

地表面付近の地震波増幅のメカニズムに関する一考察

On Mechanism of Seismic Amplification near Ground

久保 淳一郎*・堀 宗朗**

Junichiro Kubo and Muneo Hori

*正会員 修士(工学) JR 東海 東京新幹線構造物構造物検査センター (〒 222-0026 神奈川県横浜市港北区篠原町 2937)

**正会員 東京大学地震研究所 (〒 113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

In order to quantify input strong motion more accurately, this paper studies the strong motion amplification which takes place near the ground surface. Since such amplification cannot be explained in ordinary theories, it is assumed that the basic mechanism of the amplification is multiple-scattering caused by heterogeneities in ground structures. Making use of variances in the ground structure, this paper poses a mathematical problem which computes the probability of possible scattering due to the heterogeneity, and solves the problem applying the perturbation and the functional integration, such that the probability can be estimated in relatively simple computation. It is shown that the scattering due to the heterogeneities can cause larger amplification only near the ground surface, and that the magnitude of the amplification is in good agreement with observed data. These results support the assumption that the multiple-scattering is a mechanism of the the strong motion amplification near the ground surface.

Key Words : strong motion amplification near the ground surface, heterogeneity, multiple-scattering, perturbation, functional integration

1. 背景

近年わが国では耐震設計の考え方や方法に関してさまざまな議論が行われている。特に、比較的大きな直下地震への対応は課題となっており、合理的な耐震設計が必要とされている。耐震設計での外力である地震を設定するうえでは、地震が地殻の断層運動によるという考えに基づいて断層運動を考慮した試みがなされている。将来発生する地震の地震動を予測する場合、震源過程、伝播過程、対象サイトという3つの要素¹⁾を考慮し判断が行われている。対象サイトでの地震時の地盤の挙動の一つに、地震波の表面増幅がある。中村²⁾によると、例えば図-1に示すように、表面増幅には、

- 増幅の度合いが周波数に大きく依存
- 地表近傍のみに大きな増幅が発生
- 地震毎に増幅の様子が若干変化

するという特徴がある。特に 10Hz 付近では約 10 倍程度の増幅となる。表面近傍で地震波が倍以上になるため、設計上での考慮や何らかの対処が必要であろう。

地震波の表面増幅のメカニズムに関する既存の研究は、次の2つのタイプに分けられる。一つは多重反射である。下方の比較的堅い基盤層から上方の比較的軟らかい表面層に入射した地震波が表面層において繰り返し反射を起こすことによって、地盤の表面増幅が発生するものである。金井などによってこの多重反射に起因する地盤の表面増幅が確認されている。地下の地震波から表面の波形を算出する場合に、約 5~10m の

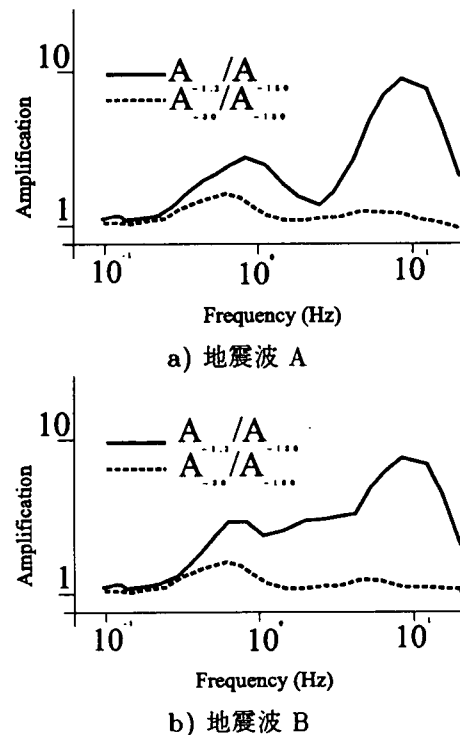


図-1 地盤表面増幅のデータ
(A_H は深さ H(m) における増幅を表す)

厚さの成層構造モデル³⁾を仮定し利用される。もう一つはフォーカシングである。各方面からの地震波が特定の場所の地盤の表面に集中し、この結果増幅が引

き起こされるものである。江尻と後藤によって地盤の不整形性が地震動特性に及ぼす影響が確認されており、地盤モデル⁴⁾において約 4~5 倍程度の増幅が確認されている。図-1 に示されるように、観測データでは地表面付近において、ある周波数のもとでは 10 倍程度の地震波の増幅がみられている。この特徴については、対象としているスケールが大きいので、フォーカシングではこの表面近傍のみの増幅を説明することはかなり困難であろう。また、多重反射の理論においては、強い周波数の依存性や地震波毎の増幅特性の違いを再現することは難しい。このため、既存のメカニズムでは観測された地震波増幅の特性を完全に説明することに限界がある。

実地盤のボーリング図や地質断面図を見ると、地表近傍の地盤構造は複雑であり、地盤表面増幅にはこの地盤構造が大きく影響する可能性が考えられる。地表近くの堆積層内には、図-2 に示すように水平方向約 10m 程度の局所的な堆積物が存在する可能性がある。表面近くにこのような堆積物が一つある場合の表面付近の変位の増幅を有限要素法で試算した。サイズ 10×2m の弾性係数 50% の不均一体があるときに、表面の離れた点では影響がないものの、不均一体の真上で約 2~3 倍の表面増幅が計算された。増幅の度合は、堆積物が複数ある場合には増加し、相対的な位置によって周波数にも強く依存することが予想される。また入力地震波によっても増幅が変化するのであろう。したがって、地表近傍での地震波増幅のメカニズムに、地盤表面付近に存在する堆積物の多重散乱が考えられる。

