

第4章 構造物の安定・不安定

広島大学

名古屋工業大学

九州工業大学

岡澤 重信

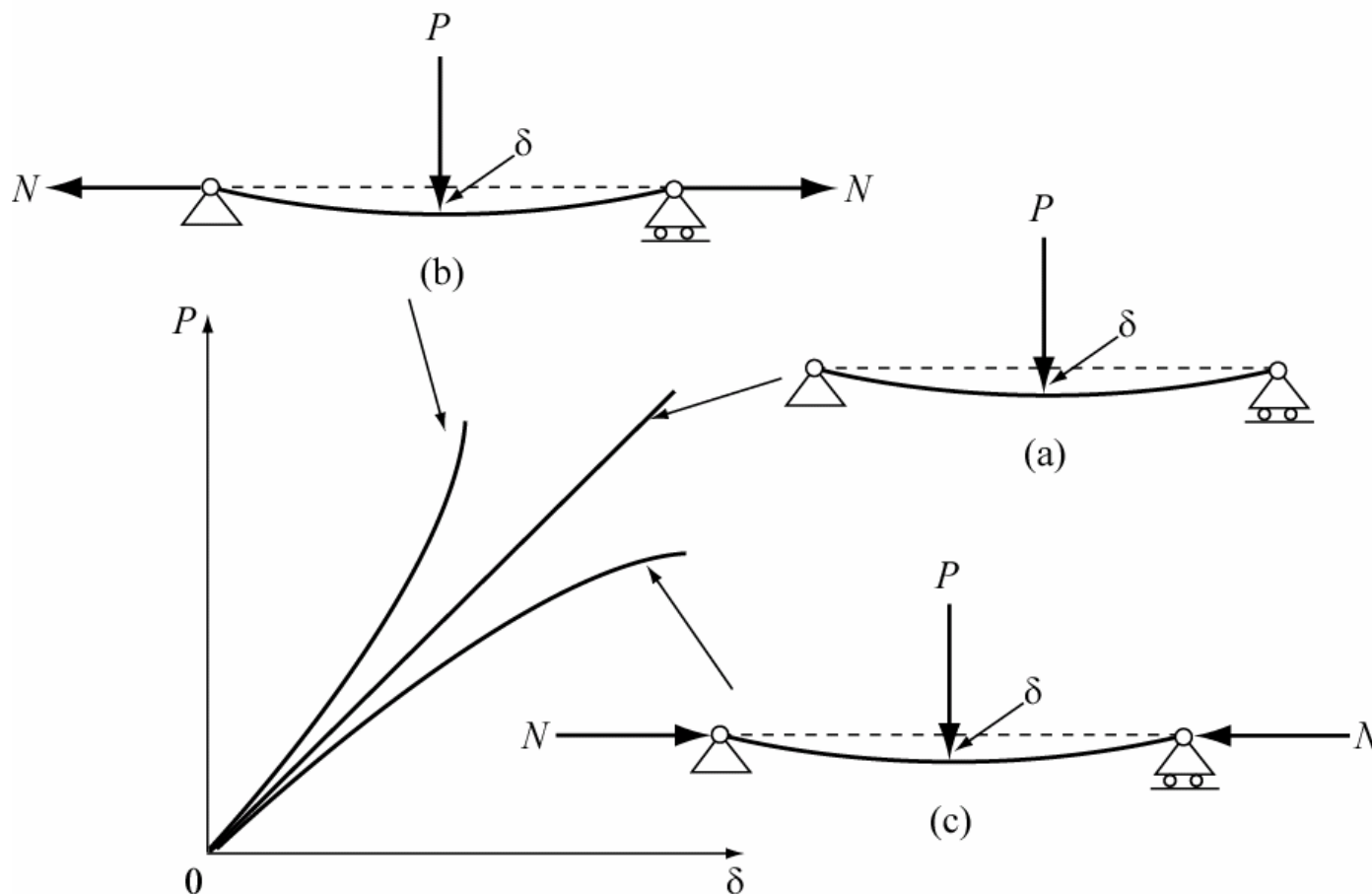
後藤 芳顯

山口 栄輝

内容

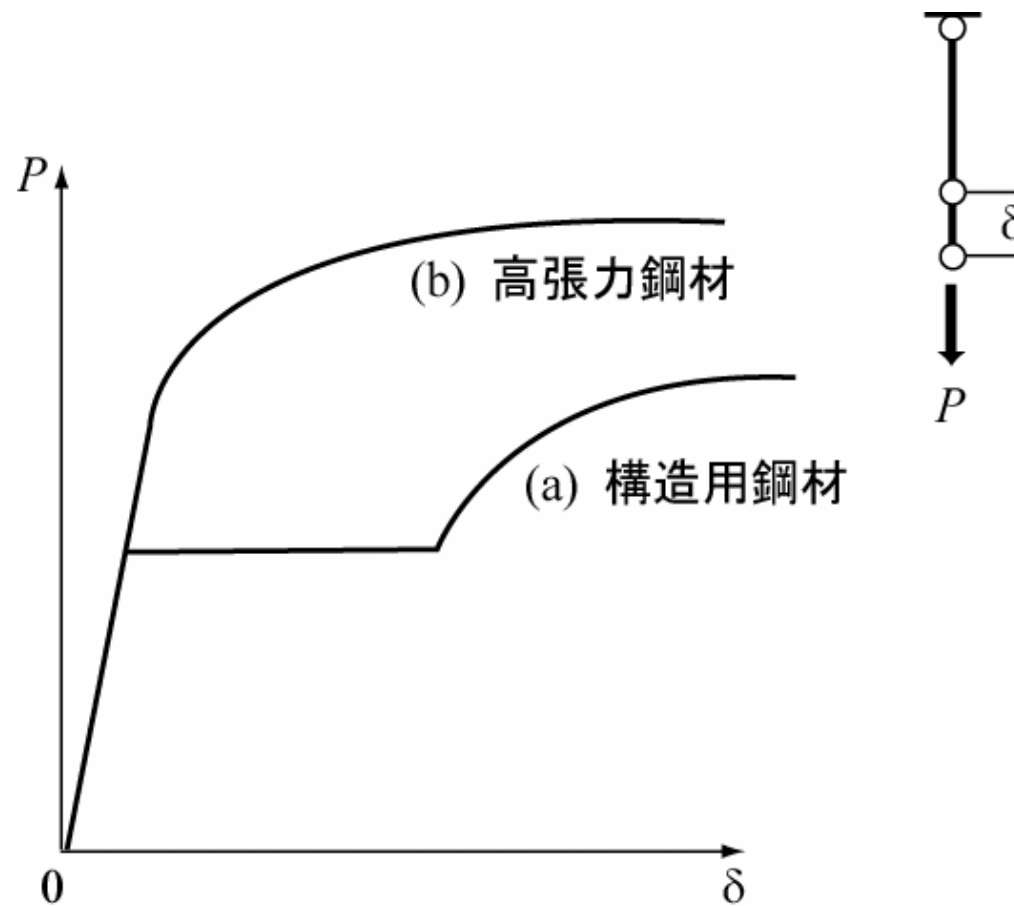
- 4.1 概説
- 4.2 構造物の不安定挙動
- 4.3 安定・不安定の判別
- 4.4 まとめと今後の展望

4.1 構造物の挙動(1)



