

7. 等価線形化法による非線形応答の簡易推定

7-1 はじめに

非線形振動系に生じる非線形最大応答を簡易的に推定する方法は、エネルギー一定則、変位一定則、エネルギーの釣合いによる方法、等価線形化法等様々な方法が提案されている。これらの簡易推定法には、一長一短があり、非線形応答の簡易推定法として、確固たる地位を獲得したものがないのが現状である。当初、非線形動的解析が高価で煩雑であるという理由から、非線形動的解析の近似解法（簡便法）として提案されてきた面が強いこれらの方法も、パーソナルコンピュータの性能の向上と普及および解析ソフトの普及により非線形動的解析も簡単にできるようになった現代では、その意義も異なってきている。このような状況下でも、等価線形化法は、耐震計算法として次のような利点を有している。

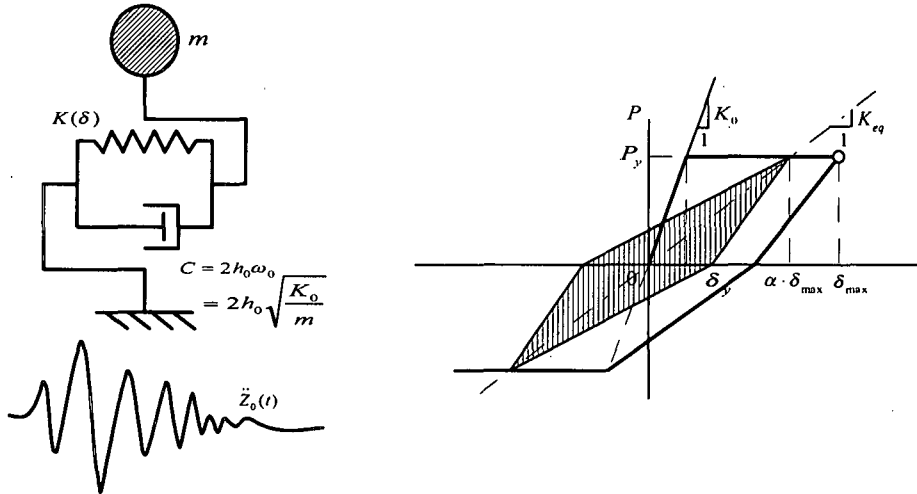
- 1) 複雑な復元力特性を、等価な剛性と減衰定数を有する線形な系として扱うため、異なる復元力特性を共通の尺度で比較できる^{7), 8)}。
- 2) 非線形応答にみられる構造物の剛性の変化と、履歴を描くことによるエネルギーの吸収による減衰（履歴減衰効果）の増加を等価剛性と等価減衰定数からなる線形振動系に置き換えるプロセスは、耐震設計を専門としない設計者が、非線形応答現象を感覚的に理解する手助けとなる。

等価線形化法では、様々な等価剛性、等価減衰定数の求め方が提案されているが、ここでは1自由度非線形系と2自由度非線形系を対象に、等価剛性と等価減衰定数の算出法の1例を示すとともに、等価線形化法を耐震設計に用いる上での問題点についても示す。

7-2 等価線形化法の基本的な考え方

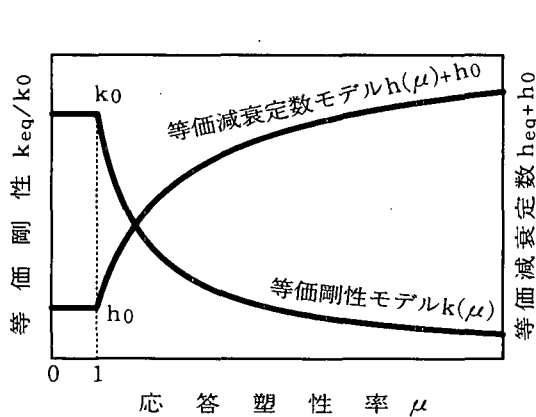
図 7.1 は、等価線形化法によって非線形応答変位を推定する方法を示したものである。図の(1)に示すように、等価線形化法は、非線形振動系における初期剛性 K_0 からの剛性変化を等価剛性 K_{eq} により、水平力-水平変位関係が履歴を描くことによる履歴減衰効果を等価減衰定数 h_{eq} によって表した等価線形振動系を作成し、非線形最大応答変位 δ_{max} を等価線形振動系の線形最大応答変位によって近似する方法である。一般に、等価剛性 K_{eq} や等価減衰定数 h_{eq} は、非線形最大応答変位 δ_{max} に有効係数 α (≤ 1.0)を乗じた有効変位 $\alpha\delta_{max}$ を用いてモデル化される。図の(2)は、等価剛性 K_{eq} や等価減衰定数 h_{eq} のモデル化の一例である。等価剛性 K_{eq} や等価減衰定数 h_{eq} は、応答塑性率 μ の関数としてモデル化される。等価線形化法では、非線形応答を推定しようとする非線形振動系に生ずるであろう非線形応答変位 δ_i^0 を仮定し、それに対応する有効変位 $\alpha\delta_i^0$ に相当する応答塑性率 μ に応じて等価剛性 K_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定め、それらを用いて等価線形振動系を作成する。等価線形振動系の線形応答変位 δ_i を求め、それが、仮定した非線形応答変位 δ_i^0 に等しくなるまで繰り返し計算を行う。図の(3)は、等価線形化法による線形応答変位波形と非線形応答変位波形を比較したものである。初期値として応答塑性率 $\mu=1.0$ ($\delta_1^0 = \delta_y$)と仮定した場合の線形応答変位波形は、非線形応答変位波形と周期特性、振幅の大きさとも全く近似していないが、繰り返し計算を行うことにより、線形応答変位波形の周期特性、振幅の大きさとも非線形応答変位波形に近似していく様子がわかる。ここに示した

例では、3回目の繰返し計算での線形応答変位 δ_3 が、そのときの仮定値 $\delta_3^0 = \delta_2$ (2回目の繰返し計算での線形応答変位) に近似したために、繰返し計算を終了している。最大応答値の発生時刻は異なるが、等価線形化法による線形応答変位 δ_3 は、非線形応答変位 δ_{max} に近似していることがわかる。



$$m\ddot{\delta}(t) + C\dot{\delta}(t) + K(\delta(t)) = -m\ddot{z}_0(t)$$

(1) 1自由度非線形系の非線形特性と非線形応答履歴



等価剛性 K_{eq} と等価減衰定数 h_{eq}

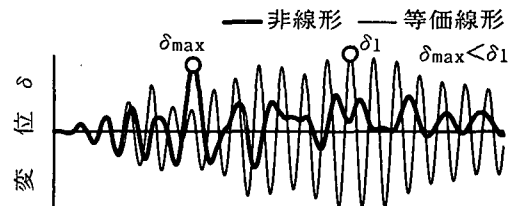
$$m\ddot{\delta}(t) + C_{eq}\dot{\delta}(t) + K_{eq}\delta(t) = -m\ddot{z}_0(t)$$

$$C_{eq} = 2h\omega_{eq} = 2[h_{eq} + h_0]\omega_{eq}$$

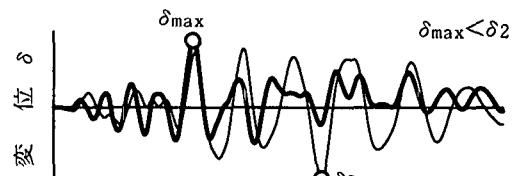
$$h_{eq} = h(\mu), \quad \omega_{eq} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m}}$$

$$K_{eq} = k(\mu), \quad \mu = \frac{\alpha\delta_i^0}{\delta_y}$$

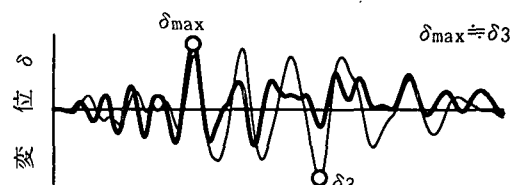
(2) 1自由度等価線形系の等価剛性 K_{eq} と等価減衰定数 h_{eq}



(a) $\mu=1.0$ に相当する等価剛性 $k_{eq}=k_0$ 減衰定数 $h=h_0$ (初期値)



(b) $\mu_1 = \alpha\delta_1/\delta_y$ に相当する等価剛性 $k_{eq}=k(\mu_1)$ 減衰定数 $h=h(\mu_1)+h_0$ (収束せず, $\delta_2 < \delta_1$)



(c) $\mu_2 = \alpha\delta_2/\delta_y$ に相当する等価剛性 $k_{eq}=k(\mu_2)$ 減衰定数 $h=h(\mu_2)+h_0$ (収束, $\delta_3 \doteq \delta_2$)

(3) 等価線形化法による線形応答変位 δ_i と非線形応答変位 δ_{max}

図 7.1 等価線形化法による非線形応答変位の推定 (概念)

7-3 等価剛性と等価減衰定数

等価線形化法は、非線形最大応答変位に応じて定められる等価剛性と等価減衰定数を有する線形振動系の線形最大応答値を非線形最大応答の推定値とする方法である。このため、等価剛性や等価減衰定数のモデル化が、等価線形化法による非線形応答の推定精度を左右するといえる。

等価剛性は、図 7.2 に示すように非線形最大応答変位 δ_{max} が生じるときの水平力と原点を結んで得られる割線剛性やそれよりも大きな剛性を用いることが多い。図 7.2 に示す骨格曲線を有する非線形系に最大応答変位 δ_{max} が生じたときの割線剛性（等価剛性 k_{eq} ）は、次式で与えられる。

$$k_{eq} = \frac{k}{\delta_{max}/\delta_y} \left\{ 1 + \frac{k_2}{k} (\mu - 1) \right\} = \frac{k}{\mu} \{ 1 + \beta \cdot (\mu - 1) \} \quad (7-1)$$

ここで、 k ：初期剛性、 δ_y ：降伏変位、 k_2 ：2次剛性、 β ：2次剛性比である。図 7.3 は、降伏変位 δ_y よりも大きな ($\mu \geq 1$) 非線形応答変位振幅 $\delta_{(ti)}$ より求められる応答塑性率 $\mu_{(i)}$ 、等価剛性 $K_{eq(i)}$ 、等価固有周期 $T_{eq(i)}$ の変化の様子を示したものである。非線形応答変位中の、等価剛性 $K_{eq(i)}$ や等価固有周期 $T_{eq(i)}$ は、生じる非線形応答変位振幅 $\delta_{(ti)}$ の大きさに応じて時々刻々と変化することがわかる。上述したように、非線形最大応答変位 δ_{max} に対応した割線剛性よりも大きな剛性を等価剛性とするのは、このように時々刻々と変化する非線形応答変位振幅より求められる割線剛性の平均的な値が、最大応答変位時の等価剛性よりも大きい状態にあることを考慮するためである⁸⁾。

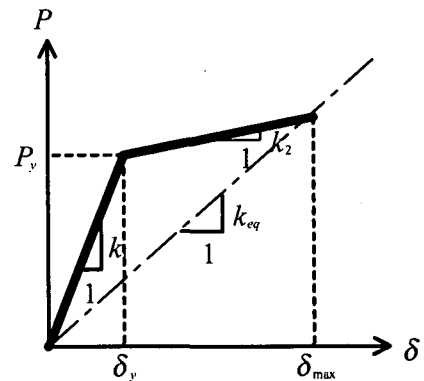
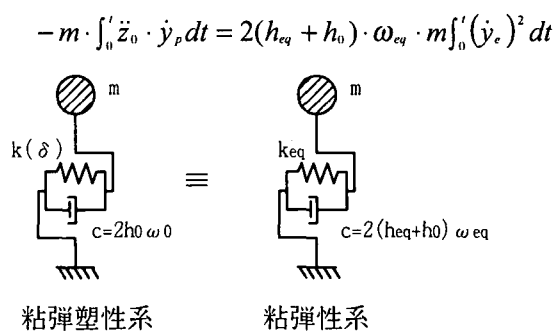
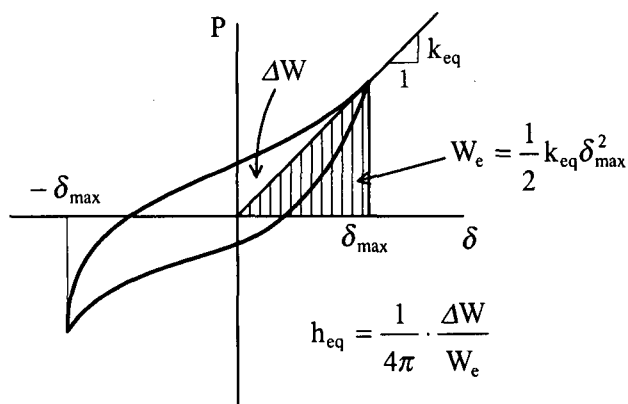


図 7.2 最大応答変位 δ_{max} に相当する等価剛性 k_{eq}

質量 m の質点が剛性 k 、粘性減衰係数 c をもつ線形粘性振動系の減衰定数 h は次式で与えられる⁹⁾。

$$h = \frac{c}{2\sqrt{m \cdot k}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{k} \cdot \omega_i = \frac{1}{2} \tan \phi_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta W_i}{W_i} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W_i}{W_i} \quad (7-2)$$

ここで、 ω_i ：非減衰固有円振動数、 $\tan \phi_i$ ：線形粘性振動系に円振動数 ω の調和振動外力を加えたときの応答位相遅れ角の正接 $\tan \phi$ が $\omega = \omega_i$ にとる値、 ΔW_i ：上記外力と応答変位が示すヒステリシスの囲む面積（1 周期あたりの粘性によるエネルギーの損失 ΔW が $\omega = \omega_i$ にとる値）、 W_i ：上記ヒステリシスの最大荷重と原点を結ぶ割線剛性をバネ定数とするバネに最大荷重に対応する変形（ひずみ）により蓄えられるひずみエネルギーである。式(7-2)を用いて、復元力モデルが履歴ループを描くことによって得られる履歴減衰の等価減衰定数は、図 7.4 の(1)に示すように、定常共振振動する状態を想定して、定常共振振動 1 ループの履歴エネルギー吸収量 ΔW と等量のエネルギー吸収 W_e をする等価線形振動系の粘性減衰定数で表されることが多い。しかし、図 7.3 に示すように、地震動による非線形応答は、定常振動ではなく非定常振動であるた



- (1) 最大応答変位 δ_{max} を有する定常共振状態
1 ループの等価減衰定数 h_{eq}
- (2) エネルギーの釣合いに基づく等価減衰
定数 h_{eq}

図 7.4 等価減衰定数のモデル化の一例

等価線形化法に用いる等価剛性や等価減衰定数のモデル化には、ここに示した他にも幾つかの考え方がある。ここでは、実務設計の場で比較的良く用いられている等価剛性と等価減衰定数モデルを数例紹介する。そして、各等価線形振動系から得られる線形最大応答変位と対象とした非線形振動系の非線形最大応答変位を比較し、対象とした等価剛性と等価減衰定数モデルの推定精度を検討する。

表 7.1 はバイリニア型の復元力特性、表 7.2 は Takeda 型の復元力特性に関する等価剛性と等価減衰定数を整理したものである。表 7.1 に示すバイリニア型の復元力特性に関する等価剛性と等価減衰定数は、それぞれ次のような考えに基づいて作成されている。等価線形化モデル I は、対象とする非線形振動系に生じる最大応答変位 δ_{max} を用いて式(7-1)と式(7-2)より等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を求めたものである¹⁾。このモデルは、AASHTO の Guide specifications for seismic isolation design(1991) でも採用されている¹⁾。等価線形化モデル II は、建設省道路橋の免震設計法マニュアル(案)で採用されている等価線形化モデルである。等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を評価する際に、非線形最大応答変位 δ_{max} の 70% に相当する変位を有効と考え(有効変位)、式(7-1)と式(7-2)より等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を求めている²⁾。等価線形化モデル III は、平成 11 年 3 月 16 日に出された「ゴム支承を用いた地震時水平力分散構造を有する道路橋の非線形地震応答の簡易推定法」に関する資料の中で示されたバイリニア型の復元力特性の等価線形化モデルである³⁾。等価減衰定数 h_{eq} を評価する際に、非線形最大応答変位 δ_{max} の 70% に相当する変位を有効変位とし、式(7-2)より等価減衰定数 h_{eq} を求めるところまでは、等価線形化モデル II と同じであるが、そのようにして求めた等価減衰定数 h_{eq} にさらに 0.5 を乗じて履歴減衰効果を低減している。等価線形化モデル IV は、Iwan らがバイリニア型の復元力特性を有する非線形振動系に生じる応答塑性率が $\mu=2\sim 8$ の範囲に分布するデータを対象に提案したモデルである⁴⁾。等価線形化モデル V は、CALTRANS で用いられている LRB 用の等価線形化モデルであり¹⁾、Hwang et al. が、Iwan が対象とした応答塑性率よりも大きな応答塑性率