2. 目的

地表面近傍での地震波の増幅メカニズムの一つとして、地盤構造の不均一性による多重散乱という仮説を設定した。この仮説の妥当性を検討するには、不均一体による散乱波が地盤の表面増幅に与える影響を定量的に調べなければならない。地盤構造が完全に与えられる場合、散乱による増幅の度合を数値計算によって

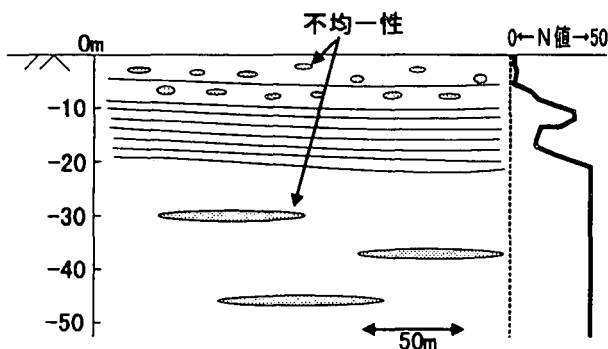


図-2 地盤構造の典型例

推定することは決して難しい課題ではない。しかし、計測手法やコストの面から地盤構造の同定には限界があり、利用できるデータは限られている。このため地盤構造を正確に与えることはできない。しかし、ボーリングによる N 値の計測データから、不均一性の分布は N 値のばらつきとして確率的に設定することが可能である。したがって、地盤構造の不均一性に関する確率情報が与えられた時に地表面での増幅の確率分布を推定する手法を必要とする。

増幅の確率分布を推定する最も確実な方法はモンテカルロシミュレーションである。不均一性に関する確率情報にしたがって不均一地盤を多数発生させ、各地盤での増幅を統計的に処理することで増幅に関する確率分布を計算することができる。しかし、このような数値シミュレーションでは膨大な数の地盤構造を発生させ地震波を計算しなければならず、利用できるデータの精度や計算労力の点からみて実用的とは言い難い。そこで、地盤の不均一性に関する限られた情報に見合った簡便さで、多重散乱による地震波の増幅の確率分布を推定する手法を構築することを試みる。

著者は不均一な岩盤に対し、弾性係数の確率的な分布から、応力の確率的分布を決定する理論と、実際に確率分布を簡便に計算する手法を開発している⁵⁾。これは摂動法を用いて岩盤中の応力を求め、応力の確率密度関数を推定する理論であり、いくつかの近似を含むものの計算される応力の確率密度関数はモンテカルロシミュレーションの結果と良好に一致し、実測された応力のばらつきを定量的に説明することが示されている。本研究では、無限体中の静的状態の確率密度関数を推定するよう構築された理論を半無限体中の動的状態の確率密度関数を推定するように拡張し、地震波増幅を簡便に求める手法を開発する。

本研究の目的は、地表面近くの不均一性による多重散乱によって地震波が増幅されるメカニズムを示し、不均一性の確率密度関数から増幅の度合の確率密度関数を簡便に推定する手法を開発することである。前章で示された地表面近くの地震波増幅の 3 つの特徴を定量的に再現することが具体的な課題となる。次章以降、地震波増幅の確率密度関数について、推定の理論の構築と簡便な計算手法の開発を行う。さらに実測データとの比較から、仮定されたメカニズムの正しさを検討する。なお、推定手法自体はモンテカルロシミュレーションの結果の比較から妥当性を検証し、ついでさまざまな地盤を想定したケーススタディによって推定手法の有効性を議論する。

3. 変位増幅の確率密度関数

3.1 定式化

不均一な半無限体 V を対象とする。密度は一定 (ρ_0)

