

# 液状化地盤応答解析が可能な非線形全応力モデル による飽和した豊浦砂の要素シミュレーション

～MDMモデルによる液状化地盤要素の極度の剛性低下率と  
急峻なひずみ軟化および流動的挙動の再現～

熊崎 幾太郎<sup>1</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 中部電力株式会社 技術開発本部 電力技術研究所 (〒459-8522 名古屋市緑区大高町20-1)

飽和した豊浦砂のひずみ制御による動的変形試験結果を対象として、MDMモデルによる要素シミュレーションを行った。その結果、地盤要素について参照せん断ひずみの拘束圧依存性に基づき剛性と減衰のひずみ依存性の連続的な上載圧依存性を考慮可能なタイプで全応力表示により定式化したMDMモデルでは、骨格曲線式と履歴曲線式に同期した瞬間変形係数のひずみ依存性の考慮により、有効応力と間隙水圧に分離した定式化を行わなくとも簡便かつ忠実に、液状化した飽和砂の極度の剛性低下率を再現可能であり、せん断応力～せん断ひずみ関係における急峻なひずみ軟化挙動、およびその後の流動的挙動も高精度に再現する要素シミュレーションを行えることが動的変形試験結果との対比で実証的に示された。

**Key Words :** MDM model, saturated sand, liquefaction, hysteresis model, element simulation

## 1. 緒言

骨格曲線式と履歴曲線式の間で常にMasingの法則が成立し、参照せん断ひずみの拘束圧依存性に基づいて地盤要素の剛性と減衰の連続的な上載圧依存性を考慮可能なタイプで物理的意味の明確な少ない種類のモデルパラメタのみを有しているという条件を満足する従来の履歴関数型非線形モデルは、基本的に乾燥した地盤要素が適用可能対象であり、飽和した地盤要素が液状化あるいはそれに近い状態で、繰返しのせん断応力 $\tau$ ～せん断ひずみ $\gamma$ の関係(以下、繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係と記す)が急峻なひずみ軟化を呈する大ひずみ領域の等価せん断剛性率 $G_{eq}$ のせん断ひずみレベル $|\gamma|$ に対する依存性試験データ(以下、 $G_{eq} \sim |\gamma|$ 関係試験データと記す)を再現することは不可能で、このようなひずみ軟化領域では $G_{eq}$ を実測値よりも必ず大きめ、あるいは過大に評価していた。しかし、解析対象地盤に地下水が存在していることは事実上多くあるので、逐次非線形全応力解析を用いて、高精度に液状化地盤応答時刻歴を予測するためには、飽和した地盤要素の供試体の非排水で行われる動的変形試験により求められた $G_{eq} \sim |\gamma|$ 関係試験データも、微小ひずみ領域から大ひずみ領域に渡り極めて忠実に再現可能な非線形モ

デルを用いる必要がある。

そこで、本研究では骨格曲線式と履歴曲線式の間で常にMasingの法則が成立し、かつ、非線形要素(地盤材料や薄肉鋼構造部材など、非線形の繰返し応力～ひずみ関係を生ずる要素)がひずみ硬化のみならず急峻なひずみ軟化を呈する大ひずみ領域においても、非線形要素の $G_{eq}$ および履歴減衰係数 $h$ の $|\gamma|$ に対する依存性試験データ(以下、 $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$ 関係試験データと記す)、とりわけ地盤応答を支配的に決定づける $G_{eq} \sim |\gamma|$ 関係試験データを極めて忠実に再現可能な非線形モデルを提案している。すなわち、本研究で瞬間変形係数(Momentary Deformation Modulus, 略してMDM)のひずみ依存性と呼んでいる物理パラメタを考慮した新しい履歴法則に基づいて、MDMモデル<sup>1), 2), 3)</sup>と称する非線形モデルを提案している。そして、本論文では飽和した豊浦標準砂の非排水条件下の動的変形試験結果を対象として、MDMモデルによる要素シミュレーションを行い、MDMモデルが乾燥地盤要素のみならず飽和地盤要素も適用可能対象であり、液状化した飽和地盤要素の極度の剛性低下率と急峻なひずみ軟化および流動的挙動の再現も可能であるかを実証的に検証する。