表 7.1 バイリニア型の復元力特性に関する等価線形化モデル

等価線形化モデル	等価剛性 k_{eq}	等価減衰定数 h_{eq}
I ¹⁾	$k_{eq} = \frac{k_1}{\mu} \{1 + \beta(\mu - 1)\}$	$h_{eq} = \frac{2(1 - \beta) \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)}{\pi \{1 + \beta(\mu - 1)\}}$
II ²⁾	$k_{eq} = \frac{k_1}{C_B \mu} \{1 + \beta(C_B \mu - 1)\}$ $C_B = 0.7$	$h_{eq} = \frac{2(1 - \beta) \left(1 - \frac{1}{C_B \mu}\right)}{\pi \{1 + \beta(C_B \mu - 1)\}}$ $C_B = 0.7$
III ³⁾	$k_{eq} = \frac{k_1}{C_B \mu} \{1 + \beta(C_B \mu - 1)\}$ $C_B = 0.7$	$h_{eq} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2(1 - \beta) \left(1 - \frac{1}{C_B \mu}\right)}{\pi \{1 + \beta(C_B \mu - 1)\}}$ $C_B = 0.7$
IV ⁴⁾	$k_{eq} = \frac{k_1}{\{1 + 0.121(\mu - 1)^{0.939}\}^2}$	$h_{eq} = 0.0587(\mu - 1)^{0.371}$
V ⁴⁾	$k_{eq} = \frac{k_1}{\{1 + \ell_n [1 + 0.13(\mu - 1)^{1.137}]\}^2}$	$h_{eq} = 0.0587(\mu - 1)^{0.371}$
VI ¹⁾	$k_{eq} = \frac{1 + \beta(\mu - 1)}{\mu} \cdot \left[\frac{1}{1 - 0.737 \frac{\mu - 1}{\mu^2}} \right]^2 \cdot k_1$	$h_{eq} = \frac{2(1 - \beta) \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)}{\pi \{1 + \beta(\mu - 1)\}} \cdot \frac{\mu^{0.58}}{6 - 10 \cdot \beta}$

にも適用できるように改良したものである⁴⁾。等価線形化モデルVIは、やはり Hwang et al.⁵⁾が提案したモデルであり、20種類の地震動と28種類の初期固有周期を有する非線形振動系を対象に、非線形最大応答変位と等価線形化モデルによって推定された線形最大応答変位の2乗平均誤差が最小となるように定められている¹⁾。

表 7.2 に示す Takeda 型の復元力特性に関する等価剛性と等価減衰定数は、それぞれ次のような考えに基づいて作成されている。等価線形化モデルIは、対象とする非線形振動系に生じる最大応答変位 δ_{max} を用いて式(7-1)と式(7-2)より等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を求めたものである。等価線形化モデルIIは、平成11年3月16日に出された「ゴム支承を用いた地震時水平力分散構造を有する道路橋の非線形地震応答の簡易推定法」に関する資料の中で示された Takeda 型復元力特性の等価線形化モデルである³⁾。等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を評価する際に、非線形最大応答変位 δ_{max} の70%に相当する変位を有効変位とし、式(7-1)と式(7-2)より等

表 7.2. Takeda 型の復元力特性に関する等価線形化モデル

等価線形化モデル	等価剛性 k_{eq}	等価減衰定数 h_{eq}
I	$k_{eq} = \frac{k_1}{\mu} \{1 + \beta(\mu - 1)\}$ <p>< $\beta=0.0$ より ></p> $= \frac{k_1}{\mu}$	$h_{eq} = \frac{1}{\pi} \left(1 - \mu^\alpha \cdot \frac{1 - \beta + \beta\mu}{\mu} \right)$ <p>< $\beta=0.0, \alpha=0.5$ より ></p> $= \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right)$
II ³⁾	$k_{eq} = \frac{k_1}{C_B \mu}$ <p>$C_B = 0.7$</p>	$h_{eq} = \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{C_B \mu}} \right)$ <p>$C_B = 0.7$</p>
III ⁵⁾	$k_{eq} = \frac{k_1}{\mu}$	$h_{eq} = \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right)$
IV ⁶⁾	$\mu_m = \frac{\mu^+ + \mu^-}{2}$ $\mu^+ = \frac{\delta_{max}^+}{\delta_y}, \quad \mu^- = \frac{ \delta_{max}^- }{\delta_y}$ $k_{eq} = \frac{k_1}{\mu_m}$	$h^+ = \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu^+}} \right)$ $h^- = \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu^-}} \right)$ $h_{eq} = 0.85 \cdot \frac{h^+ + h^-}{2}$

価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を求めている。等価線形化モデル III は、初期固有周期 0.15~1.5 秒の Takeda 型の復元力特性を有する非線形振動系に、El Centro 1940 NS 成分と Taft 1952 N21E 成分を作用させて式(7-3)によって等価減衰定数 h_{eq} を求めたものである⁵⁾。非線形動的解析では、初期剛性時の減衰定数を 2% とした瞬間剛性比例型減衰マトリックスが用いられている。等価線形化モデル IV は、初期固有周期 0.1~2.0 秒の Takeda 型の復元力特性を有する非線形振動系に、1995 年兵庫県南部地震神戸海洋気象台 NS 成分、1994 年ノースリッジ地震 Sylmar 駐車場 EW 成分、1968 年十勝沖地震八戸港 NS 成分、臨海副都心に建設される建築構造物の耐震設計に用いる模擬地震動をそれぞれ作用させて求めた非線形最大応答変位を、精度良く推定できるように等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} をいろいろと変化させて最も推定精度の良い等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を各ケース毎に求めたものである⁶⁾。表 7.2 中に示す等価線形化モデル IV は、そのような検討結果に基づいて、応答履歴の正側の最大応答塑性率を μ^+ 、応答履歴の逆側（負側）の最大応答塑性率を μ^- とした 1 サイクルの応答履歴を想定し、正側と負側を結ぶ割線剛

性を等価剛性 k_{eq} としている⁶⁾。さらに、等価減衰定数 h_{eq} は、式(7-2)と正負の最大応答塑性率 μ^+ 、 μ^- より求めた等価減衰定数 h^+ 、 h^- の平均値に、修正係数 0.85 を乗じている。

図 7.5 は、表 7.1 と表 7.2 に示す等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} が応答塑性率 μ の大きさに応じてどのように変化するかを比較したものである。バイリニアモデル、Takeda 型モデルとも、各等価線形化モデルによって求められる等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} は、異なっていることがわかる。特に、バイリニアモデルの等価線形化モデル I と II は、他の等価線形化モデル III ~ VI に比較して大きな等価減衰定数を与えるモデルとなっている。

表 7.1 と表 7.2 および図 7.5 に示す等価線形化モデルの非線形最大応答変位の推定精度を比較検討する。非線形動的解析より得られた非線形最大応答変位 δ_{max} より求めた応答塑性率 $\mu(=\delta_{max}/\delta_y)$ を上述の各等価線形化モデルに代入し、等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定め、その線形振動系に対する線形最大応答変位を求めて非線形最大応答変位との比率を整理する。図 7.6 は、対象とした非線形振動系の復元力特性を示したものである。バイリニアモデルは、コンクリート充填された鋼製橋脚を想定し 2 次剛性比 $\beta=k_2/k_1=0.05$ とした。Takeda 型モデルは、単柱形式の RC 橋脚を想定し 2 次剛性比 $\beta=0.0$ 、除荷剛性低下指数 $\alpha=0.5$ とした。非線形動的解析は、図 7.6 に示す 1 自由度非線形系の初期剛性 k_1 (初期固有周期 T_0) を変化させないで、降伏水平力 P_y のみを変化させて、対象とする系に生じる非線形最大応答変位 δ_{max} を降伏変位 $\delta_y(=P_y/k_1)$ で除した応答塑性率 μ が 2, 4, 6, 8 となるように目標とする応答塑性率を制御する非線形動的解析を行った。初期固有周期 T_0 は、一般的な道路橋の高架橋を想定して 0.5 秒, 0.75 秒, 1.0 秒, 1.5 秒, 2.0 秒と変化させた。入力地震動は、道路橋示方書 V 耐震設計編に規定される地震時保有水平耐力法で耐震設計された橋梁を動的解析で照査するとき用いるタイプ I 地震とタイプ II 地震の標準加速度応答スペクトルにその応答スペクトル特性が近似するように振幅調整した標準加速度波形 18 波である。減衰定数は、バイリニアモデルでは $h_0=1\%$ 、Takeda 型モデルでは $h_0=2\%$ とし、減衰マトリックスは、初期剛性に比例する剛性比例型とした。

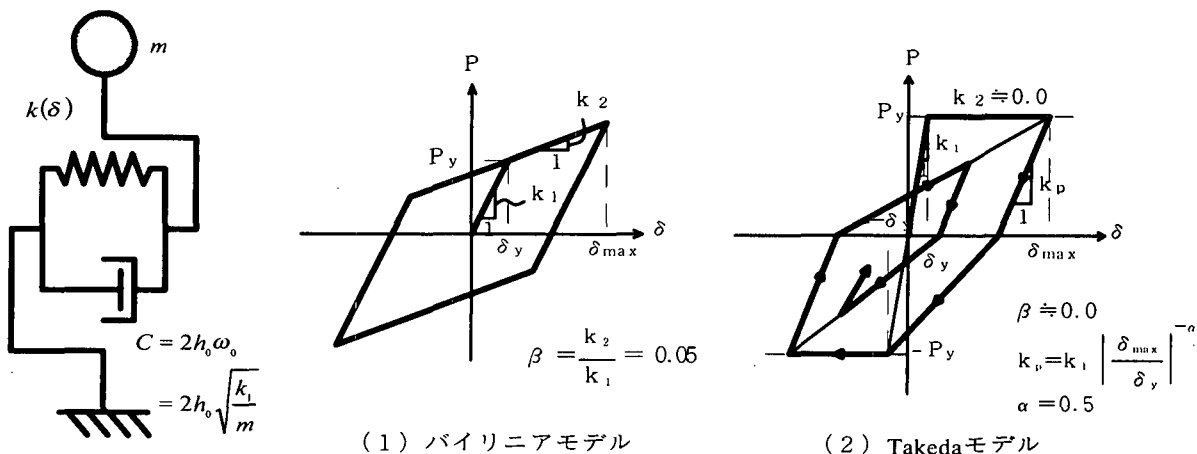
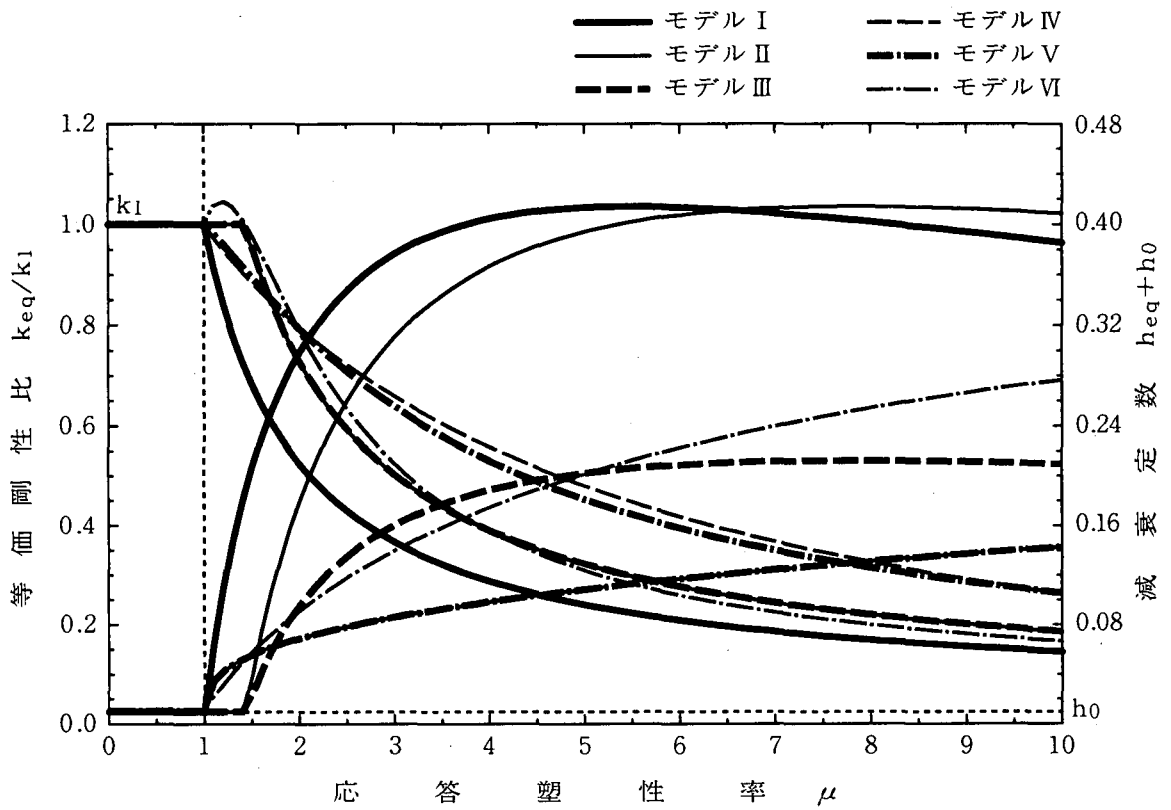
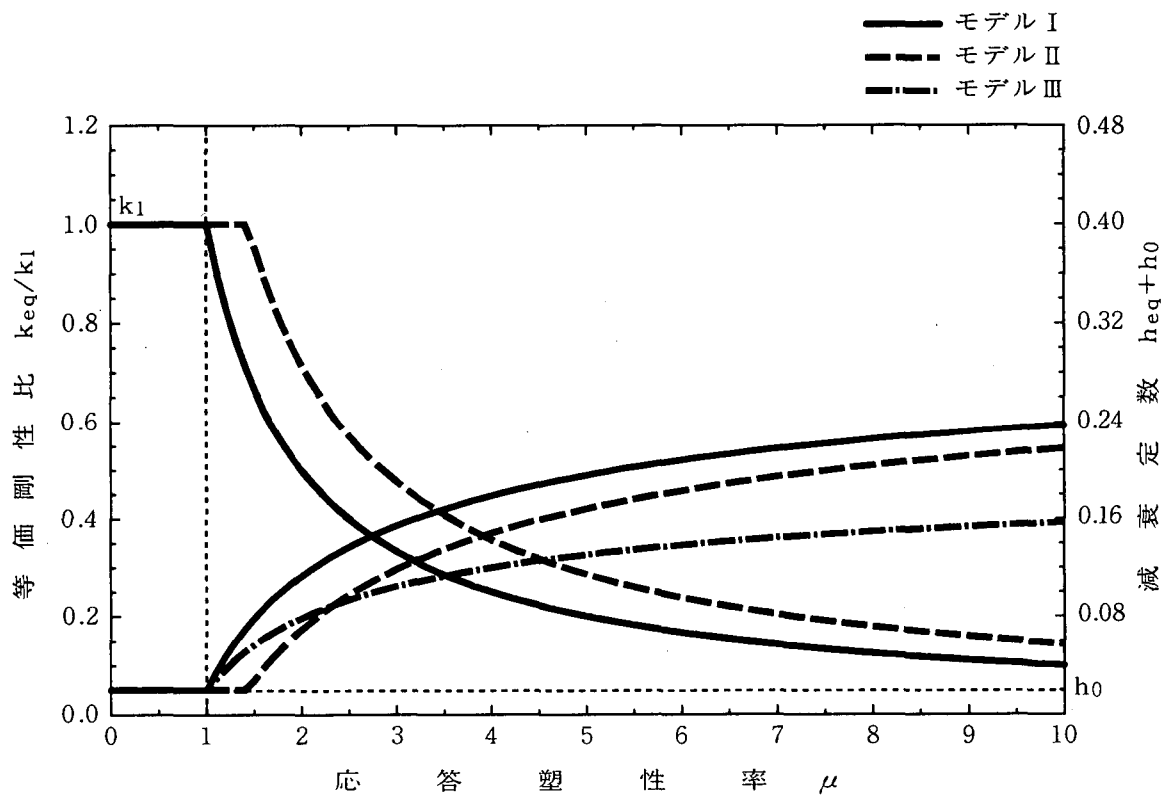