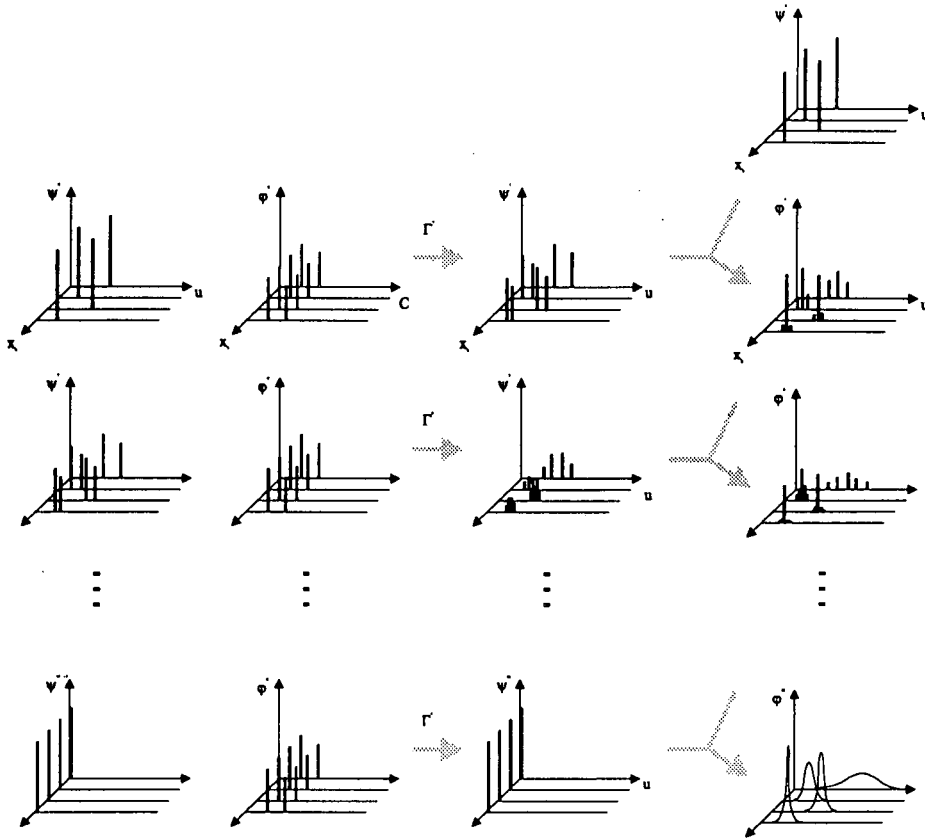


図-3 概念図

であるが、弾性係数テンソル $C = C(\mathbf{x})$ は場所毎に変化し、この C の分布が一様な確率密度関数 $\varphi_C = \varphi_C(C)$ に従う場合を想定する。角振動数 ω の平面波の入射波 \mathbf{u}^i に対し、変位の確率密度関数 $\varphi_u = \varphi_u(\mathbf{u})$ を求める。この問題を解くためには、任意の弾性係数テンソル C が与えられた場合に不均一体 V の波が計算できることが必要である。そこで最初にこの不均一体の散乱波問題を解き、次にその解を利用して φ_C から φ_u を求めることにする。半無限体 V の弾性係数テンソルが C として実現された場合に等価介在物法を利用して V の散乱波問題を解くことにする。

一様な弾性係数テンソル C^0 を持つ仮想的な均一半無限体 V^0 を導入する。不均一体 V の散乱波を $\delta\mathbf{u}$ とすると、波 $\mathbf{u} = \mathbf{u}^i + \delta\mathbf{u}$ は

$$(C_{ijkl}(\mathbf{x})u_{k,l}(\mathbf{x}))_{,i} + \rho^0\omega^2 u_j(\mathbf{x}) = 0$$

を満たしているから、 $\delta C = C - C^0$ とすると、導入された均一体 V^0 では、この波が次の支配方程式を満たすことになる。

$$C_{ijkl}^0 u_{k,l}(\mathbf{x}) + \rho^0\omega^2 u_j(\mathbf{x}) + (\delta C_{ijkl}(\mathbf{x})u_{k,l})_{,i} = 0 \quad (1)$$

左辺の第3項を物体力 \mathbf{f} と見なすと、均一体 V^0 のグリーン関数 G^0 を用いて式(1)の解は形式的に次のように与えることができる。

$$u_i(\mathbf{x}) = \int_V G_{iq}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) f_q(\mathbf{y}) dV_{\mathbf{y}} \quad (2)$$

式(2)の右辺の \mathbf{f} は未知の \mathbf{u} によって与えられるため、摂動法を利用してこの式を満たす \mathbf{u} を計算する。散乱波に関する摂動 $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^0 + \mathbf{u}^1 + \mathbf{u}^2 + \dots$ をとる。入射波 \mathbf{u}^i を \mathbf{u}^0 とし、 \mathbf{u}^n ($n = 1, 2, \dots$) に対する次の漸化式を設定する。

$$\begin{aligned} u_i^n(\mathbf{x}) &= \int_V G_{ip}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) f_p^{n-1}(\mathbf{y}) dV_{\mathbf{y}} \\ f_q^n(\mathbf{y}) &= (\delta C_{pqrs}(\mathbf{y}) u_{r,s}^n(\mathbf{y}))_{,p} \end{aligned} \quad (3)$$

確率密度関数 φ_u を効率的に計算するために漸化式(3)の右辺を部分積分を用いて変形すると、

$$\begin{aligned} & \int_{\partial V} n_p(\mathbf{y}) G_{iq}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\delta C_{pqrs}(\mathbf{y}) u_{r,s}^n(\mathbf{y})) dS_{\mathbf{y}} \\ & - \int_V G_{iq,p}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\delta C_{pqrs}(\mathbf{y}) u_{r,s}^n(\mathbf{y})) dV_{\mathbf{y}} \\ & = \int_{\partial V} n_p(\mathbf{y}) G_{iq}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\delta C_{pqrs}(\mathbf{y}) u_{r,s}^n(\mathbf{y})) \\ & - n_s(\mathbf{y}) G_{iq,p}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \delta C_{pqrs}(\mathbf{y}) u_r^n(\mathbf{y}) dS_{\mathbf{y}} \\ & + \int_V (G_{iq,p}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\delta C_{pqrs}(\mathbf{y}))_{,s}) u_r^n(\mathbf{y}) dV_{\mathbf{y}} \end{aligned}$$

となる。ここで表面積分と不均一性に関する微分の項を無視する近似をする。すなわち、

- $\int_{\partial V} n_p G_{iq}^0 (\delta C_{pqrs}) u_{r,s}^n dS \approx 0$
- $\delta C_{pqrs,s} \approx 0$

この結果、 $n-1$ 番目の \mathbf{u}^{n-1} から n 番目の \mathbf{u}^n を計算

する漸化式が次のように簡略化される。

$$u_i^n(\mathbf{x}) \approx - \int_{\partial V} n_s(\mathbf{y}) G_{i,q,p}^o(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \delta C_{pqrs}(\mathbf{y}) u_r^{n-1}(\mathbf{y}) dS_{\mathbf{y}} + \int_V G_{i,q,p}^o(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \delta C_{pqrs}(\mathbf{y}) u_r^{n-1}(\mathbf{y}) dV_{\mathbf{y}} \quad (4)$$

表記を簡単にするため、左辺を積分変換 Γ によって

$$\Gamma(\delta C) * u^n \quad \text{or} \quad \Gamma_i(\mathbf{x}; \delta C) * u^n$$

