有限体積法による高粘性ニュートン流体の容器充填の数値計算
Computations of Container Filling with Highly Viscous Newtonian Fluids Based on Finite Volume Method

九鬼 愛夢 (京大・工)　鳥生 大祐 (京大・ACCMS)　牛島 省 (京大・ACCMS)
Atomu KUKI, Faculty of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
E-mail : ushijima.satoru.3c@kyoto-u.ac.jp

Computations of container filling with highly viscous Newtonian fluids are conducted with the finite volume method using a collocated grid system. In this study, phase-averaged governing equations are solved for the multi-phase field, which consists of two incompressible fluids with different densities and viscosities. As a result, it is confirmed that our method enables us to reasonably predict flow patterns of highly viscous liquids, such as steady filling, splashing and buckling, which arise in the specific relationships between Reynolds number and the ratio H/d, where H is the height of the container and d is the inlet width, as reported in the preceding studies.

１．はじめに

本研究では，有限体積法を用いて高粘性流体を矩形容器へ充填させる問題を計算し，高粘性流体のレイノルズ数や流入幅，容器の高さなどが高粘性流体の積み重なり方に与える影響について，既往の計算結果や実験結果 [1)2)] と比較する．

２．基礎方程式

本研究では，密度と粘性の異なる混ざり合わない非圧縮性流体の界面が時刻によって大きく変形する問題を空間に固定されたコロケート格子上で取り扱う．そのため，Fig. 1 に示されるような混合体モデル [3)] に基づいて相平均された基礎方程式を有限体積法に基づいて解く．相平均された質量保存則，非圧縮条件，運動方程式は以下のように表される [4)]．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right\} + f_i \tag{3}$$

ここで，t は時間，x_i は直交座標系の座標成分，f_i は外力の x_i 成分，ρ, p, μ は各流体計算セルに一方の流体が占める体積割合 C を用いた二相の体積平均密度，圧力および粘性係数，u_i は二相の質量平均速度の x_i 成分である．

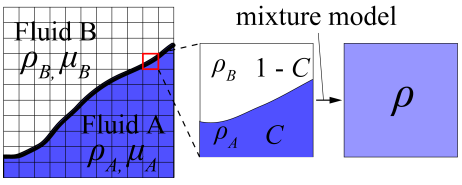


Fig. 1 Multiphase field consisting of two incompressible fluids with different densities and viscosities

３．高粘性の液体を矩形容器へ充填させる問題

計算領域は Fig. 2 に示すように 2 次元の正方形領域とし，縦の長さは H，横の長さは W とする．上記のような計算領域の上面に幅 d の流入領域を設定し，高粘性の液体を一定流速 U で鉛直下向きに流入させた．気体の物性値は空気を仮定し，密度 ρ_g は 1.00 [kg/m^3], 粘性係数 μ_g は 2.00×10^{-5} [Pa·s] とした．

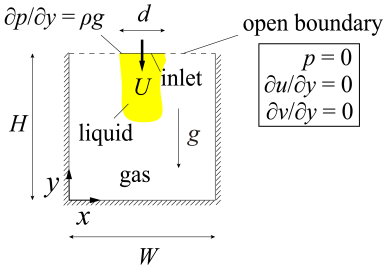


Fig. 2 Computational area

本数値実験では，H と W はどちらも 5.00×10^{-2} [m] である．液体の粘性係数 μ_l が $\mu_l = 1.0$, 5.0, 10.0 [Pa·s] の条件下で，流入幅 d を 2.00×10^{-3} [m] から 6.25×10^{-3} [m], 流入流速 U を 0.24 [m/s] から 2.50 [m/s] の範囲で変化させて複数ケースの計算を行った．なお，液体の密度 ρ_l は全てのケースにおいて 1.00×10^3 [kg/m^3] とした．また，レイノルズ数 Re を以下のように定義する．

$$Re = \frac{U d \rho_l}{\mu_l} \tag{4}$$

本計算条件における Re の範囲は，$0.15 \leq Re \leq 25$ である．

Tome ら [5)] は，高粘性の液体を矩形容器に充填する際，H/d や Re に応じて液体の積み重なり方が変化することを実験と計算の両方で確認しており，steady filling，splashing，buckling などの名称を用いてこれらを分類している．本研究でも，Tome ら [5)] が用いた H/d および Re を設定するこ

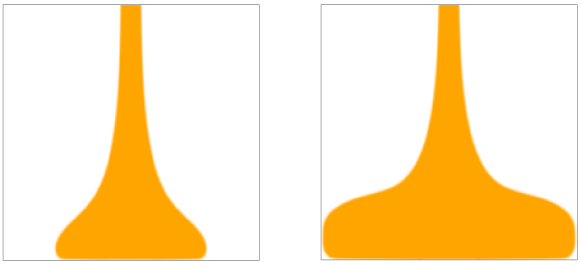
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