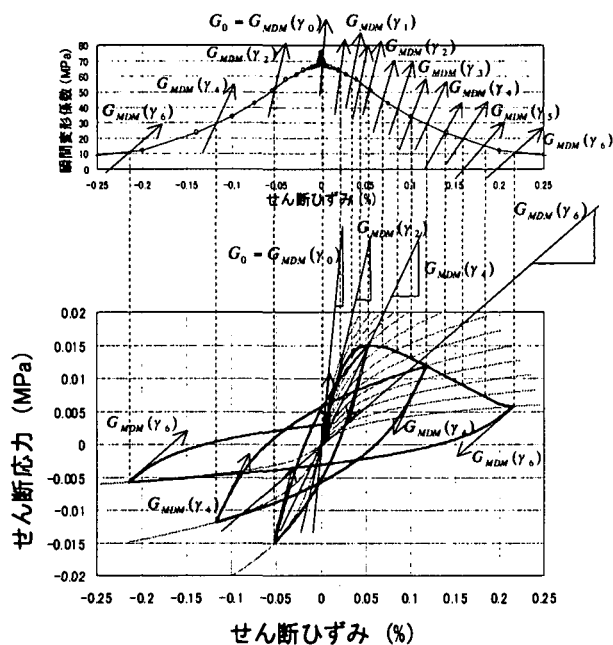


図-1 荷重が反転する瞬間の接線剛性の関連乗り換え則 (MDMモデル)

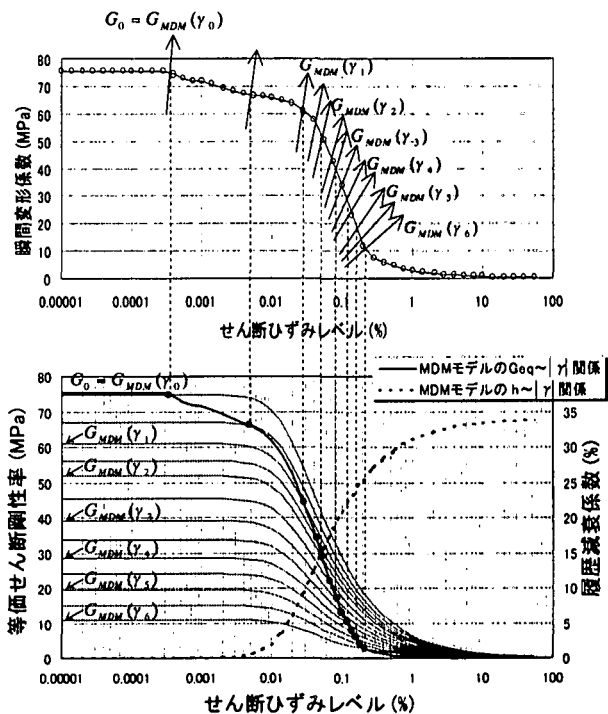


図-2 ある载荷履歴直後における瞬間の初期剛性の関連乗り換え則 (MDMモデル)

## 2. MDMモデルの履歴法則

本研究で提案しているMDMモデルを本質的に特徴付けるのは、非線形要素のせん断ひずみレベル $|\gamma|$ における繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係の骨格部と履歴部に同期している瞬間変形係数のひずみ依存性と称することにした物性値である。本論文では、 $|\gamma|$ における瞬間変形係数 $G_{MDM}$ を $G_{MDM}(|\gamma|)$ と記す。以下に、瞬間変形係数のひずみ依存性、およびこれを考慮して提案している履歴法則について述べる。

### (1) 瞬間変形係数のひずみ依存性

MDMモデルを本質的に特徴付けるモデルパラメタである $G_{MDM}(|\gamma|)$ は、その物理的意味として図-1で説明しているように、任意のひずみレベルで繰返し荷重が反転した瞬間の非線形要素の変形係数(接線剛性)を意味するのと全く同期して、ある荷重履歴の载荷を受けた直後の瞬間における非線形要素の変形係数(初期剛性)をも意味しており、後者の物理的意味は図-2からも解る。また、 $G_{MDM}(|\gamma|)$ はMDMモデルによる繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係曲線のひずみ硬化挙動やひずみ軟化挙動を決定づけ、さらに履歴ループのふくらみ方、すなわち履歴減衰を決定する物理パラメタでもあって、 $G_{MDM}(|\gamma|)$ と $h(|\gamma|)$ 、 $G_{eq}(|\gamma|)$ とは密接な関係にある。因みに、図-1と図-2に示した瞬間変形係数のひずみ依存性曲線は、一見、異なる形状に見えるかもしれないが、横軸をそれぞれ正規軸と常用対数軸により表してあるだけで、実際、図化のもとになっている $G_{MDM} \sim |\gamma|$ 関係のデジタルデータは全く同一のものである。