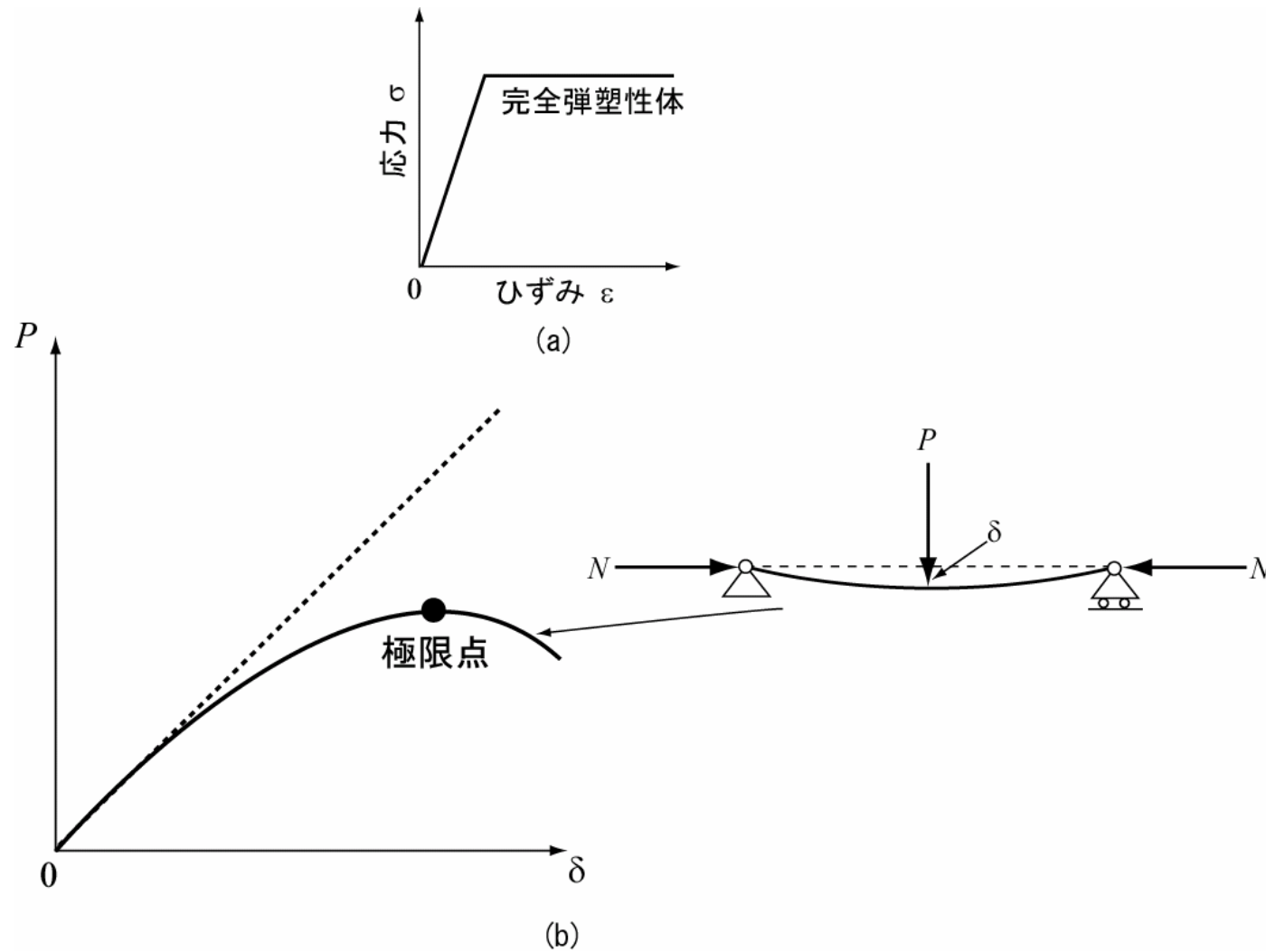
幾何学的非線形性

4.1 構造物の挙動(2)



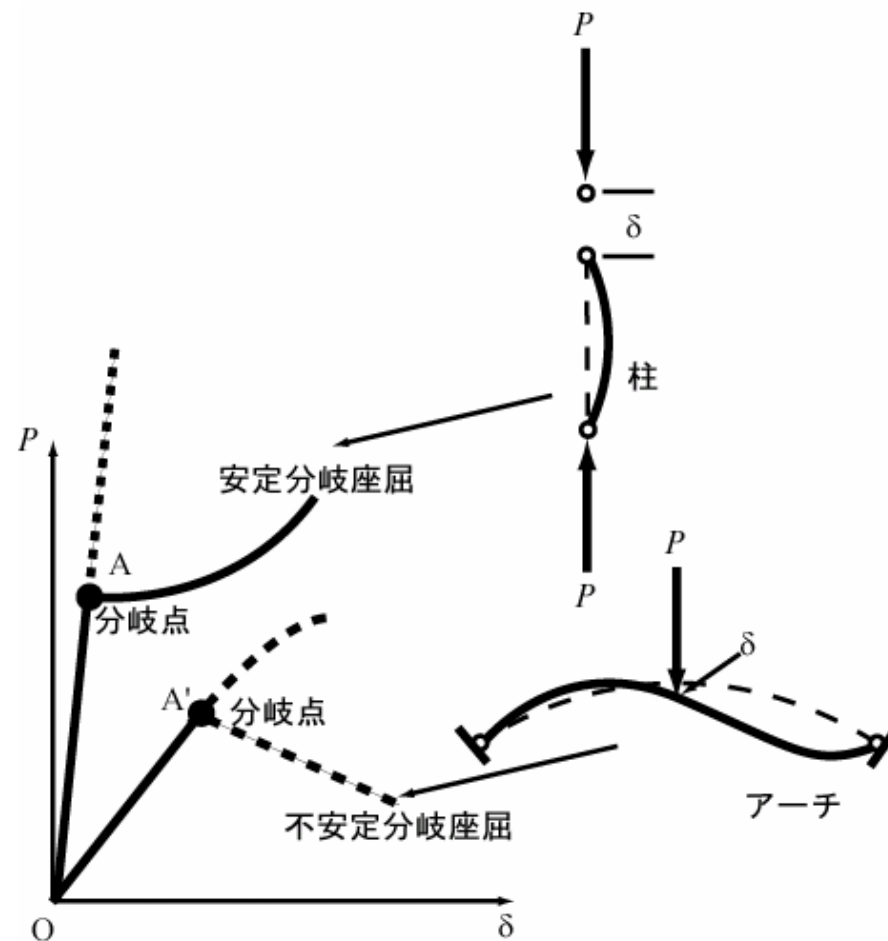
材料非線形性

4.1 構造物の挙動(3)



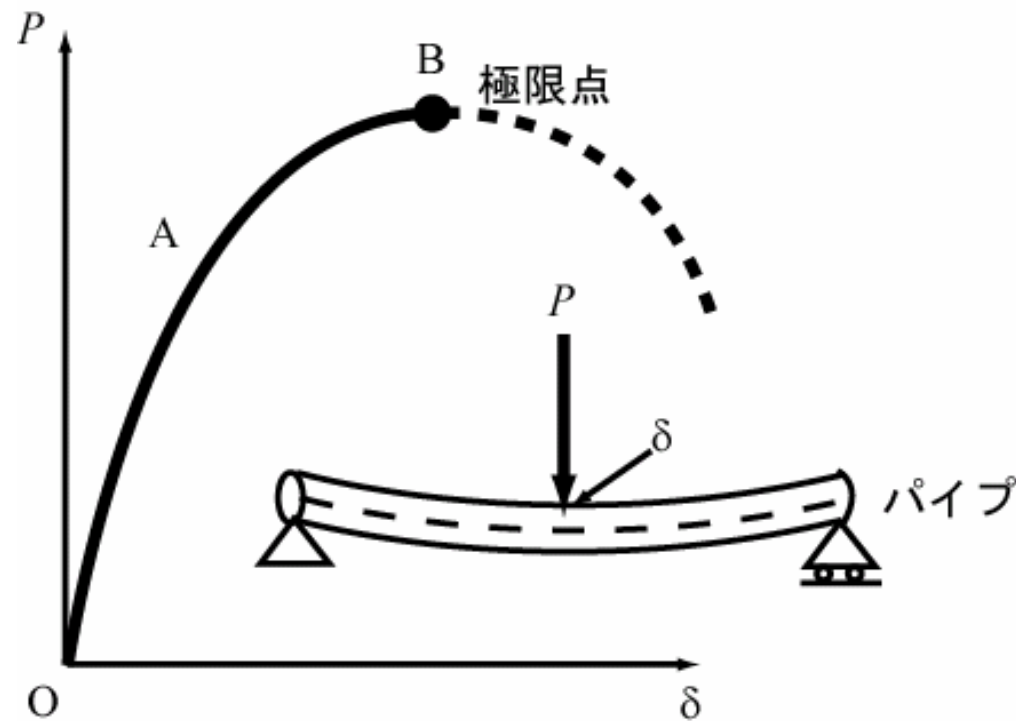
複合非線形性

4.2 構造物の不安定現象(1)



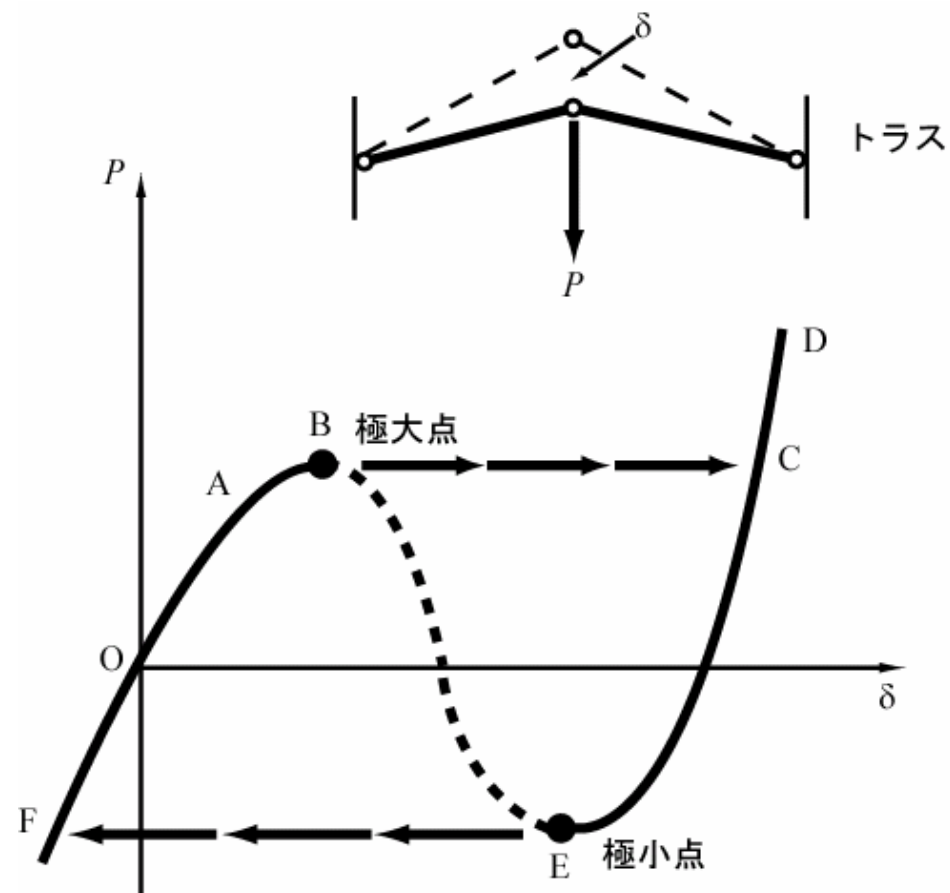
分岐座屈

4.2 構造物の不安定現象(2)



