

## 第 編 一般論及び付録

### A - . 4 信頼性理論に基づく作用組み合わせの方法

ここでは、構造物に作用する複数の作用によって生ずる作用効果の組み合わせ解析を確率論的に行う一つの方法について示す。なお、作用効果のモデル化ならびに作用組み合わせ解析を行うに際して、以下の仮定を設ける。

- 1) 全作用効果をスカラー量で表す。
- 2) 作用から作用効果への変換は線形である。
- 3) 作用効果相互の従属性は考慮しない。
- 4) 作用効果をパルス過程でモデル化するが、パルス間の従属性は考慮しない。

#### ( 1 ) 作用モデル

作用には、固定作用（死荷重）のように構造物に常時作用するものばかりではなく、走行作用（活荷重）温度作用、風作用のように一定期間だけ作用して後は作用しないか、作用していても無視できるほど小さいものがある。さらに、地震作用のように通常は作用しないが、まれに生じてごく短期間だけ作用するものもある。Ferry Borges, J.とCastanheta, M.はこのような作用の特性をうまくとらえ実際の作用過程をかなり単純化したモデルを提案している<sup>1)</sup>。このモデルは、B-C(Borges-Castanheta)モデルと呼ばれ、作用モデルとしてよく用いられている。このB-Cモデルは図-1に示すようなパルス過程であり、各作用過程 $\{X_i\}$ に対して構造物の耐用期間 $T$ をそれぞれの作用ごとに等しい基本時間区間 $\Delta t$ でいくつかに分け、その基本時間区間内では一定の強さで荷重が作用するものとする。ただし、各基本時間区間内では作用は同一の分布法則に従い、また互いに独立とする。

B-Cモデルのタイプとしては、図-1に示すように(a),(b),(c)の3種類がある。

(a)Basic type : 構造物の耐用期間 $T$ のどの基本時間区間 $\Delta t$ においても荷重がゼロとならない場合。

(b)Mixed type : いくつかの基本時間区間 $\Delta t$ において作用がゼロの値をとる場合。

(c)Limiting spike type : 比較的まれに生じ、短期間存続するような過渡的な作用の場合。

それぞれのタイプの作用 $X(t)$ の最大値の分布関数を表-1に示す。ただし、表中の $F_x^*(x)$ は、作用 $X(t)$ の非ゼロにおける確率分布関数、 $p$ は作用 $X(t)$ が各基本時間区間でゼロとならない確率、 $\lambda$ は作用 $X(t)$ の発生率である。

このモデル化の利点は、実際の作用を相当に単純化しているために各作用の最大値の分布関数を求めることが比較的簡単であり、また作用組み合わせを考える場合、各作用の和の最大値の分布関数も同時に求めやすいことである。ただし、このモデルを用いて作用組み合わせ解析を行う場合、あるいは $p$ 、 $\lambda$ などの値のとり方によってかなり結果が異なってくるため、それらの値

の設定には注意を要する。また作用の実デ - タからこれらの値を決めることが難しいという欠点もある。

## (2) 作用組み合わせ解析法

B-C 作用過程でモデル化した作用の組み合わせについて考える。2 種類以上の作用を考えると、通常は耐用期間中の同一時点において各作用が、それぞれ最大値に達することは考えられない。従って、作用過程  $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$  の組み合わせについて

$$\max_{\Theta} \{X_1(t) + X_2(t) + \dots + X_n(t)\} = \max_{\Theta} \{X_1(t)\} + \max_{\Theta} \{X_2(t)\} + \dots + \max_{\Theta} \{X_n(t)\} \quad (1)$$

とするのは、あまりにも安全側すぎる。しかし、上式の左辺は非常に複雑な確率変数であり、実用上取り扱うには不便であるから何らかの近似を行わなければならない。そこで、B-C モデルに対して Turkstra 規則<sup>1),2)</sup>を適用する。これは、式(1)の左辺を

$$\begin{aligned} Z_1 &= \max_{\Theta} \{X_1(t)\} + X_2(t^*) + \dots + X_n(t^*) \\ Z_2 &= X_1(t^*) + \max_{\Theta} \{X_2(t)\} + \dots + X_n(t^*) \\ &\vdots \\ Z_n &= X_1(t^*) + X_2(t^*) + \dots + \max_{\Theta} \{X_n(t)\} \end{aligned} \quad (2)$$

