながら上方に移流されていく様子が確認できる．また，Fig. 5 に，粒子間隙への低密度気体の浸入率 H_{in} の時間変化について，R を変えた各条件で得られた結果を示す．ここで，H_{in} は計算領域内における低密度気体の総体積 V_{total} と $x_3 > h$ における低密度気体の総体積 V_{in} を用いて，$H_{in} = V_{in}/V_{total}$ と定義される．Fig. 5 から，R が約 30,000 を超えると計算セルの解像度が H_{in} の時間変化に与える影響が十分小さくなることを確認した．

次に，短径が 5.11 から 6.27 [mm]，中径が 6.73 から 8.50 [mm]，長径が 8.75 から 9.42 [mm] の範囲で形状の異なる 4 種類の非球形粒子を合計 128 個，Fig. 6 のように配置し，先と同様の計算を $t = 2.15$ [s] まで行った．Fig. 6 において

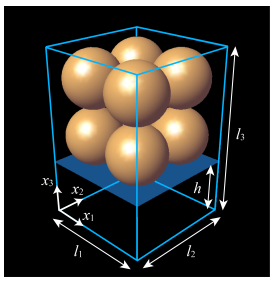

Fig. 3 Arrangement of 8 spheres

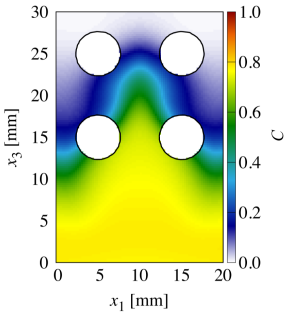

Fig. 4 Distribution of C $(t = 0.48$ [s], $x_2 = 3d/4)$

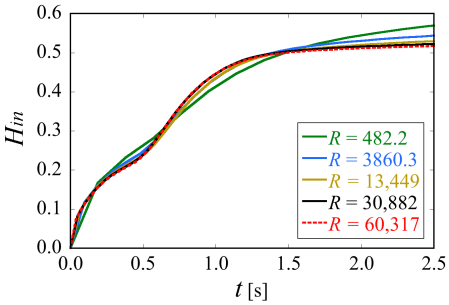

Fig. 5 Time history of H_{in}

粒子の色は粒子形状の違いを表す．また，$x_3 > h$ の空隙率 ε は 0.53 であり，中径の平均値 7.7 [mm] を代表粒径 d とし，l_1，l_2，l_3，h はそれぞれ 38，38，57，19 [mm] とした．流体計算セルサイズについては，球形粒子での検討に基づいて，$R = 31,086$ となるように設定した．Fig. 7 に $t = 0.5625$ [s], $x_2 = l_2/2$ における C の分布を示す．Fig. 7 からわかるように，本数値実験では，比較的大きな粒子間隙に低密度気体が流入する傾向が確認され，非対称で 3 次元的な流れが非球形粒子間の複雑な間隙で発生する結果となった．

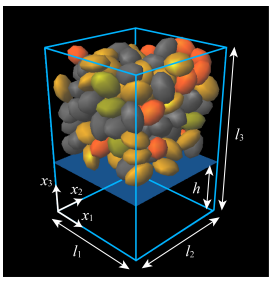

Fig. 6 Arrangement of 128 non-spherical particles

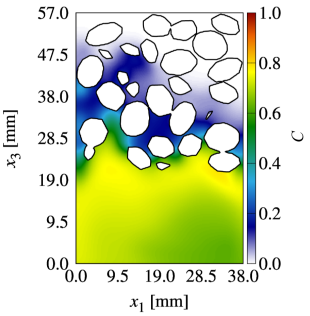

Fig. 7 Distribution of C $(t = 0.5625$ [s], $x_2 = l_2/2)$

4．おわりに

本研究では，非ブシネスク密度流の計算手法と相平均モデルに基づく流体・固体連成計算手法を用いて，非球形粒子間隙における空気および水素ガスの流動計算を行い，非対称で 3 次元的な流れが複雑な形状の間隙で発生することを確認した．加えて，本研究で設定した計算条件では，R を約 30,000 以上に設定すれば，流体計算セルサイズが計算結果に与える影響を十分小さくできることを確認した．

参考文献

1) 池田俊一, 牛島省, 鳥生大祐, 青木一真：密度流の数値計算におけるブシネスク近似の考察, ながれ, Vol. 34, pp. 87–90, 2015.
2) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師：3 次元自由水面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法, 土木学会論文集 B, Vol. 64, No. 2, pp. 128–138, 2008.
3) 田中寛樹, 鳥生大祐, 牛島省：固体粒子の間隙流体計算における時間・空間分解能の影響, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 75, No. 2, pp. I_269–I_276, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会