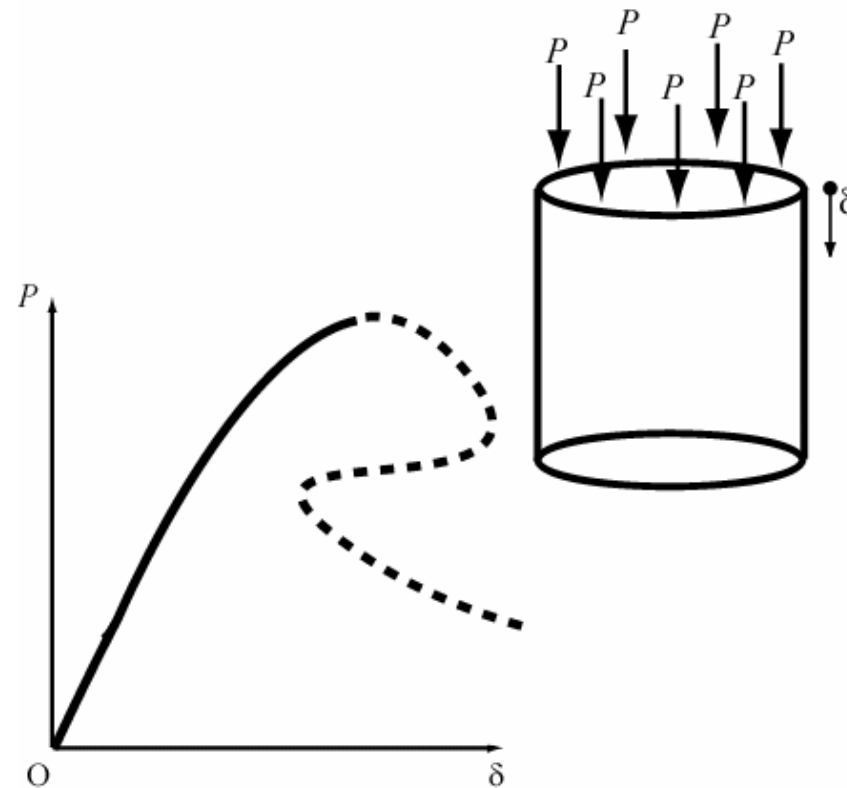
屈服

4.2 構造物の不安定現象(3)



飛移り

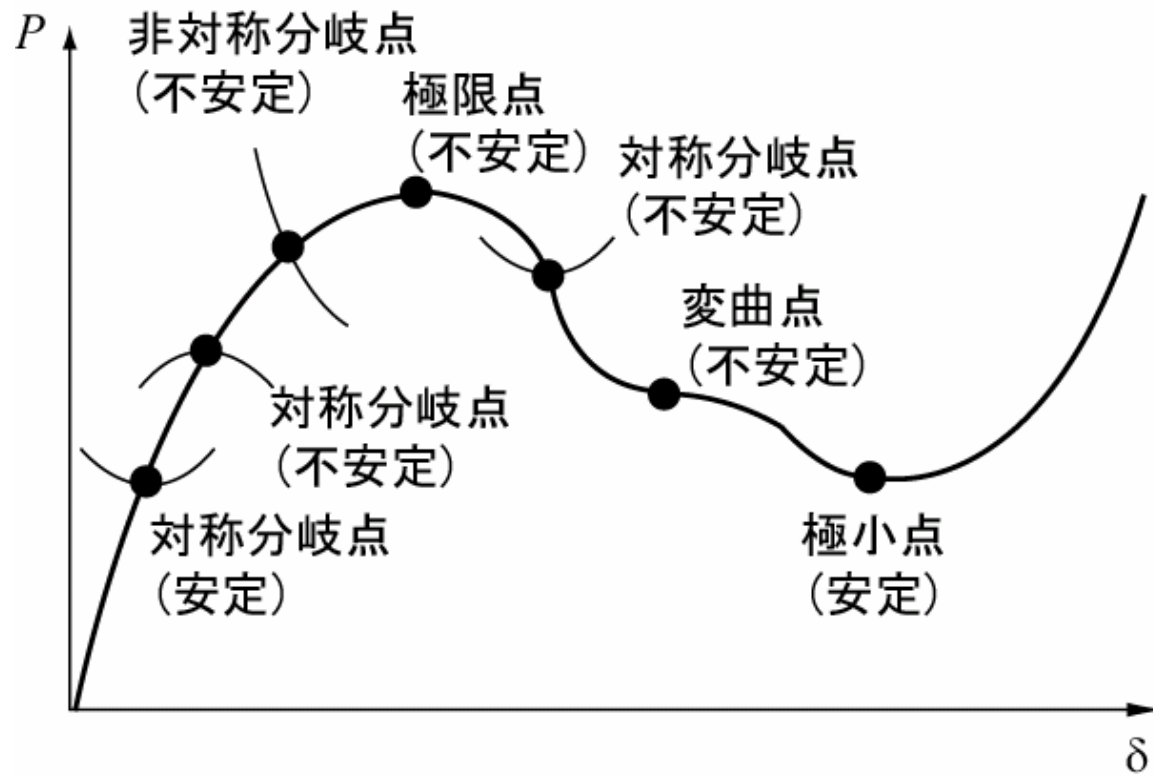
4.2 構造物の不安定現象(4)



スナップバック

4.2 構造物の不安定現象

座屈点の分類



4.3 安定・不安定の判別

4.3.1 安定・不安定の概念

4.3.2 エネルギー変化による安定・不安定の判別

4.3.3 弾塑性問題の安定・不安定

4.3.1 安定・不安定の概念



(a) 安定

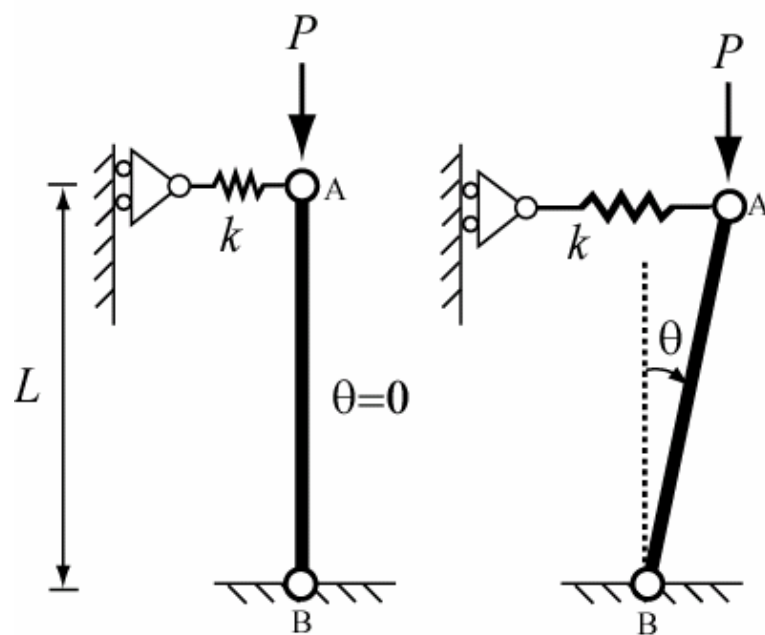


(b) 不安定



(c) 中立

4.3.2 エネルギー変化による 安定・不安定の判別



$$U(\theta) = \frac{1}{2}k(L\sin\theta)^2 = \frac{1}{2}kL^2\sin^2\theta$$

$$V(\theta, P) = -PL(1 - \cos\theta)$$

$$\pi = U + V = \frac{1}{2}kL^2\sin^2\theta - PL(1 - \cos\theta)$$

- | | | |
|---|---|-------|
| { | 任意の $\delta\theta$ に対して, 常に $\Delta\pi > 0$ のとき | : 安定 |
| | 任意の $\delta\theta$ に対して, 常に $\Delta\pi = 0$ のとき | : 中立 |
| | ある $\delta\theta$ に対して, $\Delta\pi < 0$ のとき | : 不安定 |