で置き換える方法である。ここに、 $t^*$ は時間軸上の任意の一点である。この規則に従えば、構造物の信頼性は、各作用がそれぞれの最大値に達する各時点においてのみチェックされることになる。従って、構造物の信頼度は過大に評価されることになるが、この過大評価は通常小さいということが示されている<sup>1)</sup>。この Turkstra 規則を B-C モデルに適用した例として作用数  $n=3$  の場合を示す。それぞれの作用は期間  $T$  においてそれぞれ荷重繰返し回数  $n_1, n_2, n_3$  を有する長方形パルス過程である。ただし  $n_1, n_2, n_3$  とする。

$$\begin{aligned} Z_1 &= \max_{i=1,2,\dots,n_j} \{X_1(t)\} + \max_{j=1,2,\dots,n_2/n_1} \{X_2(t)\} + \max_{k=1,2,\dots,n_3/n_2} \{X_3(t)\} \\ Z_2 &= \{X_1(t)\} + \max_{j=1,2,\dots,n_2} \{X_2(t)\} + \max_{k=1,2,\dots,n_3/n_2} \{X_3(t)\} \\ Z_3 &= \max_{i=1,2,\dots,n_j} \{X_1(t)\} + \{X_2(t)\} + \max_{k=1,2,\dots,n_3/n_2} \{X_3(t)\} \\ Z_4 &= \{X_1(t)\} + \{X_2(t)\} + \max_{k=1,2,\dots,n_3} \{X_3(t)\} \end{aligned} \quad (3)$$

$n=3$  の場合は、作用の組み合わせとして 4 種類を検討すればよい。一般に  $n$  個の作用を考えると、 $2^{n-1}$  種類の相異なる組み合わせを考慮すればよい。

ここでは、例として固定作用 (死荷重) ( $D$ )、走行作用 (活荷重) ( $L$ )、温度作用 ( $T$ )、および地震作用 ( $E$ ) の 4 つの荷重の組み合わせを考える。ただし、固定作用 (死荷重) は確定量と考える。固定作用 (死荷重) を確定量としているので、固定作用 (死荷重) のみを考える場合を除いた実作用の組み合わせとして、以下に示す 7 種類が存在する。

Case 1 $D+L$	固定作用（死荷重）+ 走行作用（活荷重）
Case 2 $D+T$	固定作用（死荷重）+ 温度作用
Case 3 $D+L+T$	固定作用（死荷重）+ 走行作用（活荷重）+ 温度作用
Case 4 $D+E$	固定作用（死荷重）+ 地震作用
Case 5 $D+L+E$	固定作用（死荷重）+ 走行作用（活荷重）+ 地震作用
Case 6 $D+T+E$	固定作用（死荷重）+ 温度作用+ 地震作用
Case 7 $D+L+T+E$	固定作用（死荷重）+ 走行作用（活荷重）+ 温度作用+ 地震作用

### (3) 構造物の信頼性の評価法

B-C モデル<sup>1)</sup>に Turkstra の組合せ規則<sup>2)</sup>を適用したときの構造物の信頼性を Hasofer-Lind 型<sup>1)</sup>の信頼性指標 $\beta$ によって評価する。抵抗強度は固定作用（死荷重）と同様に確定量と考え、終局限界状態の応力度 $\sigma^*$ とする。また各作用については、仮に任意時点の分布が正規分布であっても B-C モデルの Mixed type と Limiting spike type を用いてモデル化しているので、パルス過程としての確率分布は表 - 1, 表 - 2 に示す非正規分布関数になる。従って、安全性指標 $\beta$ を求めるに際して次式(4)によって正規分布による近似を行う必要がある<sup>1)</sup>。

$$\begin{aligned} \mu'_{X_i} &= X_i^* - \phi^{-1}\{F_{X_i}(X_i^*)\} \cdot \sigma'_{X_i} \\ \sigma'_{X_i} &= \frac{\phi\left[-\phi^{-1}\{F_{X_i}(X_i^*)\}\right]}{f_{X_i}(X_i^*)} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、

$$X_i^* = F_{X_i}^{-1}\{(\beta\alpha_i)\}$$

上式(4)において、 $\mu'_{X_i}, \sigma'_{X_i}$  は近似した後の  $X_i$  の平均値、標準偏差であり、 $X_i^*$  は設計点における  $X_i$  の座標値を示し、また  $\phi(\dots)$  は標準正規確率密度関数、 $\phi^{-1}(\dots)$  は標準正規確率分布関数の逆関数である。