として表すことにする。

各 u^n の確率密度関数を $\psi^n = \psi^n(u^n)$ とする。漸化式 (4) を用いるとこの漸化式を計算することができる。不均一性が $\delta C = \delta C'$ であった場合に $u^{n-1} = u'$ が与えられれば、次の摂動項は $u^n = \Gamma(\delta C') * u'$ となることから確率に関する次の関係が導かれる。

$$\Pr(u^n = \Gamma(\delta C) * u') = \Pr(u^{n-1} = u' | \delta C = \delta C') \Pr(\delta C = \delta C')$$

なお、右辺の第 1 項は $\delta C = \delta C'$ の下での $u^{n-1} = u'$ となる条件付き確率である。これを

$$\bullet \Pr(u^{n-1} = u' | \delta C = \delta C') \approx \Pr(u^{n-1} = u')$$

として近似する。この結果、確率密度関数に関する次の漸化式を導くことができる。

$$\psi^n(u^n) \approx \int \psi^{n-1}(\Gamma^{-1}(\delta C) * u^n) \varphi_C(\delta C) d(\delta C) \quad (5)$$

ここで $\int \dots d(\delta C)$ は関数空間の積分であり、 Γ^{-1} は積分変換 Γ の逆変換を表す。すなわち $u^n = \Gamma * u^{n-1}$ であれば $u^{n-1} = \Gamma^{-1} * u^n$ である。

摂動展開の定義により散乱波 δu は u^n の和として与えられる。M 項までの和を δu^M とすると、定義により次の確率に関する式が成立する。

$$\Pr(\delta u^M = \delta u' + u') = \Pr(u^M = u' | \delta u^{M-1} = \delta u') \Pr(\delta u^{M-1} = \delta u')$$

右辺第 1 項は $\delta u^{M-1} = \delta u'$ である場合に $u^M = u'$ となる条件付き確率である。これを

$$\bullet \Pr(u^M = u' | \delta u^{M-1} = \delta u') \approx \Pr(u^M = u')$$

として近似すると、式 (5) で決定される ψ^M を用いて u^M の確率密度関数、 φ^M 、に関する次の漸化式を導くことができる。

$$\varphi^M(\delta u^M) \approx \int \psi^M(\delta u^M - u^{M-1}) \varphi^{M-1}(u^{M-1}) du^{M-1} \quad (6)$$

以上により問題 P の解は式 (5)、式 (6) より決定される φ^M を用いて次のように与えられる。

$$\varphi_u(u) \approx \lim_{M \rightarrow \infty} \varphi^M(u - u^i) \quad (7)$$

なお、この関係を導く際に 4 つの近似がなされていることを強調しておく。近似解 (7) の精度に関しては、簡単な φ_C を設定したモンテカルロシミュレーションを用いて実際に左辺を計算し、それと右辺を比較することで検討する。

3.2 計算方法

式 (5) を計算する際には漸化式 (4) を解く必要がある。周波数領域のグリーン関数は解析的に求められているが、計算が必要以上に煩雑になる。そこで有限要素法を用いた数値計算によってグリーン関数を求め、漸化式 (5) と式 (6) を計算することにする。ここでは数値計算の簡略化のため 2 次元半無限体を用いることにする。鉛直・水平方向に座標軸 x_1 と x_2 をとり、対象領域を $V = \{x_1, x_2 | -L/2 < x_1 < L/2, -H < x_2 < 0\}$ とする。確率密度関数 φ_C が確率的に均一であり半無限体のグリーン関数 G が $(x_1 - y_1, x_2, y_2)$ の 3 変数関数となることから、確率密度関数の対象となる散乱波は x_2 のみの関数としてもよい。漸化式 (4) より、 \bar{u}^n に関する次の漸化式を導くことができる。

$$\bar{u}_i^n(x_2) = -\frac{1}{L^2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} G_{i,q,p}^o(x_1, x_2, y_1, 0) \delta C_{pqr2}(y_1, 0) \bar{u}_r^{n-1}(y_1, 0) dy_1 dx_1 + \frac{1}{HL^2} \int_{-H}^0 \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} G_{i,q,p}^o(x_1, x_2, y_1, y_2) \delta C_{pqrs}(y_1, y_2) \bar{u}_r^{n-1}(y_1, y_2) dy_1 dy_2 dx_1 \quad (8)$$

式 (4) の代わりに式 (8) を用いることにより、確率密度関数 ψ^n や φ^M の漸化式 (5) と (6) を平均散乱波 \bar{u}^n やその和 $\delta \bar{u}^M$ 確率密度関数、 $\bar{\psi}^n$ や $\bar{\varphi}^M$ の漸化式にそのまま置き換えることができる。すなわち、

$$\bar{\psi}^n(\bar{u}^n) = \int \bar{\psi}^{n-1}(\Gamma^{-1}(\delta C) * u^n) \varphi_C(\delta C) d(\delta C) \quad (9)$$

$$\bar{\varphi}^M(\delta \bar{u}^M) = \int \bar{\varphi}^M(\delta u^M - u^{M-1}) \bar{\varphi}^{M-1}(u^{M-1}) du^{M-1} \quad (10)$$

有限要素法を用いて式 (8)、式 (9)、式 (10) の Γ を計算する際に関数 \bar{u}^n を x_2 方向に離散化する。厚さ H の層が K 個、各層が幅 W の要素で N 等分割された場合を考える。要素から要素へのグリーン関数を $\bar{G}_{i,q,p}$ 、 $\bar{G}_{i,q,p,s}$ とし、 \bar{u}^n の第 I 層の平均を $\bar{u}^n(I)$ とすると、離散化による誤差を無視すれば式 (8) から次の式が導かれる。

$$\bar{u}_i^n(I) = -\frac{1}{L} \sum_{P,Q} \bar{G}_{i,q,p}(P, I, Q, 1) \delta C_{pqr2}(Q, 1) \bar{u}_r^{n-1}(1) + \frac{1}{L} \sum_{J=1}^K \left\{ \sum_{P,Q} \bar{G}_{i,q,p,s}(P - Q, I, J) \delta C_{pqrs}(Q, J) \right\} \bar{u}_r^{n-1}(J) \quad (11)$$

