A－I.2　荷重の不確定性と設計用荷重

(1) 概　要

構造物に作用する荷重は，時間変動特性によって永久荷重，変動荷重，偶発荷重，環境作用およびその他の荷重に区分される．永久荷重とは，荷重の大きさに不確定性はあるが構造物の施工後は時間変動が極めて小さいもので，死荷重（自重），水圧荷重，土圧荷重などである．変動荷重とは，荷重の大きさが時間的に変動するもので，活荷重（交通荷重），雪荷重，風荷重，地震荷重，波浪荷重，温度荷重などである．偶発荷重とは，その大きさや発生頻度に時間依存性が見られないもので，爆発，火災，衝突荷重（落石，土石流）などである．また環境作用とは，力学的，化学的あるいは生化学的に構造材料を劣化させるもの，あるいは安全性や使用性に悪影響を及ぼす要因となるものをいい，湿度，塩分，酸などがある．

本付録では，これらの荷重のうち時間的依存性がある変動荷重について，不確定性の取り扱いの注意点をまとめ，設計用荷重の設定方法の要点を説明する．最後に，データ数が少ない場合の特性値の設定方法について紹介する．

(2) 時間的依存性がある変動荷重

風荷重や地震荷重などは時間変動があるだけでなく，その最大値も計測時間によって異なることになる．すなわち，計測時間を長くすればするほど，大きな値が得られることになる．もちろん，物理的にこれらの上限値が存在するであろうが，限られたデータから推定することは現実的には困難である．したがって，限られた期間中に出現するであろう最大値をいかに推定するかが，変動荷重を設定するときの問題である．信頼性においてこのような時間依存問題は２つの種類が議論されている．

・超過荷重（初通過）破壊
・疲労や他の累積破壊

時間依存性は，荷重作用や強度（劣化）の変動に起因する．一般に，時間に依存する量は確率過程で表現する必要がある．初通過破壊の場合は，単一荷重作用過程は，破壊確率を計算する対象期間にわたる不確定性を表す確率分布に置き換えられる．平均値としては，基準期間における最大値の期待値をとり，そのランダムな不確定性を考慮する．

今，単純にある１つの地震動の最大強度（たとえば，最大加速度）に着目すると，ある期間中に発生する地震動の大きさは頻度に関係する．小さな地震動は多い頻度で出現し，大きな地震動の頻度は少ない．ある大きさの地震動の発生をポアソン分布と仮定すると，再現期間は平均発生間隔となり，頻度の逆数で表される．

地震荷重の設計用荷重を，頻度を考慮して設定することに関しては今だ議論があり，結論は出ていないが，構造物の供用期間が短く，人的影響も小さいと考えられるときには物理的上限値を設定する必要はないであろう．米国ではノースリッジ地震やロマプリータ地震を受け，カリフォルニア技術者協会では Vision2000 の中で，再現期間に基づく性能マトリクスを作成した．このマトリクスによれば，構造物ごとに重要度と性能の照査を設定するものである．このような地震の設計用荷重の設定法は確率論的評価法と呼ばれている．

近年，設計法の国際化で標準となっている部分係数法において，設計用荷重とはいう表現は何

を指すのであろうか．部分係数法では，基本的に荷重であれば代表値や特性値に部分係数を乗じて設計値とし，限界状態に対する性能照査を行う． 特殊な場合には直接に設計値を算定することもあるが，この場合も部分係数を 1.0 として設計値と特性値は同じと考えることもできる．設計用荷重はこの両方の意味を含んでいると考えられる．

(3) 変動作用の統計的特性および特性値の推定

ここでは，観測から特性値を推定する場合に使用できる方法を示す．それ以外の場合には，特性値の推定は主観的判断によらざるを得ない．この方法は，作用(あるいは，作用を引き起こす事象) が１次元のエルゴード確率過程によって記述される簡単な場合に適用され，多次元確率過程に対しても，同様の基本原則を用いることができる．

変動作用の特性値とは基準期間中に望ましくない方向に超過する確率を考慮して選ばれる．これに従うと，特性値を定義するには以下のふたつのパラメータを定める必要がある．

・基準期間 t_r

・規定確率$(1-p)$：非超過確率を p とする

注: もし，全ての時間 t_iおよび全時間間隔τに対して，確率変数 $X(t_i+\tau)$が $X(t_i)$と同一の確率分布を有するとき, その過程 $X(t)$は定常であるという. ただし, t_iと$(t_i+\tau)$は基準期間内のある時点とする．もし，ある時刻の変数 X の平均が，期間 t 内で平均したものと同一であれば，その過程はエルゴード性を有するという．

