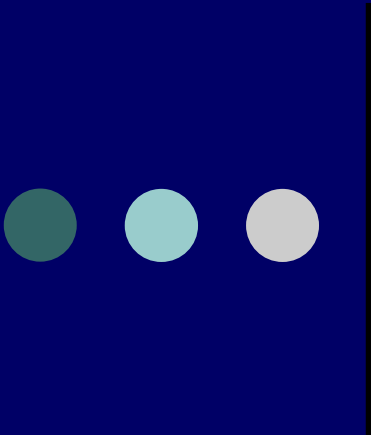
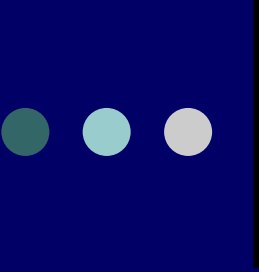




浮遊砂拡散理論の問題点と 新たな展開

藤田 正治
防災研究所流域災害研究センター
京都大学



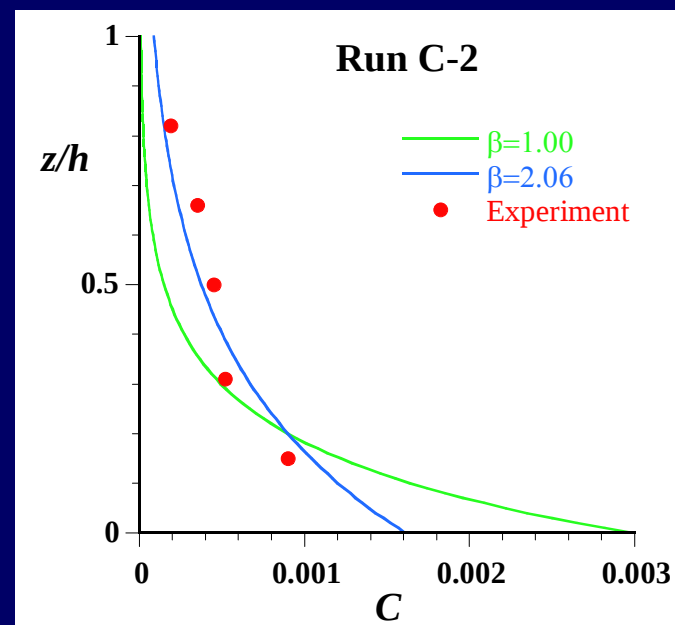
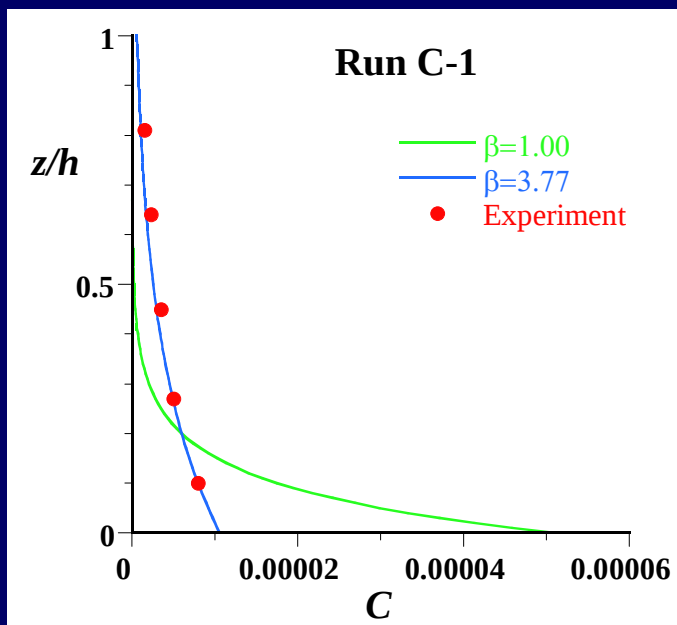
はじめに

- 浮遊砂拡散理論は実用的には有用である。
- しかし、問題点は積み残されている。
拡散係数、基準点高さ、基準点濃度
- 説明できない条件もある。
- 今一度、検討してみよう。

急勾配水路での実験

浮遊砂の粒径 = 0.17mm

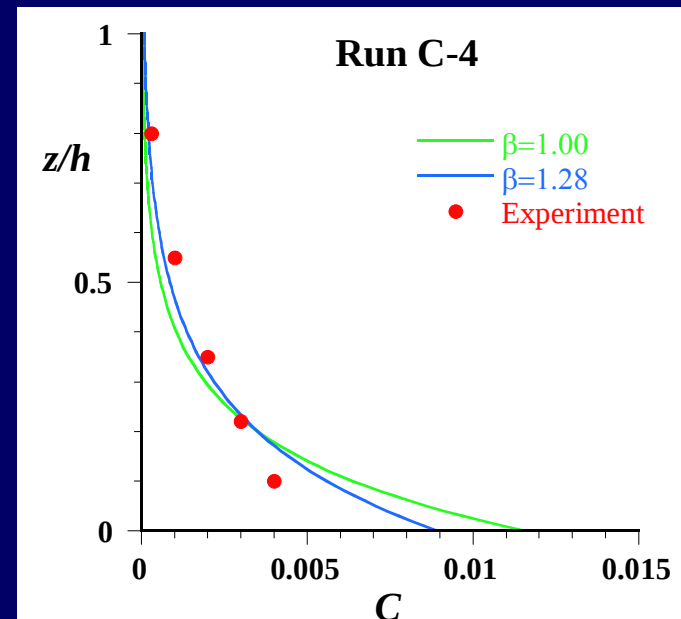
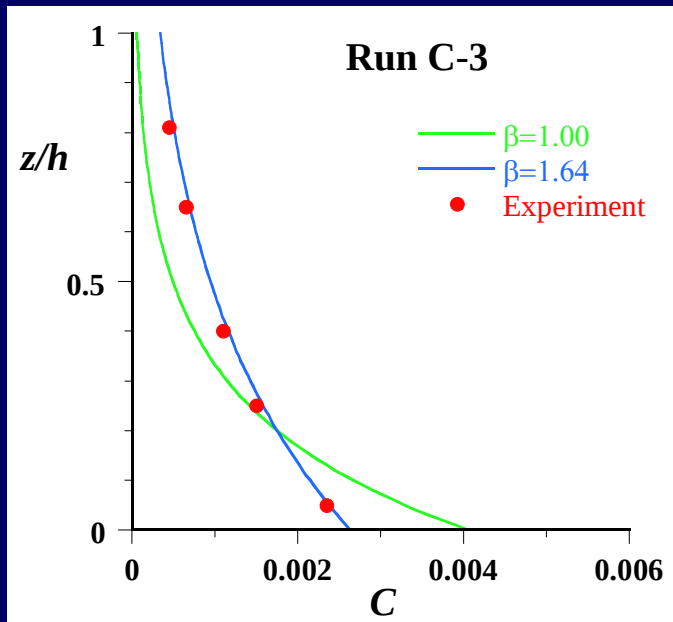
Run	Q (l/s)	I_e	Q_s (gr/s)	h (cm)	d_r (cm)	u^* (cm/s)	w_o/u^*	Δ/d_r	k
C-1	2.17	1/235	0.02	2.20	1.22	2.87	0.71	0.62	0.6
C-2	9.32	1/144	11.67	4.77	1.22	5.12	0.40	0.47	0.7
C-3	16.5	1/82	40.73	5.58	1.22	7.30	0.28	0.51	0.7
C-4	8.76	1/75	40.54	2.25	Smooth	5.13	0.40	-----	-----