上述の如く、MDMモデルでは非線形要素が任意の履歴载荷を受けた瞬間毎の初期剛性と荷重反転時の接線剛性について、両者が常に $G_{MDM}(|\gamma|)$ の値で一致しており、骨格部と履歴部が同一の関数をもとにして表されるという意味において、Masingの第1法則を満足している。また、MDMモデルの履歴曲線式は後述する如く、常に骨格曲線式を $\tau$ 軸方向と $\gamma$ 軸方向の両方へ2倍した関数形とするので、Masingの第2法則も成立していることになる。

### (2) MDMモデルの履歴法則

MDMモデルにより、非線形要素の繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係を生成する際の履歴法則において、非線形要素が任意の時点 $t$ までに受けた荷重により生じた最大せん断ひずみレベルを $|\gamma(t)|_{\max}$ 、次の時点 $t + \Delta t$ におけるせん断ひずみレベルを $|\gamma(t + \Delta t)|$ と表せば、 $t = 0$ における初期荷重時は $G_{MDM}(|\gamma|) = G_0$ であり、それ以降の時点では、

$$|\gamma(t)|_{\max} < |\gamma(t + \Delta t)| \quad (1)$$

が成立した瞬間毎に、 $|\gamma(t + \Delta t)|$ を新たな最大せん断ひずみレベル $|\gamma(t + \Delta t)|_{\max}$ とし、 $G_{MDM}(|\gamma|)$ は $|\gamma(t + \Delta t)|_{\max}$ に対応して次式(2)~(4)で求められる $G_{MDM}$ の値へ更新する。

$$G_{MDM}(|\gamma(t + \Delta t)|_{\max}) = G_{MDM}(|\gamma|_1) \quad \text{for } |\gamma(t + \Delta t)|_{\max} < |\gamma|_1 \quad (2)$$

$$G_{MDM} \{ |\gamma(t + \Delta t)|_{\max} \} = \frac{G_{MDM}(|\gamma|_{k+1}) - G_{MDM}(|\gamma|_k)}{\log_{10}(|\gamma|_{k+1}) - \log_{10}(|\gamma|_k)} \\ \times [\log_{10} \{ |\gamma(t + \Delta t)|_{\max} \} - \log_{10}(|\gamma|_k)] + G_{MDM}(|\gamma|_k) \\ (k = 1, 2, \dots, N - 1)$$

$$\text{for } |\gamma|_1 \leq |\gamma(t + \Delta t)|_{\max} < |\gamma|_N \quad (3)$$

$$G_{MDM}(|\gamma(t + \Delta t)|_{\max}) = G_{MDM}(|\gamma|_N)$$

$$\text{for } |\gamma(t + \Delta t)|_{\max} \geq |\gamma|_N \quad (4)$$

ここに、 $G_{MDM}(|\gamma|_k)$ と $G_{MDM}(|\gamma|_{k+1})$ はそれぞれひずみレベルの小さい方から数えて $k$ 個目のせん断ひずみレベル $|\gamma|_k$ と $k+1$ 個目のせん断ひずみレベル $|\gamma|_{k+1}$ に対応する瞬間変形係数の値であり、式(3)は次の関係のもとで用いる。