4.3.3 弾塑性問題の安定・不安定

- 塑性領域における扱いは格段に難しい
- 弾性問題のようにポテンシャルエネルギーが存在しない



仕事に基づく判定

$$(\Delta \mathbf{P} \cdot \Delta \mathbf{u}) > 0 \quad : \quad \text{安定}$$

$$(\Delta \mathbf{P} \cdot \Delta \mathbf{u}) = 0 \quad : \quad \text{臨界}$$

$$(\Delta \mathbf{P} \cdot \Delta \mathbf{u}) < 0 \quad : \quad \text{不安定}$$

弾塑性分岐解析

主経路方向と分岐経路方向で必ずしも同じ剛性でない



Shanley (1947) によるはじめての研究
Hill (1958) による一般化



複合非線形解析の進歩

Hillの条件を取り入れた汎用的な有限要素解析手法

- 分岐点と分岐方向の特定
- 分岐方向の変位増分の決定

4.3 まとめと今後の展望

- 弾性問題に関しては一般安定理論が完成
- 弾塑性不安定現象の解明が大きく進歩

- 実務との関わり
- 計算機と弾塑性離散化解析の進歩
- 変形性能評価の重要視
- 局所化現象の理論的解明

今後の課題

- 弾塑性多重分岐
- 動的安定問題

第5章 材料特性

名古屋工業大学

小畑 誠

内容

- 5.1 概説
- 5.2 材料強度
- 5.3 弾性
- 5.4 塑性
- 5.5 その他
- 5.6 まとめ

内容

強度特性の変動要因（旧版の増補）

応力ひずみ関係（新規に追加）

弾性，塑性

最近，一般化してきた弾塑性有限変形解析
への適用を念頭においた

5.2 材料強度

■ 材料の機械的性質（基本的に旧版を承継）

- － ヤング率, 上下降伏点, 引張り強さ等
- － 鋼種, 板厚, 切出位置を変動要因として調査し統計的に整理

（追補した点）

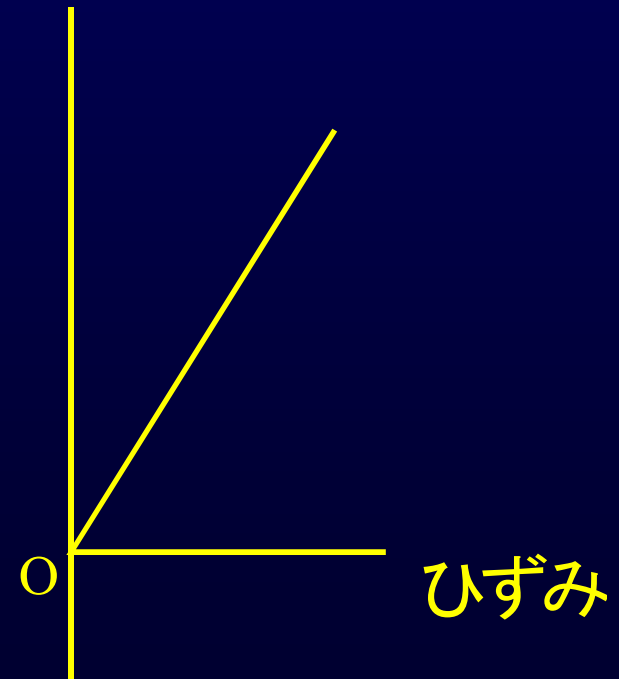
新しいデータの所在に言及

他のデータと比較時には特性値の定義に注意, 特に降伏点が上降伏点か下降伏点か

5.3 弾性(その1)

- 弾性 通常, 鋼材では線形弾性であり, 特性値としてヤング率とポアソン比を用いる
 - 鋼種による変動は小さい
 - 異方性は圧延により生じるが小さい

応力



5.3 弾性(その2)

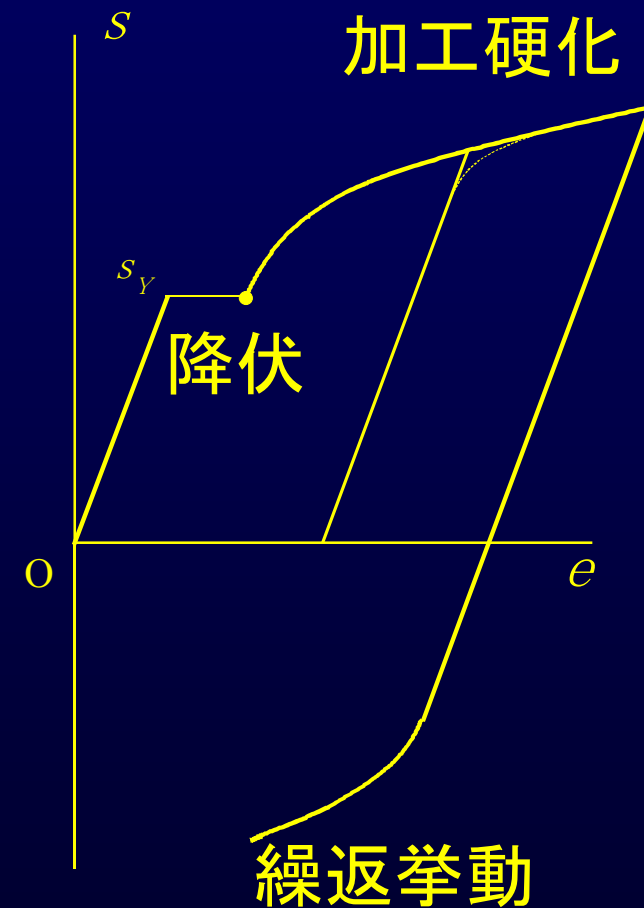
■ 超弾性(ゴムの弾性)

- ポテンシャル関数の存在を仮定する弾性
- 通常は有限変形問題として扱うべき
 - » 変数に注意(対数ひずみか, グリーンのひずみか等)
- 材料定数
 - » 異方性が高い(ヤング率とポアソン比だけでは不十分)
 - » 汎用プログラムが材料定数の決定法に対応している場合がある.

5.4 塑性(その1)

■ 降伏後の挙動

- 応力状態が経路依存性を持つ
- 応力とひずみの関係が非線形になる



5.4 塑性(その2)

- 塑性状態の応力ひずみ関係を記述するための基本要素
 - ✓ 降伏条件: 降伏しているか否か
 - ✓ 加工硬化則: 塑性変形と応力との関係
 - ✓ 繰返挙動: 広くいうと載荷経路の変化に対する挙動

以上の三個の要素が記述できればよい

5.4 塑性(その3)

■ 降伏条件

1軸応力:

$$s = s_y$$

多軸応力: 理論的な制約あり

■ 加工硬化, 繰返挙動

理論的制約は少ない, 基本的には実際の現象にあうように決めればよい.

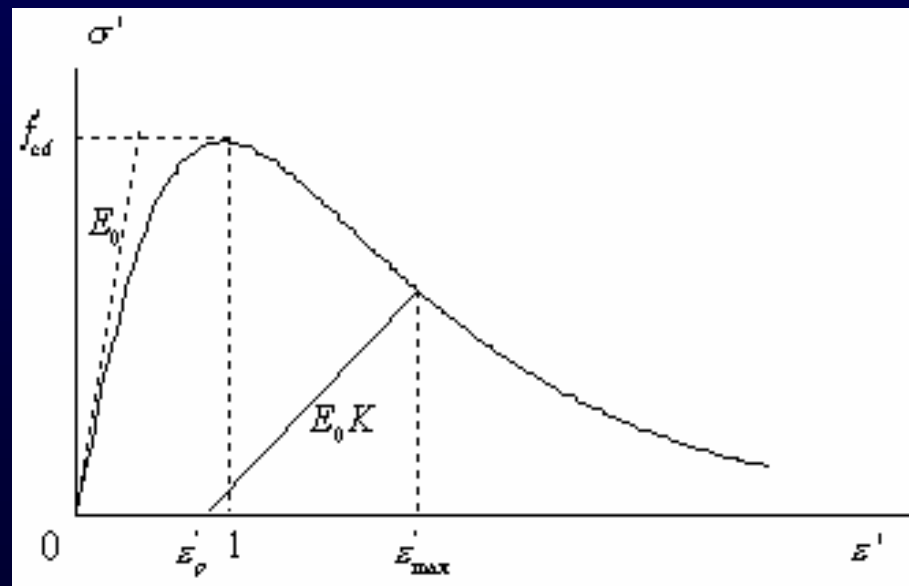
等方硬化, 移動硬化, 混合硬化をはじめ多数の硬化則が提案されている.

- 解析目的にあわせて使いわければよい. -

5.4 塑性(その4)

■ コンクリート材料の塑性

- 脆性材料特有の履歴挙動を示す.
- 土木学会のコンクリート標準示方書の例を引いて説明



圧縮時のコンクリートの挙動

5.5 その他

- ひずみ速度依存性
 - 土木構造物では一般的に影響は少ない
 - ひずみ速度大→応力大
- 塑性理論の一般応力状態への拡張
 - 通常は一軸応力での挙動を基本とする
 - 最も簡単な事例を提示

