

レベルセット法とVOF法の特徴比較 A Comparative Study of Level Set Method and Volume of Fluid Method

石川 秀平 (静岡大・院工) 横嶋 哲 (静岡大・工) 久末 信幸 (関西電力) 早瀬川 拓馬 (静岡大・院工)

Shuhei ISHIKAWA, Satoshi YOKOJIMA, Shizuoka University

Nobuyuki HISASUE, Kansai Electric Power Company

Takuma HAYASEGAWA, Shizuoka University

FAX: 053-478-1258, E-mail: yokojima@shizuoka.ac.jp

Both level set methods and volume of fluid (VOF) methods are popular for computation of immiscible-fluid flows. Here a comparative study of the ACLS (accurate conservative level set) method, a level set variant, and the CICSAM (compressive interface capturing scheme for arbitrary meshes) method, a VOF variant, in terms of accuracy and efficiency has been carried out. Several benchmark tests revealed that the ACLS method combined with a high-order scheme shows a remarkable ability for interface capturing. While the CICSAM is available only at low-CFL-number conditions, its accuracy comparable to the ACLS method and easiness of implementation are also desirable. Application to the steady state air bubble test, which requires coupling with a Navier-Stokes equation solver, presented that a sophisticated method for calculation of interface normal and curvature is essential for VOF methods when surface tension force plays an important role.

1. はじめに

自由表面の大変形や気泡・液滴の分裂/合体を伴うような複雑な界面現象は自然界にも工業装置内にも遍在し、それらを効率かつ精度良く予測可能な手法がさまざまな分野で強く求められている。レベルセット法およびVOF (Volume of Fluid) 法は、そういった問題に対して最もよく利用されてきた手法と言える。レベルセット法は界面法線や曲率を精度良く算出できる反面、質量保存性の低さが常に問題視されてきた。VOF法はその質量保存性の点で先天的に優れているものの、特に幾何的VOFと呼ばれる、VOF関数 C (注目する計算セルにおける、ある相の体積分率を表す)の分布情報から陽に界面を再構築する手法は、特に3次元空間でのプログラム実装が容易ではない。また、両者を組み合わせ、それぞれの長所を兼ね備える試みもいくつか提案されてきた¹⁾。

レベルセット法/VOF法のいずれの範疇でも、新たな手法の提案時に、同じ系統の既存の代表的手法との比較によってその有用性を示すことはよくあるものの、レベルセット法系統の手法とVOF法系統の手法を同一のベンチマーク問題に適用して、両者の特徴を論じた例はほとんど存在しない (例えば、同じ「Zalesak ディスク問題」でもディスク形状や時空間解像度が大きく異なる例もある)。たとえ物理/計算条件が同一であったとしても、方程式の離散化手法等が異なれば、厳密な比較はやはり難しく、客観的立場の第三者による、条件を極力そろえた上での直接的な比較検討が最も望ましい。

本研究では、ACLS (Accurate Conservative Level Set) 法²⁾と呼ばれるレベルセット法系統の手法と、CICSAM (Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes) 法³⁾と呼ばれるVOF法系統の手法を、代表的なベンチマーク問題に適用し、両者の特徴理解を試みた。

2. ACLS法とCICSAM法

ACLS法²⁾は、レベルセット法で従来利用されてきた符号付き距離関数 ϕ の代わりに、平滑化された近似ヘビサイド関数

$$\psi(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \left[\tanh \left(\frac{\phi(\vec{x}, t)}{2\epsilon} \right) + 1 \right] \quad (1)$$

を導入することで、レベルセット関数の特徴である関数の滑らかさを保ちつつ、質量保存性を改善する試みである。 ϵ は界面厚の制御パラメータで、与えられた計算格子上で ψ が $[0, 1]$ 間を滑らかに遷移するように、 $\epsilon = O(\Delta x)$ (Δx は界面近傍

での計算格子幅)とされる。CICSAM法³⁾は、代数的VOFと呼ばれる、界面再構築を要しない手法のひとつで、幾何的VOFと比較すると計算精度は劣るものの、非構造格子へのプログラム実装も比較的容易である。CICSAM法は、風下型のHyper-Cスキームと風上型のUQスキームを界面の向きに応じて適切にブレンドすることで、数値拡散と数値不安定を抑制する試みである。いずれも提案論文中で、Zalesak ディスク問題への適用例が示されているものの、ディスク形状や計算の時空間解像度が大きく異なるため、それらの結果から両者の優劣について論じることは非常に難しい。