図 7.6 各種の等価線形化モデルの推定精度を検討するために対象とした非線形振動系



(1) バイリニア型の復元力特性を有する等価線形化モデル



(2) Takeda型の復元力特性を有する等価線形化モデル

図 7.5 各種等価線形化モデルによって求められる等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} の比較

非線形振動系に生じる非線形最大応答変位と、等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} から成る等価線形振動系によって求められる線形最大応答変位(非線形最大応答変位の推定値=等価線形解)の関係を図7.7~図7.9に示す。図7.7と図7.8はバイリニアモデル、図7.9はTakeda型モデルに関する結果をそれぞれ示している。図中、等価線形化モデルより得られた線形最大応答変位を X_{eq} 、非線形最大応答変位を X_{NL} と表示している。さらに、図中には、 X_{NL} と X_{eq} の相関係数 γ_c 、 X_{eq}/X_{NL} の平均値 m 、 X_{eq}/X_{NL} の標準偏差 σ 、 X_{eq}/X_{NL} の変動係数 σ/m も併記してある。図7.5において等価減衰定数 h_{eq} が他の等価線形化モデルよりも大きく評価されるバイリニアモデルの等価線形化モデルⅠとⅡは、等価線形化モデルより得られる線形最大応答変位 X_{eq} が非線形最大応答変位 X_{NL} よりも小さく得られる傾向があることがわかる。他の等価線形化モデルは、バイリニアモデルとTakeda型モデルという復元力特性の違いに関係なく、非線形最大応答変位とその推定値に相当する線形最大応答変位が一致する45°ラインを中心に約±20%の範囲に分布していることがわかる。

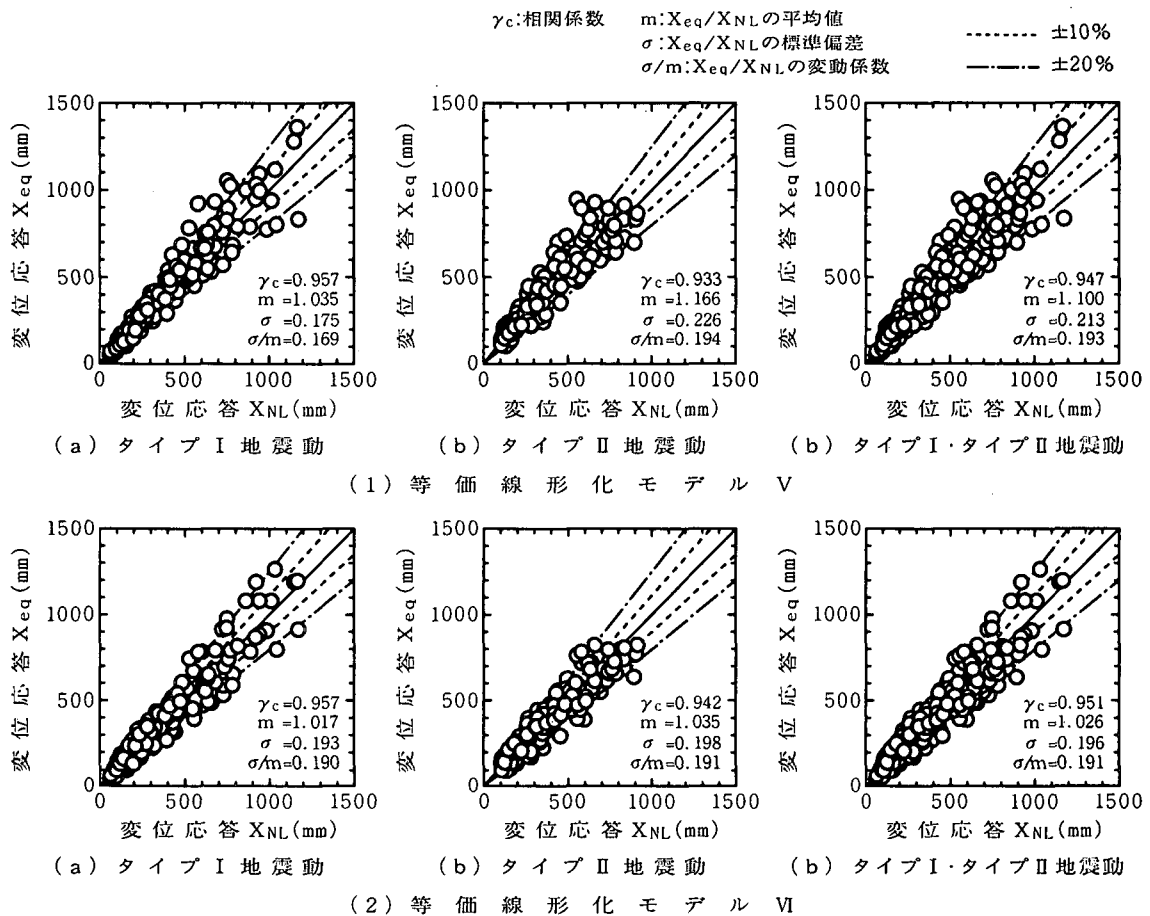


図7.8 バイリニア型の復元力特性を有する非線形振動系への等価線形化モデルの適用性(その2)

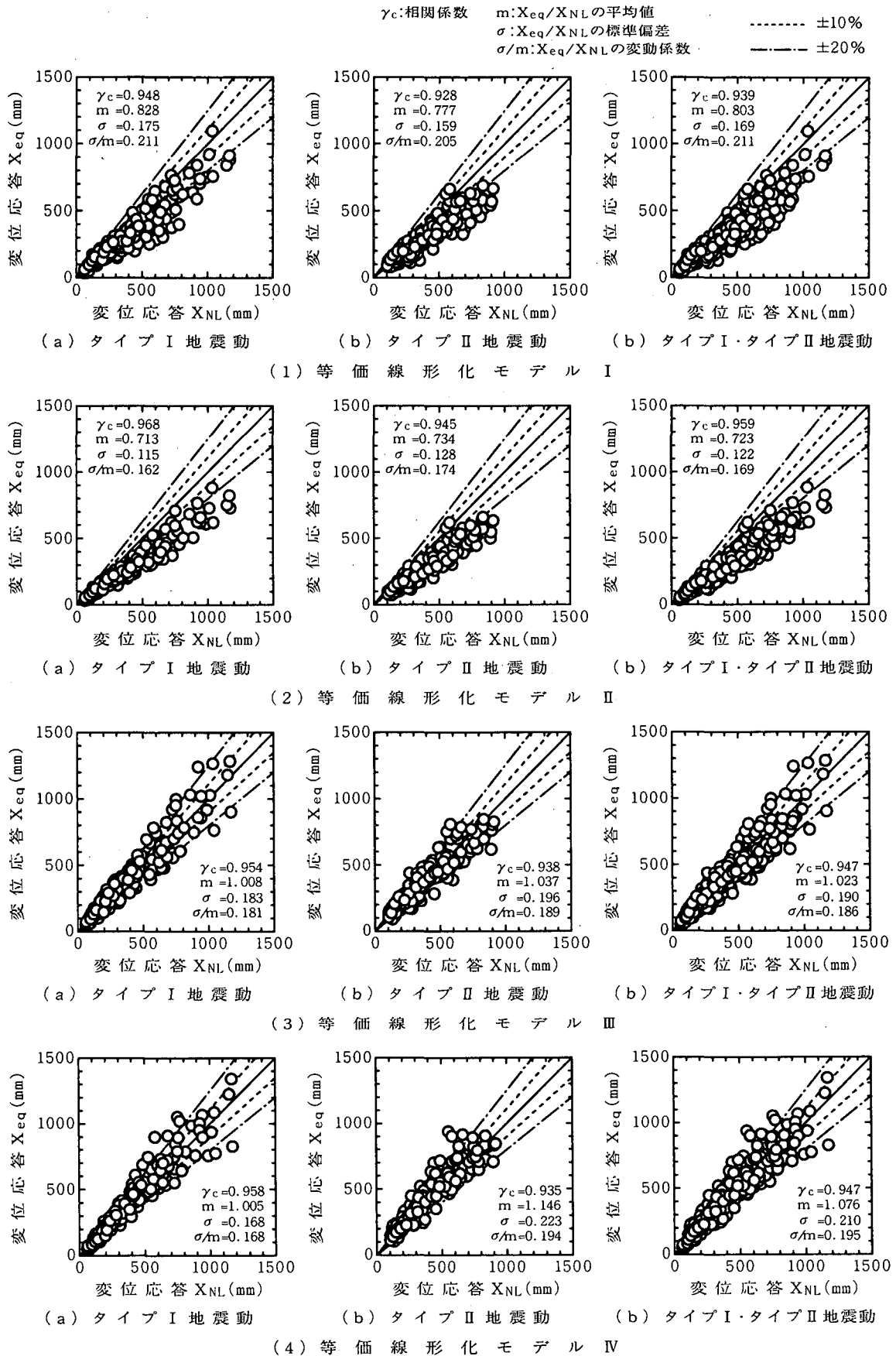


図 7.7 バイリニア型の復元力特性を有する非線形振動系への等価線形化モデルの適用性 (その 1)