急勾配水路での実験

浮遊砂の粒径 = 0.17mm

Run	Q (l/s)	I_e	Q_s (gr/s)	h (cm)	d_r (cm)	u_* (cm/s)	w_o/u_*	Δ/d_r	k
C-1	2.17	1/235	0.02	2.20	1.22	2.87	0.71	0.62	0.6
C-2	9.32	1/144	11.67	4.77	1.22	5.12	0.40	0.47	0.7
C-3	16.5	1/82	40.73	5.58	1.22	7.30	0.28	0.51	0.7
C-4	8.76	1/75	40.54	2.25	Smooth	5.13	0.40	-----	-----



濃度分布形のパラメータ

- 拡散係数と沈降速度の比
(摩擦速度 / 沈降速度)
- 浮遊砂の生成点
水面に与えると一様分布

新たな展開

■ 拡散係数の議論



乱流場における浮遊砂の軌跡から(関根、権田)

■ 浮遊砂の生成の議論



本研究
生成項の必要性とモデル化

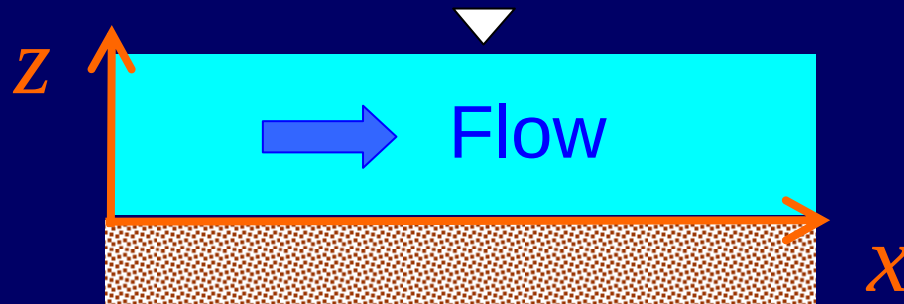
拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_f \frac{\partial C}{\partial x} + v_f \frac{\partial C}{\partial y} + (w_f - w_o) \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$



等流

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_f \frac{\partial C}{\partial x} - w_o \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$



平衡状態

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_f \frac{\partial C}{\partial x} - w_o \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

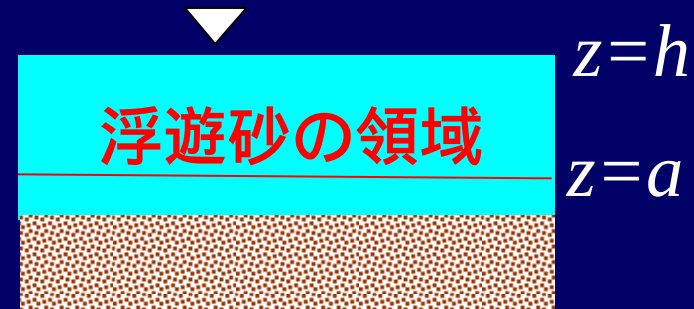
$$w_o C \Big|_{z=h} + \varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0$$

$$w_o C + \varepsilon_z \frac{dC}{dz} = 0$$

境界条件: $z = a$: $C = C_a$

基準点の位置は？
基準点濃度の算定法？

平衡河床条件 $C_a w_o = q_{su}$ q_{su} : 浮上率



非平衡狀態

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_f \frac{\partial C}{\partial x} - w_o \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$



$$\int_a^h \frac{\partial C}{\partial t} dz + \int_a^h u_f \frac{\partial C}{\partial x} dz - \int_a^h w_o \frac{\partial C}{\partial z} dz = \int_a^h \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) dz$$



$$\frac{\partial}{\partial t} \int_a^h C dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_a^h u_f C dz - w_o C \Big|_{z=h} + w_o C \Big|_{z=a} = \varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=h} - \varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=a}$$

非平衡状態

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_a^h C dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_a^h u_f C dz + w_o C \Big|_{z=a} = -\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=a}$$

境界条件:

河床付近:

$$-\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=a} = q_{su}$$

q_{su} : 浮上率

この境界条件は適当か？

非平衡状態の境界条件

河床の平衡条件

$$C_a w_o = q_{su}$$

濃度の平衡条件

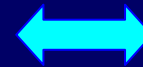
$$w_o C + \varepsilon_z \frac{dC}{dz} = 0$$



$$-\varepsilon_z \left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=a} = q_{su}$$

等しい？

$$\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} = -\overline{c'w'_f}$$



$$q_{su} = f(\tau^*, d, \dots)$$

境界条件: $z=a$ $C = C_a(t, x)$

拡散理論の浮遊砂とは何か？

粒子の速度

$$\overrightarrow{V}_p = (u_f, v_f, w_f - w_o)$$



等流では、

$$\overline{w_p} = -w_o$$

浮遊砂は平均的に沈降速度で落下する粒子

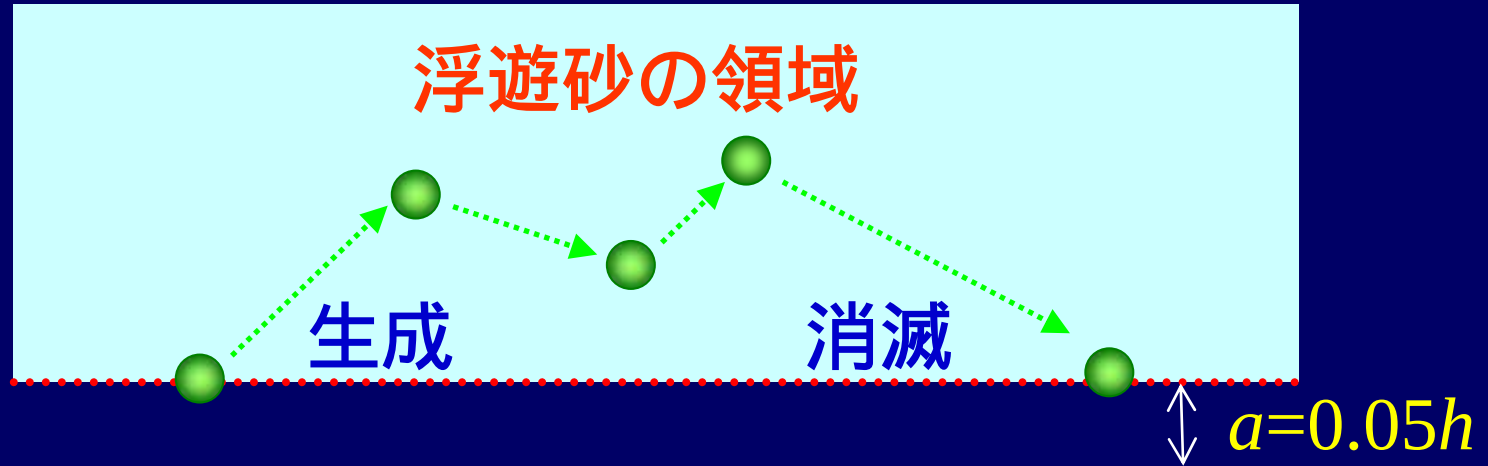
実際にはそうならない？ (関根)

浮遊砂の領域

水面

一般的な考え方

河床



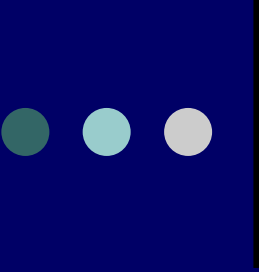
$$\overline{w_p} = 0$$

?

$$\overline{w_p} = -w_o$$

物理的意味?