なお $\delta C(Q, J)$ は第 J 層の第 Q 要素の弾性係数テンソルに対応する。式 (11) の $\bar{G}_{i,q,p}$ と $\bar{G}_{i,q,p,s}$ は有限要素法で数値的に計算した。境界にダッシュポットを設けた半円形状のメッシュを用いることによって解析領域の境界での反射の影響を考慮した。集中荷重に対する解析解

を用いて精度を検証したところ、変位で最大 5 % 程度の誤差であった。最後に、 $\delta C_{pqrs}(Q, J) = \delta \bar{C}_{pqrs}(J)$ と近似する。式 (11) を、表記を簡単にするためオペレーター Γ を用いて次のように簡略化する。

$$\bar{u}_i^n(I) = \sum_{J=1}^K \Gamma_{iqps}(I, J) \delta \bar{C}_{pqrs}(J) \bar{u}_r^{n-1}(J) \quad (12)$$

式 (12) を計算する際には、 $\bar{u}_r^{n-1}(J)$ と $\delta \bar{C}_{pqrs}(J)$ それぞれのそれぞれの確率密度関数を次のように離散化する。 $\bar{u}_r^k(J)$ については \bar{u} の取り得る値の範囲を長さ Δu の N 個の区間 $I_i^u (i=1, 2, \dots, N)$ に等分割し、各区間の midpoint の $u_i (i=1, 2, \dots, N, u_1 < u_2 < \dots < u_n)$ をその区間の \bar{u} の代表値とする。ここで、 $\bar{\psi}_i^k$ を \bar{u}^k が区間 $I_i^u = \{\bar{u} \mid |(\bar{u} - u_i)_j| < \frac{\Delta u}{2}\}$ に入る確率を表すものとする。 $\delta \bar{C}_{pqrs}(J)$ についても $\bar{u}_r^k(J)$ と同様に離散化する。以上により漸化式 (12) は最終的に

$$\bar{\psi}_i^n = \sum_{j,k \in S} \varphi_j^{\delta C} \bar{\psi}_k^{n-1}$$

$$S = \{ \text{区間 } I_j^{\delta C} \text{ と } I_k^u \text{ の組; その代表値 } \delta C_j \text{ と } u_k \text{ に対し, } \Gamma(\delta C) * \bar{u} \text{ が区間 } I_i^u \text{ に入る} \} \quad (13)$$

となる。漸化式 (13) によって、逐次 $\bar{u}^1, \bar{u}^2, \dots, \bar{u}^n$ の離散化された確率密度関数 $\{\bar{\psi}_i^1\}, \{\bar{\psi}_i^2\}, \dots, \{\bar{\psi}_i^n\}$ がそれぞれ得られる。 \bar{u}^k の離散化された確率分布 $\{\bar{\psi}_i^k\}$ を用いて、 $\delta \bar{u}^M = \sum_{n=1}^M \bar{u}^n$ の離散化された確率分布 $\{\bar{\varphi}_i^M\}$ を計算する。

$\{\bar{\psi}_i^M\}$ の漸化式は次のようになる。

$$\bar{\psi}_i^M = \sum_{j,k \in T} \bar{\psi}_j^M \bar{\varphi}_k^{M-1}$$

$$T = \{ \text{区間 } I_j^u \text{ と } I_k^u \text{ の組; その代表値 } u_j \text{ と } u_k \text{ に対し, } u_j + u_k \text{ が区間 } I_i^u \text{ に入る} \} \quad (14)$$

散乱波が漸近展開されたことから $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{u}^n = 0$ であり、0 を含まない区間 I_i^u において $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{\psi}_i^n = 0$ となる。したがって $\{\bar{\varphi}_i^M\}$ も $\bar{\psi}_i^n$ が十分小さくなると収束することになる。 $n=20$ 程度で $\{\bar{\psi}_i^n\}$ がこの条件を満たす。漸化式 (13), (14) の計算過程の概念図を図-3 に示した。

4. 確率密度関数の推定方法の妥当性の検証

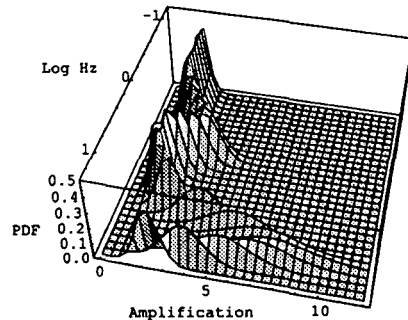
本章では前章で定式化された、表面増幅の確率密度関数の摂動法を用いた推定方法の妥当性を検討する。最初に比較的簡単な不均一性を設定し、実際に確率密度関数を計算する。摂動項とその和の確率密度関数が収束することを確認し、深さ方向での変位の確率密度関数の分布を調べる。次に実際に確率密度関数をモンテカルロシミュレーションを用いて計算し、推定された確率密度関数との比較から妥当性を検討する