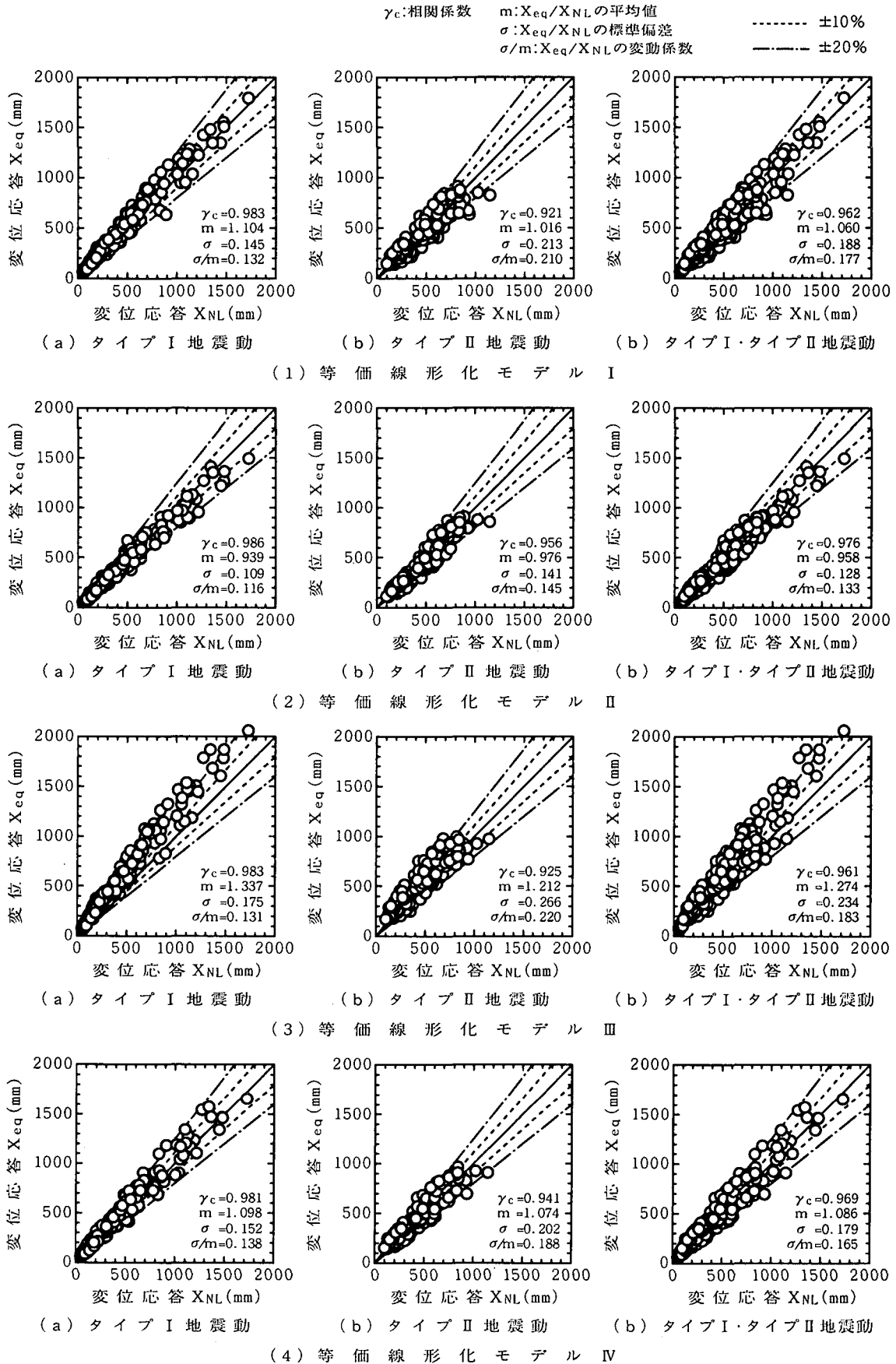


図 7.9 Takeda 型の復元力特性を有する非線形振動系への等価線形化モデルの適用性

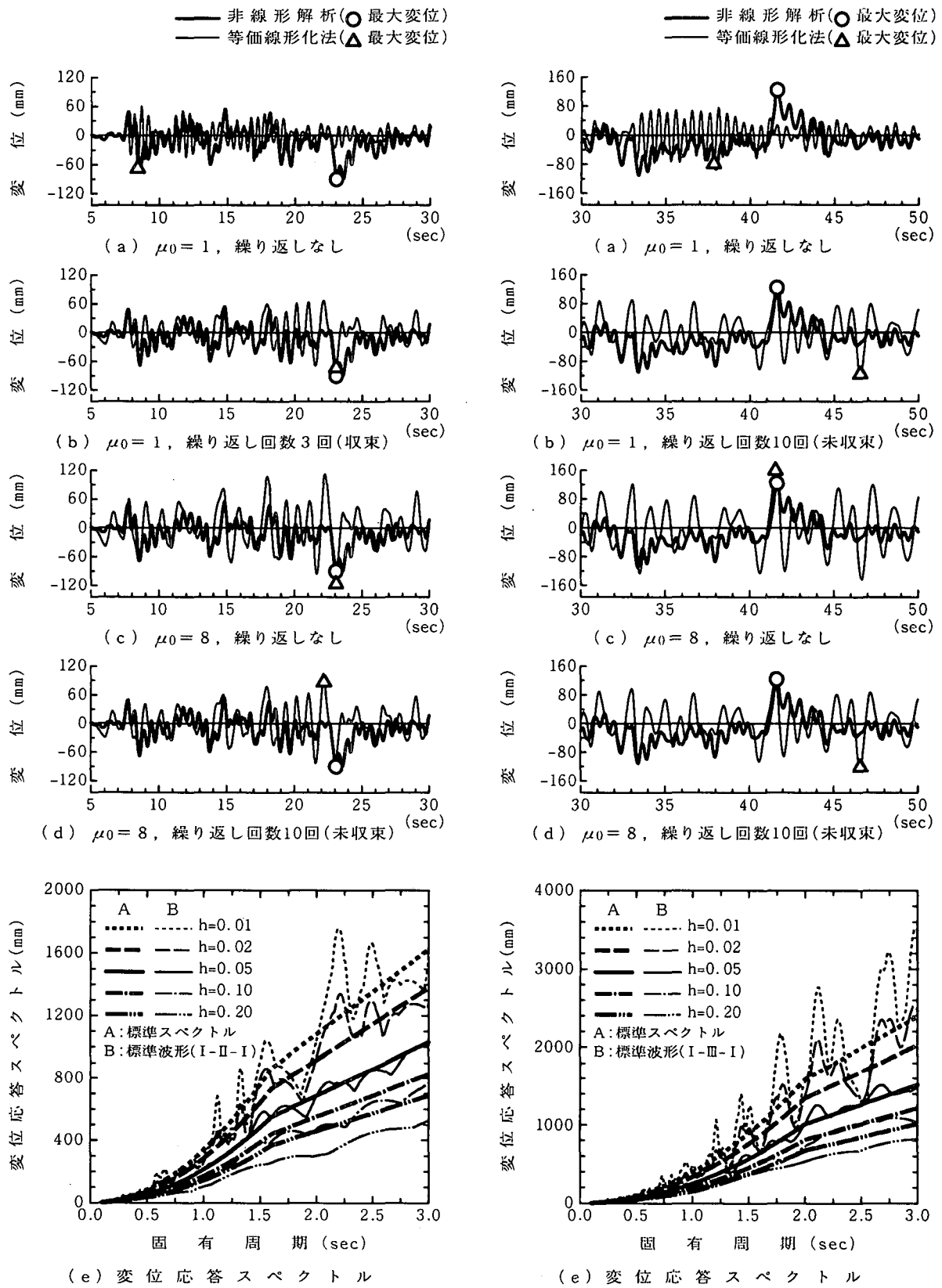
7-4 繰返し計算を伴う等価線形化法の推定精度

前節では、非線形動的解析より得られた非線形最大応答変位 δ_{max} と降伏変位 δ_y を用いて得られる応答塑性率 μ を直接、等価線形化モデルに代入して等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定めた。そして、等価線形振動系の線形動的解析より得られる線形最大応答変位と非線形最大応答変位を比較することにより、各等価線形化モデルの推定精度を検証した。しかし、実際の設計では、非線形最大応答変位は未知であるため、等価線形化法では、対象とする非線形振動系に生じる最大応答変位や最大応答塑性率を仮定して等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定め、検討対象となる入力地震動の地震応答スペクトルに対する等価線形振動系の最大応答変位を求めて、これが仮定した最大応答変位や最大応答塑性率と一致するまで繰返し計算を行う必要がある。このような繰返し計算を伴うため、等価線形化法による非線形最大応答変位の推定精度は、図 7.7~図 7.9 に示したのものよりも低下するものと予想される。

図 7.10 は、初期固有周期 0.5 秒、目標とする応答塑性率が 6 となる非線形振動系に標準加速度波形 I-II-1 と I-III-1 が作用するバイリニアモデルに対する等価線形化法と非線形動的解析結果の比較を示したものである。図の(1), (2)の(a)は、初期値として応答塑性率 $\mu=1$ を仮定して等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定めた等価線形振動系の線形応答と非線形応答を比較したものである。図の(1), (2)の(b)は、(a)で得られた線形応答の最大値を用いて等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定め、対象とする系に仮定した最大応答変位と等価線形振動系より得られる最大応答変位が収束判定誤差以内に治まる（収束する）まで繰返し計算を行ったときの等価線形振動系の線形応答と非線形応答を比較したものである。図の(1), (2)の(c)は、初期値として応答塑性率 $\mu=8$ を仮定して等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定めた等価線形振動系の線形応答と非線形応答を、図の(1), (2)の(d)は、(c)で得られた線形応答の最大値を用いて等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定め、対象とする系に仮定した最大応答変位と等価線形振動系より得られる最大応答変位が収束判定誤差以内に治まるまで繰返し計算を行ったときの等価線形振動系の線形応答と非線形応答を比較したものである。ここでは、収束判定誤差を 1%としたが、図に示すケースでは(1)の(d), (2)の(b), (d)は、繰返し回数 10 回では、収束していないことがわかる。図の(1), (2)の(e)は、検討対象とした入力地震動である標準加速度波形の弾性変位応答スペクトルと道路橋示方書 V 耐震設計編に規定される標準加速度応答スペクトルを変位に変換したものを示してある。図 7.11 は、図 7.10 と同様に、初期固有周期 0.5 秒、目標とする応答塑性率が 2, 6 となる非線形振動系に標準加速度波形 I-I-1 と II-II-1 が作用する Takeda 型モデルに対する等価線形化法と非線形動的解析結果の比較を示している。なお、バイリニアモデルは表 7.1 に示した等価線形化モデル III, Takeda 型モデルは表 7.2 に示した等価線形化モデル II を用いて等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定めている。

図より、繰返し計算を行うことにより、等価線形振動系の線形応答変位の周期特性や最大応答変位が、非線形振動系の非線形応答変位に近似している様子がわかる。また、初期値として仮定する最大応答変位や最大応答塑性率の値によって、等価線形化法の解が異なる値に収束する場合があることもわかる。さらに、応答変位を推定する等価線形化法では、変位応答スペク

トルの形状も、等価線形化法の解の収束性に影響を及ぼすことが予想される。

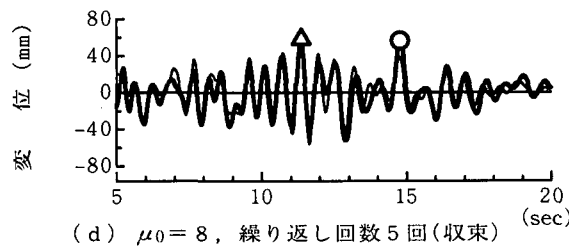
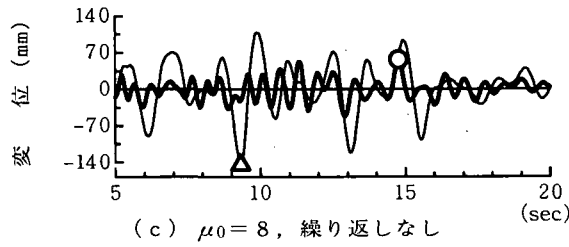
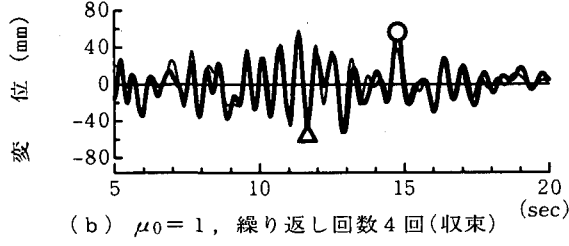
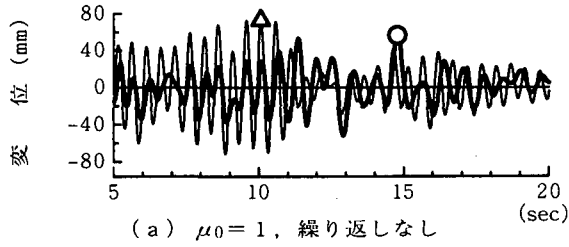


(1) 目標とする応答塑性率6, 初期固有周期0.5sec
入力地震動 I-II-I

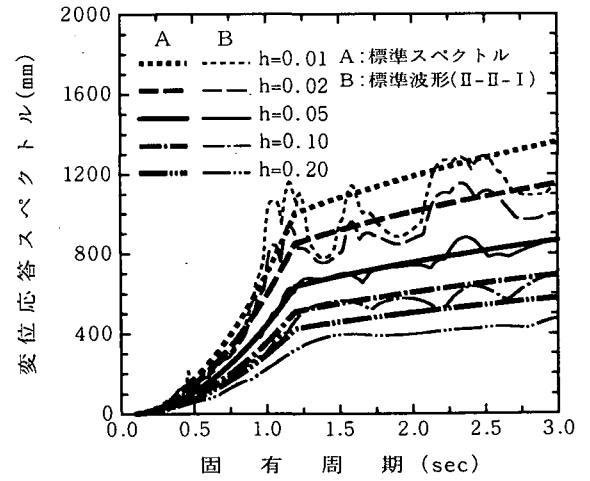
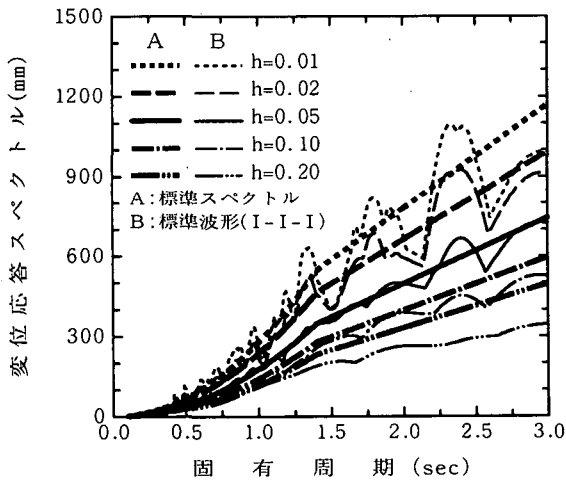
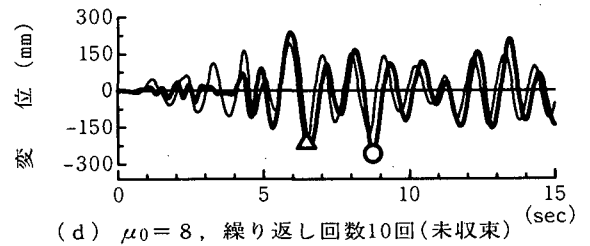
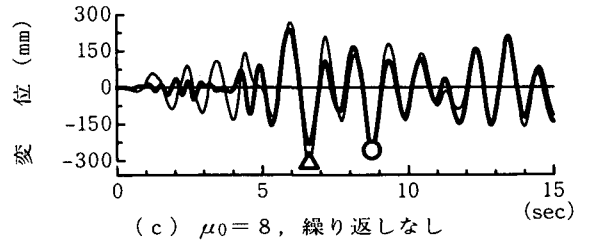
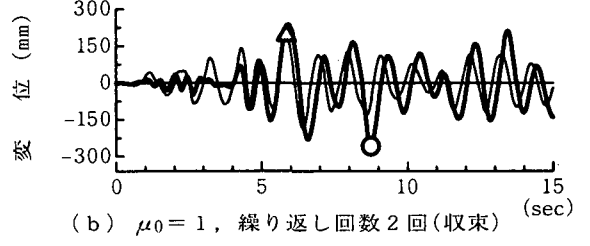
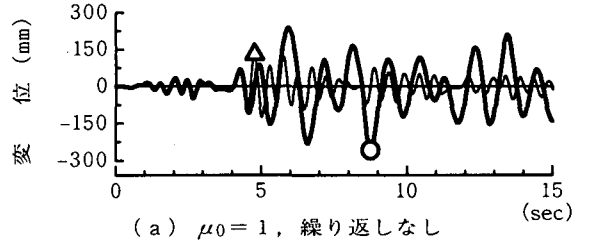
(2) 目標とする応答塑性率6, 初期固有周期0.5sec
入力地震動 I-III-I

図 7.10 等価線形化法による等価線形解の収束状況と非線形応答の比較：バイリニアモデル

— 非線形解析 (○ 最大変位)
 — 等価線形化法 (△ 最大変位)



— 非線形解析 (○ 最大変位)
 — 等価線形化法 (△ 最大変位)



(1) 目標とする応答塑性率2, 初期固有周期0.5sec
 入力地震動 I-I-I

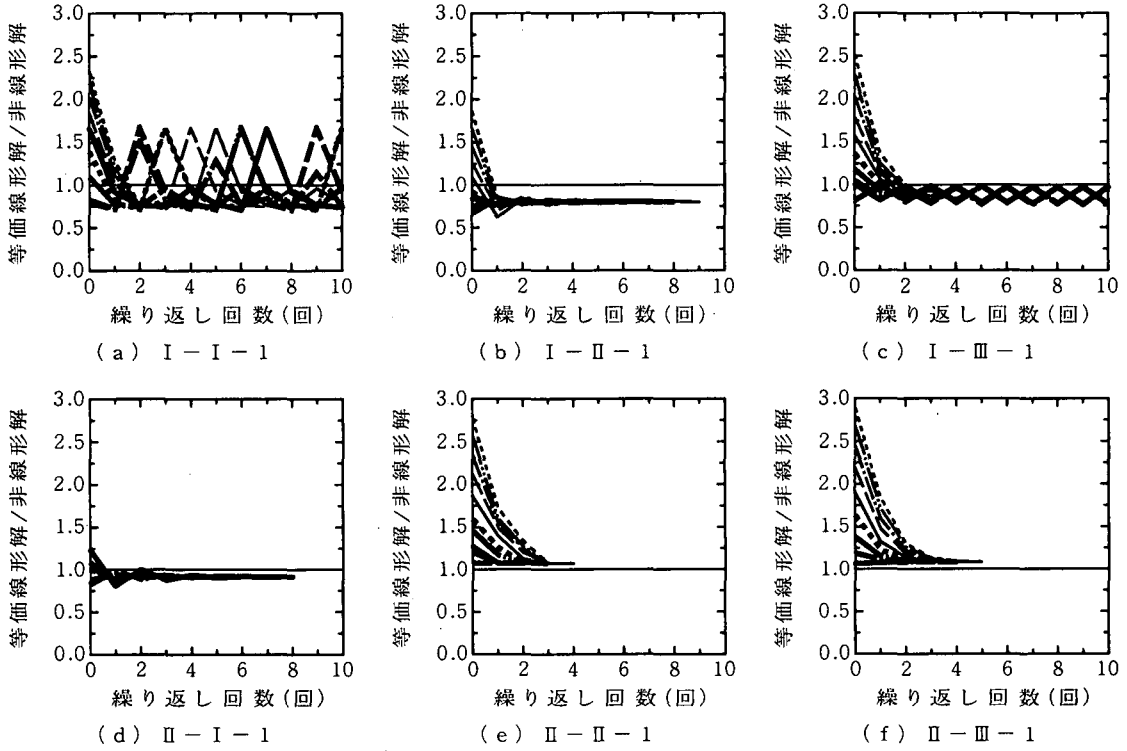
(2) 目標とする応答塑性率6, 初期固有周期0.5sec
 入力地震動 II-II-I