本研究では、(i) ACLS法のプログラム実装を行い、複数のベンチマーク問題に対して提案者²⁾と同様の結果が得られることを確認、(ii) CICSAM法のプログラム実装を行い、複数のベンチマーク問題に対して提案者³⁾と同様の結果が得られることを確認、(iii) 2つの手法を同一のベンチマーク問題に適用し、両者の特徴比較を試みた。どちらの手法も発散型の移流方程式を2次精度クランク・ニコルソン法を用いて陰的に時間積分する点が共通するので、ここでは両者にADI法と多重対角行列解法を適用して、反復無しに数値解を算出した。(i),(ii)および(iii)の一部(Zalesak ディスク問題への適用例)については既に報告済み⁴⁾であるので、本稿には含めない。なお、本研究の検討例は全て2次元計算である。ACLS法の移流スキームには5次精度Houcスキームを用いた。

3. 比較(1): ‘Deformation of a circle’問題

速度場が既知の例 (i.e., 純粋な移流問題)として、初期に円形状 (半径 $D = 0.3$)の界面が旋回流によって非常に細長い紐状に引き伸ばされるものの ($t < T/2$), $t = T/2$ を境として速度場が反転し、(移流が完全に正確なら) $t = T$ で初期状態に戻る問題を扱う。詳細は文献²⁾を参照されたい。

ACLS法、CICSAM法ともに、計算格子幅 (一様かつ等方) Δx として $D/19.2, D/38.4, D/76.8, D/153.6$ の4通りを与えた。時間刻み幅 Δt は、計算中の最大CFL数が1.28となるように設定した。ただしこの条件下においてはCICSAM法では体積分率 $C(\vec{x}, t) = 0.5$ の等値線で描画する界面が完全に消失 (ただし計算領域全体での C の積分値は完全に保存された) したため、 Δt の値をACLS法の1/5倍とした。

界面が最も引き伸ばされた $t = T/2$ 、および初期状態に戻る $t = T$ における界面形状をfig. 1に示す。ACLS法では、解像度が低下するにつれて紐状界面の分布が旋回中心方向にず

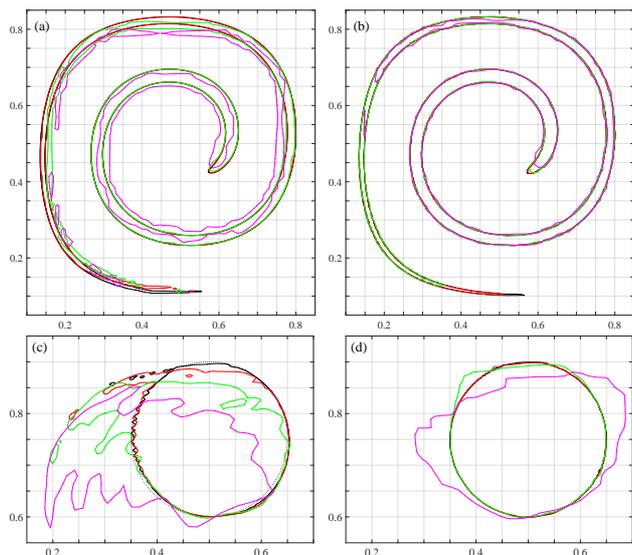


Fig. 1 Interface (a) at $t = T/2$ with ACLS method, (b) at $t = T/2$ with CICSAM method, (c) at $t = T$ with ACLS method, (d) at $t = T$ with CICSAM method, in the 'deformation of a circle' test. Black line - $\Delta x = D/153.6$; red - $D/76.8$; green - $D/38.4$; magenta - $D/19.2$. Dotted black line in (c) and (d) is the initial interface. Note that maximum CFL number is 1.28 with ACLS method but 0.256 with CICSAM method.

れるのに対して、CICSAM 法ではそのような傾向は見られない。他方で $\Delta x = D/19.2$ のように一方の相の厚みが計算格子幅と同程度まで薄くなる厳密な条件下では、CICSAM 法と比較して、ACLS 法は途中で界面が分断されながらも全体的な形状（特に紐状界面の末端部分）をより良く再現できた。

4. 比較 (2): 水中 '静止' 気泡

次に、気液混相流解析法としての評価を行うため、水中 '静止' 気泡問題⁵⁾を扱う。重力加速度がゼロの系において、静止水中に直径 2 cm の 2 次元気泡を配置する。この問題の厳密解では、界面の表面張力と気泡内外の圧力差が釣り合い、流体は静止し続ける。本例題では、界面捕獲に ACLS 法、CICSAM 法のいずれも用いた場合にも、表面張力には CSF (continuous surface force) 法を用いた、この時、流体の運動方程式には以下で表される (単位体積当たりの) 体積力 \vec{f}_s が付加される:

$$\vec{f}_s = \sigma \kappa (\nabla \phi / |\nabla \phi|) \delta(\phi) \quad \text{for ACLS method,} \quad (2)$$