4.1 確率密度関数の計算例

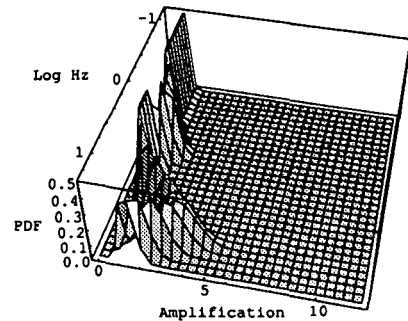
摂動法を利用した確率密度関数の推定では十分な数の摂動項をとることによって $\{\varphi_i^M\}$ を収束させなければならない。式 (14) の計算において約 20 程度の摂動の項 ($M=20$) をとると、この条件が満たされた。

弾性係数の確率密度関数を弾性係数が 10 % 低下したものが 20 %, 20 % 低下したものが 15 %, 30 % 低下したものが 10 %, 40 % 低下したものが 5 % の割合で存在すると設定する。サイズは長さが 10m, 厚さが 2m とする。

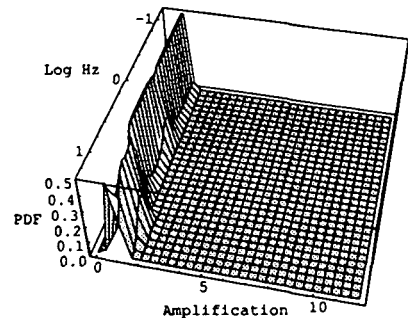
周波数ごとの増幅の確率密度関数を図-4 に示す。a) b) c) はそれぞれ地表付近, 地下 5m, 地下 10m, である。表面近傍での増幅は周波数によってその割合が異なり、増幅の割合が表面付近に限られていることが示されている。



a) 地表面付近



b) 地下 5m



c) 地下 10m

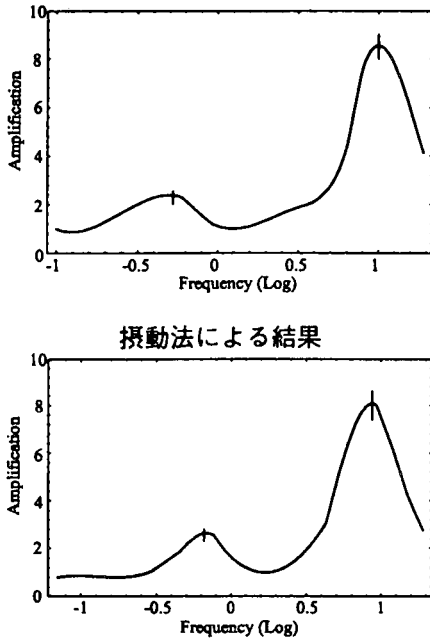
図-4 深さと確率密度関数

4.2 モンテカルロシミュレーション

前章で開発された確率密度関数の推定手法の妥当性を検討するため、二次元の有限要素法を用いたモンテカルロシミュレーションを行った。表面増幅の確率密度関数をこの数値計算の結果と比較してシミュレーションによって実際に計算し、推定される確率密度関数と比較する。

数値計算の労力を省くため、想定する問題は簡単なものとする。前章で述べた有限要素法の解析領域を利用して次のような不均一性が確率的に存在する地盤を考える。地盤のヤング率は $1 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ 、密度は 1.8 gf/cm^3 、ポアソン比は 0.35 である。不均一性は弾性係数のみが 50% 低下し、水平方向の長さ 10m 程度、厚さ 2m 程度の大きさである。モンテカルロシミュレーションでは、不均一性をランダムに発生させ、表面における水平変位の増幅を計算する。十分な回数のシミュレーションを繰り返すことで、増幅の確率密度関数が計算される。入力波の周波数は 0.1~10Hz である。なお、増幅は不均一性がない場合とある場合の変位の比とした。

不均一性のボリュームフラクションを 17% とした場合の摂動法とモンテカルロシミュレーションによって得られる確率密度関数を図-5 に示す。周波数と平均表面増幅の関係プロットしてある。比較的低周期の部分はあまり一致していないが、比較的高周期の部分は良好に一致している。特に 10Hz 付近の増幅は両者とも約 9 倍程度ある。



シミュレーションによる結果

図-5 入射波の周波数に対する増幅の平均の比較
(グラフ中の縦線は分散を表す)

各周波数における表面増幅の様子をより詳細に調べるため、平均値の他に分散についても摂動法を用いて計算した結果とモンテカルロシミュレーションの結果と比較した。平均の増幅が比較的大きい周波数約 9Hz と 0.5Hz の入射波の場合を検討したところ、図-6 に示すように周波数約 9Hz の場合、摂動法とモンテカルロシミュレーションの分散もほぼ等しく約 0.2 であった。一方、図-7 に示すように周波数約 0.5Hz の場合、摂動法はやや小さめの分散となっていた。

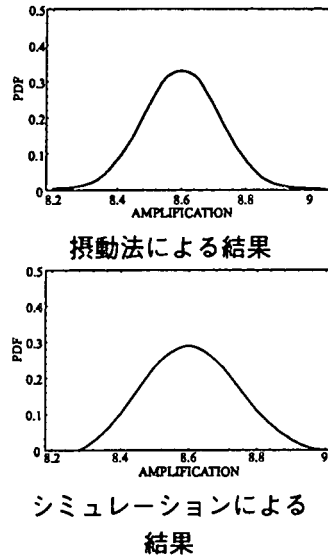


図-6 9Hz の入射波に対する推定された確率密度関数の比較

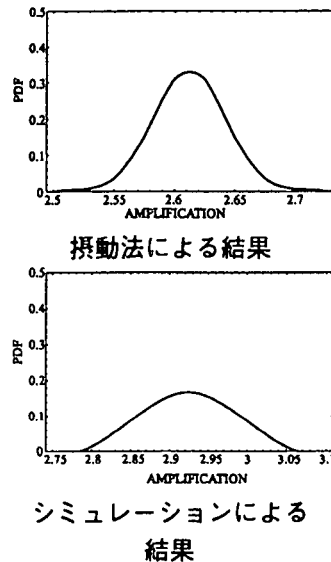


図-7 0.5Hz の入射波に対する推定された確率密度関数の比較

摂動法による計算では、比較的高周波数の波に関しては表面増幅の平均値と分散を精度良く推定する。要素サイズが固定されているため、波長の長い低周波数のほうが推定精度が高いことが予想されるが、計算結果は逆となっている。定式化で示した近似の影響と考