図 7.11 等価線形化法による等価線形解の収束状況と非線形応答の比較：Takeda 型モデル

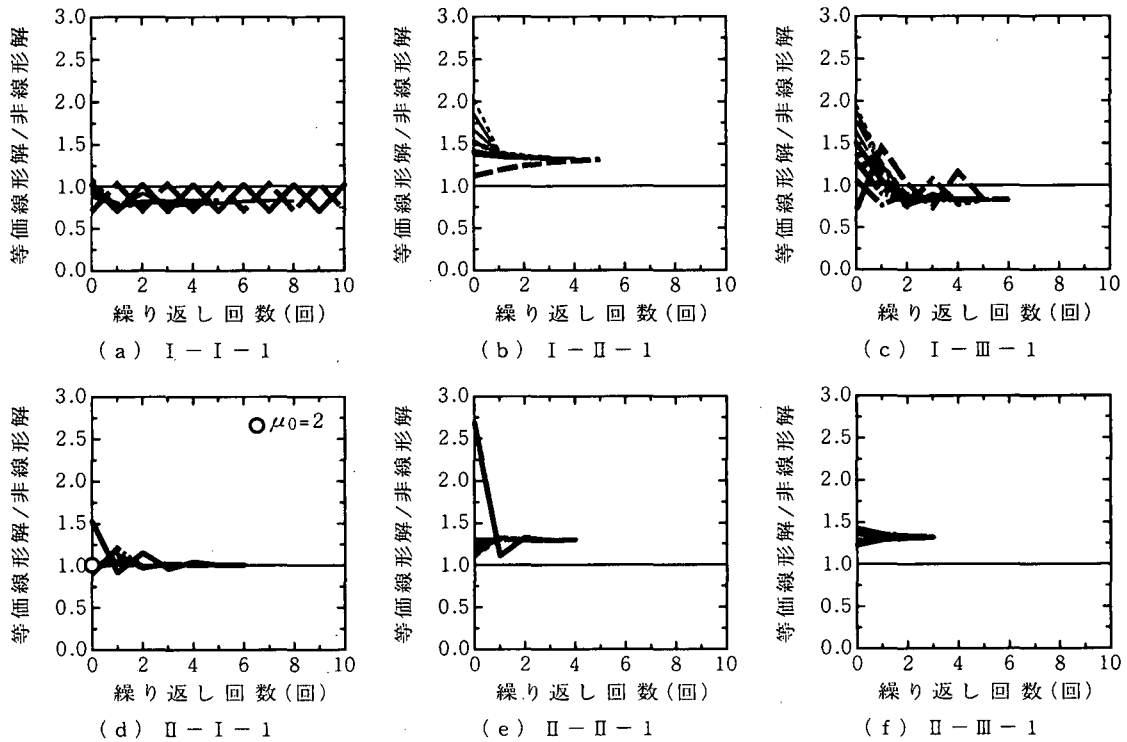
図 7.12～図 7.14 は, 対象とする非線形振動系に仮定する応答塑性率の初期値を 1～10 の範囲で変化させ, 等価線形化法の解がどのように収束していくかを示したものである。バイリニアモデルは表 7.1 に示した等価線形化モデルⅢを, Takeda 型モデルは表 7.2 に示した等価線形化モデルⅡを用いて等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定めている。繰返し計算は, 等価線形解が収束判定誤差以内に治まるまで行い, 繰返し回数の最大回数を 10 回, 収束判定誤差を 1%としている。図より, 一部のケースで, 初期値として仮定する応答塑性率の違いによって, 異なる等価線形解に収束していく場合があることがわかる。また, 同一解に収束する場合でも, 非線形最大応答変位に対する近似度が低い場合があることもわかる。さらに, 等価線形解が繰返し計算の過程の中で, 非線形最大応答変位に接近したり, 離れたりを繰り返す振動現象が収束過程の中で現れているケースもある。