まとめと今後の展望

構造物の性能評価設計のために
高度な数値解析が不可欠

✓ 幾何学的非線形

✓ 材料非線形

汎用プログラムを使ううえでは
理論の適用限界に対する認識が重要

第6章 初期不整

愛知工業大学

鈴木 森晶

内容

- 6.1 概説
- 6.2 初期たわみ
- 6.3 残留応力
- 6.4 まとめと今後の展望

内容

本章の位置づけ

- ・ 初期不整の概説
- ・ 旧版の内容のうち，最近の精緻な数値解析を行う上で考慮すべき内容を抜粋
- ・ 道路橋示方書との比較

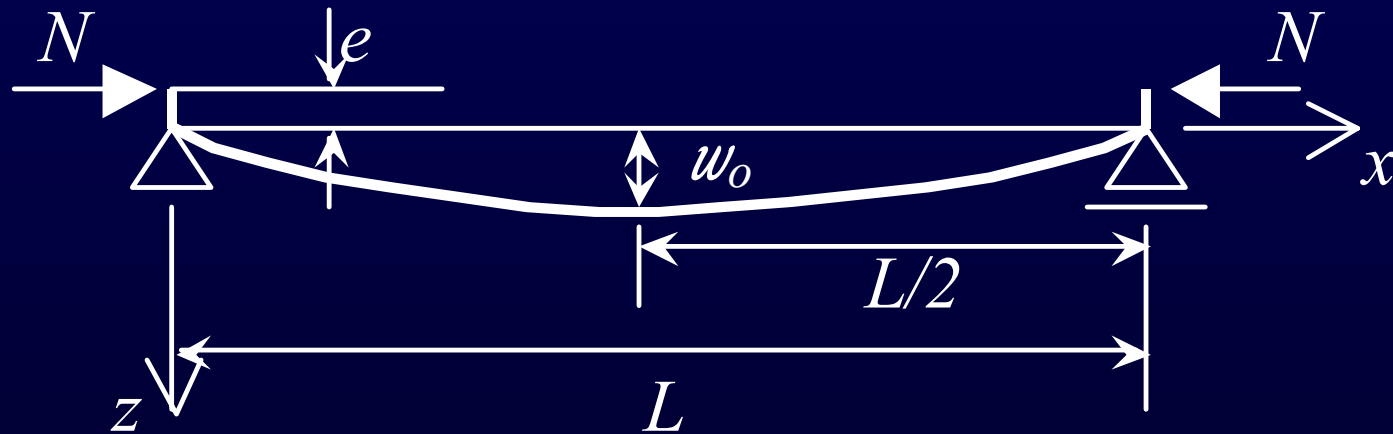
6.2.1 概説と数値解析を行う際の初期たわみ

- ・ 初期たわみの注意すべき点
- ・ 数値解析を行う際に考慮すべき点

などを概説

6.2.2 構造部材の初期たわみと偏心

柱，桁，自由突出板，圧縮板，腹板，ダイヤフラムなどについて初期たわみの与え方を紹介



単純支持柱の例

6.2.3 初期たわみ規定

道路橋示方書の規定と本ガイドラインで推奨している初期たわみの量について比較一覧を示す。

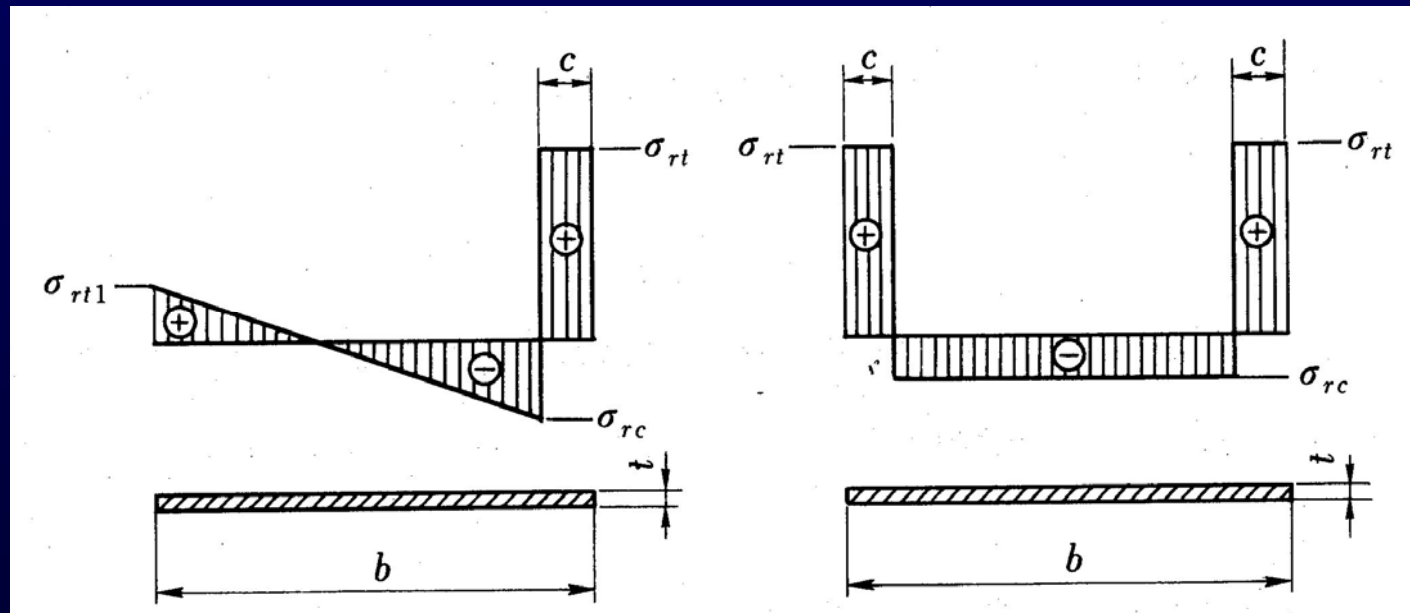
6.3.2 残留応力の計測法

代表的な残留応力の計測法の紹介

- A 応力緩和法
- B X-線回折法
- C 応力に敏感な材料の使用による方法
- D 亀裂法
- E 磁歪法(じわいほう)

6.3.3 残留応力の大きさと分布

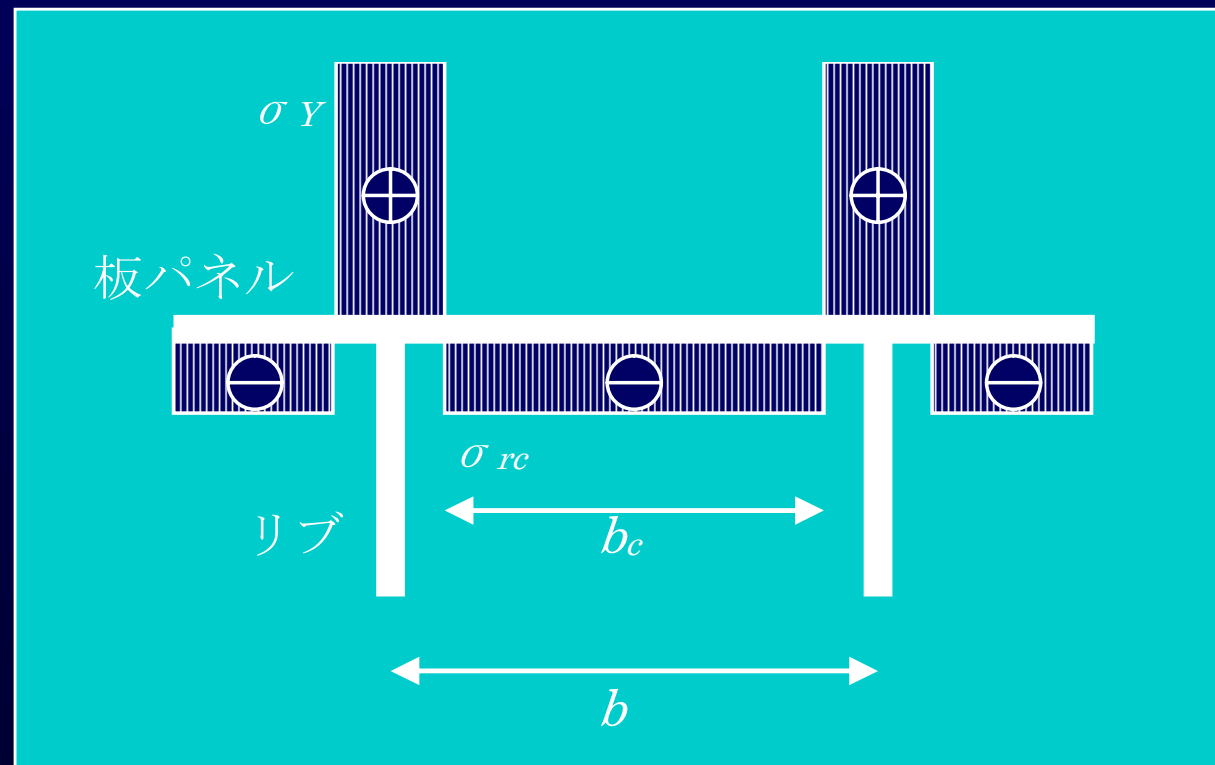
圧延材，ガス切断の場合，パイプ部材，補剛板などに関して，代表的な残留応力分布を紹介



(a) 一端のみガス切断 (b) 両端をガス切断
ガス切断による残留応力分布

6.3.4 数値解析における残留応力

数値解析で考慮すべき残留応力量を説明



板パネル部分の残留応力量の例

まとめと今後の展望

- 最近では、新たなデータの蓄積がほとんど行われていない。
- 極厚の板に対する検討や火災等を想定したような高温下での研究は一部で行われている。
- 非接触型の初期不整計測方法が開発されその精度は向上している。
- 初期不整量そのものは製作現場の努力により小さくなっている。
- 残留応力の残りにくい溶接方法など、材料レベルでの改善も行われている。
- 最近では、初期不整を考慮したより精緻な解析が主流。
- 本書の初期不整量の最大値を与える傾向が強い。
- 大まかな傾向をつかむための解析では、初期不整を導入せずにモデル化を行っている場合もある。
- 解析に導入する初期不整量も時代と共に、また用途に応じて変化する必要があるのかも知れない。