生成位置は消滅位置より高くなければならない



問題点

- 浮遊砂の領域
生成点と消滅点
- 基準点の位置
- 基準点濃度
- 非平衡状態の境界条件

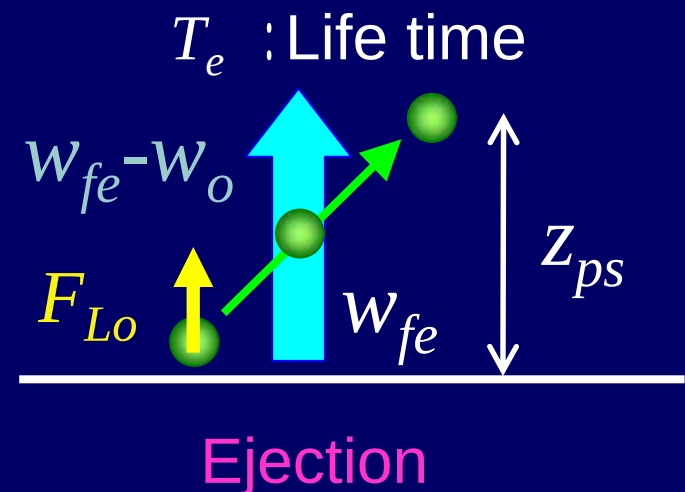
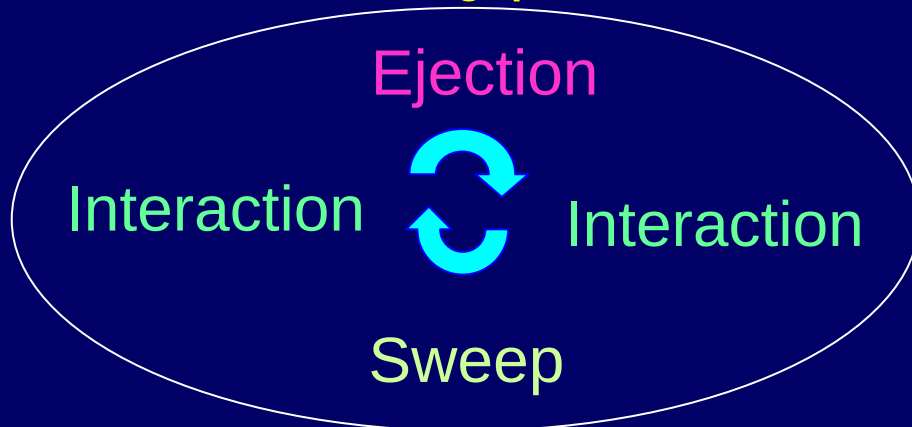


生成項の導入で解決

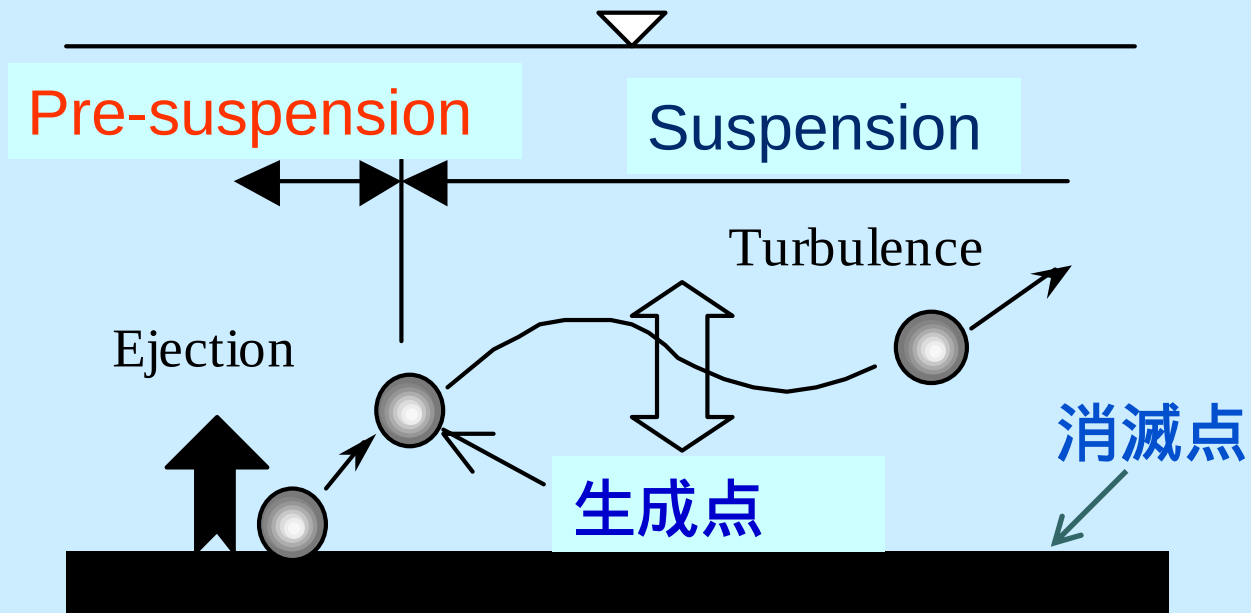
浮遊機構

- 河床の砂粒子はエジェクションに伴う揚圧力 F_{Lo} によって浮上する。
- その後、上昇流速 w_{fe} により生成点まで運ばれる。

Bursting process



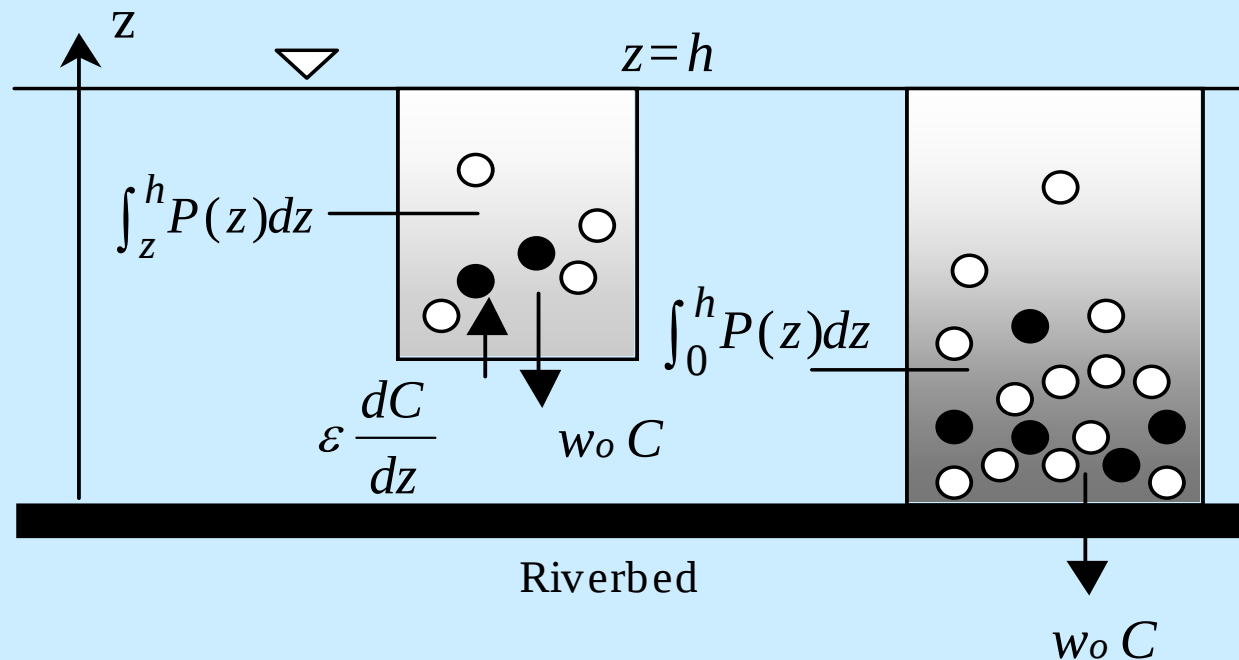
生成項を考慮した拡散方程式



生成項を考慮した拡散方程式

平衡状態:

$$w_o C + \varepsilon_z \frac{dC}{dz} = \int_z^h P(z) dz$$

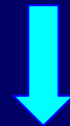


- Particles already being in suspension
- Particles transformed from 'pre-suspension' to 'suspension' during unit time

平衡状態

境界条件: $z = 0$

$$\varepsilon_z \frac{dC}{dz} = 0$$



河床で

$$w_o C(0) = \int_0^h P(z) dz = q_{su}$$

$$\text{Sink} = w_o C(0) = q_{su} = \text{Production}$$

平衡河床条件

生成項を考慮した拡散方程式

非平衡状態:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_f \frac{\partial C}{\partial x} + v_f \frac{\partial C}{\partial y} + (w_f - w_o) \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + p$$



等流

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_f \frac{\partial C}{\partial x} - w_o \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + p$$

$$w_o C \Big|_{z=h} + \varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0 \quad \longrightarrow \quad \longleftarrow \quad \varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$$



$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^h C dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u_f C dz + w_o C \Big|_{z=0} = \int_0^h P dz$$

Lane & Kalinske 分布

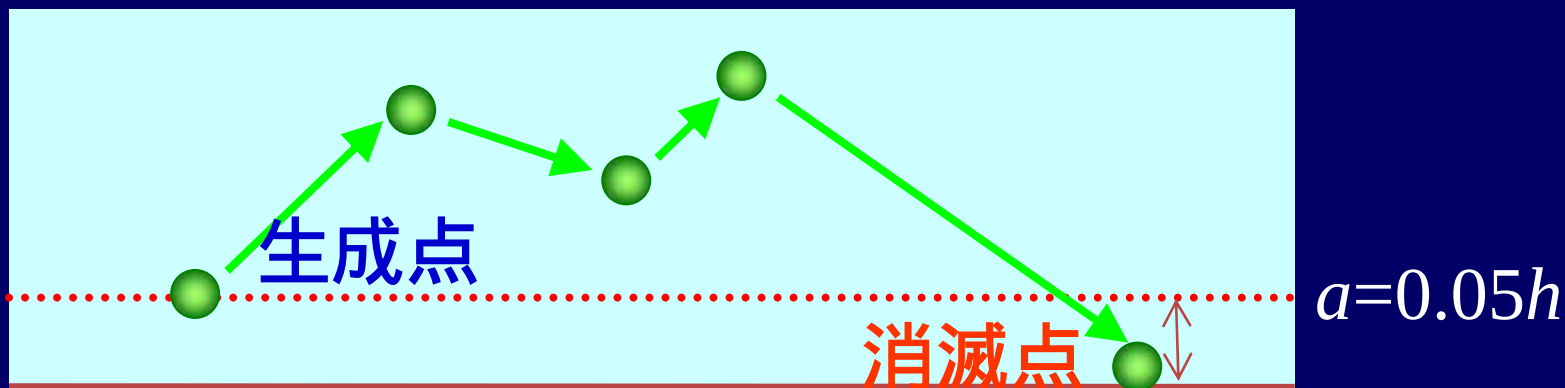
$$w_o C + \varepsilon_z \frac{dC}{dz} = \int_z^h P(z) dz$$

$$\varepsilon_z = \beta \varepsilon_m = \frac{1}{6} \beta \kappa u_* h$$

$$P(z) = \begin{cases} 0 & z \neq a \\ \infty & z = a \end{cases}$$



$$\frac{C}{C_a} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{hw_o}{\beta \varepsilon_m} \frac{z-a}{h}\right) & z \geq a \\ 1 & z \leq a \end{cases}$$



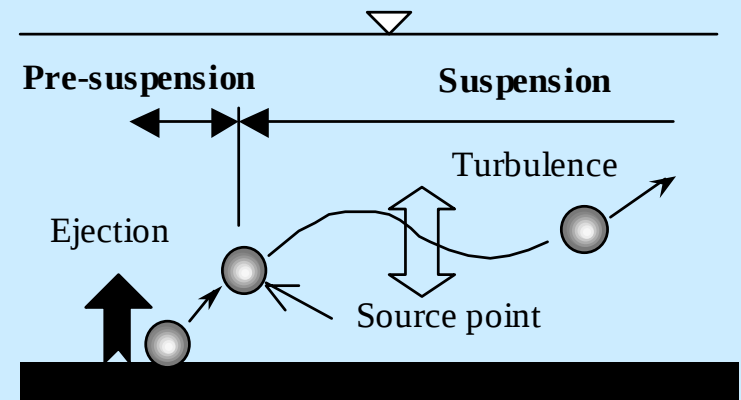
生成率

平衡状態:

$$P(z) = q_{su} f_{zps}(z)$$

q_{su} : 浮上率

$f_{zps}(z)$: 生成点の鉛直分布



生成点

上昇速度:

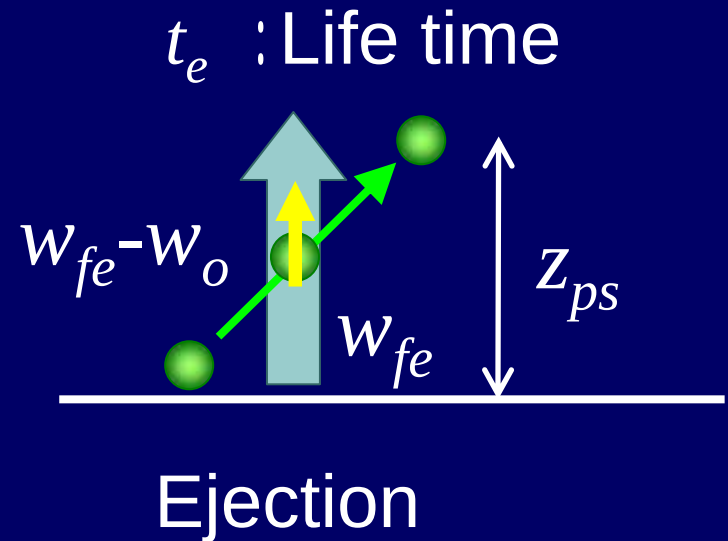
$$w_{pe} = w_{fe} - w_o$$

エジェクションの寿命時間:

$$\frac{t_e u_*}{h} = c_t$$

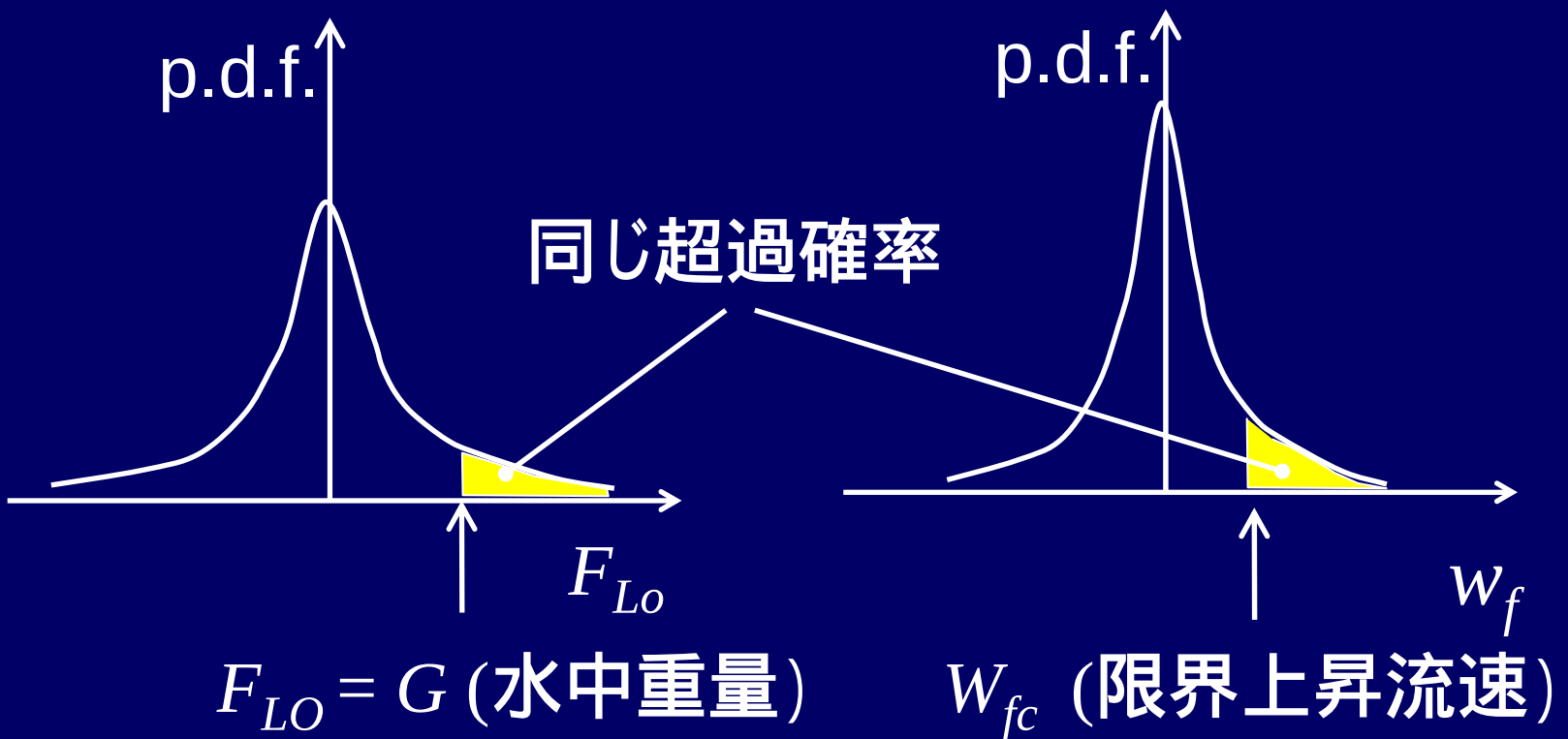
生成点の高さ

$$z_{ps} = w_{pe} \cdot t_e = (w_{fe} - w_o) t_e$$



揚圧力および上昇流速 w_{fe} の確率密度

正規分布



限界上昇流速

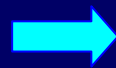
$$\frac{w_{fc}}{w_f'} = \frac{G}{F_{LO}'}$$

$$w_f' = \alpha u_*$$

$$F_{LO}' = ck^2 \rho u_*^2 d^2$$

c : 揚圧力係数, k : 遮蔽係数

限界上昇速度

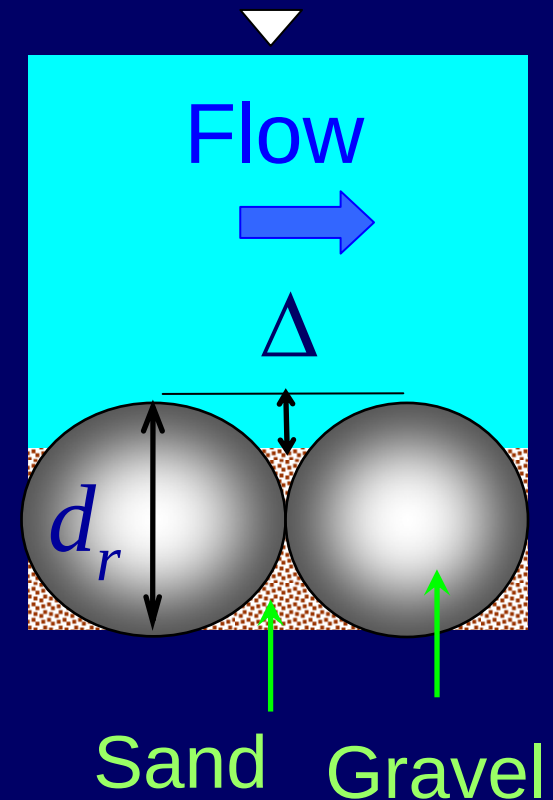
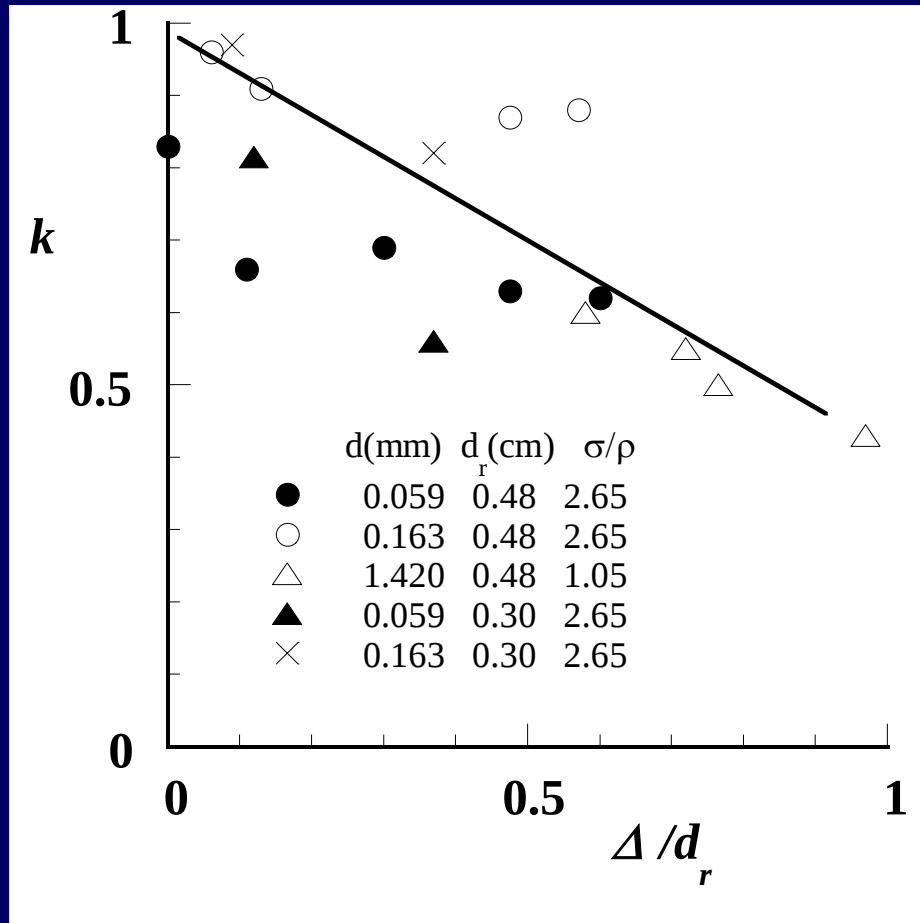


$$w_{fc} = \frac{\pi}{6} \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \frac{\alpha}{ck^2 u_*}$$