えられる。

想定された不均一性が実際の地盤とは異なるため、図-5の結果が直接第1章に示された図-1を再現したことはない。しかし、1オーダーもの増幅が再現できたことは、不均一性による多重散乱が地盤の表面増幅に大きく影響を与えるということは否めない。

5. 不均一性による地震波の増幅

考案された摂動法を用いた計算方法を利用して、表面増幅の度合をさまざまな地盤の状態を想定したケーススタディを行う。

5.1 弾性係数の影響

不均一性のサイズを長さ10m、厚さ2mのものに固定し、弾性係数の平均値を $1 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ とする。ここで前章で定義した不均一性の確率密度関数の分散を0から0.5まで変化させたときの増幅の平均値を計算した。周波数が0.5Hzの場合と周波数が9.0Hzの場合における不均一性の分散と増幅の平均を示したものが図-8である。

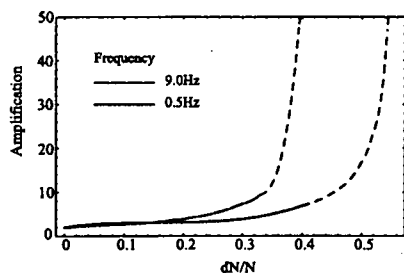


図-8 不均一性の弾性係数の平均値(N)と標準偏差値(dN)が表面増幅の平均に与える影響

不均一性の分散が大きくなるにつれて表面付近の増幅の平均は大きくなり、ある程度の大きな分散に対しては表面増幅の大きさは発散してしまう。これによってある程度以上の弾性係数の分散をもつ表面地盤は危険であるという示唆ができる。

5.2 形状の影響

簡単のため、不均一性を弾性係数が50%低下したものとする。このとき不均一性のサイズ(長さ・厚さ)とボリュームフラクシオンをさまざまに変化させたときの表面増幅の平均の度合を計算する。具体的には、長さは20mまで変化させ、厚さは5mまで変化させる。なお、それに応じてボリュームフラクシオンも変化する。一方長さ10m厚さ2mのサイズを用いて、ボリュームフラクシオンを5%から25%まで変化させた。周波数9Hzの入射波を下から垂直に入射させた場合である。

厚さを2mに固定して長さを変化させた場合の表面増幅の平均は図-9に示す。横軸に長さ、縦軸に表面増幅の平均を示した。同様に、長さを10mに固定して

厚さを変化させた場合の表面増幅の平均は図-10に示す。横軸に厚さ、縦軸に表面増幅の平均を示した。最後にボリュームフラクシオンと9Hzの入射波に対する表面増幅の平均を図-11に示す。表面増幅の平均は、長さ、厚さ、ボリュームフラクシオンに線形に増加することが予想されたが、図では非線形の関係が見られた。他の周波数でも同じ傾向が見られた。

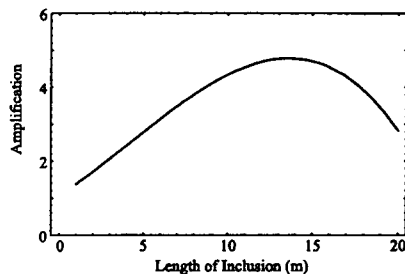


図-9 不均一性の水平方向の長さが表面増幅に与える影響

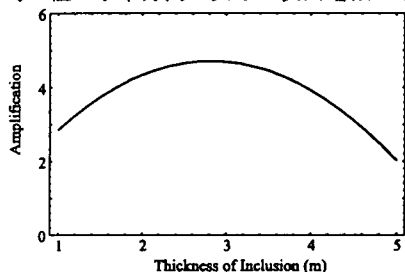


図-10 不均一性の深さ方向の厚さが表面増幅に与える影響

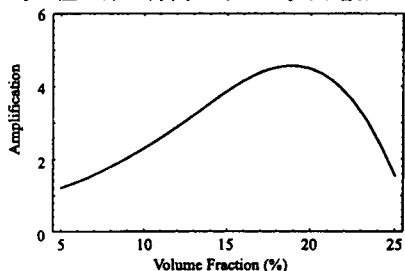


図-11 不均一性のボリュームフラクシオンが表面増幅に与える影響

強い非線形性のため、小さな不均一性や少数の不均一性でも場合によっては大きな増幅をひき起こすことが懸念される。ボリュームフラクシオンに関しては特定の値で増幅の平均がピークを示すため、特に地盤内の不均一性の含有率に関しては注意する必要がある。

5.3 入射角の影響

簡単のため、全節と同様に不均一性を弾性係数が50%低下したものとする。サイズは長さ10m厚さ2mとし、ボリュームフラクシオンを17%とした。入射波の入射角を0~20度まで変化させた。周波数は9Hzとした。

横軸に入射角、縦軸に表面増幅の平均と分散をプロットしたものを図-12に示す。入射波が下方より垂直に入射する場合が一番大きな表面増幅をひきおこし、入射波が垂直となす角度が増大するにつれて表面増幅の度合が減少することが確認された。入射角が増大する