さて、各作用間の相関を考えないことにすると、以下に示す式(5)により 4 つの作用組み合わせのもとでの  $\beta$  が評価できる<sup>1)</sup>。

$$\begin{aligned} \beta &= \left( \sigma^* - \sum C_{X_i} \mu'_{X_i} \right) / \left( \sum_{i=1}^4 C_{X_i} \sigma'_{X_i} \alpha_i \right) \\ \alpha &= \frac{C_{X_i} \sigma'_{X_i}}{k} \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$k = \sqrt{\sum_{i=1}^4 C_{X_i}^2 \sigma_{X_i}^2}$$

ここに、 $X_1, X_2, X_3, X_4$ はそれぞれ各作用の確率変数であり、 $C_{X_i}$ は作用 $X_i$ を各着目点において応力レベルに変える変換係数である。この式(5)に  $\mu_{X_i}$ の初期値を代入して繰返し計算を行うことによって  $k$ が得られる。Turkstra の組み合わせ規則にしたがって各作用の最大時を考えると、表 - 1 および表 - 2 に示す最大値または任意時点の分布関数と、その導関数である確率密度関数をそれぞれの作用が最大値か任意時点のどちらを対象とするかで使い分ける。上述の 7 つの各組み合わせ Case について採用する  $k$ は、Turkstra の組み合わせ規則における各作用の最大時における  $k$ のうちで最小のものとすればよい。

#### (5) 信頼性理論に基づいた設計法

ここでは、作用の不確定性を考慮した合理的な設計法として信頼性理論に基づいた部分安全作用係数設計法を提案する。具体的には、限界状態設計基準式を提案し構造物の違いにかかわらず目標信頼度を確保するための最適な作用係数の算定方法<sup>3),4)</sup>を紹介する。

##### 1) 部分安全係数(作用係数)設計法

部分安全係数(許容応力)設計法の設計規準式は以下のように示される。

$$\gamma_g \cdot \sum_{i=1}^n (\gamma_i \cdot \sigma_i) \leq \varphi \cdot \sigma_y \quad (6)$$

$\gamma_g$  : 構造物の重要度係数

$\gamma_i$  : 作用  $i$  に対する作用係数

$\sigma_i$  : 作用  $i$  によって部材に生じる応力

$\varphi$  : 耐力係数

$\sigma_y$  : 使用材料の降伏点応力度

従来の許容応力設計法と大きく違うことは、安全率つまり安全性・使用性に対する余裕の確保の方法で、そこでは、安全性・使用性の余裕の程度を外力(作用効果)に関する余裕と耐力に関する余裕に分離し、作用係数  $\gamma_i$  や耐力係数  $\varphi$  などによって確保することができる。信頼性設計法の利点は、外力や耐力の不確かさの程度や安全性・使用性についての信頼度を考慮できることである。

##### 2) 作用係数の算定法

ここでは、作用係数の算定において表 - 3 に示す 7 個の設計照査式を設け、それぞれの照査式に対する作用係数を個別に求める。この表において、 $\gamma_D, \gamma_{L_i}, \gamma_{T_i}, \gamma_{E_i} (i=1 \sim 7)$  はそれぞれ Code ご

と異なる作用係数、 $\sigma_D, \sigma_L, \sigma_T, \sigma_E (i=1\sim 7)$  はそれぞれ現行設計法等で定められている作用の公称値を作用させた場合に各部材の着目点に生じる応力である。これら作用係数の照査式は、現行設計法における設計基準式および荷重の組合せケースを考慮して決定する。また、各照査式の作用係数を評価するときは、設計作用に対応する作用のみを考慮するものと仮定する。以下に作用係数の算定手順<sup>3),4)</sup>を示す。

- 1) 目標信頼性指標  $\beta_T$  を設定する。
- 2) 対象とする照査式において用いられる作用係数を適当に仮定する。
- 3) 仮定された作用係数を用いて照査式を満たすように各構造モデル  $i$  を設計する。
- 4) 決定された構造モデル  $i$  に実働作用が載荷された場合の信頼性指標  $\beta_i$  を計算する。
- 5) 目標信頼性指標  $\beta_T$  と各構造モデルの信頼性指標  $\beta_i$  とで定義される目的関数  $\Omega$  を計算する。

$$\Omega = \sum_{i=1}^{12} (\beta_i - \beta_T)^2 \quad (7)$$

- 6) 目的関数  $\Omega$  が最小となる最適な作用係数の組み合わせが見つかるまで、個々の作用係数を仮定し直してステップ 3) から 5) を繰り返し計算する。