$$|\gamma|_k \leq |\gamma(t + \Delta t)|_{\max} < |\gamma|_{k+1} \quad (5)$$

図-1は、MDMモデルが $G_{MDM}(|\gamma|)$ をそれぞれ一定値としたときの無数の骨格曲線を $G_{MDM}(|\gamma|)$ の変化に応じて刻々と乗り移って行くメカニズムを説明したものであるが、これは、供試体が受けた荷重履歴に応じた破壊強度 $\tau_f$ の変化を刻々と考慮していることにも解釈できる。さらに、このメカニズムは図-2の如く、 $G_{MDM}(|\gamma|)$ をそれぞれ一定値としたときの無数の $G_{eq} \sim |\gamma|$ 関係曲線を $G_{MDM}(|\gamma|)$ の変化に応じて刻々と乗り移って行くことと同等である。よって、図-1と図-2で説明していることは、物理的意味の観点から表裏一体の関係にあると言える。このようにMDMモデルでは、骨格部と履歴部が常時互いにMasingの法則を保持して関連しながら、非線形要素が受けた荷重履歴に応じて、骨格部と履歴部に同期した $G_{MDM}(|\gamma|)$ の値を時々刻々乗り換えて行くことにより、ひずみ硬化挙動のみならず、ひずみ軟化挙動などを有する動的変形試験結果も高精度に再現した繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係を生成可能である。

MDMモデルの一般的な定式化方法は文献4)、5)等で述べた。この方法に従えば、MDMモデルの定式化において用いる骨格部の関数としては、既存の非線形モデルの骨格曲線式のみならず、独自に定義した骨格曲線の関数形を用いることも可能である。修正R-0モデルの骨格曲線の関数形を用いてMDMモデルへ拡張した場合には、MDMモデルの骨格部と $(\gamma^*, \tau^*)$ を荷重反転点とする履歴部はそれぞれ次式になる<sup>1)~5)</sup>。

$$\gamma = \frac{1}{\left\{ \frac{G_{MDM}(|\gamma|)}{1 + \alpha \cdot |\tau|^\beta} \right\}} \cdot \tau \quad (6)$$

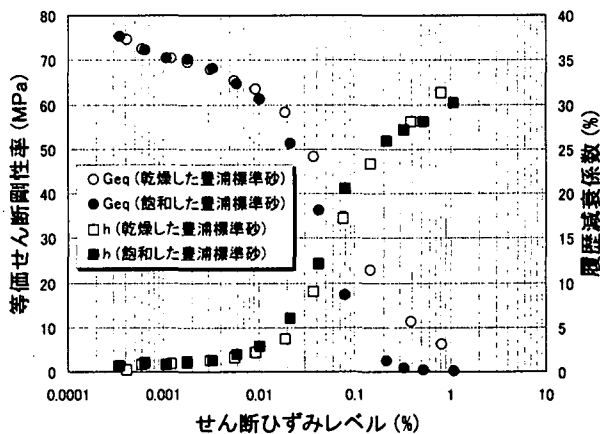


図-3 豊浦標準砂の $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$ 関係試験データ

$$\gamma = \gamma^* + \frac{1}{\left\{ \frac{G_{MDM}(|\gamma|)}{1 + \alpha \cdot (|\tau - \tau^*|/2)^\beta} \right\}} \cdot (\tau - \tau^*) \quad (7)$$

ここに、

$$\alpha = \left( \frac{2}{\gamma_r \cdot G_{MDM}(|\gamma|)} \right)^\beta \quad (8)$$

$$\beta = \frac{2 \cdot \pi \cdot h_{\max}}{2 - \pi \cdot h_{\max}} \quad (9)$$

$$G_{MDM}(|\gamma|) = \frac{h_{\max} \cdot G_{eq}(|\gamma|)_{\text{experiment}}}{h_{\max} - h(|\gamma|)_{\text{experiment}}} \quad (10)$$

である。式(6)~式(10)で表されるMDMモデルの繰返し $\tau \sim \gamma$ 関係のモデルパラメータは $\gamma_r$ 、 $h_{\max}$ 、 $G_{MDM}(|\gamma|)$ の3種類のみであり、それぞれ参照せん断ひずみ、最大履歴減衰係数、瞬間変形係数を意味する。また、 $G_{eq}(|\gamma|)_{\text{experiment}}$ および $h(|\gamma|)_{\text{experiment}}$ はそれぞれ等価せん断剛性率および履歴減衰係数の試験結果そのものの値、あるいは試験結果に相当する近似値である。