につれ、5度までは表面増幅の平均にあまり依存しないことがわかる。一方、増幅の分散はあまり入射角に依存しない。

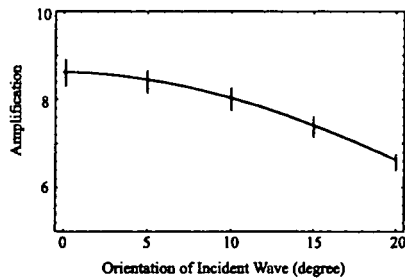


図-12 入射角に対する表面増幅の度合
(縦の線は分散を表す)

多重散乱の基本的なメカニズムは、散乱波が不均一性と他の不均一性あるいは地盤表面とほぼ垂直に反射を繰り返すことである。したがってほとんど地盤表面に垂直である場合に表面増幅は最大となり、その付近では大きな値を取ることは納得できる。

6. 結論

地震時における地盤の表面増幅のメカニズムの一因として、地表面近くの長さ10m程度の大きさの不均一性による多重散乱波があることを示した。このメカニズムに基づき、地表付近の不均一性の分布を確率的に扱い、不均一性の確率密度関数から摂動法を用いて地盤の表面増幅の確率密度関数を簡便かつ合理的に求める解析手法が開発されている。解析手法にはいくつかの近似が含まれているが、モンテカルロシミュレーションによって得られた確率密度関数と良好な一致を示したため、解析手法は妥当なものと判断される。

観測された表面増幅の一つの特徴である、特定の周波数で1オーダーもの増幅が起こることが多重散乱によって再現された。特に、増幅の平均が周波数に依存する様子は一致するようである。また、地震毎に観測される表面増幅には若干のばらつきがあることが報告されている。多重散乱によれば、このばらつきは地震の入射波の微妙なずれによる増幅特性の変化として説明することができる。実際、観測された増幅のばらつきは、確率密度関数から計算された増幅の分散の間に入っている。

確率密度関数から増幅の平均(期待値)と分散を計算し、いろいろなケーススタディを行い、多重散乱による表面増幅の様子を検討した。表面増幅が、不均一性のサイズ(長さ・幅)、ボリュームフラクションや入射波の入射の方向などに依存して変化することが示された。

今後の課題としては、構築された手法に対して実際の地盤の改良手法における実用性についての検討、二次元から三次元へでの変位を解析できるよう手法を発展させることなどがあげられる。

謝辞：本研究を進めるにあたり、貴重な御助言を賜りました東京大学地震研究所 東原紘道 教授、山下輝夫 教授に厚く御礼申し上げます。また、大洗サイトをはじめ地震動に関するさまざまなデータを与えて下さいました佐藤工業株式会社の中村晋 様に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 動的解析と耐震設計第1巻, 地震動・動的物性, 技報堂.
- 2) 中村 晋, 地震動予測式の作成報告書, 佐藤工業株式会社 (1995).
- 3) K. Kanai, T. Tanaka, S. Yoshizawa, T. Morishita, K. Osada, and T. Suzuki, Comparative Studies of Earthquake Motions on the Ground and Underground II, *Bulletine of the Earthquake Research Institute*, pp. 609-643, (1996).
- 4) 江尻 譲嗣・後藤 洋三, 基盤不整形性の影響の設計震度スペクトルへの導入に関する基礎的検討, 土木学会論文集 No.501, pp173-182 (1994).
- 5) 久保 淳一郎
材料不均一性に起因する応力範囲のばらつきの推定 (東京大学卒業論文.1995.3).
- 6) S. Nemat-Nasser and M. Hori, *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*, Elsevier (1993).
- 7) J. Lysmer, R.L. Kuhlemeyer, Finite Dynamic Model for Infinite Media, *J. of Eng. Mechanics Division, ASCE*, (1969).
- 8) 河原 純, ランダム媒質の波動伝播の数値シミュレーション, 地震, Vol. 2, No. 50, pp. 135-156 (1997).
- 9) L.A. Chernov, *Wave propagation in a random medium*, McGraw Hill, New York (1960).
- 10) A. Frankel, A review of numerical experiments on seismic wave scattering, *Pure Appl. Geophys.*, Vol. 131, 639-685.
- 11) K. Aki and B. Chouet, Origin of coda waves: source, attenuation, and scattering effects, *J. Geophys. Res.*, Vol. 80, pp. 3322-3342. (1975).
- 12) 鹿島建設 土木設計本部, 耐震設計法/境界状態設計法 [土木設計の要点] 第6巻, 鹿島出版会.
- 13) 大崎 順彦, 新・地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版会.
- 14) 山田 善一, 耐震構造設計論, 京都大学学術出版会 (1998).
- 15) J.D. Achenbach, *Wave Propagation in Elastic Solids*, North-Holland, New York.
- 16) J.L. Günter Waas, Shear Waves in Plane Infinite Structures, *J. of Eng. Mechanics Division, ASCE* (1972).
- 17) R. Hagiwara and R. Honda, Evaluation Method of Ground Motion Amplification due to Irregularity of Ground Motion.
- 18) 佐藤 春夫, ランダムな不均質による地震波の散乱, 地震, Vol. 2, No. 44 特集号 (1996).
- 19) 佐藤 春夫・山下 輝夫, 地震波の散乱と減衰, 東京大学地震研究所平成7年度特定共同研究(B) 研究報告書 (1996).
- 20) 入倉 孝次郎・佐藤 忠信・岩田 知孝, 「兵庫県南部地震の強震動は全てわかったのか?」, 京都大学防災研究所研究集会研究発表資料集 (1997).

(1998年4月24日 受付)