作用は，図 1 のように単位観測期間と呼ばれる r 個の等時間間隔τに分割される全期間で観測されているとする．そして，単位観測期間内の作用の最大値 Q が定められる．また，たとえば，順序統計量を利用して r 個の観測から Q の確率分布 $F_Q(Q)$を定める方法や，確率過程から直接定める方法もある．

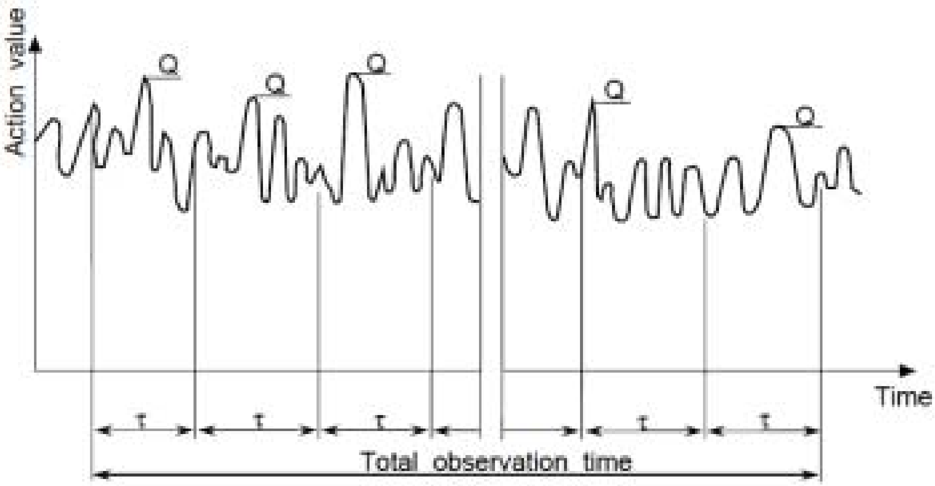

図１　作用過程

$F_Q(Q)$の観測値を図 2 のように代表的な確率分布関数にあてはめることが有効な場合が多い. ただし，このように行えば，この分布関数は厳密に言えば，観測値の範囲内でしか有効でないという一近似であることを認識することが重要である．

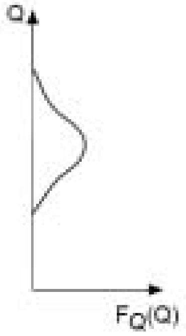

図２　確率密度関数 $F_Q(Q)$

特性値 Q_k は次式から得られる．

$$F_Q(Q_k) = p^{\tau/tr} \tag{1}$$

Q_k を特徴付けるには，Q_k を超過する事象間の平均期間として定義される再現期間 T を用いると便利な場合がある．T は次式から計算される．

$$T = \frac{\tau}{1 - F_Q(Q_k)} = \frac{\tau / t_r}{1 - p^{\tau/tr}} t_r \tag{2}$$

もし，$F_Q(Q)$が1.0に近いならば，Tはτとほとんど独立となり，次式で近似できる．

$$T = \frac{1}{\ln(1/p)} t_r \tag{3}$$

再現期間は多くの場合，特性値を定義するのに最もわかりやすいパラメータである．50年から100年の再現期間は通常の本設構造物の設計で用いられる作用特性値としては妥当なものとなっている．多くの場合，特性値は観測値がそれを越えるような事象は極めてまれとなるように選ばれる．したがって，特性値の推定には統計的不確定性を考慮しなければならない．もし，基準期間t_rが長くなるときや，許容すべき超過確率1－pが小さくなるとき，それ以外の条件が変わらないとすると，特性値の不確定性は増大する．t_rやpが与えられている場合，統計的不確定性を低減する方法は主に観測の個数を増やすことである．これは，全観測期間を延ばすことや，単位観測期間を短くすることで可能である．しかし，多くの場合，既に観測されたデータが使用されなければならないし，全観測期間を延ばすことは不可能である．また単位観測期間を任意に短くすることはできない．これは，２つの連続する単位観測時間内での最大値は，統計的にほぼ独立となるような程度に長くしなければならないからである．もしできない場合には，新たな不確定性を考慮しなければならない．

自然現象による作用（風，雪，温度等）では，単一地点での全観測期間は通常50年以上とはならない．単位観測期間を１年とすると，得られた観測値の数は非常に少なくr～50である．もし，基準期間を50年以上とすると，使えるデータは50年か最大値の確率分布関数の平均値ぐらいしかない．また，確率分布の分布形の種類や標準偏差は適切な判断により決められる．このような判断の基本は他の地点での同様な観測結果との比較による場合がある．基準期間が，たとえば1年のように極めて短いと，結果はより正確となるはずである．しかし，50年程度の設計供用期間を有する構造物では，より良い予測になっているわけではない．