### 3. MDMモデルによる飽和した豊浦標準砂の要素シミュレーション

図-3に、乾燥した豊浦標準砂と飽和した豊浦標準砂のひずみ制御による動的変形試験結果の $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$ 関係試験データを比較して示す。この図に示されている通り、微小ひずみ領域から0.01%のせん断ひずみレベルまでの領域では、乾燥砂と飽和砂の間で $G_{eq} \sim |\gamma|$ 関係に大きな差異は認められないが、0.01%を超えるせん断ひずみ領域においては、 $G_{eq} \sim |\gamma|$ 関係に大きな差異が生じている。このような差異は、飽和した地盤要素が繰返し荷重を受けて $|\gamma|$ が増大していく過程で、 $|\gamma|$ における瞬間変形係数 $G_{MDM}(|\gamma|)$ が有意に変化しているため生ずる。因みに、実測された過剰間隙水

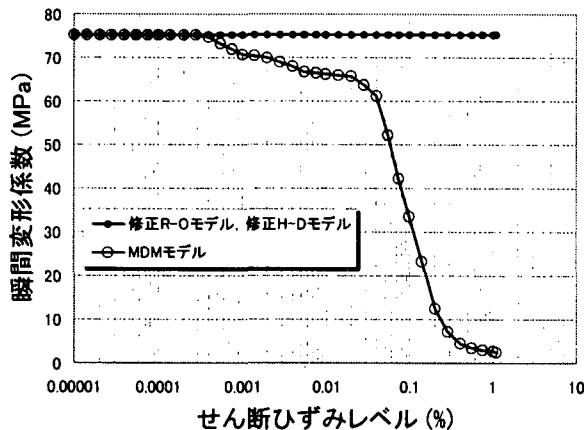


図-4  $G_{MDM}$  のひずみ依存性

圧比の時刻歴によれば、図-3の飽和した豊浦標準砂の場合、せん断ひずみレベルの小さい方から数えて12ステップ目から14ステップ目のせん断ひずみレベルの  $G_{eq}$  と  $h$  に該当する履歴ループは、供試体が0.95以上の過剰間隙水圧比を生じ、液状化状態となっている時に対応するものである。

図-3の飽和した豊浦標準砂の  $G_{eq}(\gamma)_{experiment}$  と  $h(\gamma)_{experiment}$  を式(10)へ代入することに基づき、図-4に示した瞬間変形係数のひずみ依存性曲線、すなわち  $G_{MDM} \sim |\gamma|$  関係曲線が得られる。また、この  $G_{MDM} \sim |\gamma|$  関係のもとで、モデルが  $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$  関係試験データを最小の誤差で再現するようなモデルパラメタ、すなわち参照せん断ひずみ  $\gamma_r$  と最大履歴減衰係数  $h_{max}$  を求めれば、それぞれ  $\gamma_r = 0.060\%$ 、 $h_{max} = 33.068\%$  と決定される。この時、MDMモデルにより図-3の飽和した豊浦標準砂の  $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$  関係試験データを再現した状況、および各せん断ひずみレベルにおける10サイクル目の正弦波荷重載荷時の  $\tau \sim \gamma$  関係試験データを再現した結果はそれぞれ図-5と図-6に示した通りである。これらの結果によれば、MDMモデルは飽和した豊浦標準砂の液状化時の顕著なひずみ軟化領域においても、 $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$  関係と  $\tau \sim \gamma$  関係を良好な精度で再現可能である。

#### 4. 結語

図-3と図-5に示したような極度の剛性低下率を呈する飽和砂の場合、 $\gamma_r$  の拘束圧依存性で  $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$  関係の連続的な上載圧依存性を考慮可能なタイプの従来の非線形モデルでは図-4のように、せん断ひずみレベルが1%程度になると、実際的な瞬間変形係数のひずみ依存性に比べて大きな差異が生ずるため、このようなせん断ひずみ領域では実測値と良好に一致する要素シミュレーションは不可能になる。一方、 $\gamma_r$  の拘束圧依存性に基づき  $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$  関係の連続的な上載圧依存性を考慮可能なタイプで全応力表示により定式化したMDMモデルでは、骨格曲線式と履歴曲線式に同期した瞬間変形係数のひずみ依存性の考慮により、有効応力と間隙水圧に分離した定式化を行わなくとも図-5の通り、簡便かつ忠実に飽和砂の極度の剛性低