第7章 数値解析手法・ベンチマーク

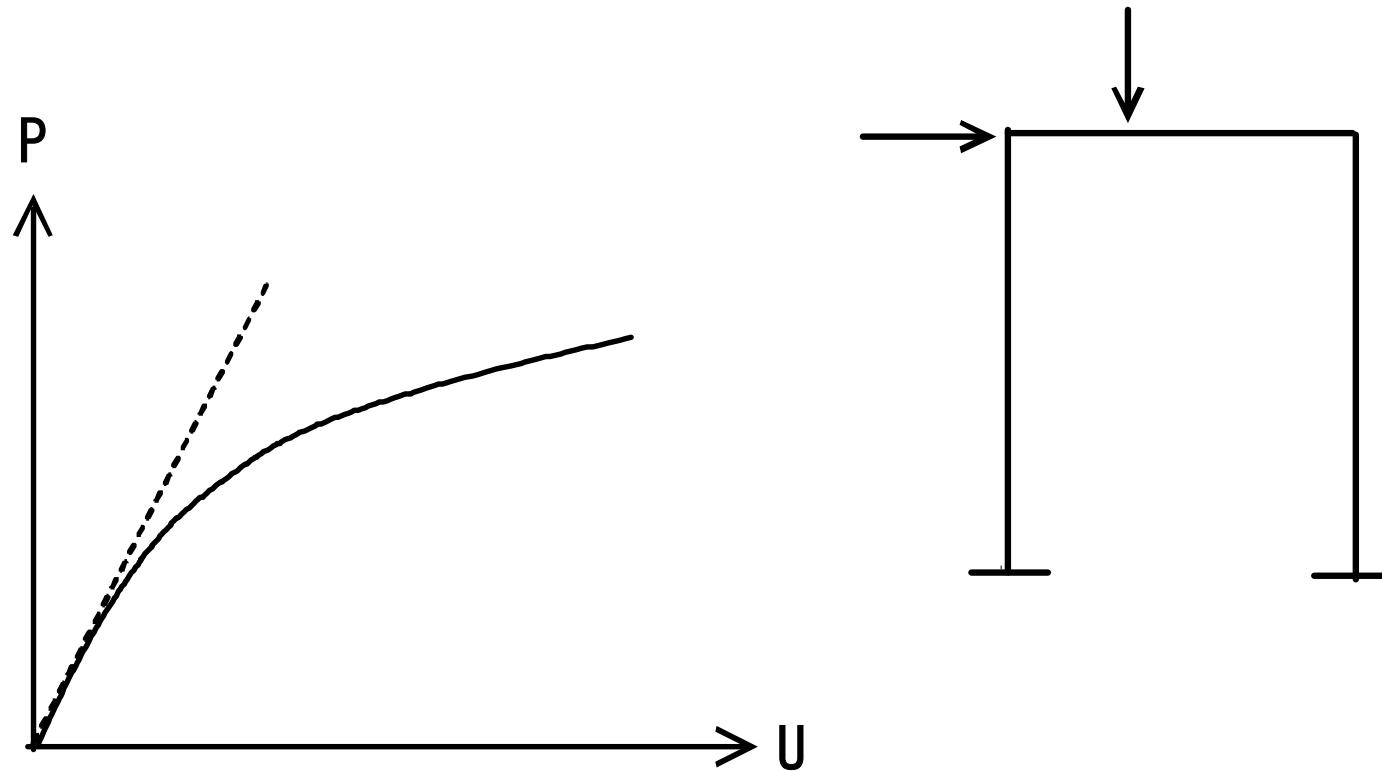
名古屋工業大学
九州工業大学

後藤 芳顯
山口 栄輝

内容

- 7.1 概説
- 7.2 幾何学的非線形解析と複合非線形解析
- 7.3 有限要素法による各種安定解析
- 7.4 数値計算結果
- 7.5 まとめと今後の展望

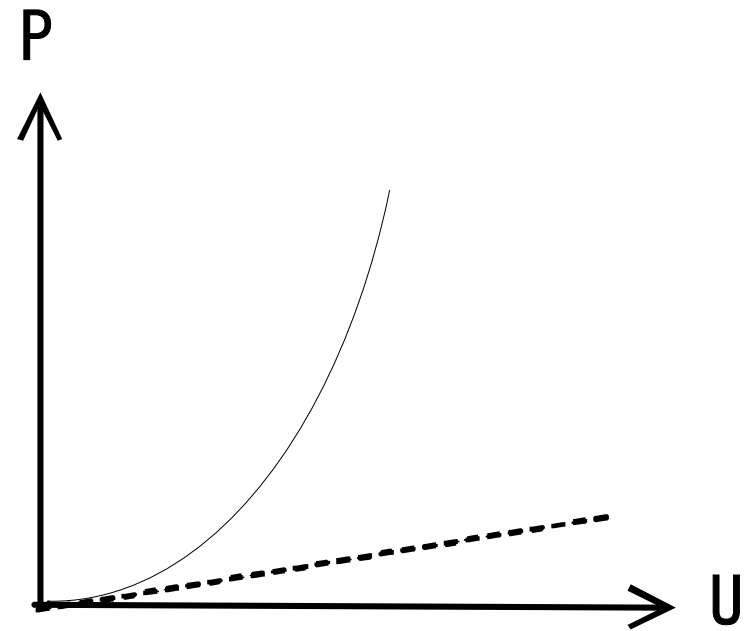
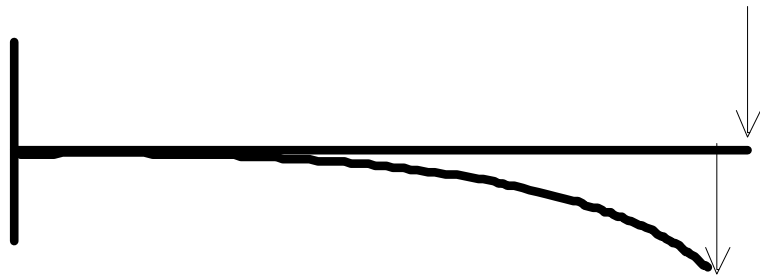
7.1 概説