さて、以上に示した方法で具体的な作用係数を算定する場合、重大な問題が生じる。それは、現行設計法で用いられている部材設計の概念である。この概念で不静定構造物の設計を行うと、各部材に対して最も不利な作用の組み合わせを考慮することになり、各部材の作用の組合せが部材ごとに必ずしも一致するとは限らない。作用係数設計法においてもこの部材設計がなされるとすれば、最適な作用係数を求めることが非常に困難になる。例えば、不静定ラーメン構造物を考えると、剛比  $k$  によって梁部の断面が変われば柱部の断面も変化する。また逆も同様である。従って、柱部に対して Code 7 の作用係数を最適にするためには、梁部に対して Code 1 ~ Code 7 を同時に最適にすることが必要となり、つまり表 - 3 に示すすべての作用係数の最適化を行うことが必要になる。このようなことは現実的に不可能であり、またそのように多数の作用係数を算定しても取り扱いに困るだけで実用性がない。

そこでここでは、各部材が同一の設計照査式で設計されるものとして最適な作用係数の算定法を推奨する。この方法を採用すれば、1つの設計 Code の作用係数を算定する場合、他の設計 Code を取り扱う必要がなくなり、単独に作用係数を求めることができる。

#### 参考文献

- 1) P.トフ・クリステンセン、M.J.ベイカー著、室津義定監訳：構造信頼性 - 理論と応用 - 、シュプリンガー・フェアラーク東京、1986。
- 2) C.J. Turkstra and H.O.Madsen: Load Combinations in Codified Structural Design, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.106, No.ST12, pp.2527-2543, 1980-12.
- 3) 北沢正彦、久保雅邦、白木渡、亀田弘行：鋼製橋脚における荷重組合せの解析と荷重係数の試

算, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.761-773, 1987-3.

4)W. Shiraki: Probabilistic Load Combinations for Steel Piers at Ultimate Limit States, Jour. of Structural Safety, 13, pp.67-81,1993.

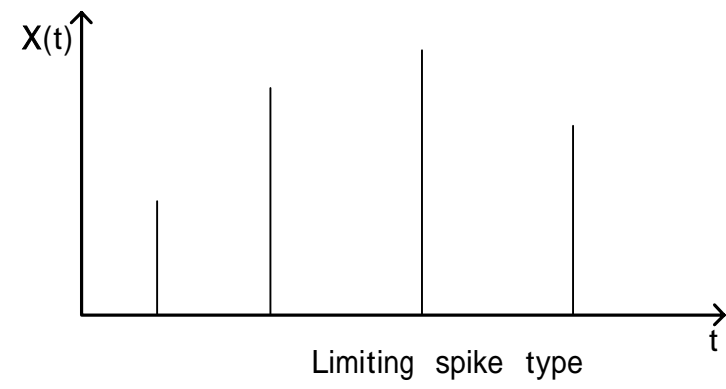
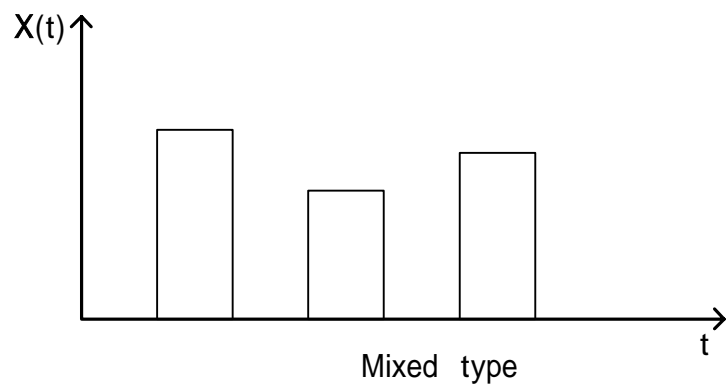
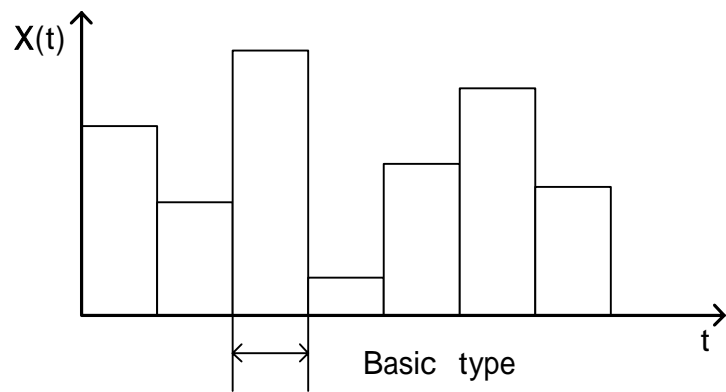