塑性率の初期値 u_0

— 1 - - - 2 - · - 3 - · - · 4 ····· 5
 — 6 - - - 7 - · - 8 - · - · 9 ····· 10



(1) 目標とする応答塑性率2, 初期固有周期0.5sec

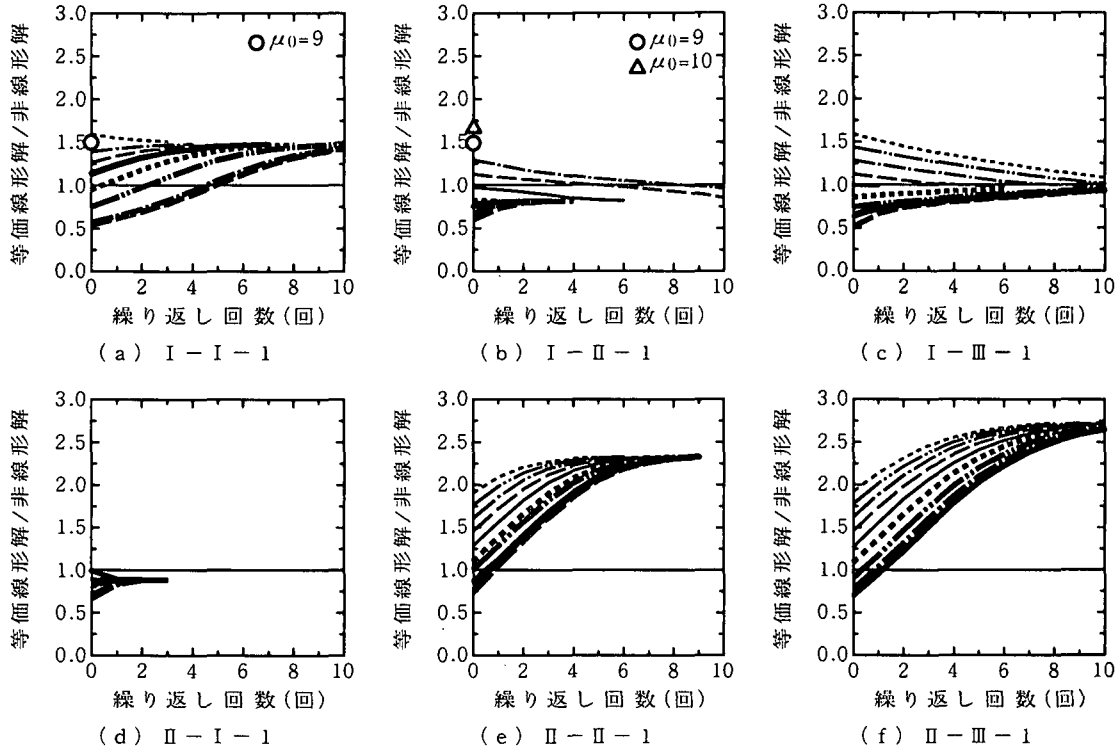


(2) 目標とする応答塑性率2, 初期固有周期1.0sec

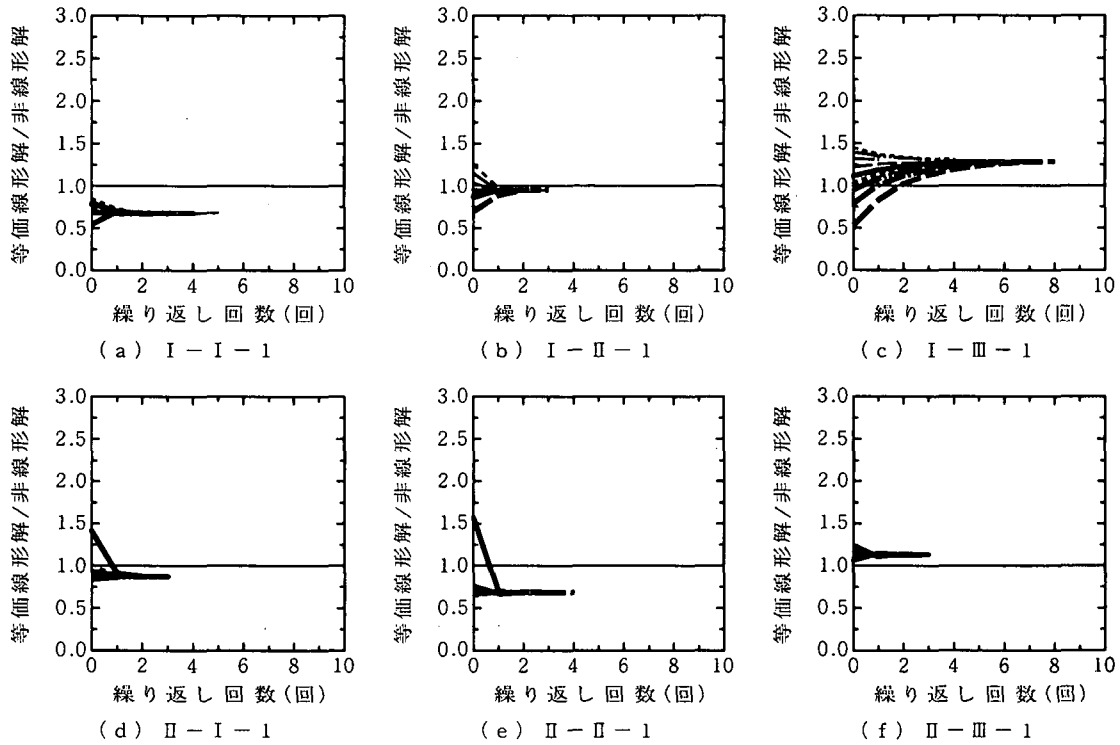
図 7.12 等価線形化法による解の収束性：バイリニアモデル（その1）

塑性率の初期値 u_0

— 1 — 2 — 3 — 4 5
 — 6 — 7 — 8 — 9 10



(1) 目標とする応答塑性率6, 初期固有周期0.5sec

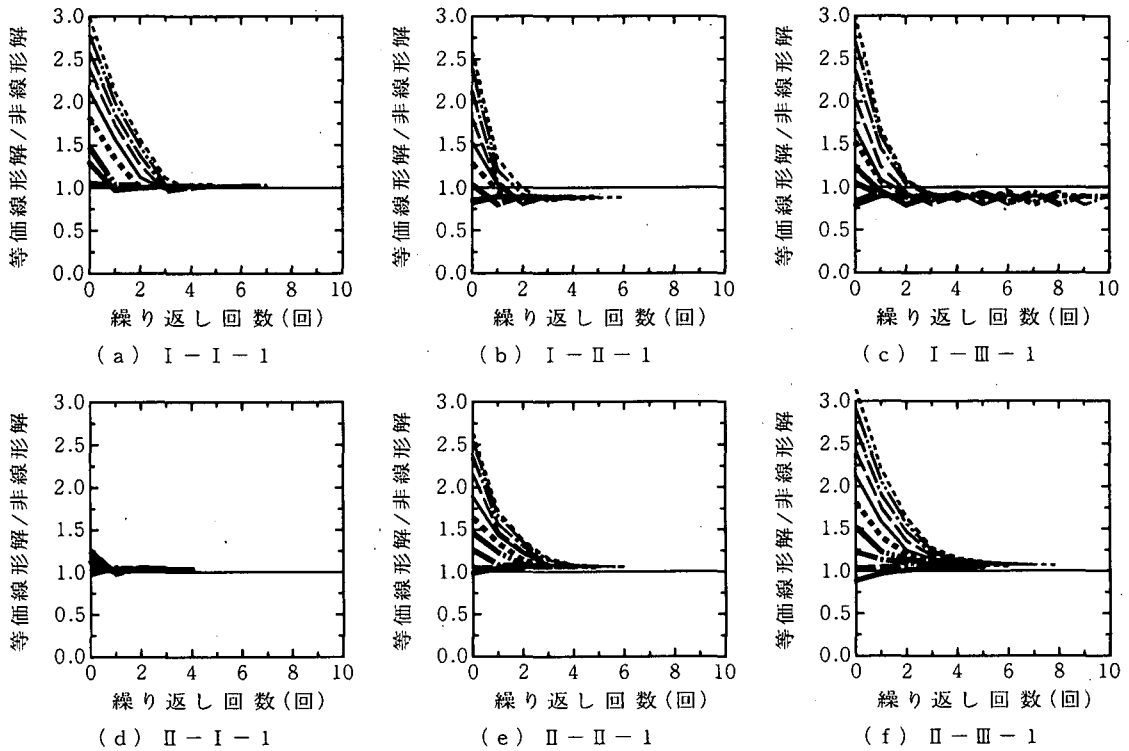


(2) 目標とする応答塑性率6, 初期固有周期1.0sec

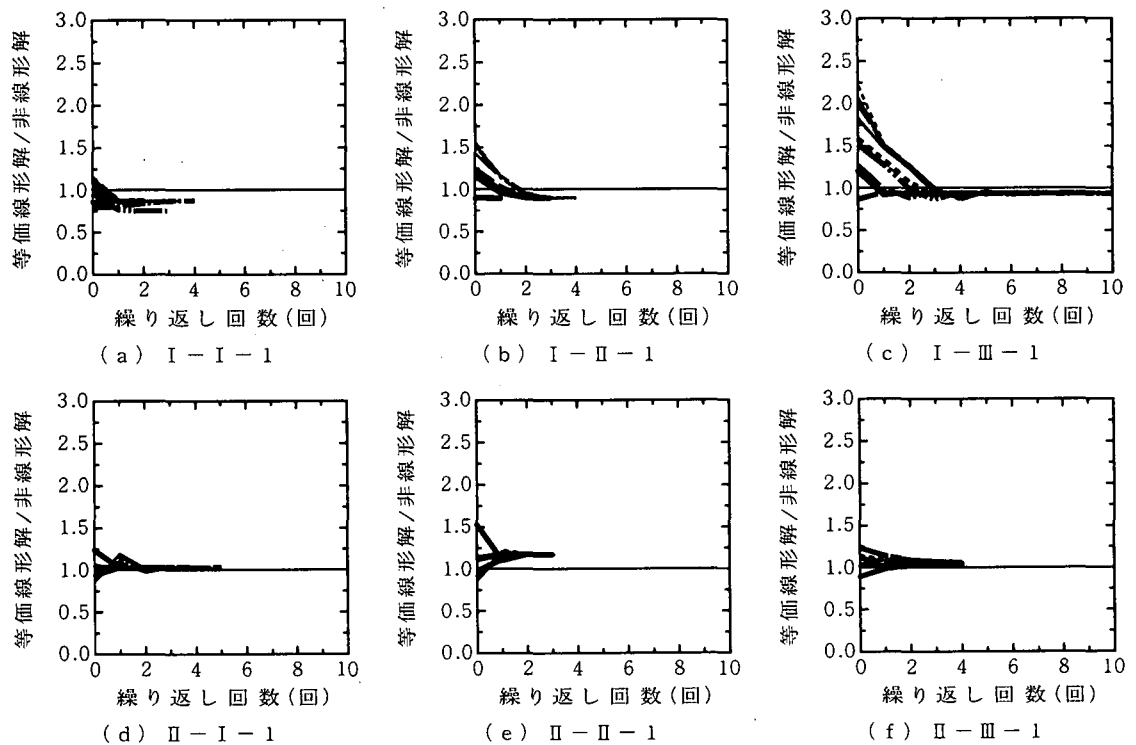
図 7.13 等価線形化法による解の収束性：パイリニアモデル（その2）

塑性率の初期値 u_0

— 1 - - - 2 - · - · 3 - - - 4 ····· 5
 — 6 - - - 7 - · - · 8 - - - 9 ····· 10



(1) 目標とする応答塑性率2, 初期固有周期0.5sec

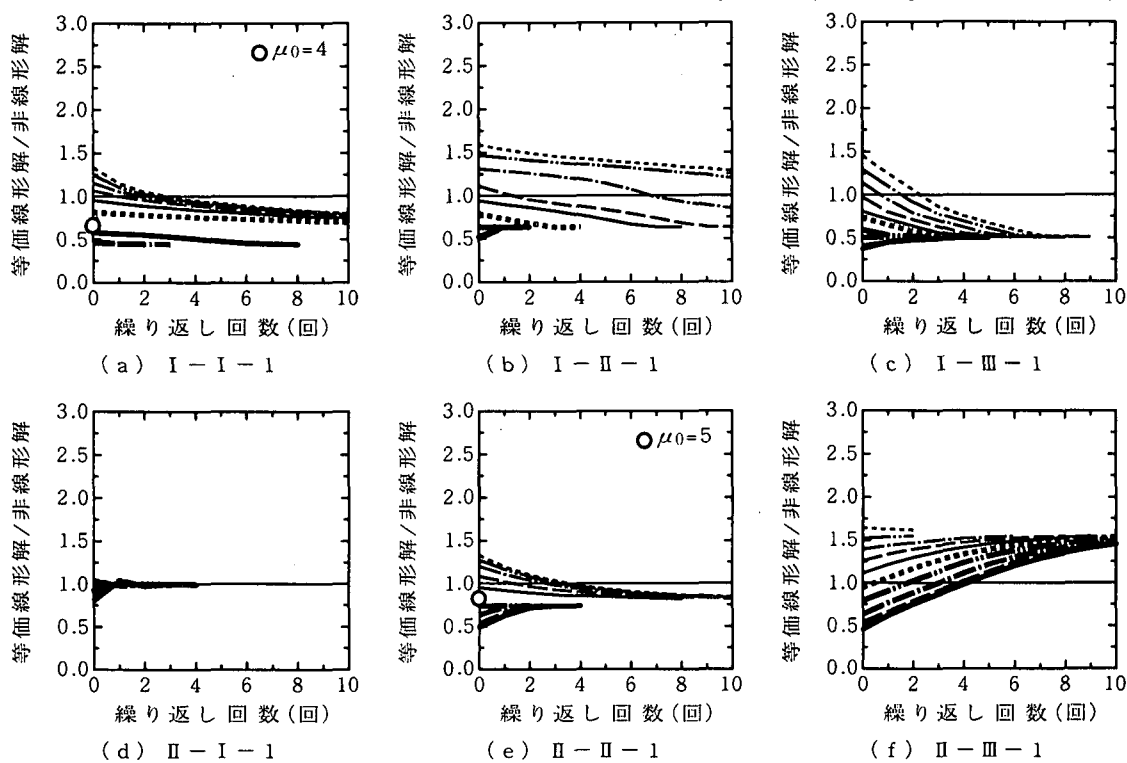


(2) 目標とする応答塑性率2, 初期固有周期1.0sec

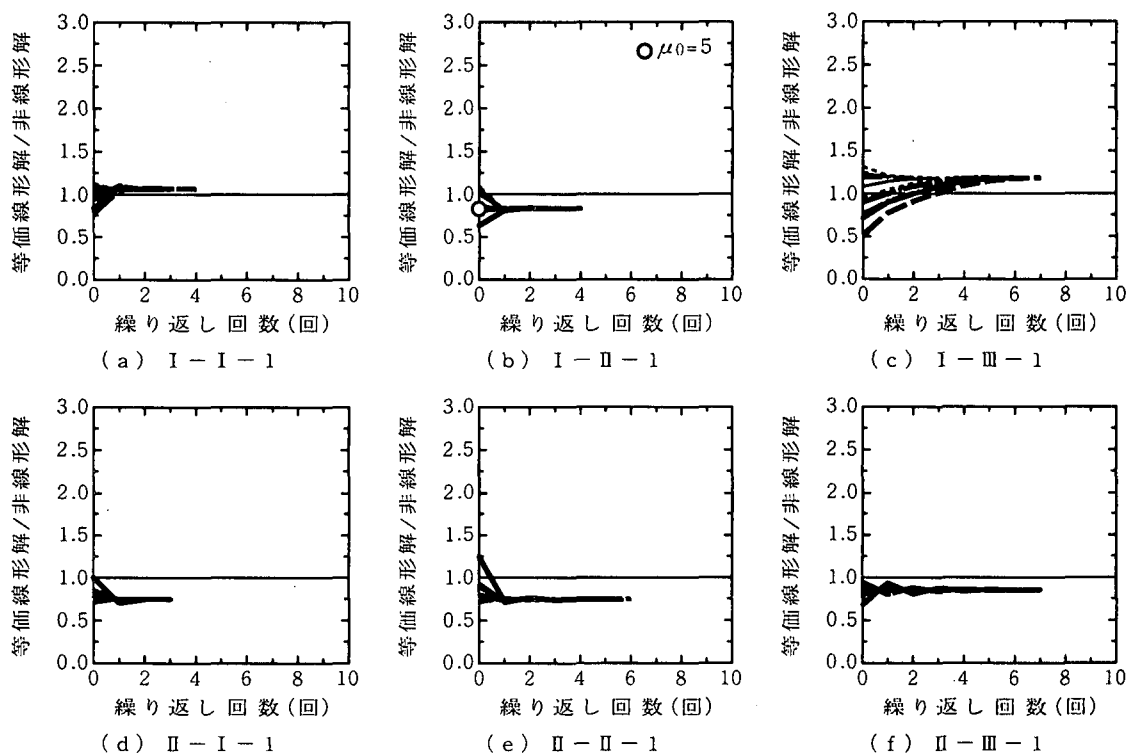
図 7.14 等価線形化法による解の収束性: Takeda 型モデル (その1)

塑性率の初期値 u_0

— 1 - - - 2 - · - 3 - · - · 4 ····· 5
 — 6 - - - 7 - · - 8 - · - · 9 ····· 10



(1) 目標とする応答塑性率6, 初期固有周期0.5sec



(2) 目標とする応答塑性率6, 初期固有周期1.0sec

図 7.15 等価線形化法による解の収束性：Takeda 型モデル (その 2)

7-5 2自由度非線形系への等価線形化法の適用例¹⁰⁾

前節までは、1自由度非線形系を対象に、等価線形化法による非線形最大応答変位の推定法について述べてきた。ここでは、免震支承とRC橋脚からなる2自由度非線形系への等価線形化法の適用例を示す。

1) 検討対象とする免震支承-RC橋脚系

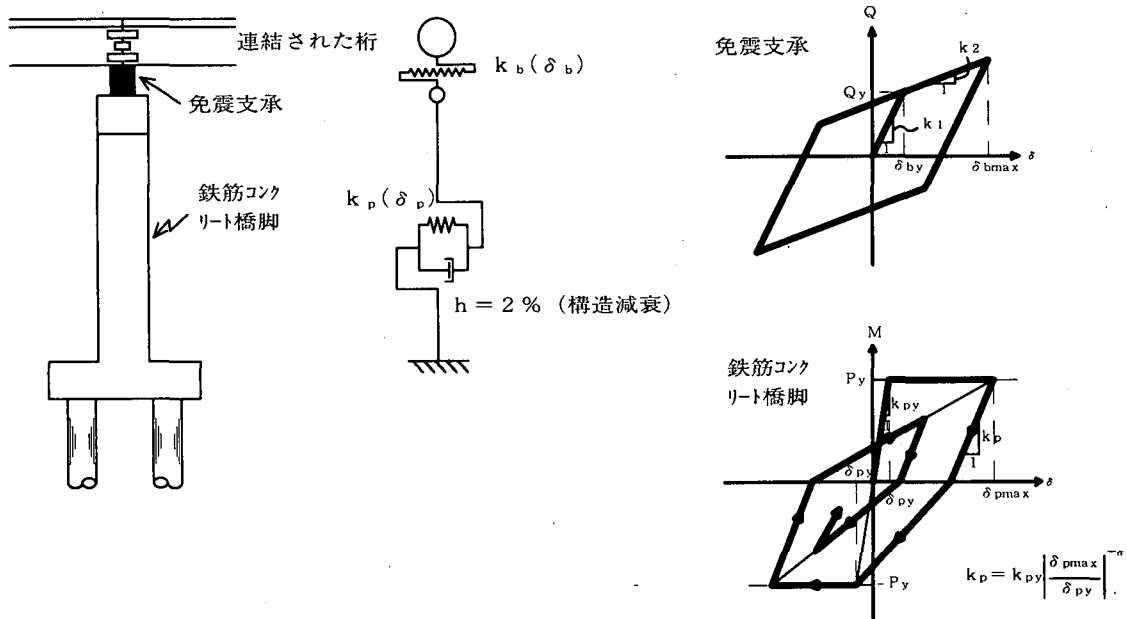


図 7.16 検討対象とする免震支承-RC橋脚系の非線形動的解析モデル

検討対象橋梁は、単純合成I桁-金属支承-RC橋脚からなる都市内高架橋を耐震補強したものである。対象橋梁の単純合成I桁の幅員は16~19.5m、単純桁としての支間長は25~40m、連結桁としての橋長は58~80mである。これらの上部構造を支持する免震支承とRC橋脚29基を、解析対象とした。図7.16に非線形動的解析モデルを示す。非線形動的解析モデルは、対象橋梁から地震時に支持するべき上部構造部分の重量と免震支承およびRC橋脚からなる系を取り出したものであり、地震時に支持するべき上部構造部分の重量と片持ち梁状の橋脚基部に生じる曲げモーメントが等価となるように橋脚躯体重量の1/2とした2つの質点からなる。復元力特性は、免震支承がバイリニアモデル、RC橋脚がひびわれ点を無視したTakedaモデルで表している。入力地震動は、道路橋示方書V耐震設計編に示される加速度応答スペクトルと同じ応答スペクトル特性を有する標準加速度波形とし、タイプI地震動、タイプII地震動ごとに、I種地盤からIII種地盤まで各3波形づつ、計18波形を用いる。

免震支承の降伏水平力 Q_y とRC橋脚の降伏水平耐力 P_y (=地震時保有水平耐力 P_d)に相当する降伏水平震度 k_{hb} 、 k_{hp} は、次式によって与えられる。

$$k_{hb} = \frac{Q_y}{W_u} ; \quad k_{hp} = \frac{P_y}{W} = \frac{P_y}{W_u + 0.5W_p} \quad (7-4)$$

ここで、 W_u は地震時に支持するべき上部構造部分の重量、 W は等価重量、 W_p は橋脚躯体重量である。免震支承と橋脚の内、どちらに塑性化が集中するかは、式(7-4)に示す降伏水平震度 k_{hb} 、 k_{hp} の比で定義される降伏耐力比 γ_y によって表すことができる。降伏耐力比 γ_y は、次式によって与えられる。

$$\gamma_y = \frac{k_{hb}}{k_{hp}} \quad (7-5)$$

ここで対象とする免震支承と RC 橋脚の降伏耐力比 γ_y は 0.12~0.33 の範囲にあり、何れの免震支承-橋脚系とも、塑性変形は免震支承に集中するように耐震補強設計されている。しかし、免震支承は大きな 2 次剛性を有するため、免震支承に大きな塑性変形が生じると橋脚には免震支承の降伏水平力 Q_y よりも大きな水平力が作用し、橋脚にも塑性変形が生じることがある。

2) 2 自由度非線形系の非線形応答

図 7.16 に示す免震支承-RC 橋脚系の解析モデルに、標準加速度波形 18 波形を入力して非線形動的解析を行い、免震支承-RC 橋脚系の非線形応答を求めた。免震支承の履歴吸収エネルギー E_b 、橋脚の履歴吸収エネルギー E_p より両者のエネルギー吸収比 γ_b 、 γ_p は、次式によって与えられる。

$$\gamma_b = \frac{E_b}{(E_b + E_p)} \times 100 ; \gamma_p = \frac{E_p}{(E_b + E_p)} \times 100 \quad (7-6)$$

図 7.17 は、免震支承と RC 橋脚のエネルギー吸収比 γ_b 、 γ_p が橋脚に生じる応答塑性率 μ_p によってどのように変化するかを示したものである。橋脚の応答塑性率 μ_p が大きくなるにつれ、橋脚のエネルギー吸収比 γ_p が大きくなり、同時に免震支承のエネルギー吸収比 γ_b が小さくなっていることがわかる。このように、橋脚の応答塑性率が大きくなると免震支承と橋脚のそれぞれの非線形性が相互に影響しあい、マルチヒンジ系として複雑な挙動を示すことが予想される。このような免震支承と橋脚の非線形相互作用が、免震支承-橋脚系の非線形応答にどのような影響を及ぼすかを上部構造慣性力作用位置（桁）に生じる変位、免震支承に生じる変形、橋脚に生じる変形がそれぞれ最大応答値に達する時刻に着目して検討する。

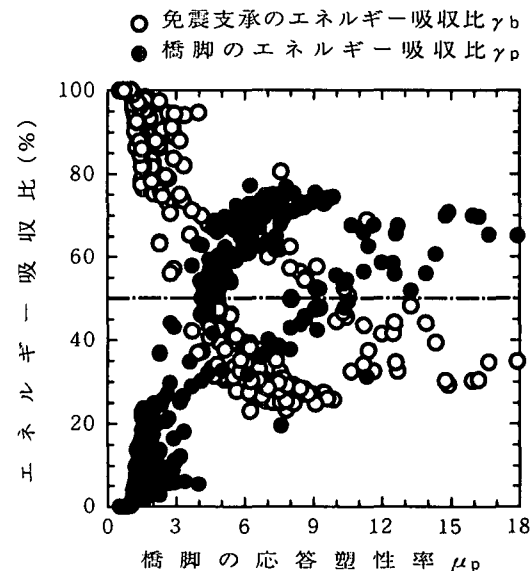


図 7.17 免震支承と RC 橋脚のエネルギー吸収比

図 7.18 は、基本固有周期が 0.92 秒となる橋脚の桁に生じる変位、免震支承、橋脚に生じる変形の応答波形を比較したものである。図には、それぞれの応答が最大となる時刻の付近約 1~2 秒間を示している。標準加速度波形 I-I-1 を入力した場合には、桁に生じる変位の最大応答値は 9.55 秒に -281mm、免震支承に生じる変形の最大応答値は 9.53 秒に -242mm、橋脚に生じる変形の最大応答値は 9.56 秒に -40mm が生じている。標準加速度波形 I-I-1 が作用した場合には、桁に生じる変位、免震支承、橋脚に生じる変形の最大応答値がほぼ同時に発生するとともに、免震支承と橋脚の変形の和によって表される桁に生じる変位は、免震支承に生じる変形にほぼ等しく、橋脚に生じる変形が小さいことがわかる。標準加速度波形 II-III-1 を入力した場合には、桁に生じる変位の最大応答値は 7.99 秒に 806mm、免震支承に生じる変形の最大応答値は 7.94 秒に 671mm、橋脚に生じる変形の最大応答値は 9.04 秒に -294mm が生じている。橋脚に生じる変形の最大応答値は、桁に生じる変位や免震支承に生じる変形の最大応答値よりも約 1.0 秒遅れて現れているが、桁に生じる変位が最大応答に達するときには、橋脚にも 154mm という大きな変形が生じている。このように、免震支承のみに塑性変形が生じる免震支承-橋脚系では、桁に生じる変位、免震支承、橋脚に生じる変形が同時刻に最大応答値に達し、免震支承と橋脚の変形の和によって生じる桁の変位は、免震支承に生じる変形の影響が支配的であることがわかる。すなわち、免震支承-橋脚系としての非線形応答は 1 自由度系としての応答に近いといえる。これに対して、免震支承と橋脚の両者に大きな塑性変形が生じている免震支承-橋脚系では、免震支承と橋脚に生じる変形の最大応答値は異なる時刻に発生しており、免震支承-橋脚系としての非線形応答は 2ヶ所に塑性化が生じるマルチヒンジ系としての複雑な様相を呈していることがわかる。

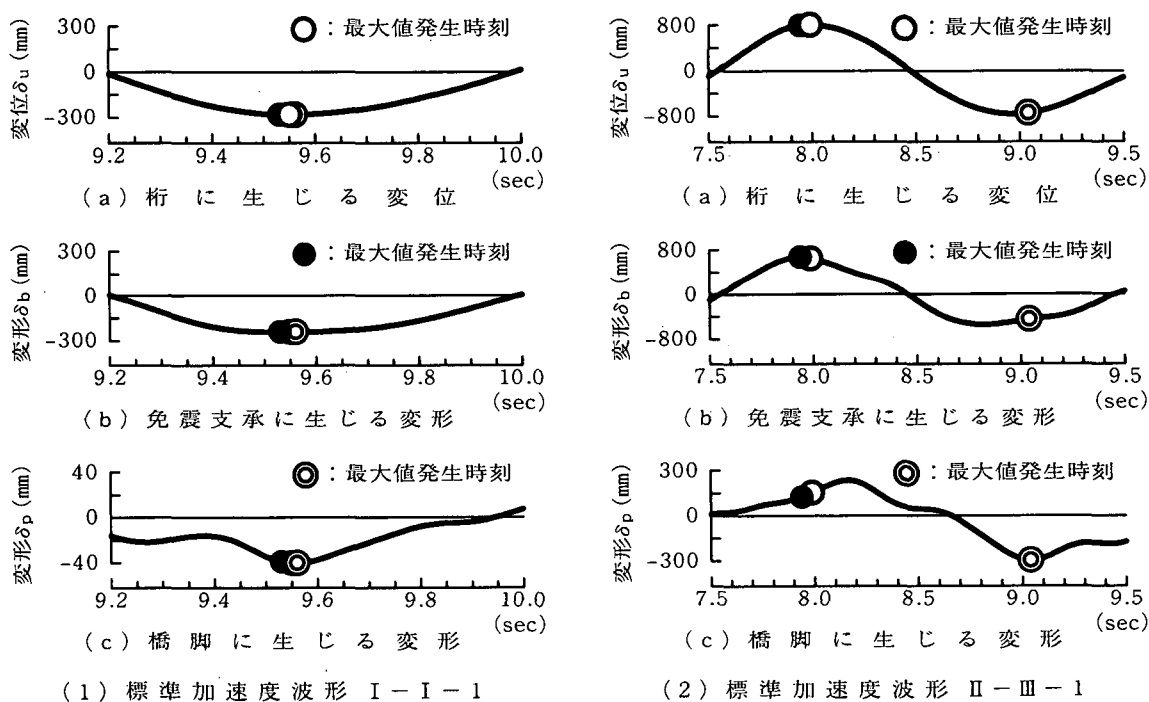


図 7.18 免震支承-RC 橋脚系における非線形応答の最大値発生時刻の比較(基本固有周期 0.92sec)