$$\vec{f}_s = \sigma \kappa \nabla C \quad \text{for CICSAM method.} \quad (3)$$

ACLS 法では界面捕獲の主変数は ψ であるが、符号付き距離関数 ϕ も保持されるので、単位界面法線ベクトル $\vec{n} = \nabla \phi$ と界面曲率 $\kappa = -\nabla \cdot \vec{n}$ の算出には ϕ を利用し、平滑化されたデルタ関数 δ も ϕ を用いて評価した (文献⁵⁾ の式 (91))。他方で、CICSAM 法を含む VOF 法では一般に界面曲率は $\kappa = -\nabla \cdot \vec{n} = -\nabla \cdot (\nabla C / |\nabla C|)$ で求められるものの、滑らかな分布が保証されない体積分率関数 C を用いて得られた κ には一般に高精度を期待できない。ここでは簡単な改善法として、 C に平滑化処理を施した \tilde{C} を用いて界面曲率 κ を算出した¹⁾。上記以外の計算条件は文献⁵⁾ に合わせた。

得られた圧力分布を fig. 2 に示す。本研究では文献⁵⁾ のように界面ジャンプ条件を厳密に扱うことは志向しないので、圧力分布も界面で連続となる。ACLS 法では圧力分布が等方的である一方、CICSAM 法は強い方向依存性を示した。気泡内部での圧力上昇量の理論値は 7.28 [Pa] であるのに対して、ACLS 法では 7.31 [Pa]、CICSAM 法では 6.57 [Pa] となった。

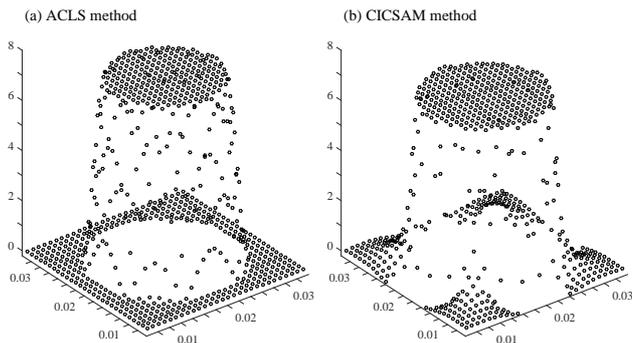


Fig. 2 Pressure distributions in the steady state air bubble test. (a) ACLS method, (b) CICSAM method.

従来から指摘されてきた VOF 法の課題である界面法線と界面曲率の算出精度の影響が、本研究でも明確に認められた。すなわち VOF 法系統の手法を表面張力の影響が無視できない問題に適用する場合には、より精緻な手法の導入が必要となる。

5. 考察

移流精度の観点では、ACLS 法は、特に 5 次精度 HOUC スキームと組み合わせた場合に、非常に良い精度を示した。他方で CICSAM 法も、CFL 数を 0.1 程度に抑えることで、ACLS 法に匹敵する精度が得られた。ACLS 法では ψ に加えて ϕ も必要なこと、再初期化と呼ばれる、VOF 法では不要な操作を要すること、これらの結果、プログラム実装も CICSAM 法と比較すると手間を要することを考慮すれば、CICSAM 法のコストパフォーマンスの良さも評価に値する。

気液混相流解析手法として、ナビエ・ストークス方程式と組み合わせた場合の検証例では、VOF 法でこれまで指摘されてきた、界面法線と界面曲率の算出精度の問題が本研究においても明確に認められた。VOF 法系統の手法を表面張力が重要な現象に適用する場合には、この点への工夫が欠かせない。他方で、CICSAM 法の CFL 数に関する強い制約の影響は、気液混相流解析においては、流動解析と界面捕獲で異なる時間刻みを用いることで緩和できると思われる、必ずしも大きな問題とはならない。よって、水柱崩壊問題のように、表面張力の影響が無視できるような問題に対しては特に、CICSAM 法は良い選択肢になり得ることが期待できる。

謝辞

吉村 英人 博士 (みずほ情報総研) からは、CICSAM 法について多くの有益な情報・助言を頂いた。

参考文献

- 1) 例えば、D.L. Sun and W.Q. Tao: A coupled volume-of-fluid and level set (VOSET) method for computing incompressible two-phase flows, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 53, pp.645–655, 2010.
- 2) R. Chiodi and O. Desjardins: A reformulation of the conservative level set reinitialization equation for accurate and robust simulation of complex multiphase flows, *J. Comput. Phys.*, 343, pp.186–200, 2017.
- 3) O. Ubbink and R.I. Issa: A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes, *J. Comput. Phys.*, 153, pp.26–50, 1999.
- 4) 横嶋 哲, 石川 秀平, 久末 信幸, 早瀬川 拓馬: レベルセット法と VOF 法の移流精度の比較検討, 第 22 回応用力学シンポジウム講演論文集, pp.307–308, 2019.
- 5) M. Kang, R.P. Fedkiw and X.-D. Liu: A boundary condition capturing method for multiphase incompressible flow, *J. Sci. Comput.*, 15, pp.323–360, 2000.