非線形応答

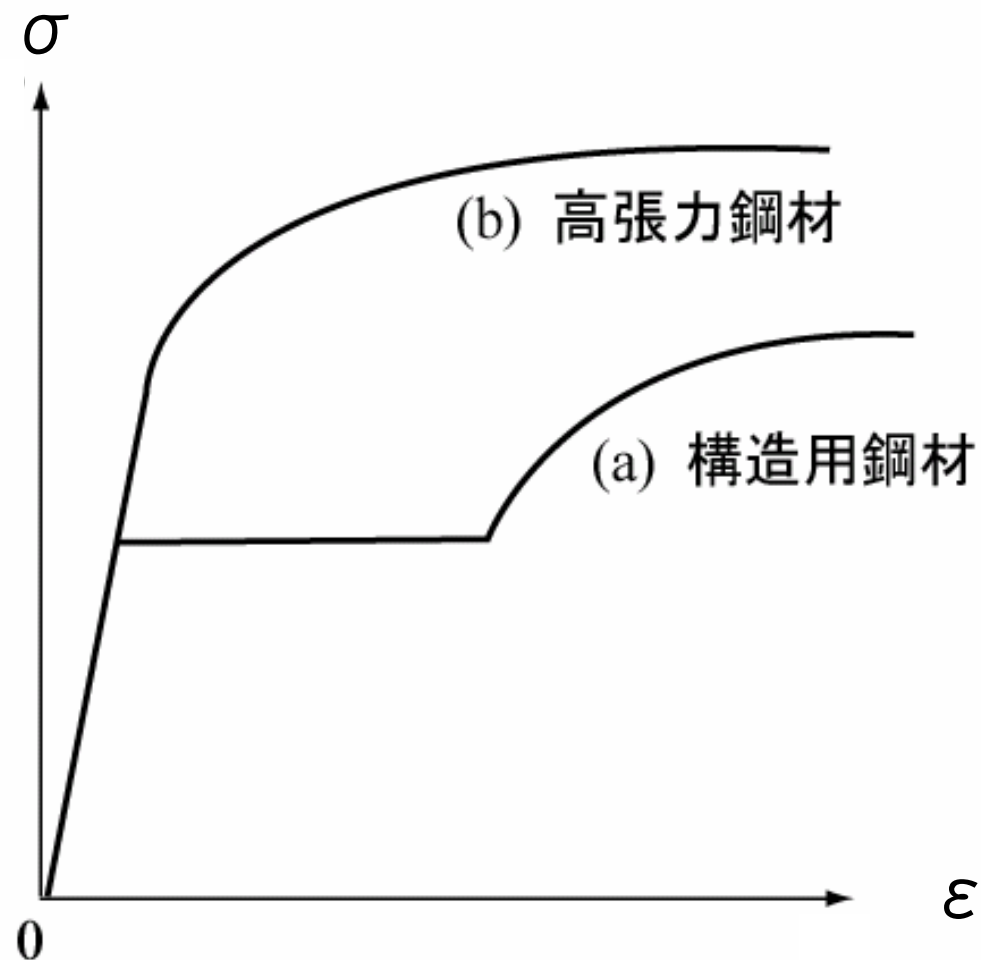
7.2 幾何学的非線形解析と複合非線形解析

幾何学的非線形



7.2 幾何学的非線形解析と複合非線形解析

材料非線形



7.2 幾何学的非線形解析と複合非線形解析

複合非線形解析 =

幾何学的非線形 + 材料非線形

7.2.1 幾何学的非線形解析

解析法	変位	ひずみ
有限ひずみ・有限変位解析	大	大
微小ひずみ・有限変位解析	大	小
2次解析	比較的小	小
微小変位解析	小	小

7.2.2 複合非線形解析

材料の非線形な応力・ひずみ関係

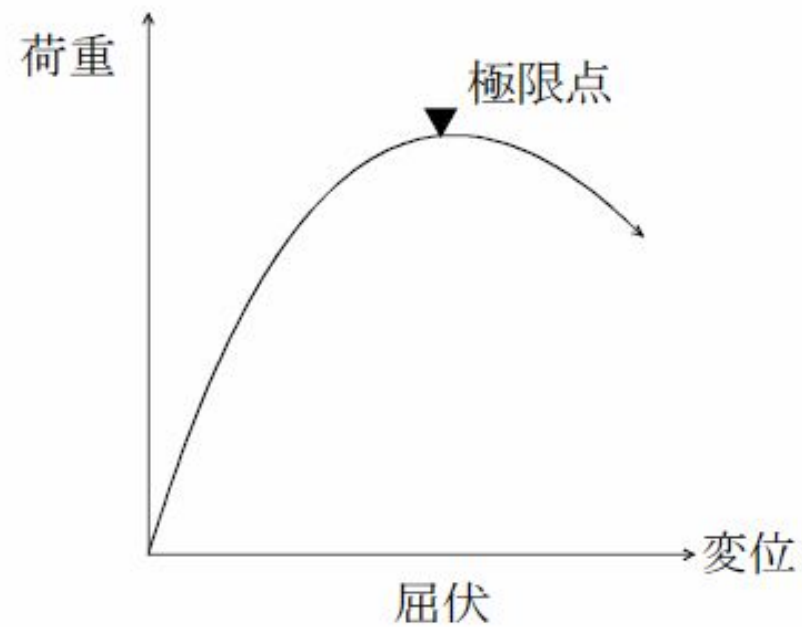
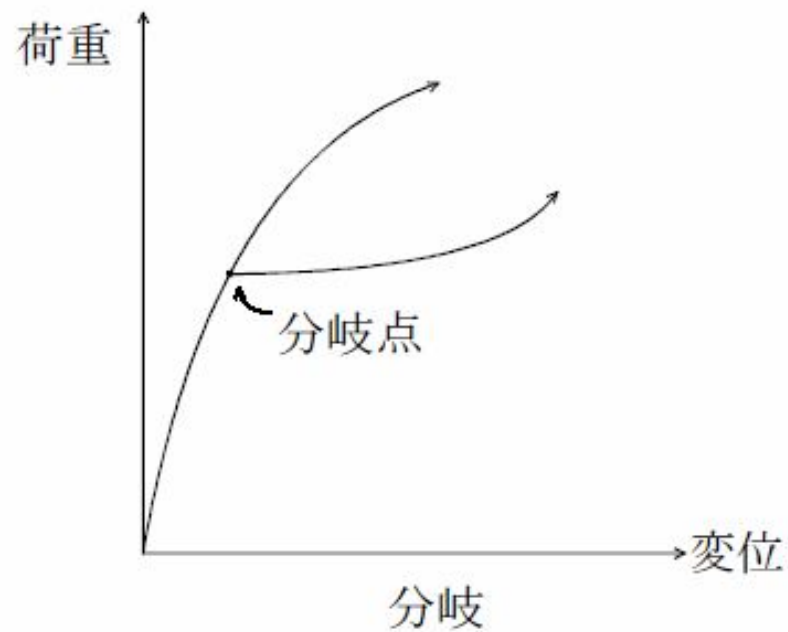
鋼材: 塑性モデルが一般的