とで，液体の積み重なり方の変化について同様の傾向を確認した．Table 1 は，μ_l および H/d，Re と液体の積み重なり方の関係を表す．

Fig. 3 の steady filling では容器に隙間なく液体が充填されるため，効率よく充填を行う上で理想的な条件といえる．なお，$t^{'}$ は無次元時間であり，$t^{'} = tU/d$ と定義される．また，Fig. 4 の splashing では，Re が大きくなることで，液体が左右の壁面に衝突した後に壁に沿って這い上がるような挙動が確認された．steady filling，splashing では，高粘性の液体が容器内へ左右対称に充填されていくのに対し，Fig. 5 の buckling では，流入口から流入した液体が左右に大きく振れながら容器底部に積み重なっていく様子が確認できる．

Tab. 1 Relationship between μ_l, H/d, Re and flow patterns of highly viscous liquids

	steady filling	splashing	buckling
μ_l [Pa·s]	5.0	1.0	10.0
H/d	12.5	10.0	16.6
Re	0.80	25.00	0.15

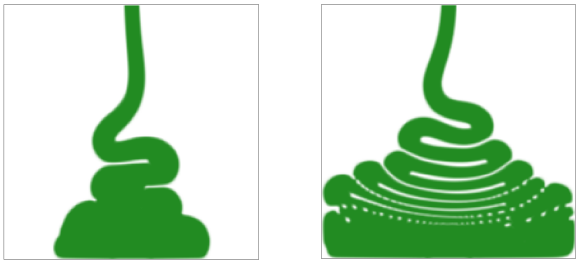


(a) $t^{'} = 33.7$ (b) $t^{'} = 56.1$

Fig. 3 Calculation results of steady filling

(a) $t^{'} = 15.0$ (b) $t^{'} = 34.5$

Fig. 4 Calculation results of splashing



(a) $t^{'} = 65.0$ (b) $t^{'} = 114.9$

Fig. 5 Calculation results of buckling

Cruickshank ら [1] は，buckling が発生するには，$H/d > 10$ かつ $Re < 0.56$ という条件が必要であると報告している．そこで，H/d および Re を変化させた各条件で計算を行い，buckling 発生の有無をまとめた結果を Fig. 6 に示す．Fig. 6 において，Buckling points は計算で buckling が発生した場合，Non-buckling points は buckling が発生しなかった場合を表す．また，Fig. 6 の Exp.(Cruikshank)，Cal.(Tome) はそれぞれ既往研究 [1)2)] の実験結果または計算結果に基づいて算出した buckling が発生するか否かの遷移境界を表す．Fig. 6 から，buckling が発生する際の H/d および Re について，Tome ら [2] による報告と同様の傾向が本研究でも得られていることが分かる．

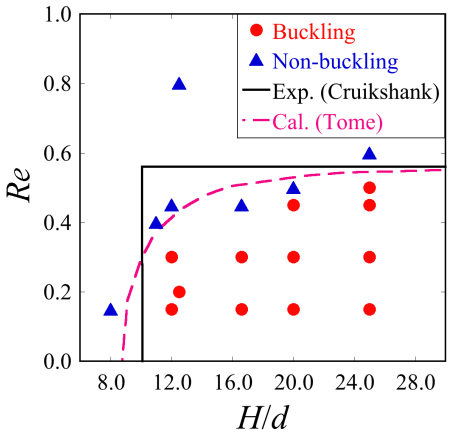


Fig. 6 Occurrence conditions of buckling according to H/d and Re

4. おわりに

本研究では，高粘性流体を矩形容器へ充填させる問題を有限体積法で計算し，流れのレイノルズ数や容器の寸法が高粘性流体の積み重なり方に与える影響について，既往の計算結果や実験結果と同様の傾向が得られることを確認した．

参考文献

1) Cruickshank, J. O. and Munson, B. R.: Viscous fluid buckling of plane and axisymmetric jets, Vol. 113, pp. 221–239, 1981.

2) Tome, M. F. and McKee, S.: Numerical simulation of viscous flow:Buckling of planar jets, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 29, pp. 705–718, 1999.

3) 森岡茂樹：混相流体の力学, 朝倉書店, 1991.

4) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久：3 次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討, 土木学会論文集 B, Vol. 62, No. 1, pp. 100–110, 2006.

5) Tome, M. F., McKee, S., Barratt, L., Jarvis, D. and Patrick, A.: An experimental and numerical investigation of container filling with viscous liquids, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 31, pp. 1333–1353, 1999.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会