

多数の静止固体間を流れるニュートンおよび ビンガム流体から構成される2流体の数値計算

Computations of Two Fluids Consisting of Newtonian and Bingham Fluids Moving between Multiple Static Solid Objects

大野 純平 (京大・工) 鳥生 大祐 (京大・ACCMS) 牛島 省 (京大・ACCMS)

Junpei OHNO, Faculty of Engineering, Kyoto University

Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University

Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University

E-mail : ushijima.satoru.3c@kyoto-u.ac.jp

The two-fluid system consisting of Bingham and Newtonian fluids is sometimes seen in the area with multiple solid objects, such as mortar flows between aggregates and grouting-materials flows in rock fractures. In this study, the phase-averaged governing equations are utilized for the two-fluid system of Newtonian and Bingham fluids. The governing equations are discretized with the finite volume method with the collocated grid system. The dam-break flows of the Bingham fluids surrounded by the Newtonian fluids were calculated with the present method. From the numerical experiments, the effects of the non-dimensional yield stress of Bingham fluids are investigated together with the number of the fixed square objects in the computational area.

1. はじめに

固体が多数存在する領域内でのビンガム流体の流動は、粗骨材間のモルタルの流れや岩盤間のグラウト剤の注入のような工学的問題で広く見られる。本研究では、有限体積法を用いて、多数の正方形固体間におけるニュートン流体とビンガム流体の2相流を計算し、ビンガム流体の物性値や計算領域に正方形固体が占める体積割合を変えて数値実験を行い、各ケースにおけるビンガム流体の流動状況について比較した。

2. 基礎方程式

本研究では、非圧縮性のビンガム流体およびニュートン流体から成る2流体を、相平均された基礎方程式¹⁾を用いて表す。基礎方程式は有限体積法により離散化し、Fig. 1のような空間に固定されたコロケート格子を用いる。本研究で用いる基礎方程式のうち、質量保存則、非圧縮条件および運動方程式は、以下のように表される¹⁾。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} + F_i \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 x_i は直交座標系の i 成分であり、 t , p , ρ , η , F_i は、時間、圧力、密度、塑性粘度、および外力加速度の x_i 方向成分である。 u_i は x_i 方向の流速成分である。 ρ は、ニュートン流体の密度 ρ_N 、ビンガム流体の密度 ρ_B 、各計算セル内におけるビンガム流体の体積割合 C を用いて既法¹⁾と同様に設定する。また、 η は次のように表される。

$$\eta = \eta_N + \frac{\eta_B - \eta_N}{\rho_B - \rho_N} (\rho - \rho_N) \quad (4)$$

ここで、 η_N はニュートン流体の塑性粘度で、 η_B は以下のよう表す²⁾。

$$\eta_B = \eta_p + \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} (1 - e^{-m|\dot{\gamma}|}) \quad (5)$$

ここで、 η_p , τ_0 はビンガム流体の塑性粘度、ビンガム降伏値、 $|\dot{\gamma}|$ はせん断速度テンソル $\dot{\gamma}$ の大きさ、 m は応力成長指数である。

本研究では、静止した固体領域が存在する場における2流体現象を取り扱う。固体領域は、複数の計算セルで表され、Fig. 2のように、固体相と流体相の計算セルとの境界で、流速や圧力の境界条件が壁面境界条件となるように設定される。

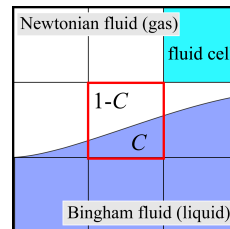


Fig. 1 Fluid cells and definition of C

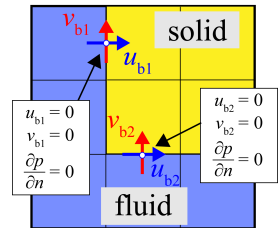


Fig. 2 Boundary conditions of solid and fluid cells

3. 数値実験

計算領域を Fig. 3 に示す。計算領域の各方向の長さについて、 L_x が 0.80 [m]、 L_y が 1.20 [m] とし、1 辺の長さ d が 3.84×10^{-2} [m] の正方形固体を、中心間距離が s 、計算領域内の正方形固体の体積割合が $\Phi = 2d^2/s^2$ の千鳥配置となるように設定した。ビンガム流体の初期配置を縦の長さ H が 0.98 [m]、横の長さ W が $W = 0.25$ [m] となるように配置し、正方形固体がない場合 ($\Phi = 0$) と、 d を固定して、 Φ が 0.025, 0.05, 0.075, 0.12 の場合について、無次元ビンガム降伏値 $\tau'_0 (= \tau_0/(\rho_B g H))$ を $0.025 \leq \tau'_0 \leq 0.6$ の範囲で変化させて計算した。ニュートン流体とビンガム流体の密

度 ρ_N および ρ_B は、それぞれ $1.0 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ および $1.0 \times 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$, ビンガム流体の塑性粘度 η_p は $1.0 \text{ [Pa}\cdot\text{s]}$, 重力加速度 g は $10.0 \text{ [m/s}^2\text{]}$, 応力成長指数 m は 1000 [s] とした。