3) 2自由度非線形系（マルチヒンジ系）の等価線形化モデルの基本式

図 7.19 は、図 7.16 に示す免震支承-橋脚系の非線形応答を、線形の動的解析によって推定するための等価線形化モデルである。図 7.16 に示す免震支承（バイリニアモデル）と RC 橋脚（Takeda モデル）の履歴モデルに対する等価剛性 K_b^{eq} 、 K_p^{eq} 等価減衰定数 h_b^{eq} 、 h_p^{eq} は、非線形動的解析によって得られる免震支承と RC 橋脚に生じる変形の最大応答値 δ_{bmax} 、 δ_{pmax} に応じて次式によって与えられる。

$$\mu_b^{eq} = C_{eq}^b \cdot \frac{\delta_{bmax}}{\delta_{by}} ; K_b^{eq} = \frac{K_1}{\mu_b^{eq}} \cdot \{1 + r(\mu_b^{eq} - 1)\} \quad (7-7)$$

$$h_b^{eq} = \frac{2 \cdot \{\mu_b^{eq} - (1 + r + \mu_b^{eq} \cdot r)\}}{\pi \cdot \mu_b^{eq} (1 - r + \mu_b^{eq} \cdot r)}$$

$$\mu_p^{eq} = C_{eq}^p \cdot \frac{\delta_{pmax}}{\delta_{py}} ; K_p^{eq} = \frac{K_{py}}{\mu_p^{eq}} ; h_p^{eq} = \frac{1 - (\mu_p^{eq})^{\alpha-1}}{\pi} \quad (7-8)$$

ここで、 μ_b^{eq} ：免震支承の等価応答塑性率、 C_{eq}^b ：免震支承の等価係数、 δ_{by} ：免震支承の降伏変位、 K_1 ：免震支承の初期剛性、 r ：免震支承の 2 次剛性比、 μ_p^{eq} ：橋脚の等価応答塑性率、 C_{eq}^p ：橋脚の等価係数、 δ_{py} ：橋脚の降伏変位、 α ：Takeda モデルの除荷剛性の低下係数(0.5)である。式(7-7)は表 7.1 に示したバイリニア型の復元力特性に関する等価線形化モデルⅡ、式(7-8)は表 7.2 に示した Takeda 型の復元力特性に関する等価線形化モデルⅡに準じている。

等価線形化モデルによる応答値の推定は次のような手順で行う。2 自由度系モデルに対して固有値解析を実施し、1 次振動モードに対する固有周期 T_1 、モード減衰定数 h_1 、モード振幅比 ϕ_{u1} / ϕ_{p1} を求め、次に 1 次振動モードに対する 1 自由度系の線形動的解析を行い、応答変位 δ_u^{eq} を求める。これが、上部構造慣性力作用位置における非線形応答変位 $\delta_{u_{max}}^{NL}$ の推定値となる。最後に、 δ_u^{eq} 、 ϕ_{u1} / ϕ_{p1} を用いて、橋脚に生じる非線形応答 $\delta_{p_{max}}^{NL}$ に対する推定値 $\delta_p^{eq} = \delta_u^{eq} \cdot \phi_{p1} / \phi_{u1}$ 、免震支承に生じる非線形応答 $\delta_{b_{max}}^{NL}$ に対する推定値 $\delta_b^{eq} = \delta_u^{eq} - \delta_p^{eq}$ を求める。

4) 等価線形化モデルの等価係数 C_{eq}^b 、 C_{eq}^p の検討

等価線形化モデル式(7-7)、式(7-8)を用いて、2 自由度非線形系の非線形応答を推定する場合、等価係数 C_{eq}^b 、 C_{eq}^p として、どのような値を用いれば、非線形応答を線形応答によって精度良く推定できるかが重要である。ここでは、免震支承と橋脚の両方に塑性変形が生じるような場合の非線形応答を等価線形化モデルによって推定するために C_{eq}^b 、 C_{eq}^p を 0.5~1.0 の範囲で 0.05 づつ変化させた。これにより、免震支承-橋脚系 1 基、1 入力地震動に対して免震支承の等価

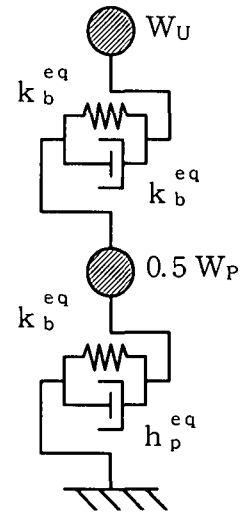
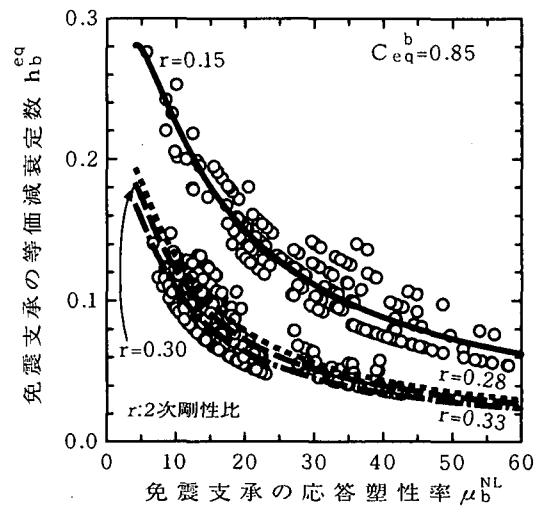
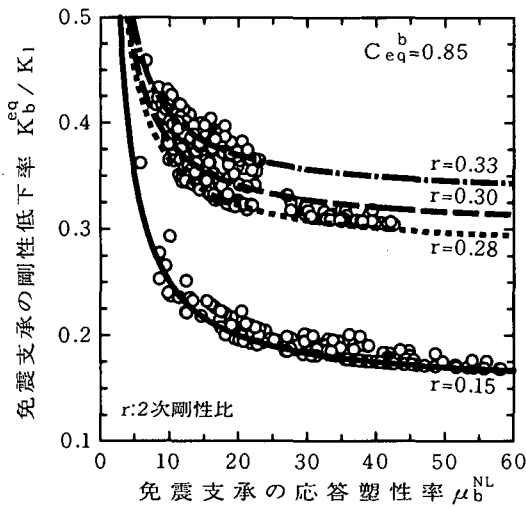


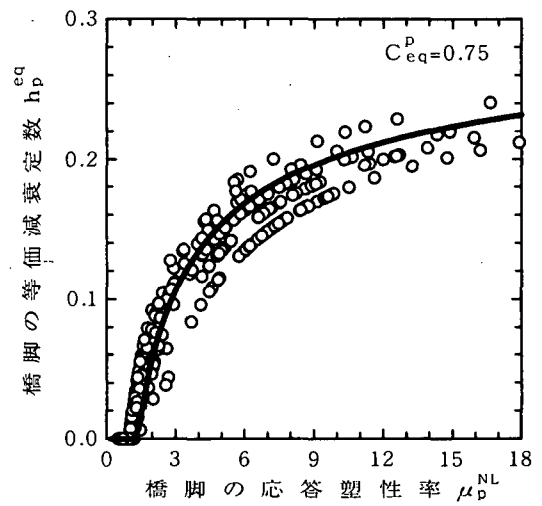
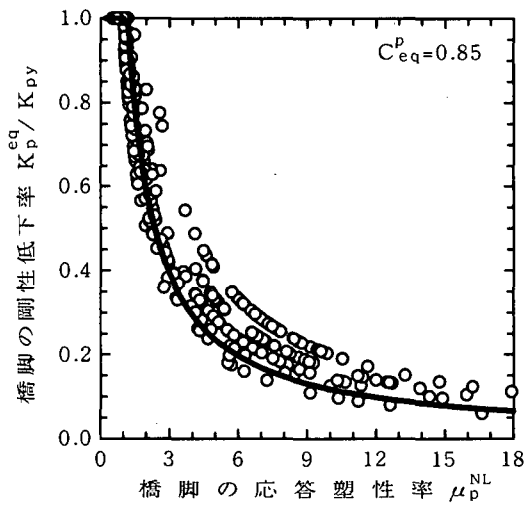
図 7.19 2 自由度非線形系（マルチヒンジ系）の等価線形化モデル



(a) 剛性低下率

(b) 等価減衰定数

(1) 免震支承の等価線形化モデル



(a) 剛性低下率

(b) 等価減衰定数

(2) RC 橋脚の等価線形化モデル

図 7.20 免震支承—RC 橋脚系の等価線形化モデル

線形化モデル 11 種類, RC 橋脚の等価線形化モデル 11 種類が作成でき, これらの等価線形化モデルを組み合わせることにより図 7.19 に示すような 2 自由度系の等価線形化モデルが 1 橋脚, 1 入力地震動当たり 121 種類作成される。

前述したように, 免震支承と橋脚の両方に大きな塑性変形が生じる 2 自由度非線形系では, 免震支承と橋脚に生じる変形が最大応答値に達する時刻が異なるため, 桁に生じる変位, 免震支承, 橋脚に生じる変形の全てを精度良く推定することはむずかしい。ここでは, 2 自由度非線形系の桁に生じる変位と, 免震支承および橋脚に生じる変形をバランス良く推定するために, 桁に生じる変位の推定値に関する誤差 ϵ_u , 免震支承に生じる変形の推定値に関する誤差 ϵ_b , 橋脚に生じる変形の推定値に関する誤差 ϵ_p に重みをつけて合計した値が最も小さくなる等価線形化モデルを考える。具体的には, 桁に生じる変位 $\delta_{u_{max}}^{NL}$ に免震支承と橋脚の変形 $\delta_{b_{max}}^{NL}$,

δ_{pmax}^{NL} が占める割合を重み係数とし、式(7-9)に示すように桁に生じる変位の誤差 ε_u と重み付けされた免震支承と橋脚に生じる変形の誤差 ε_b , ε_p の合計 ε_s が最も小さくなるような等価係数 C_{eq}^b , C_{eq}^p を抽出した。

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u + \frac{\delta_{bmax}^{NL}}{\delta_{umax}^{NL}} \varepsilon_b + \frac{\delta_{pmax}^{NL}}{\delta_{umax}^{NL}} \varepsilon_p \quad (7-9)$$

以上のようにして抽出された等価係数 C_{eq}^b , C_{eq}^p を式(7-7), 式(7-8)に代入して求めた免震支承と橋脚の等価剛性 K_b^{eq} , K_p^{eq} を免震支承の1次剛性 K_1 , RC 橋脚の降伏剛性 K_{py} で除した剛性低下率 K_b^{eq}/K_1 , K_p^{eq}/K_{py} と等価減衰定数 h_b^{eq} , h_p^{eq} を図 7.20 に示す。図に示す剛性低下率, 等価減衰定数は, 離散値であるが, 耐震設計に用いるためにはこれらの離散値を連続関数とする必要がある。図 7.20 に示す誤差 ε_s が最も小さくなるように抽出した剛性低下率 K_b^{eq}/K_1 , K_p^{eq}/K_{py} と等価減衰定数 h_b^{eq} , h_p^{eq} の離散値を, 式(7-7)と式(7-8)に示した応答塑性率 μ を変数とした連続関数によって近似する場合, 等価係数 C_{eq}^b , C_{eq}^p としてどのような値を式(7-7)と式(7-8)に示す等価線形化モデルに与えればよいかを検討する。式(7-7)に示す免震支承の等価剛性と等価減衰定数の等価係数 C_{eq}^b を 0.85 とし, 式(7-8)に示す RC 橋脚の等価剛性の等価係数 C_{eq}^p を 0.85, 等価減衰定数の等価係数 C_{eq}^p を 0.75 とすれば, 図 7.20 に示すように, 離散値を図中に併記した実線 (連続関数) で表すことができる。

5) 等価減衰定数 h_b^{eq} , h_p^{eq} に関する非定常性の補正

2 自由度非線形系の桁に生じる変位, 免震支承に生じる変形, RC 橋脚に生じる変形をバランス良く推定できることを目標に作成された, 図 7.20 に示す等価線形化モデルであるが, 非線形動的解析結果と比較すると, 橋脚に生じる変形を過小評価することがわかる。これは, 式(7-7), 式(7-8)に示す等価減衰定数が定常共振状態を仮定して求められたものであり, 非定常な応答である非線形応答の等価減衰定数を過大評価しているからと考えられる。図 7.21 は, 基本固有周期が 0.924 秒と 1.121 秒となる 2 自由度非線形系の免震支承と橋脚に生じる変形の時刻歴応答波形を最大値発生付近の 2~3 秒に関して示したものである。最大応答値を○で, 最大応答値発生前の振幅のピーク値を●で示している。入力地震動の非定常性だけでなく剛性が時々刻々と変化する非線形応答では, 最大応答値前後の振幅のピーク値は最大応答値より小さくなっておりその振幅形状も異なる。特に, 基本固有周期 1.121 秒となる系の橋脚に生じる変形にその傾向が顕著であり非定常性が強く現れている。図 7.21 のように応答が非定常で最大応答値前後のピーク値が極端に小さい場合には, 最大応答値を用いて等価減衰定数を式(7-7), 式(7-8)によって求めると過度なエネルギー吸収をみこむことになる。そこで, 等価減衰定数の算出に非線形応答の非定常性を考慮するために式(7-7), 式(7-8)に示す等価減衰定数 h_b^{eq} , h_p^{eq} に次式のような補正を行う。

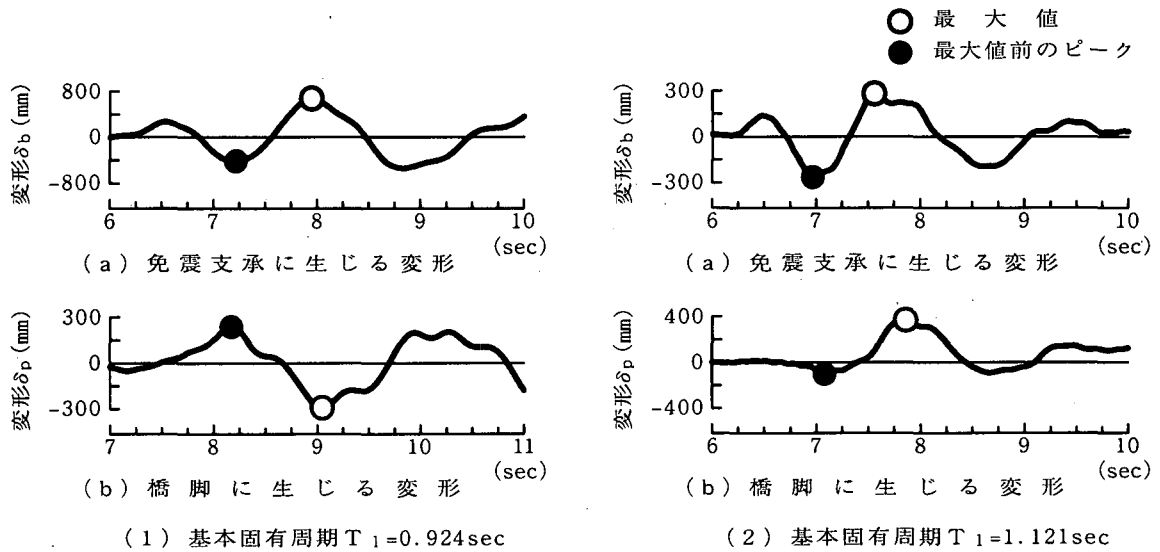


図 7.21 免震支承-RC 橋脚系の非線形応答変位にみられる非定常性 (標準加速度波形 II-III-1)

$$h_b^{eq'} = \beta_b \cdot h_b^{eq} \quad ; \quad h_p^{eq'} = \beta_p \cdot h_p^{eq} \quad (7-10)$$