ここでは，設計のための特性値の一例として，Vision2000 の中で設定されている設計地震レベ

ルを下表に示す．

表 1　 Vision2000 の設計地震レベル

設計地震レベル	再現期間	超過確率
Frequent	43 years	50% in 30 years
Occasional	72 years	50% in 50 years
Rare	475 years	10% in 50 years
Very Rare	970 years	10% in 100 years

(4) データ数に制約があるときの特性値の設定

荷重の標本数が無限にあり，これが母集団であれば，荷重 X の確率密度関数が確定していることになる．このとき，特性値 x_k は，母集団の統計パラメータを用いて，図 3 のようにフラクタイル値として定義されることが一般的である．式で表すと次のようになる．

$$x_k = \mu + k \cdot \sigma \tag{4}$$

ここで，μ: X の平均値，σ: X の標準偏差，k: 選択された確率水準に応じた係数として，特性値を定義する．

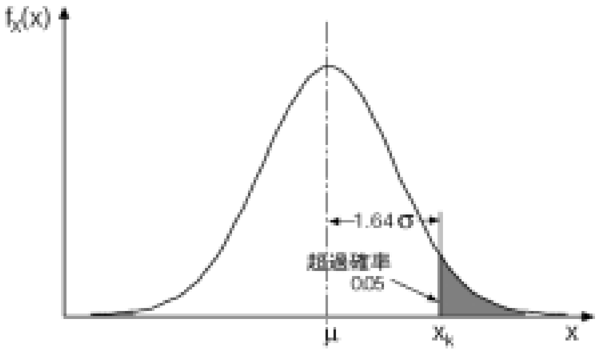

図 3 荷重の確率密度関数と特性値

今，特性値 x_k を超過する確率を p とすると，X が正規分布に従えば， $k = Z_p = \Phi^{-1}(1-p)$となる．たとえば，p=0.05 とすると，概略 $k = \Phi^{-1}(1-0.05) = 1.64$ となる．このように超過確率で定義されたフラクタイル値を導入することにより，不確定性を取り入れた定義が可能となる．

標数が無限大であれば，母集団の確率分布が確定できるが，少数であれば標本から母集団の確率分布を推定するときに統計的不確定性を考慮しなければならない．

標本から母集団の平均値，母平均μを推定するとき，標本平均の分布は図 4 のようになる．ここで，母分散σ^2が既知であれば，X が正規分布 N(μ, σ)に従うと，$\overline{X}$ は $\mathrm{N}(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ となる．そのため，両側αの信頼区間は $Z_{\alpha/2}$ $(=\Phi^{-1}(1-\alpha/2))$を用いて，次式のように表現できる．

$$P\left(-Z_{\alpha/2} \le \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \le Z_{\alpha/2}\right) \tag{5}$$

ここで，$Z_{\alpha/2}$ は標準正規分布の逆関数$\Phi^{-1}(1-\alpha/2)$を表したものである．

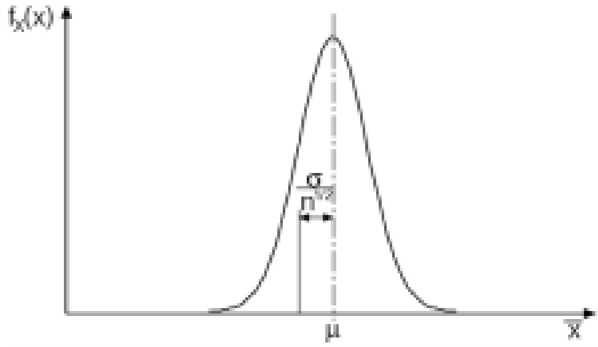

図 4　標本平均の確率密度関数

これより，μの信頼水準(confidence level) 1–αの信頼区間は，次式のようになる．

$$\langle\mu\rangle_{1-\alpha}=\left[\bar{x}-Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\bar{x}+Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \tag{6}$$

また，母分散σ^2が未知のときは標本分散 s^2 を不偏分散の形で，

$$s^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2 \tag{7}$$

とすると，$(\bar{X}-\mu)/(s/\sqrt{n})$ は自由度 n–1 の t 分布 $t(n–1)$に従うから，次式のようになる．

$$P\left(-t_{\alpha/2}(n-1)\leq\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\leq t_{\alpha/2}(n-1)\right)=1-\alpha \tag{8}$$

すなわち，μの信頼水準 1–αの信頼区間は，次式のようになる．

$$\langle\mu\rangle_{1-\alpha}=\left[\bar{x}-t_{\alpha/2}(n-1)\cdot\frac{s}{\sqrt{n}};\bar{x}+t_{\alpha/2}(n-1)\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \tag{9}$$