遮蔽效果

有效摩擦速度

$$u_{*e} = k u_*$$



● ● ● 浮遊砂、それともサルテーション

◆ $w_{fc} > w_o$ → 浮遊へ

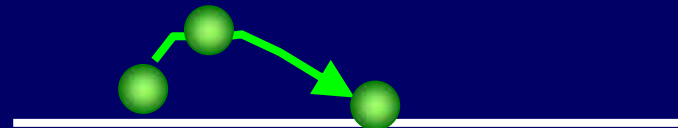
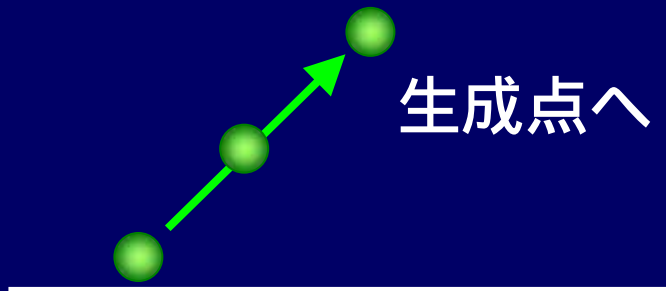
◆ $w_{fc} < w_o$

● $w_{fc} < w_f < w_o$

● $w_o < w_f$

サルテーション、または静止状態へ

浮遊へ



浮上時の上昇流速の確率密度

$$f_{wfe} = \frac{f_{wf}}{\int_{w_{fc}}^{\infty} f_{wf} dw_f} = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \frac{w_{fe}^2}{\alpha^2 u_*^2}\right)}{u_* \int_{\gamma_c}^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\alpha^2}\right) d\gamma}$$

$$\gamma = \frac{w_f}{u_*}$$

$$\gamma_c = \frac{w_{fc}}{u_*}$$

生成点の確率密度

$$z_{ps} = w_{pe} \cdot t_e = (w_{fe} - w_o) t_e$$

$$\frac{t_e u_*}{h} = c_t$$

$$f_{zps}(z) = \frac{1}{c_t h} \frac{\exp\left[-\frac{1}{2\alpha^2} \left(\frac{1}{c_t} \frac{z}{h} + \xi\right)^2\right]}{\int_{\gamma_c}^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\alpha^2}\right) d\gamma}$$

$$\xi = \frac{w_o}{u_*}$$

Pre-suspension 濃度

$$\frac{d}{dz} \left(C_s \overline{w_{pez}} \right) = -P(z)$$

平均上昇速度: $\overline{w_{pez}}$

$$\overline{w_{pez}} = \frac{\int_{w_{fzc}}^{\infty} (w_f - w_o) f_{wf} dw_f}{\int_{w_{fzc}}^{\infty} f_{wf} dw_f} = \frac{\alpha^2 \exp\left(-\frac{\gamma_{zc}^2}{2\alpha^2}\right)}{\int_{\gamma_{zc}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\alpha^2}\right) d\gamma} u_* - w_o$$

$$\gamma_{zc} = \frac{w_{fzc}}{u_*} = \xi + \frac{1}{c_t} \frac{z}{h}$$

Pre-suspension 濃度

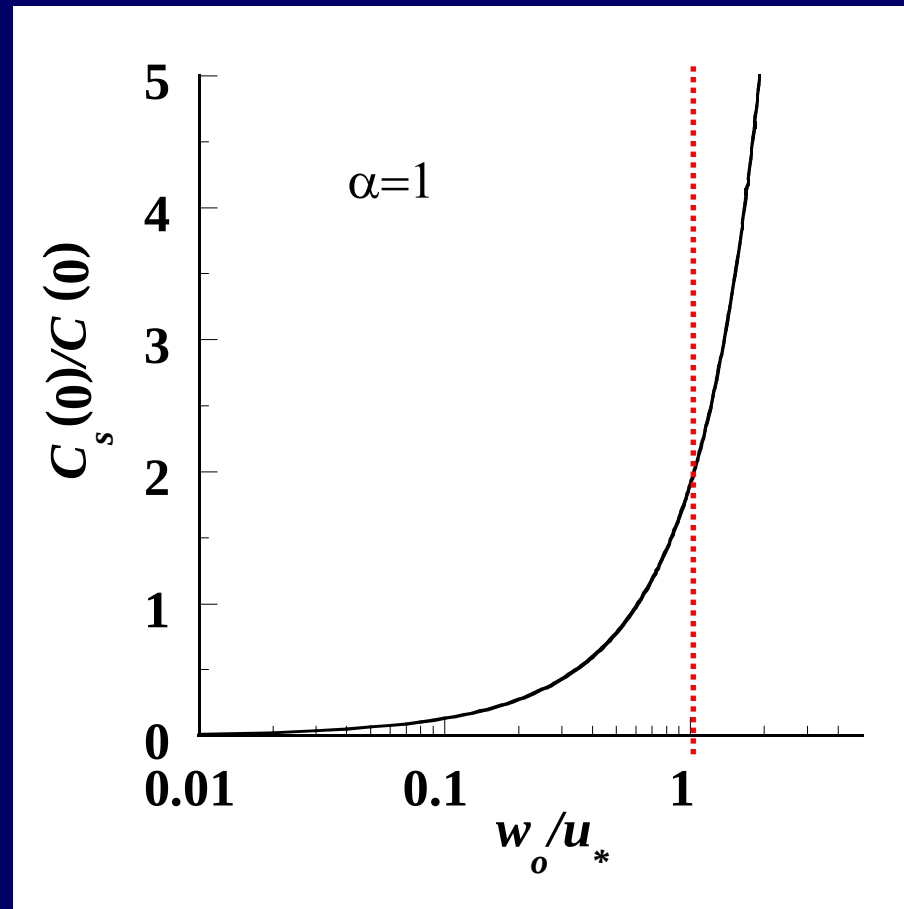
$$C_s(z) = \frac{1}{w_{pez}} \int_z^h P(z) dz$$