ここで、 $h_b^{eq'}$ 、 $h_p^{eq'}$ は非線形応答の非定常性を補正した等価減衰定数 β_b 、 β_p は非定常性の補正係数である。補正係数 β_b 、 β_p は、免震支承と橋脚に生じる変形の最大応答値 (図 7.21 の○) δ_{bmax}^{NL} 、 δ_{pmax}^{NL} と、その直前の応答振幅のピーク値 (図 7.21 の●) δ_{bmax-1}^{NL} 、 δ_{pmax-1}^{NL} を用いて、式(7-7)、式(7-8)により求められる等価減衰定数 h_b^{eq} 、 h_p^{eq} の平均値 h_b^{eqm} 、 h_p^{eqm} と式(7-10)による $h_b^{eq'}$ 、 $h_p^{eq'}$ が等しくなるように定める。ここで最大応答値が発生する直前の応答振幅に着目したのは、非線形応答の最大応答値はその前の履歴の影響を受けるからである。なお、式(7-7)、式(7-8)の等価減衰定数を求める際の等価係数 C_{eq}^b 、 C_{eq}^p は、図 7.20 に示したように、免震支承では $C_{eq}^b = 0.85$ 、RC 橋脚では $C_{eq}^p = 0.75$ である。

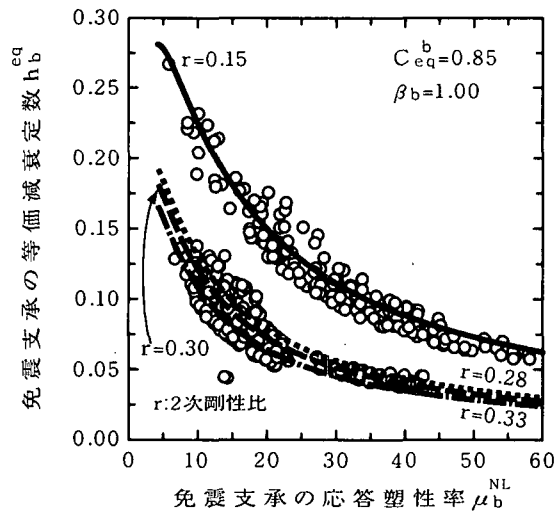
$$h_{bi}^{eqm} = \frac{h_b^{eq}(0.85\delta_{bmax-1}^{NL})_i + h_b^{eq}(0.85\delta_{bmax}^{NL})_i}{2} \quad (7-11)$$

$$h_{pi}^{eqm} = \frac{h_p^{eq}(0.75\delta_{pmax-1}^{NL})_i + h_p^{eq}(0.75\delta_{pmax}^{NL})_i}{2} \quad (7-12)$$

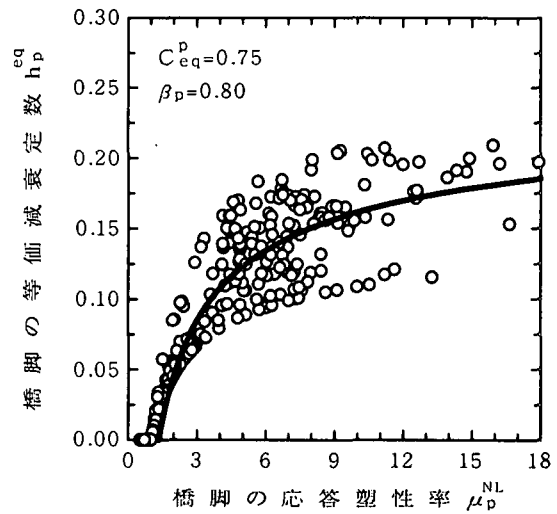
式(7-10)~式(7-12)より求められる等価減衰定数の近似度は、次式で示される 2 乗平均誤差によって評価する。

$$\varepsilon_b^h = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_{bi}^{eqm} - h_{bi}^{eq'})^2} \quad ; \quad \varepsilon_p^h = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_{pi}^{eqm} - h_{pi}^{eq'})^2} \quad (7-13)$$

式(7-13)より、免震支承の等価減衰定数は補正係数 $\beta_b = 1.0$ 、橋脚の等価減衰定数は補正係数 $\beta_p = 0.8$ となる。図 7.22 は、式(7-11)、式(7-12)による非定常性を考慮した等価減衰定数 (○) と式(7-10) ($\beta_b = 1.0$ 、 $\beta_p = 0.8$) による等価減衰定数を比較したものである。式(7-10)による補正係数 β_b 、 β_p を用いた等価減衰定数は、非定常性を考慮した等価減衰定数 (式(7-11)、式(7-12))



(1) 免震支承の等価減衰定数



(2) 橋脚の等価減衰定数

図 7.22 非線形応答の非定常性を考慮した等価減衰定数

の平均的な値を示していることがわかる。

6) 2 自由度非線形系への等価線形化法の適用性

図 7.20 と図 7.22 に示す等価線形化モデルを用いて、2 自由度非線形系となる免震支承-RC 橋脚系への等価線形化法の適用性を検討する。等価線形化法は、免震支承と橋脚に生じる変形 δ_0 を仮定しこれに対する等価剛性 K^{eq} 、等価減衰定数 h^{eq} を求め線形動的解析を行う。動的解析より求められる免震支承と橋脚の変形 δ より、再び等価剛性 K^{eq} 、等価減衰定数 h^{eq} を定め直して動的解析を行う。この過程を仮定した変形 δ_0 と動的解析より求められる変形 δ が実用上等しいとみなせるまで、繰り返し計算するのが等価線形化法である。図 7.19 に示す 2 自由度系では、免震支承と橋脚の変形 δ_b 、 δ_p の和として表される桁に生じる変位 $\delta_u (= \delta_b + \delta_p)$ が仮定した値 $\delta_{u0} (= \delta_{b0} + \delta_{p0})$ と等しくなるまで繰り返し計算を実行することにする。また、動的解析は 2 自由度系の 1 次振動モードのみを用いて行う。このように初期値を仮定し、繰り返し計算を行う等価線形化法では、初期値の与え方によって等価線形化法による推定値が異なることがある。

図 7.23 は、初期値が等価線形化法による解に与える影響を検討したものである。免震支承や橋脚に生じる変形の初期値 δ_{b0} 、 δ_{p0} を降伏変位 δ_{by} 、 δ_{py} に等しくした場合、非線形応答値の $1/2\delta_{bmax}^{NL}$ 、 $1/2\delta_{pmax}^{NL}$ とした場合、非線形応答値 δ_{bmax}^{NL} 、 δ_{pmax}^{NL} より大きくした場合の 3 種類の初期値を対象とした。横軸に等価線形化法による推定値、縦軸に非線形応答値を示している。45° ラインの 1 点鎖線上は等価線形化法の解が非線形応答値に等しいことを、短破線上は ±10% の推定誤差、長破線上は ±20% の推定誤差を示している。桁に生じる変位と免震支承に生じる変形の等価線形化法による推定値は、初期値がどの場合にもほぼ誤差が ±20% の範囲に入っている。橋脚に生じる変形は、等価線形化法による推定値は、非線形応答値を小さく推定す

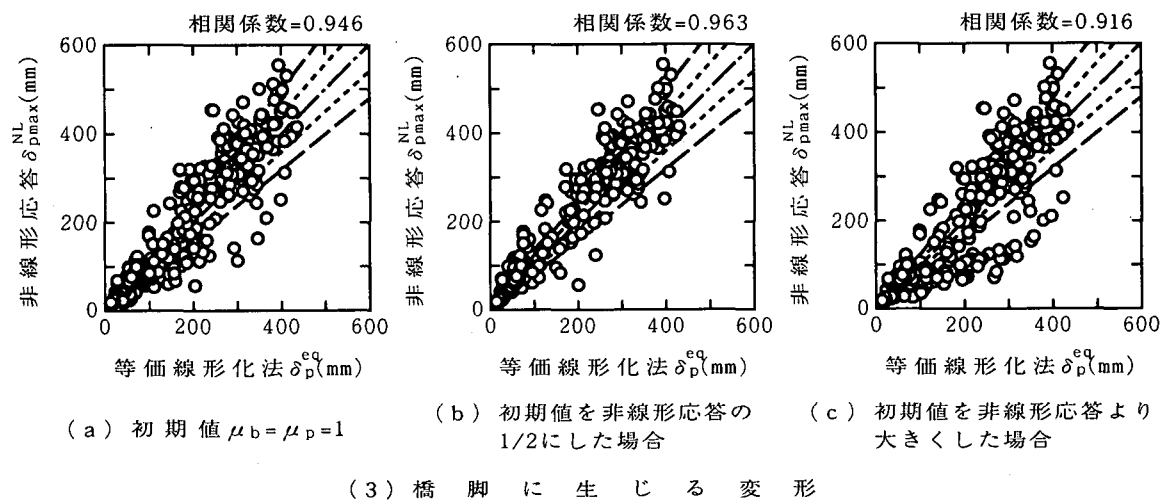
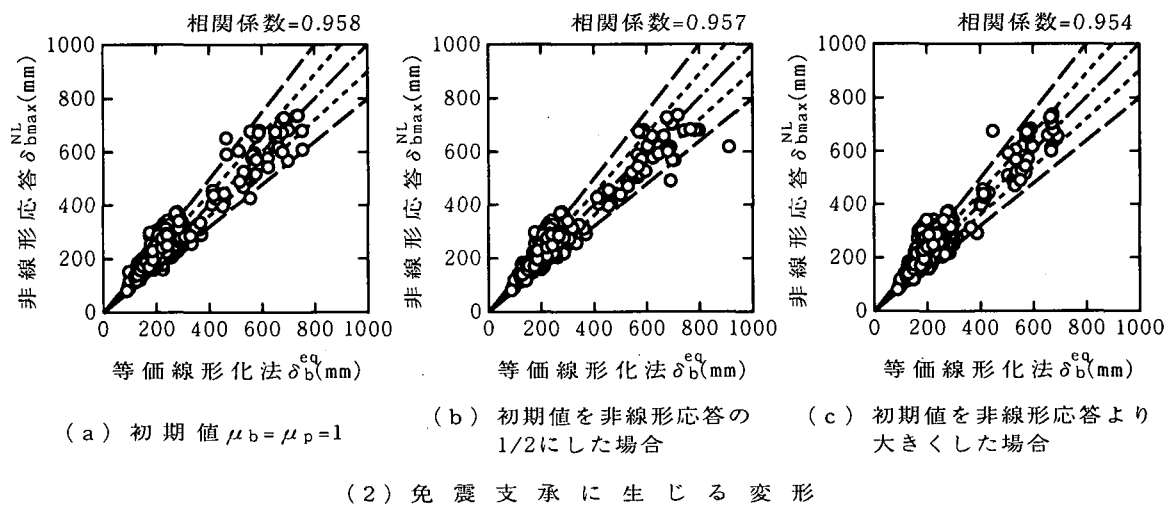
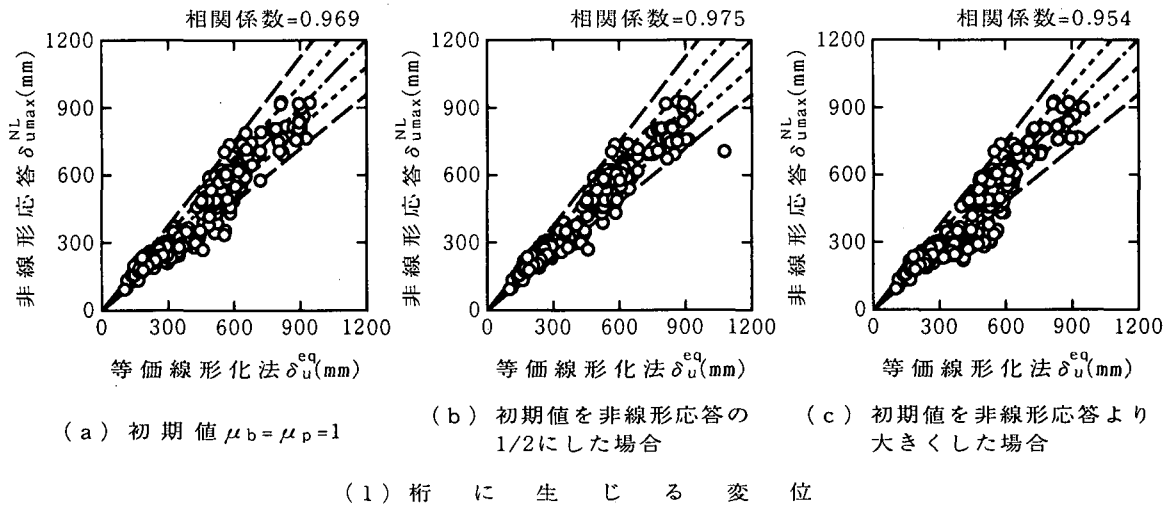


図 7.23 等価線形系に仮定する初期値が等価線形化法による非線形応答の推定結果に与える影響の傾向にある。耐震設計としては、簡易法である等価線形化法の方が非線形応答値を安全側に評価する方が良いので、橋脚に生じる変形を推定するときには、等価線形化法に用いる初期値として、免震支承や橋脚に大きな変形を与えるのが良いといえる。例えば、免震支承には終局

ひずみ程度の変形, 橋脚には終局変位に相当する変形を初期値として与えることが考えられる。このように, 初期値によって推定値に若干の差が生じるもののここで検討した等価線形化モデルを用いた等価線形化法は, 免震支承と橋脚の両方に塑性化が生じるような2自由度非線形系(マルチヒンジ系)の非線形応答を実用上十分な精度で推定できることがわかる。

参考文献

- 1) J. S. Hwang : Evaluation of Equivalent Linear Analysis Methods of Bridge Isolation, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 8, pp.972-976, 1995.
J. S. Hwang and J. M. Chiou : An Equivalent Linear Model of Lead-Rubber Seismic Isolation Bearings, Engineering Structures, Vol. 18, No.7, pp.528-536, 1990.
- 2) 建設省：道路橋の免震設計法マニュアル(案), 財団法人土木研究センター, 1992.
- 3) 建設省道路局道路整備調整室：平成8年道路橋示方書・同解説に関する質問・回答集(3), 1999.
- 4) J. S. Hwang and L. H. Sheng : Equivalent Elastic Seismic Analysis of Base-Isolated Bridges with Lead-Rubber Bearings, Engineering Structures, Vol. 16, No. 3, pp.201- 209, 1994.
- 5) A. Shibata and M. A. Sozen : Substitute Structure Method for Seismic Design in RC, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 102, pp.1-18, 1976.
- 6) 藤堂正喜, 西川孝夫：非線形応答予測のための等価周期と等価減衰定数の一試案, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.479-480, 1999.
- 7) 建設省大臣官房技術調査室監修, (社)建築研究振興協会編：建築構造における性能指向型設計法のコンセプト－仕様から性能へ－, 技報堂出版, 2000.
- 8) 建設省大臣官房技術調査室監修, (社)建築研究振興協会編：鉄筋コンクリート造建築物の性能評価ガイドライン, 技報堂出版, 2000.
- 9) 渡辺啓行：履歴型の減衰定数についての考察, 電力土木, No. 233, pp.3-11, 1991.
- 10) 熊木幸, 金治英貞, 矢部正明：耐震補強された免震支承－橋脚系の非線形相互作用と等価線形化法の適用性に関する検討, 構造工学論文集, 土木学会, Vol. 46A, 2000.

(矢部正明)