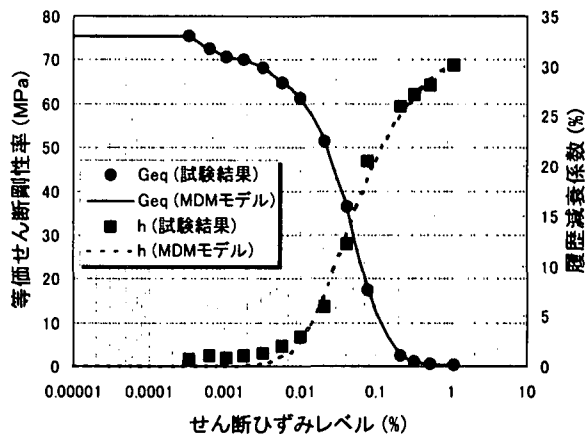


図-5 MDMモデルによる  $G_{eq}$ 、 $h \sim |\gamma|$  関係の再現結果

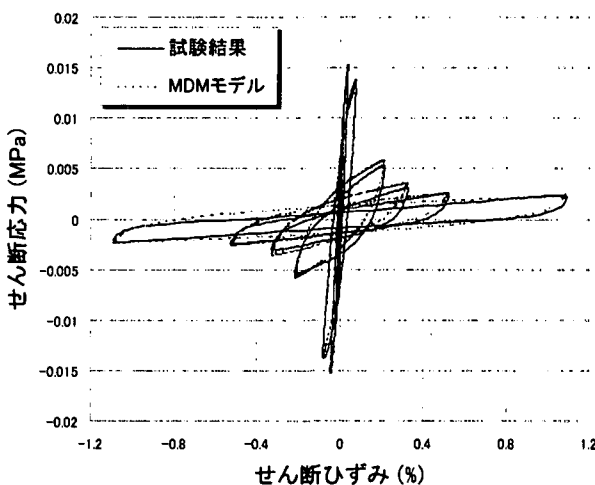


図-6 MDMモデルによるせん断応力～せん断ひずみ関係の再現結果

下率を再現可能であるため、図-6の如くひずみ硬化挙動はもとより、急峻なひずみ軟化挙動、およびその後の流動的挙動も高精度に再現する要素シミュレーションを実現できている。ゆえに、従来は不可能と考えられてきた液状化地盤応答のアレー観測記録の非線形全応力解析による良好な精度の再現シミュレーションがMDMモデルを構成式とする簡便な非線形全応力解析で可能になった<sup>6)</sup>のは、上述のような要素シミュレーションに対するMDMモデルの実用的かつ柔軟な適用性によるものと考察される。

#### 参考文献

- 1)熊崎幾太郎: Hysteresis Model Considering Shear Strain Dependency of Fractal Dimension and Momentary Deformation Modulus, 博士論文(京都大学), 第7章, 1998年3月.
- 2)熊崎幾太郎, 杉山 武, 上田 稔: Hysteresis Model Considering Shear-Strain Dependency of Fractal Dimension and Momentary Deformation Modulus, Proceedings of International Association for Mathematical Geology, pp.602-607, イタリア, 1998年10月.
- 3)熊崎幾太郎, 杉山 武, 上田 稔, 長谷川英明: 瞬間変形係数のひずみ依存性を考慮した履歴モデル, 第53回土木学会年次学術講演会講演概要集, Ⅲ-A 89, pp.176-177, 1998年10月.
- 4)熊崎幾太郎, 上田 稔: ポートアイランドのまさ土地盤の非線形地震要素シミュレーション, 電力土木, No. 282, pp.57-61, 1999年7月.
- 5)熊崎幾太郎, 上田 稔: 瞬間変形係数のひずみ依存性を考慮した履歴モデルの定式化, 第54回土木学会年次学術講演会講演概要集, I-B111, pp.220-221, 1999年9月.
- 6)上田 稔, 熊崎幾太郎, 恒川和久, 今枝靖博: MDMモデル依存非線形全応力解析によるいくつかの地盤応答アレー観測記録の再現 ～高精度な非線形全応力解析による地盤の液状化判定～, 第36回地盤工学研究発表会発表講演集, 2001.6.