底面で:

$$C_s(0) = \frac{1}{\eta} C(0)$$

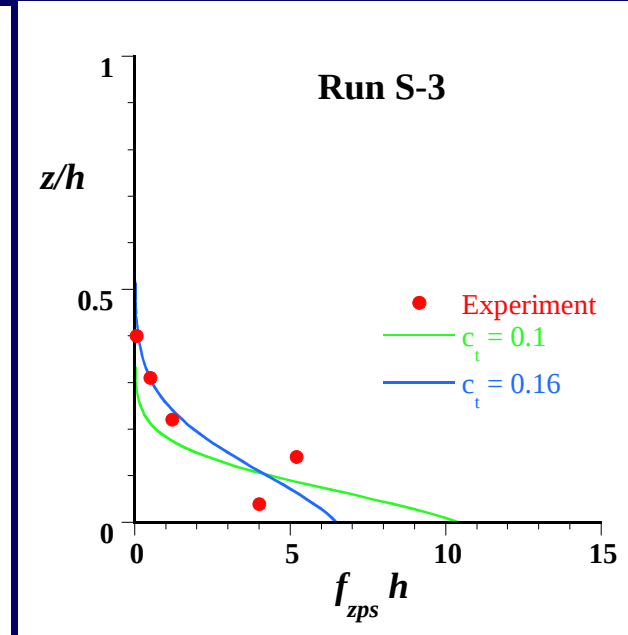
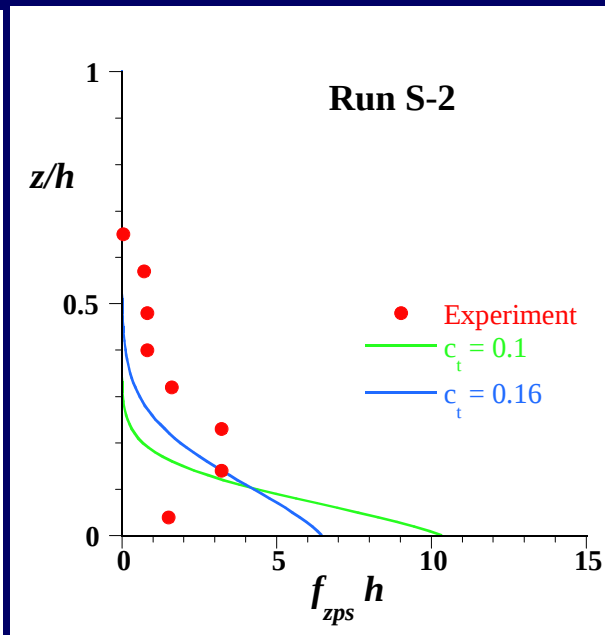
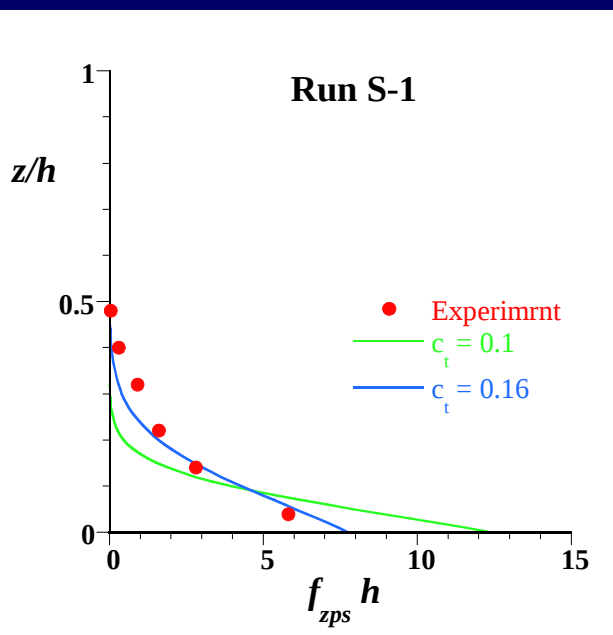
$$\eta = \frac{1}{\xi} \frac{\alpha^2 \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\alpha^2}\right)}{\int_{\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\alpha^2}\right) d\gamma} - 1$$

Pre-suspension と Suspension の比率



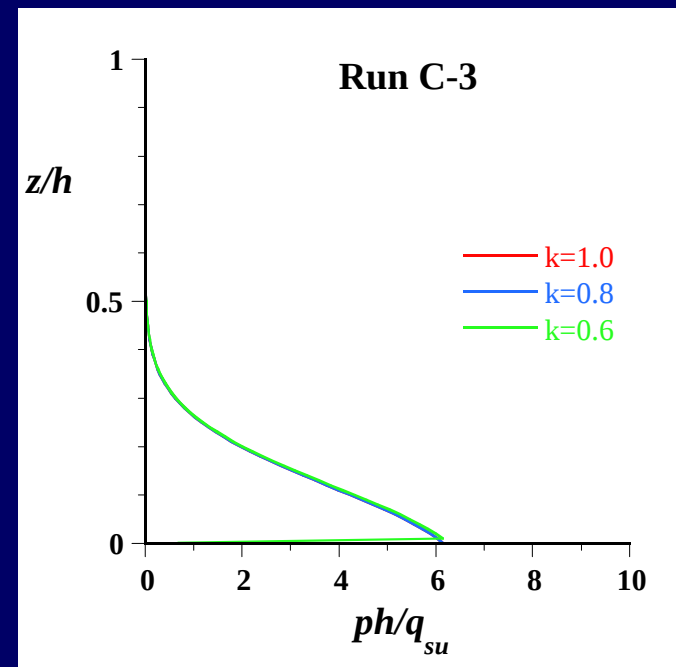
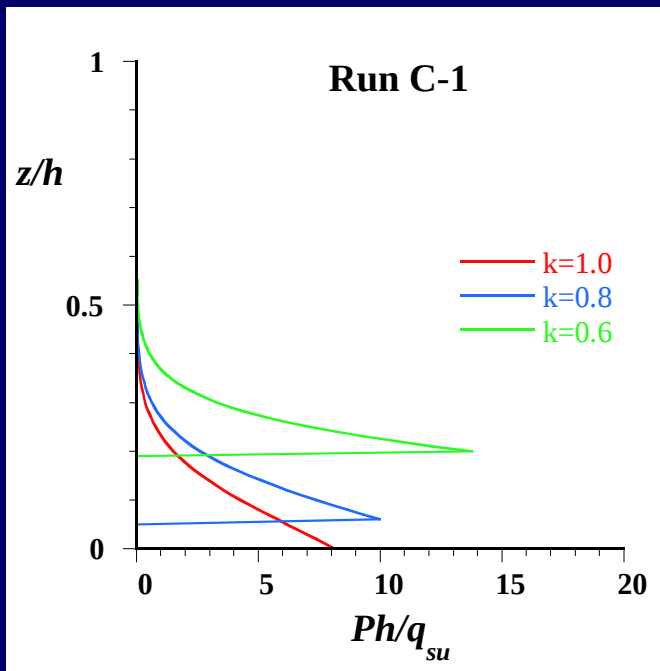
生成高さ分布モデルの妥当性

Run	Q (ℓ/s)	I_e	h (cm)	d_r (cm)	u_* (cm/s)
S-1	2.30	1/250	2.50	1.22	2.95
S-2	4.41	1/80	2.56	1.22	5.27
S-3	9.44	1/150	5.25	1.22	5.21