一方，母分散σ^2の信頼水準1–αの信頼区間は，χ^2分布に従う．

$$P\left(\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)\leq\frac{S^2}{\sigma^2/(n-1)}\leq\chi^2_{\alpha/2}(n-1)\right)=1-\alpha \tag{10}$$

すなわち，σ^2の信頼水準1–αの信頼区間は，次式のようになる．

$$\left\langle\sigma^2\right\rangle_{1-\alpha}=\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)};\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}\right] \tag{11}$$

本質的不確定性と統計的不確定性を同時に扱うためには, 超過確率と信頼水準の 2 つの確率を設定する必要があることがわかる．ここでは，X を正規分布として，図 3 のような片側 p の確率を考える．

母分散σ^2が既知のとき，母平均μの上側α(信頼水準 1–α)の信頼区間は次のようになる．

$$\left(\mu\right\rangle_{1-\alpha}=\left(\bar{x}+Z_{\alpha}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \tag{12}$$

よって，この信頼水準の平均値の上限値をμ_aとする．

$$\mu_a=\bar{x}+\frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}}\cdot\sigma \tag{13}$$

次に，上側 p の超過確率となるフラクタイル値を特性値 x_k とすると，式(1)より $x_k=\mu-Z_p\sigma$で表

現できる．ところが，統計的不確定性のためにμは未知であるからμ_aを用いる．よって，特性値x_kは次式のように表現できる．

$$x_k = \bar{x} + \left(Z_p + \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \cdot \sigma \tag{14}$$

すなわち，特性値を$x_k = \bar{x} + k_\sigma \sigma$とすれば，$k_\sigma$を上側$p$のフラクタイル値を信頼水準$1-\alpha$で設定するためには，次式で設定すればよい．

$$k_\sigma = Z_p + \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \tag{15}$$

信頼水準$1-\alpha=0.75$とし，上側の超過確率pを0.1, 0.3, 0.5と変化させたときの標本数nとの関係を図5に示す．nが大きくなるに従ってk_σが収束する．ここで，$p=0.5$，すなわち平均を特性値とすると，$n\to\infty$では0.0となる．

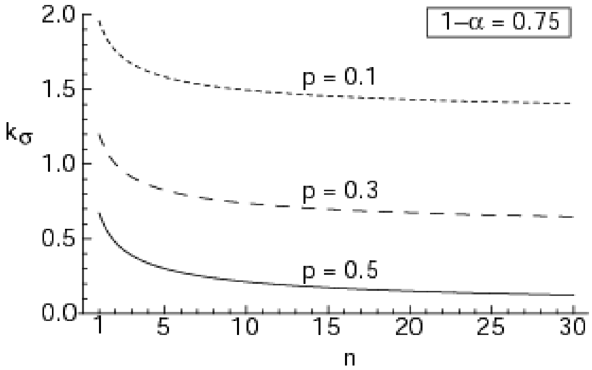

図5　k_σ：σが既知の場合

一方，母分散σ^2が未知のときに，特性値を$x_k = x + k_s s$とすると，同様にk_sを下側pのフラクタイル値を信頼水準$1-\alpha$で設定するためには，次式で設定すればよい．

$$k_s = Z_p + \frac{t_\alpha(n-1)}{\sqrt{n}} \tag{16}$$

信頼水準$1-\alpha=0.75$とし，上側の超過確率pを0.1, 0.3, 0.5と変化させたときの標本数nとの関係を図6に示す．nが大きくなるに従ってk_sが収束する．k_σと比較すると，nが小さいときには差異があるが，nが10を超えるとその差はほとんど見られない．

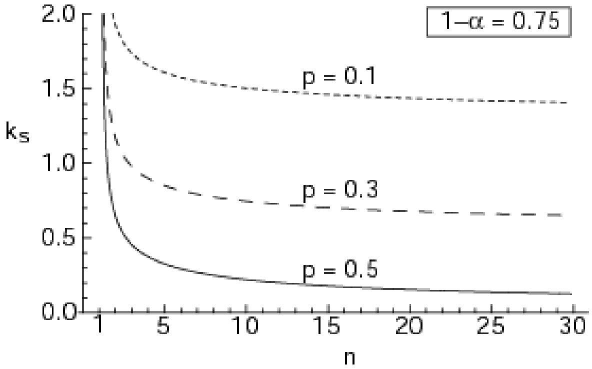

図6　k_s：σが未知の場合

ここでは上限値を対象としたが, 部分係数を設定するときに下限値が問題となることがあれば, そのときにも同様な方法で特性値が設定できる.