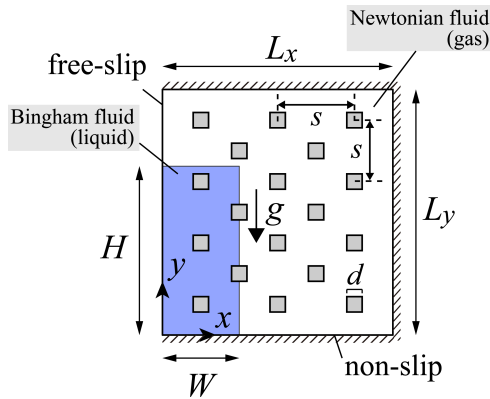


Fig. 3 Computational area

まず、正方形固体がない条件 ($\Phi = 0$) について、計算で得られた無次元スランプ高さ Z' を Pashias ら³⁾ による実験結果および藤田ら¹⁾ による計算結果と比較した。なお、Pashias ら³⁾ の実験ではビンガム流体の初期形状が円筒で、3次元での実験結果であるが、本研究および、藤田ら¹⁾ の計算は、2次元での計算結果である。 Z' はスランプ高さ Z_H と H より $Z' = Z_H/H$ と表され、初期状態と流動が停止した時刻における $x = 0$ でのビンガム流体の高さの差である。

Fig. 4 に各 τ'_0 の条件で得られた Z'_H の比較を示す。 τ'_0 の減少にともない、3次元での実験結果と2次元での計算結果に若干の差異が生じたが、 τ'_0 と Z' の関係についてその傾向を概ねよく再現できたと考えられる。

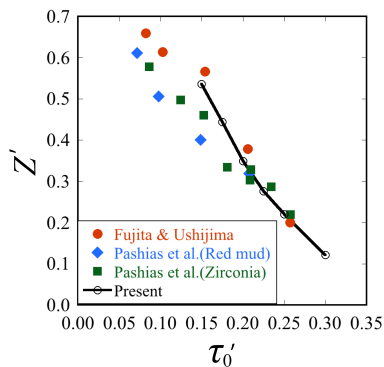


Fig. 4 Comparisons of Z' obtained with $\Phi = 0$

Fig. 5 に $\tau'_0 = 0.100$ とし、(a) $\Phi = 0.025$ (b) $\Phi = 0.050$ (c) $\Phi = 0.075$ の各条件で得られた C の分布を示す。なお、(a) と (b) については、 $t = 180.0 \text{ [s]}$, (c) については $t = 1.0 \text{ [s]}$ における C の分布を示している。まず、(a) と (b) については、両条件でビンガム流体の流動が発生し、 Φ が大きいほど傾斜角が大きいことが分かる。一方で (c) については、ほぼ流動が発生せず、 $t = 1.0 \text{ [s]}$ 以降もビンガム流体の形状は初期形状のままであった。

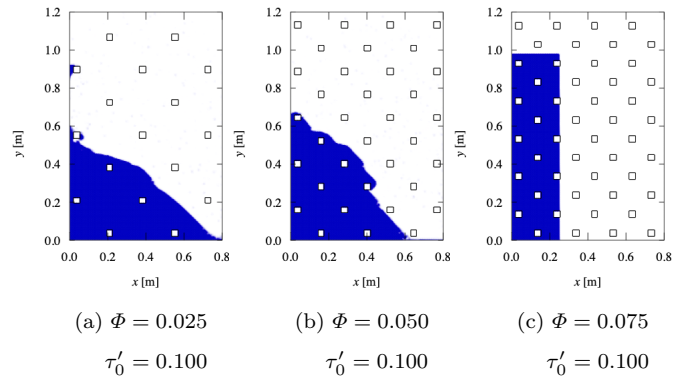


Fig. 5 Distributions of Bingham fluids

以降では、この流動が生じる限界の Φ を τ'_{0m} と表記する。 τ'_{0m} は τ'_0 の値によっても変化するため、 τ'_0 と Φ を変化させた各条件で流動が発生したか否かを Fig. 6 に示す。なお、Fig. 6 の flowing は流動が発生した場合、non-flowing は流動が発生しなかった場合を表す。Fig. 6 より、 Φ の増加にともない、 τ'_{0m} は減少していく傾向が確認された。

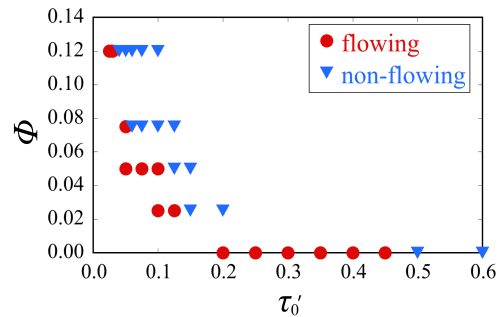


Fig. 6 Flow behaviors of Bingham fluid in range of $\Phi \leq 0.14$ and $\tau'_0 \leq 0.6$

5. おわりに

本研究では、有限体積法に基づき、静止した固体領域が存在する場合におけるビンガム流体とニュートン流体の2相流の数値実験を行い、ビンガム流体の無次元降伏応力と正方形固体の計算領域に占める体積割合がビンガム流体の流動に与える影響を確認した。その結果、正方形固体領域がない条件において、スランプ高さと無次元降伏応力の関係が既往の実験や計算と同様の傾向を示した。また、正方形固体の体積割合が大きくなるほどビンガム流体の流動が生じる無次元降伏応力の限界値が小さくなることが明らかになった。

参考文献

- 1) 藤田学, 牛島省: ビンガム流体を含む非圧縮性多相場の数値解析手法, 応用力学論文集, Vol. 9, pp. 875–882, 2006.
- 2) Papanastasiou, T. C.: Flows of materials with yield, *J. Rheol.*, Vol. 31, pp. 385–404, 1986.
- 3) Pashias, N. and Boger, D.: A fifty cent rheometer for yield stress measurement, *Journal of Rheology*, Vol. 40, No. 1, pp. 1179–1189, 1996.