図 - 1 B-C モデル

表 - 1 B-C モデルにおける最大値の分布関数

荷重タイプ	基本時間区間	最大値の確率分布関数
Basic type		$\{F_x^*(x)\}^n$
Mixed type		$[1 - p\{1 - F_x^*(x)\}]^n$
Limiting spike type	0	$\exp[-\nu \cdot \Theta \cdot \{1 - F_x^*(x)\}]$

表 - 2 B-C モデルにおける任意時点の分布関数

荷重タイプ	任意時点の基本時間区間の確率分布関数
Basic type	$F_x^*(x)$
Mixed type	$1 - p\{1 - F_x^*(x)\}$
Limiting spike type	$\exp\left[-\frac{\nu \cdot \tau}{8760} \cdot \{1 - F_x^*(x)\}\right]$

表 - 3 部分安全係数（作用係数）設計法の設計基準

Code	作用係数設計法の照査式
1	$\gamma_D \cdot \sigma_D + \gamma_{L1} \cdot \sigma_L \leq \sigma^*$
2	$\gamma_D \cdot \sigma_D + \gamma_{T2} \cdot \sigma_T \leq \sigma^*$
3	$\gamma_D \cdot \sigma_D + \gamma_{L3} \cdot \sigma_L + \gamma_{T3} \cdot \sigma_T \leq \sigma^*$
4	$\gamma_D \cdot \sigma_D + \gamma_{E4} \cdot \sigma_E \leq \sigma^*$
5	$\gamma_D \cdot \sigma_D + \gamma_{L5} \cdot \sigma_L + \gamma_{E5} \cdot \sigma_E \leq \sigma^*$
6	$\gamma_D \cdot \sigma_D + \gamma_{T6} \cdot \sigma_T + \gamma_{E6} \cdot \sigma_E \leq \sigma^*$
7	$\gamma_D \cdot \sigma_D + \gamma_{L7} \cdot \sigma_L + \gamma_{T7} \cdot \sigma_T + \gamma_{E7} \cdot \sigma_E \leq \sigma^*$



## 付録-I-4 ~~(信頼性理論に基づく)~~作用組み合わせの方法

### 2. 構造物の状態に応じた作用効果組み合わせへの注意

限界状態に関連した作用効果組み合わせの議論で、注意を必要とすることを一点記す。

地震に代表される他の作用のもとで、構造物が終局限界状態に近づいた場合、拘束にもとづく温度応力などは解放される場合がある。設計状況（荷重・作用組み合わせ、要求性能の種類）を想定する際に考慮すべきである。

構造物が健全な状態（弾性状態）における作用効果を、作用の特性を考慮することなく算出し、それを加え合わせて（この際荷重係数を乗ずることもある）終局状態に対する照査にそれを適用することが、慣用計算法としてしばしば行われる。しかし、温度作用に代表される「強制ひずみ」型の作用効果をもつ作用には、これは合理的な結果をもたらさない可能性がある。一般的に構造物は拘束の度合いを大きくするほど、地震などの力学的な作用に対して構造物内部の作用効果の配分が均等化し、設計上も断面を節約できる。例えば橋梁上部構造が橋脚に単純支持されているより、剛結してラーメン構造になっている方がモーメント配分効果があるし、ラーメン橋脚の基礎を単純支持にするか固定支持にするかでも同様のことがいえる。温度作用はこれとは逆で、応力軽減をしようとするれば、拘束をゆるくしてやる必要がある。すなわち、これらの作用のはたらきは、構造形式選択におけるトレード・オフを形成している。それらの重ね合わせは、設計の最適化という意味では、必ずしも好ましい結果をもたらさない。終局状態においてもなお、これら異なる特性の作用の重ね合わせが無視できないのであれば、それを考慮して合理的な構造形式を考えねばならないが、終局状態に至る前に発生する構造物内の剛性低下で温度作用などが解放されるのであれば、あえて重ね合わせをしないということにも、合理的な根拠が認められる。