単調載荷 等方硬化則, 移動硬化則,
混合硬化則

繰り返し載荷 修正2曲面モデル,
3曲面モデル

7.3 有限要素法による各種安定解析

7.3.1 不安定挙動と実務における解析の現状



7.3.1 不安定挙動と実務における解析の現状

分岐挙動	不安定挙動の理解
座屈解析	有効座屈長の算定
	初期たわみの設定

極限点解析	実構造物の終局挙動
耐荷力解析	

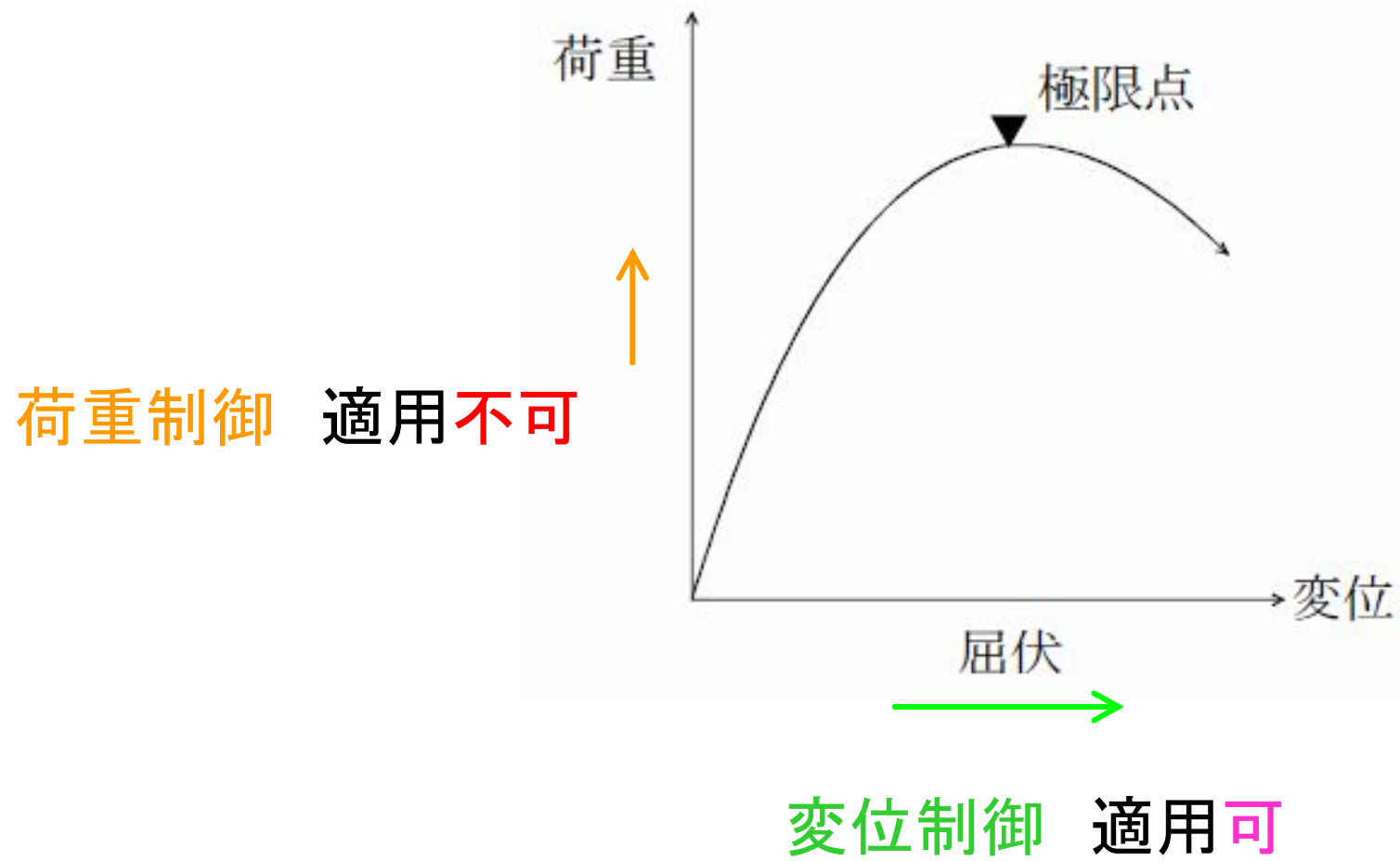
7.3.2 座屈解析

線形座屈解析 $|K_E + \lambda K_G(\bar{N})| = 0$

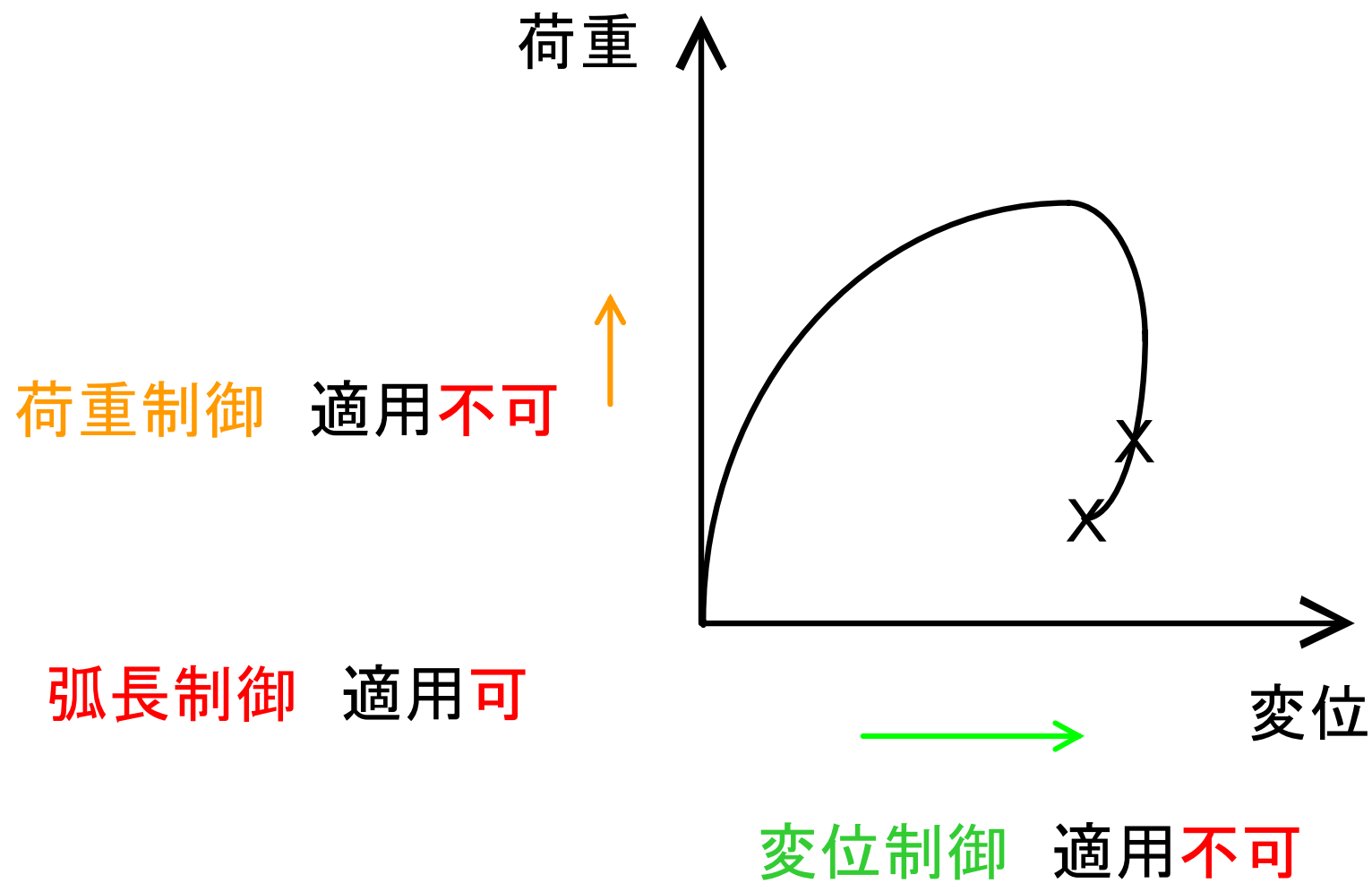
座屈前の変形無視

$$l_{\alpha ef} = \pi \sqrt{\frac{EI_{\alpha}}{\lambda_{cr} \bar{N}_{\alpha}}}$$

7.3.3 耐荷力解析

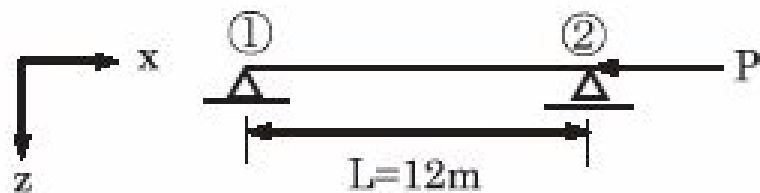


7.3.3 耐荷力解析

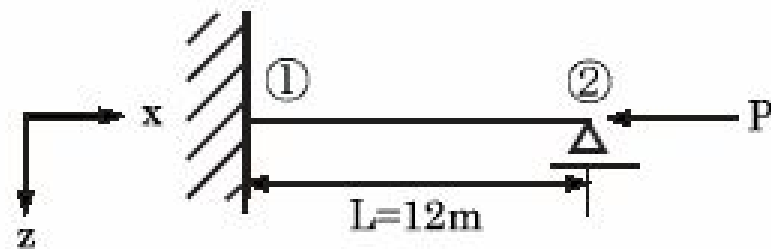


7.4 数値計算結果

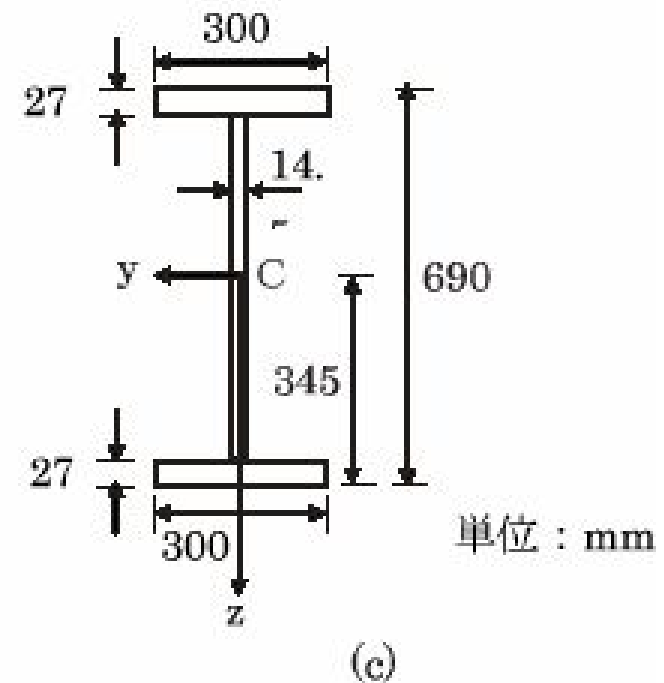
7.4.1 柱の座屈(オイラー座屈)



(a) 両端単純支持



(b) 固定－単純支持



ABAQUS B23(はり要素)

7.4.1 柱の座屈(オイラー座屈)

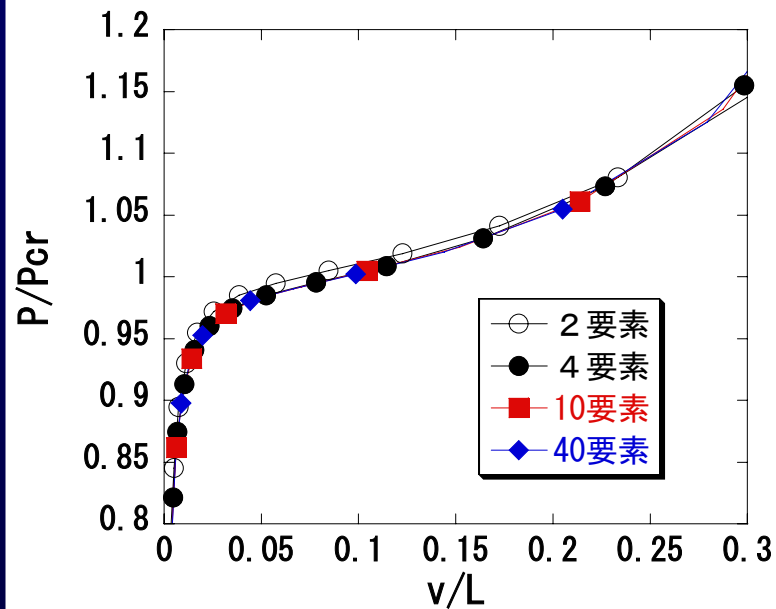
(a) 両端単純支持 (厳密解 $P_{cr} = 1.751 \times 10^3$ kN)

項目	要素数				
	1	2	3	5	10
最小座屈荷重 ($\times 10^3$ kN)	2.129	1.764	1.752	1.751	1.751

(b) 固定-単純支持 (厳密解 $P_{cr} = 3.582 \times 10^3$ kN)

項目	要素数						
	1	2	3	5	10	20	40
最小座屈荷重 ($\times 10^3$ kN)	5.323	3.674	3.604	3.585	3.583	3.582	3.582

7.4.1 柱の座屈(オイラー座屈)

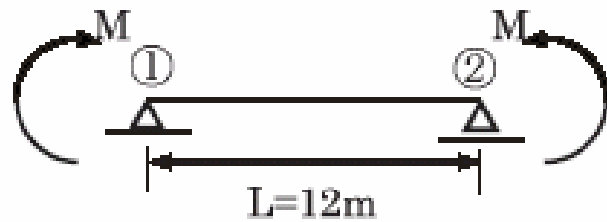


(a) 両端単純支持

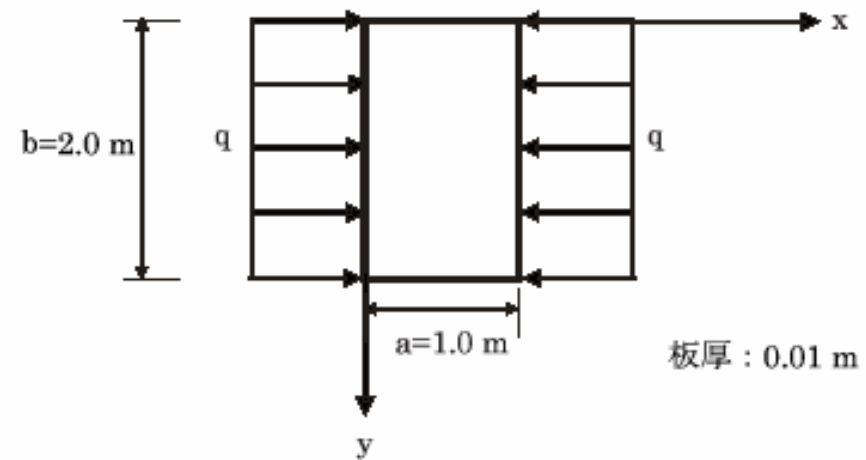
項目		P/P_{cr}			
	要素数	1	1.015	1.063	1.152
v/L	厳密解	0	1.100×10^{-1}	2.110×10^{-1}	2.965×10^{-1}
	2 要素	6.543×10^{-2}	1.097×10^{-1}	2.086×10^{-1}	3.060×10^{-1}
	4 要素	9.058×10^{-2}	1.306×10^{-1}	2.148×10^{-1}	2.968×10^{-1}
	10 要素	9.250×10^{-2}	1.317×10^{-1}	2.164×10^{-1}	2.986×10^{-1}
	40 要素	9.275×10^{-2}	1.318×10^{-1}	2.164×10^{-1}	2.987×10^{-1}

7.4.2 横ねじれ座屈

7.4.3 板の座屈



横ねじれ座屈



板の座屈

7.5 まとめと展望

- ・非線形解析法・ソフトウェア，計算機能力の向上 → 実務設計への導入
- ・非線形解析：モデル化，要素分割，増分量，収束計算の許容誤差
- ・非線形解析教育，ベンチマークの充実