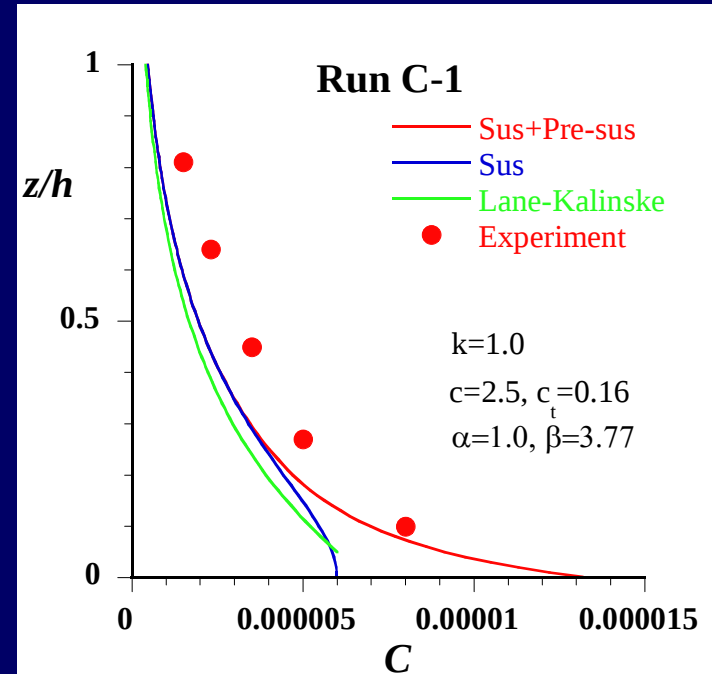
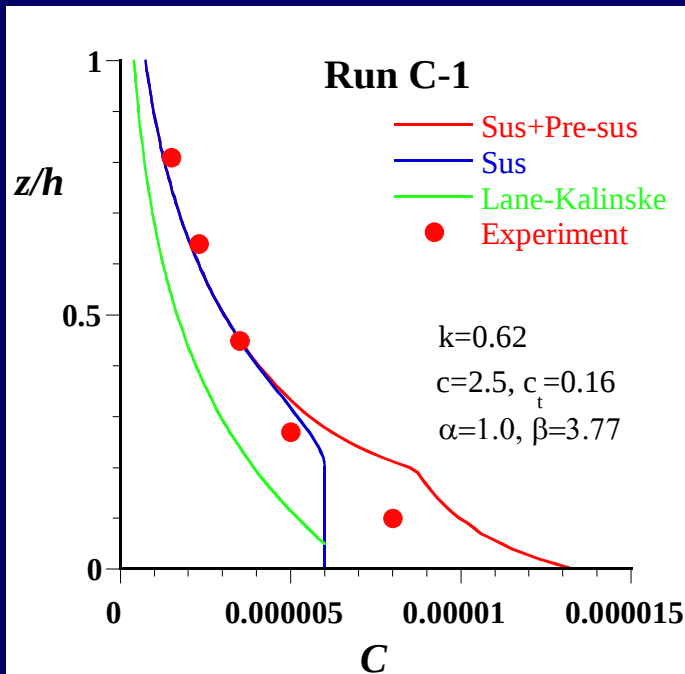
生成点に及ぼす遮蔽係数の影響

Run	Q (l/s)	I_e	Q_s (gr/s)	h (cm)	d_r (cm)	u_* (cm/s)	w_o/u_*	Δ/d_r	k
C-1	2.17	1/235	0.02	2.20	1.22	2.87	0.71	0.62	0.6
C-2	9.32	1/144	11.67	4.77	1.22	5.12	0.40	0.47	0.7
C-3	16.5	1/82	40.73	5.58	1.22	7.30	0.28	0.51	0.7
C-4	8.76	1/75	40.54	2.25	Smooth	5.13	0.40	-----	-----



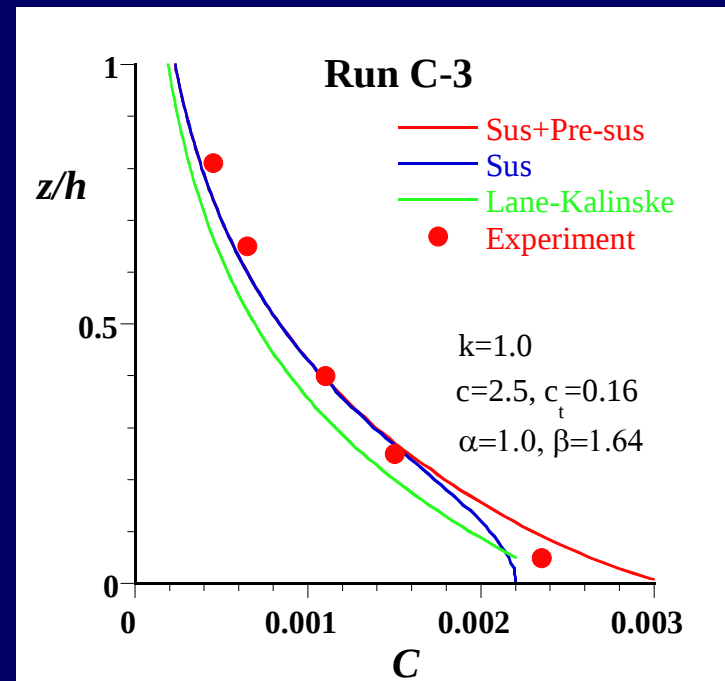
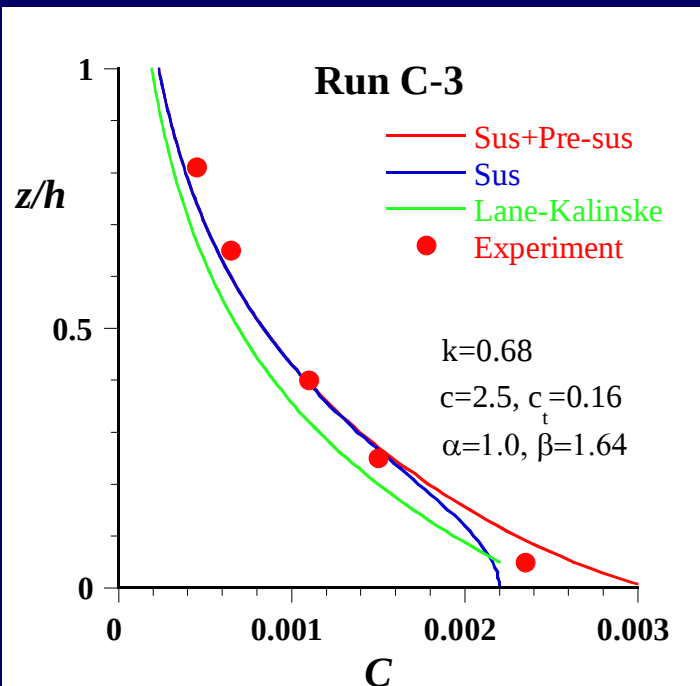
濃度分布

Run	Q (l/s)	I_e	Q_s (gr/s)	h (cm)	d_r (cm)	u_* (cm/s)	w_o/u_*	Δ/d_r	k
C-1	2.17	1/235	0.02	2.20	1.22	2.87	0.71	0.62	0.6
C-2	9.32	1/144	11.67	4.77	1.22	5.12	0.40	0.47	0.7
C-3	16.5	1/82	40.73	5.58	1.22	7.30	0.28	0.51	0.7
C-4	8.76	1/75	40.54	2.25	Smooth	5.13	0.40	-----	-----



濃度分布

Run	Q (l/s)	I_e	Q_s (gr/s)	h (cm)	d_r (cm)	u_* (cm/s)	w_o/u_*	Δ/d_r	k
C-1	2.17	1/235	0.02	2.20	1.22	2.87	0.71	0.62	0.6
C-2	9.32	1/144	11.67	4.77	1.22	5.12	0.40	0.47	0.7
C-3	16.5	1/82	40.73	5.58	1.22	7.30	0.28	0.51	0.7
C-4	8.76	1/75	40.54	2.25	Smooth	5.13	0.40	-----	-----





ご清聴ありがとうございました。